GH. HUSEIN

# APLICAȚII ȘI PROBLEME DE DESEN TEHNIC

SERIA
CULEGERI DE PROBLEME
PENTRU DISCIPLINELE
TEHNICE ȘI ECONOMICE

EDITURA
DIDACTICĂ
ȘI PEDAGOGICĂ –
BUCUREȘTI, 1981

Conf. ing. GH. HUSEIN

# APLICAȚII ȘI PROBLEME DE DESEN TEHNIC

SERIA
„CULEGERI DE PROBLEME
PENTRU DISCIPLINELE
TEHNICE și ECONOMICE"

EDITURA DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ
BUCUREȘTI, 1981

## *PREFAȚĂ*

*În Programul Partidului Comunist Român de făurire a societății socialiste multilateral dezvoltate și înaintarea României spre comunism, se menționează că industria va cunoaște o dezvoltare completă și complexă pe baza celor mai noi cuceriri ale științei și tehnicii.*

*Realizarea unui asemenea program impune formarea unor cadre medii și superioare cu o calificare corespunzătoare, în concordanță cu cele mai noi descoperiri ale științei. Aceste cadre vor trebui să facă față sarcinilor complexe ce le vor reveni.*

*Lucrarea de față conține un mare număr de aplicații și probleme specifice desenului industrial (unele propuse și rezolvate, iar altele propuse spre rezolvare). Fiecare capitol este prevăzut cu expuneri rezumative.*

*În felul cum a fost concepută, lucrarea se adresează tuturor celor interesați în aprofundarea cunoștințelor de desen industrial, mai ales elevilor liceelor industriale.*

*Prin conținutul aplicațiilor și problemelor elaborate, prezenta lucrare constituie un auxiliar corespunzător pentru cadrele didactice ce predau desenul industrial. De asemenea, lucrarea se consideră utilă studenților, inginerilor și tehnicienilor din industrie.*

*Se subliniază pe această cale contribuția deosebită adusă de Prof. ing. Jean Moncea de la Institutul politehnic București care, prin sugestiile și observațiile făcute cu ocazia controlului științific, a condus la îmbunătățirea conținutului lucrării de față.*

*Această lucrare, fiind o primă încercare din țara noastră, de acest gen, este desigur succeptibilă la completări și îmbunătățiri. În acest sens, se consideră binevenită orice sugestie din partea cititorilor.*

AUTORUL

*Partea întîi*

# CONSTRUCŢII GEOMETRICE

*Capitolul 1*

## NORME GENERALE ŞI CONSTRUCŢII GRAFICE

### 1.1. LINII UTILIZATE ÎN DESENUL TEHNIC

#### 1.1.1. GENERALITĂŢI

Prin STAS 103-76 sînt stabilite tipurile şi clasele de grosime ale liniilor utilizate în reprezentarea pieselor, subansamblurilor şi ansamblurilor întîlnite în construcţii de maşini.

Modul de folosire a liniilor în desenul industrial este prescris în standardele generale din seria U10, referitoare la reprezentări, notări, cotare, scheme convenţionale etc.

Potrivit standardului amintit, în cazuri speciale se admite folosirea altor tipuri de linii, cu condiţia ca semnificaţia să fie stabilită prin standardele respective sau aplicate printr-o legendă pe desen.

Liniile folosite curent în desenul industrial se clasifică în patru tipuri (linie continuă, linie întreruptă, linie-punct şi linie două-puncte) şi în două clase de grosime (linie groasă şi linie subţire).

Fiecare linie, de un anumit tip şi de o anumită clasă de grosime sau o combinaţie a celor două clase, se simbolizează printr-o literă, aşa cum se observă în figurile 1.1... 1.13. Astfel :

— cu litera A se simbolizează linia continuă groasă b = 0,25 .... 2 mm
— cu litera B, linia continuă subţire ~ b/3
— cu litera C1, linia continuă subţire ondulată ~ b/3
— cu litera C2, linia continuă în zigzag ~ b/3
— cu litera D, linia întreruptă subţire ~ b/3
— cu litera E, linia-punct subţire ~ b/3
— cu litera F, linia-punct mixtă b b/3 b
— cu litera G, linia-punct groasă b
— cu linia H, linia-două puncte subţiri b/3

Grosimea liniilor de tipul A se alege din următorul şir de valori : 2 ; 1,4 ; 1 ; 0,7 ; 0,5 ; 0,35 ; 0,25.

**Folosirea liniilor uzuale :**

*Cu linie continuă groasă (tipul A) se trasează :*

— contururile și muchiile reale vizibile pentru piesele reprezentate în vedere și în secțiune (fig. 1.1) ;
— liniile de vîrf la filetele vizibile (fig. 1.2) ;
— cercurile și generatoarele suprafețelor de vîrf la roțile dințate * ;
— chenarul formatelor standardizate.

*Cu linie continuă subțire (tipul B) se trasează :*

— muchiile fictive reprezentate în vedere sau în secțiune (fig. 1.3, *a*, *b*) ; **
— liniile de cotă ajutătoare și de indicație ;
— hașurile convenționale utilizate la reprezentarea secțiunilor ;
— liniile de fund la filetele vizibile (fig. 1.4) ;
— conturul secțiunilor suprapuse (fig. 1.5) ;
— liniile de centru pentru cercuri cu diametrul pe desen sau mai mic de 10 mm.

*Cu linie continuă subțire ondulată (tipul C1) se trasează :*

— liniile de ruptură la piesele din metal (fig. 1.6).

*Cu linie continuă subțire zigzag (tipul C2) se trasează :*

— liniile de ruptură la piesele din lemn (fig. 1.7).

*Cu linie întreruptă subțire (tipul D) se trasează :*

— contururile și muchiile reale acoperite ale pieselor (fig. 1.8).

*Cu linie-punct subțire (tipul E) se trasează :*

— liniile de axă și urma planului de simetrie ;
— cercurile și generatoarele suprafețelor de divizare la roțile dințate (fig. 1.9) ;***
— elementele rabătute în planul secțiunii (fig. 1.10) ; ****
— conturul și muchiile părților din piese situate în afara planului de secționare (fig. 1.11) ;
— linii de centru pentru cercurile cu diametrul pe desen mai mare de 10 mm.

*Cu linie-punct mixtă (tipul F) se trasează :*

— traseele utilizate în reprezentarea secțiunilor.

*Cu linie-punct groasă (tipul G) se trasează :*

— porțiunea din suprafața unei piese care urmează să fie supusă unor tratamente termice superficiale, de acoperire etc. Linia-punct groasă se trasează în afara piesei la o distanță mică de porțiunea utilă (fig. 1.12).

*Cu linie-două puncte (tipul H) se trasează :*

— conturul pieselor învecinate (fig. 1.13) ;
— pozițiile intermediare și extreme de mișcare ale pieselor mobile (fig. 1.14) ;
— liniile centrelor de greutate cînd acestea nu coincid cu liniile de axă.

---

* Cercul de vîrf al roților dințate este cercul exterior care conține vîrful dinților și reprezintă proiecția suprafeței de vîrf a dinților.

** Potrivit STAS 105-76, muchiile fictive reprezintă intersecțiile imaginare ale suprafețelor racordate prin rotunjiri.

*** Cercul de divizare este folosit ca bază pentru măsurarea parametrilor geometrici ai danturii în cazul reprezentării și executării unei roți dințate. El reprezintă proiecția suprafeței de divizare.

**** Este vorba de contururi, goluri sau detalii de formă care, nefiind conținute în planul de secționare, sînt aduse prin rabatare pe acest plan.

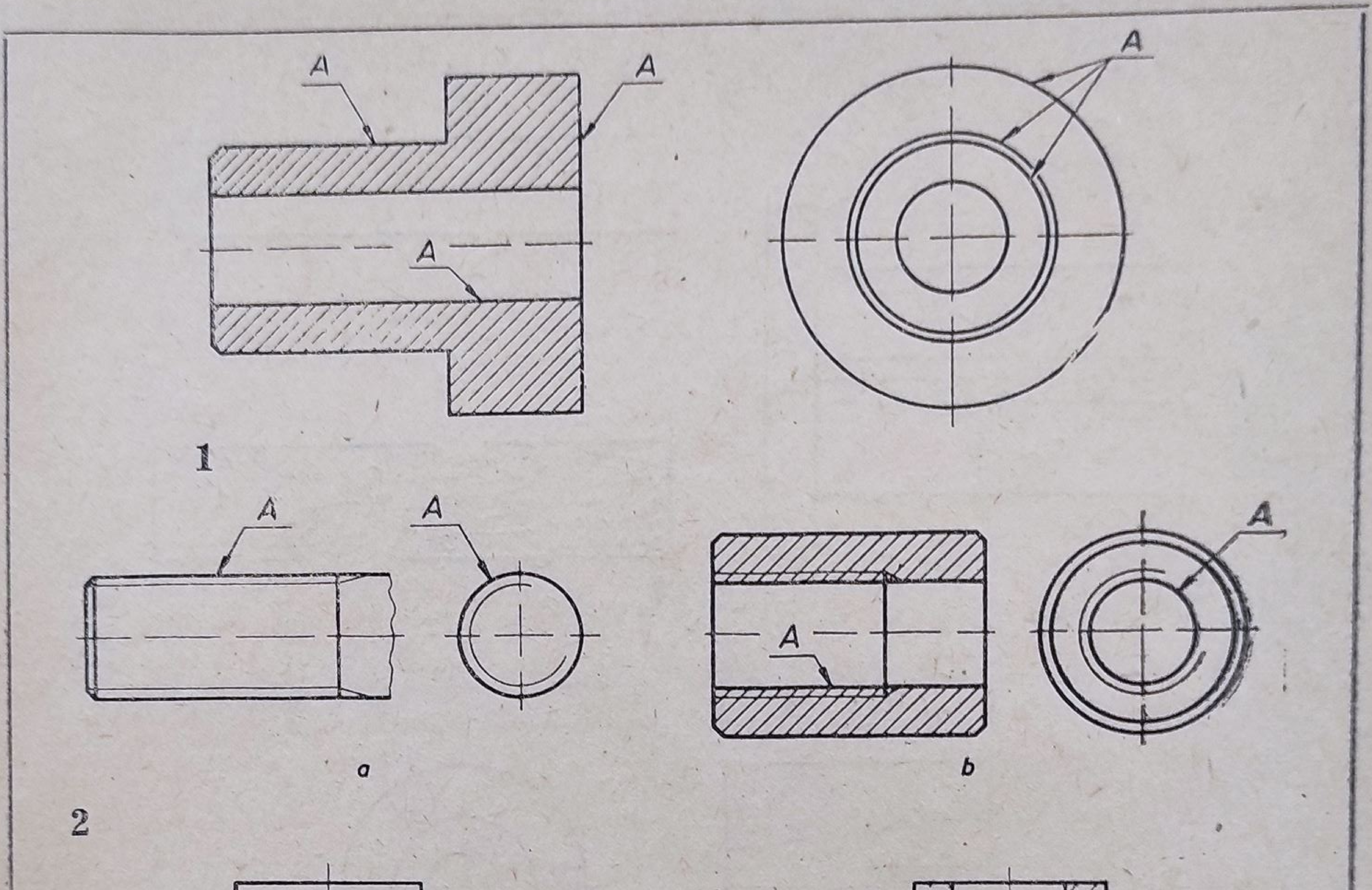
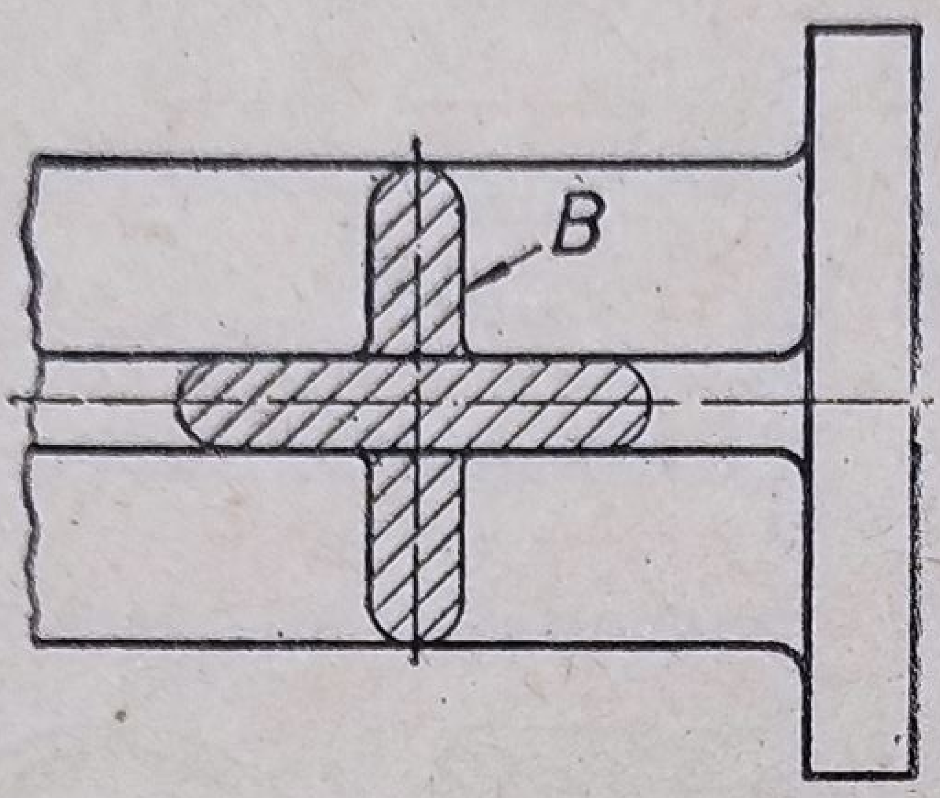
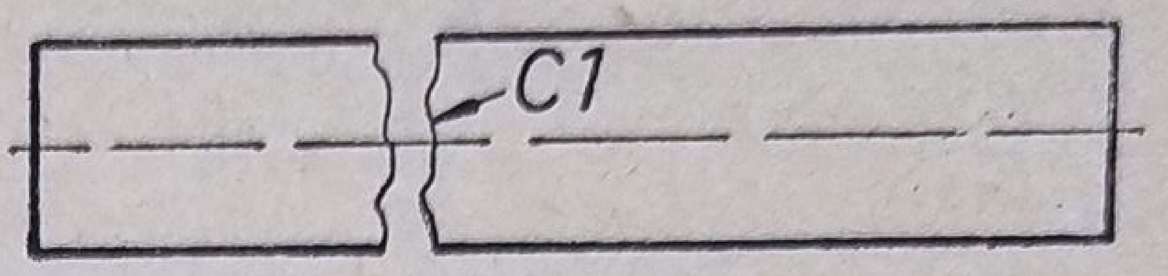


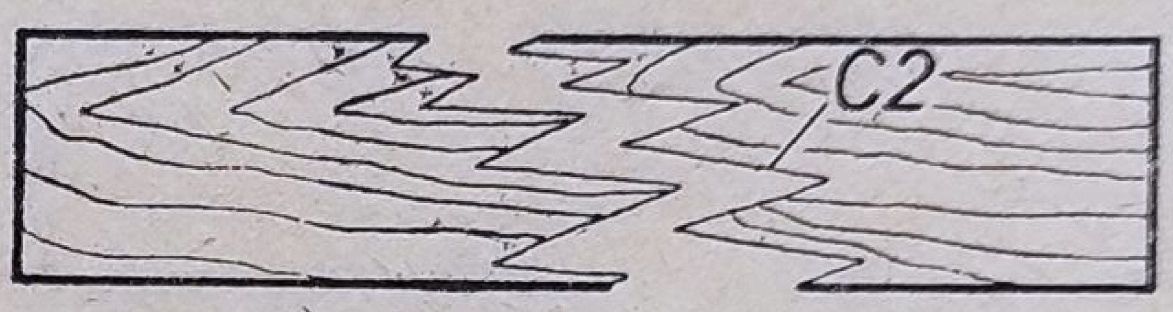

Fig. 1.1. Trasarea cu linie continuă groasă (tipul A) a conturului pieselor.
Fig. 1.2. Trasarea cu linie continuă groasă (tipul A) a liniilor de vîrf pentru filete vizibile: *a* — filet exterior; *b* — filet interior.
Fig. 1.3. Trasarea cu linie continuă subțire (tipul B) a muchiilor fictive: *a* — în vedere; *b* — în secțiune.
Fig. 1.4. Trasarea cu linie continuă subțire (tipul B) a liniilor de fund pentru filete vizibile: *a* — filet exterior; *b* — filet interior.



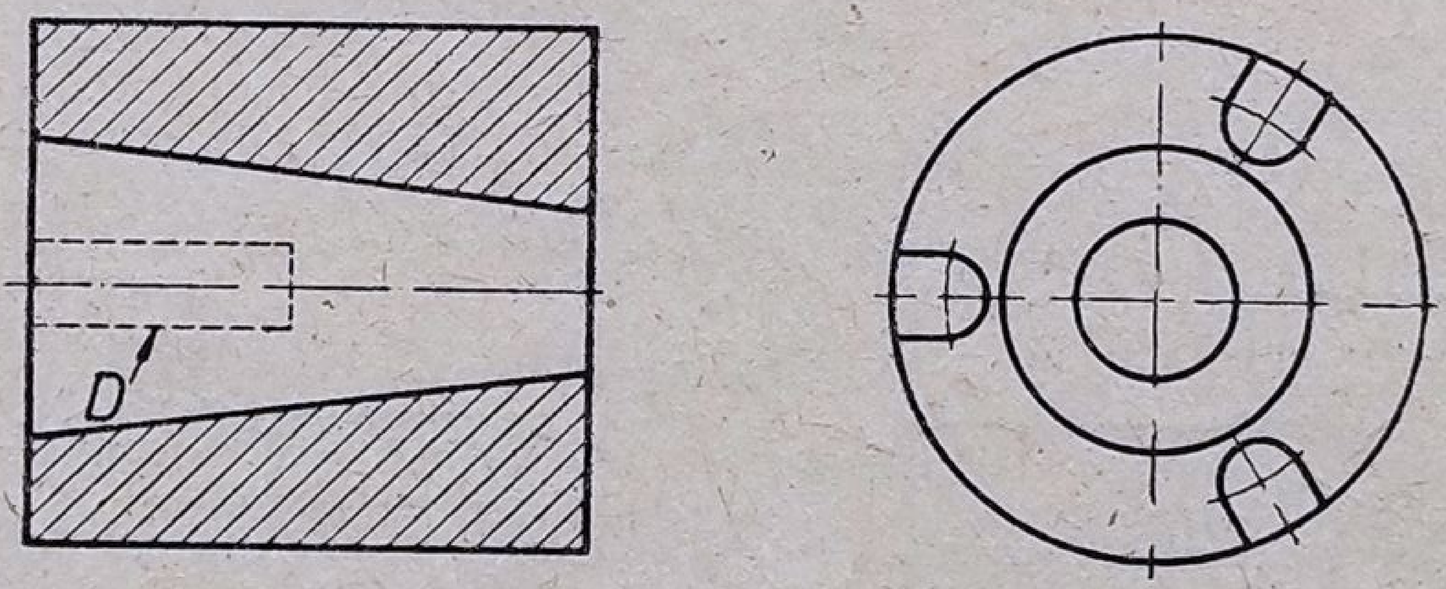

5



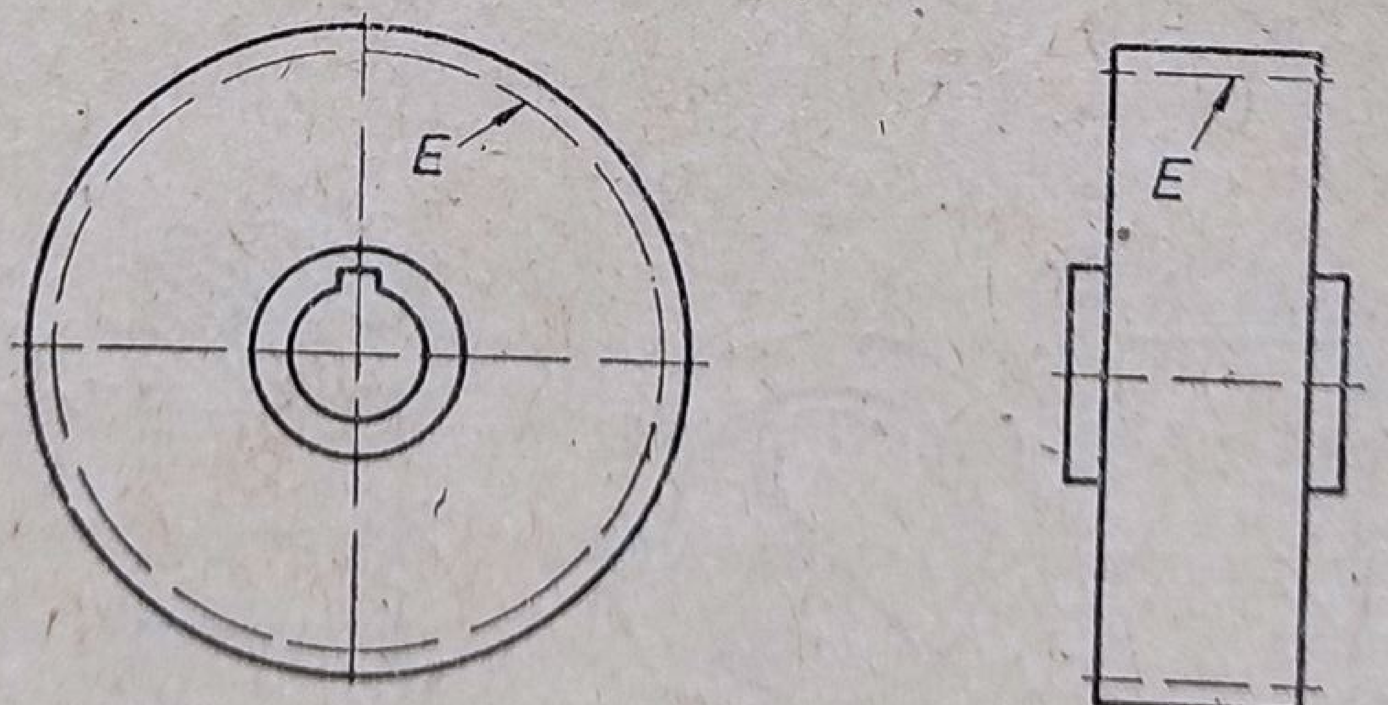

6




7

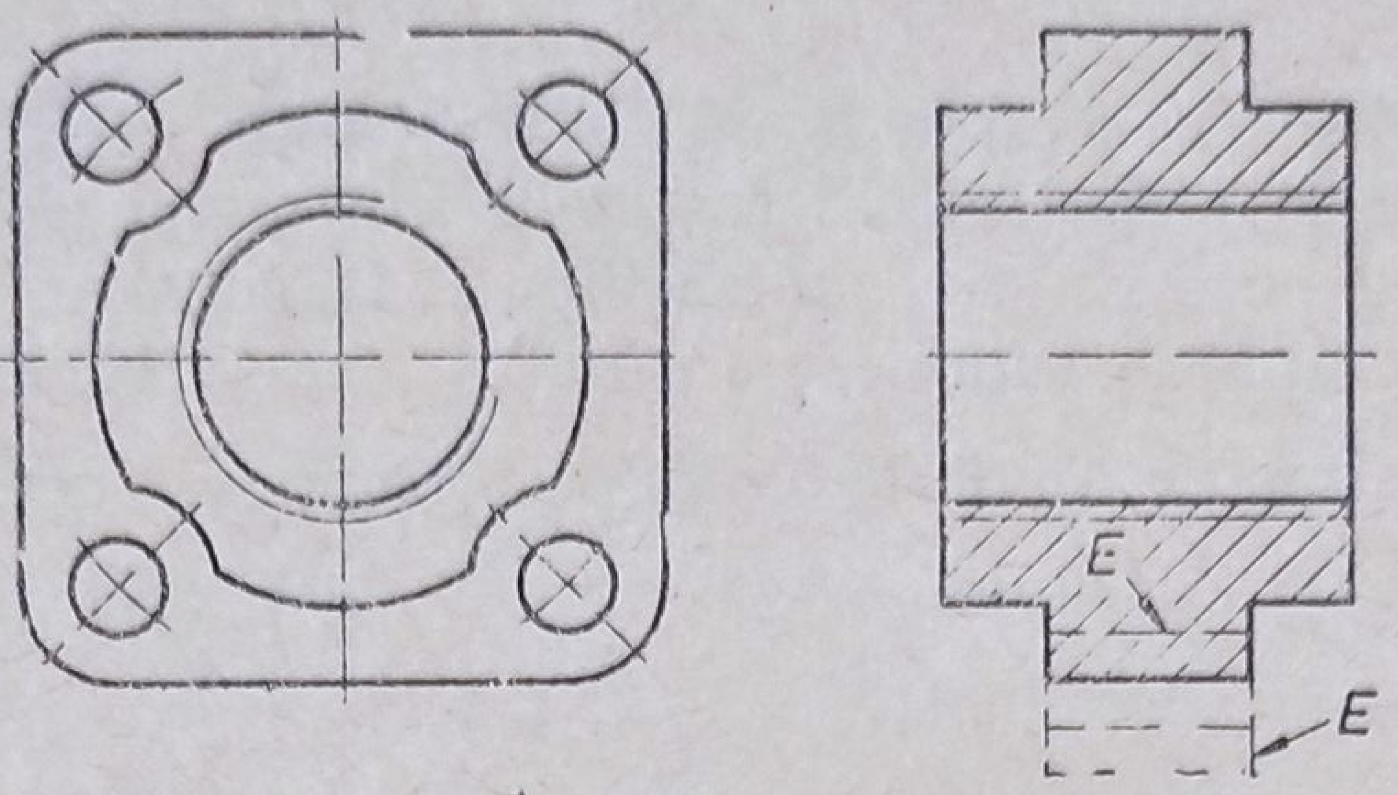



8

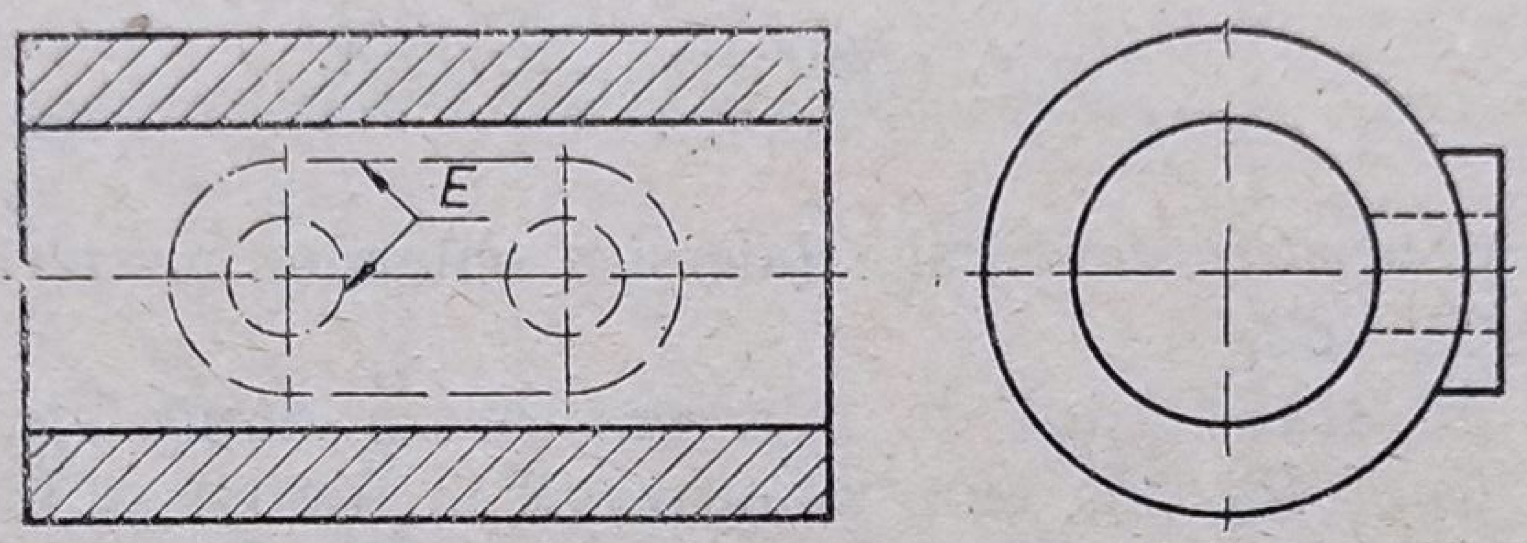



9

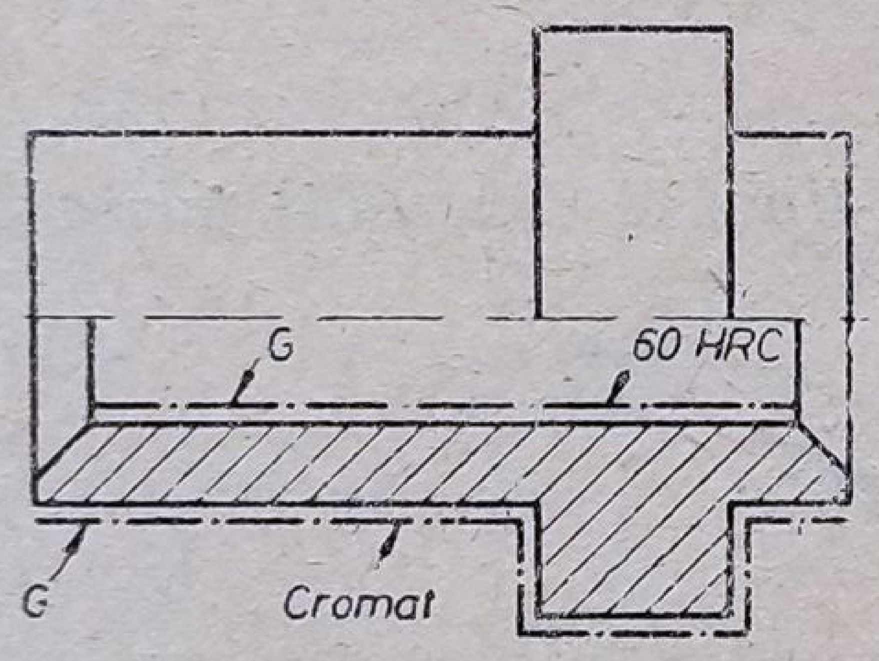
Fig. 1.5. Trasarea cu linie continuă subţire (tipul B) a secţiunilor suprapuse.
Fig. 1.6. Trasarea rupturilor cu linie continuă subţire ondulată (tipul $C_1$).
Fig. 1.7. Trasarea rupturilor cu linie subţire zigzag (tipul $C_2$).
Fig. 1.8. Trasarea cu linie întreruptă subţire (tipul D) a muchiilor şi contururilor acoperite.
Fig. 1.9. Trasarea cu linie-punct subţire (tipul E) a cercului şi a generatoarelor de divizare la roţi dinţate.



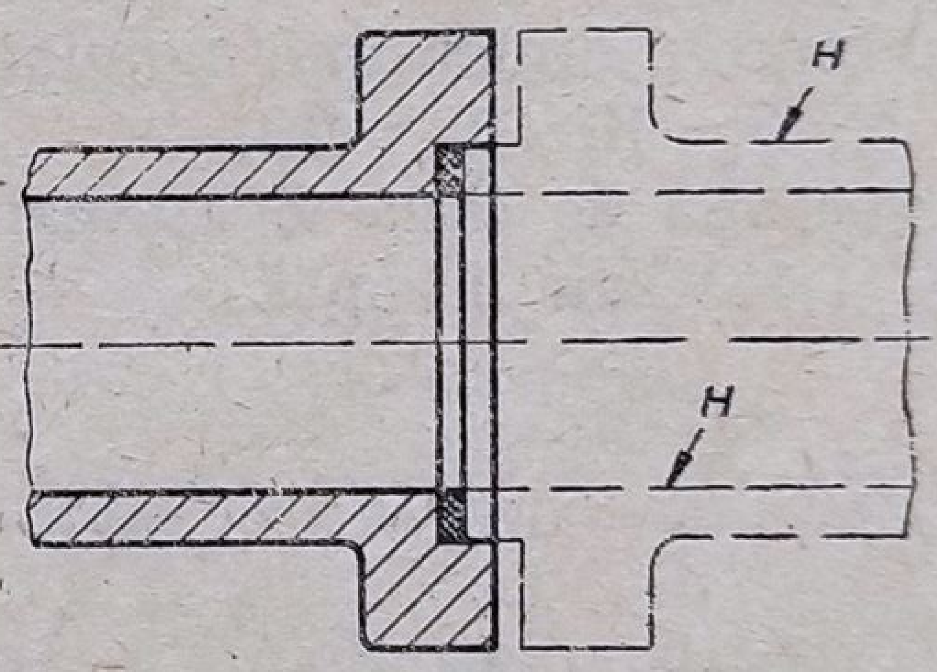

**10**



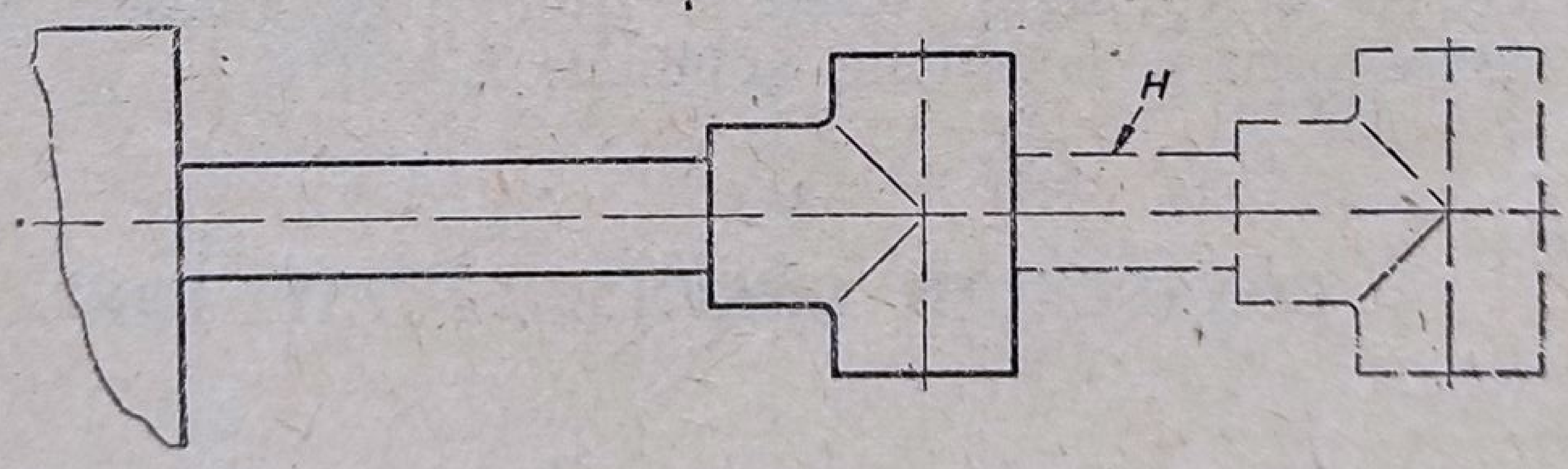

**11**




**12**




**13**




**14**

Fig. 1.10. Trasarea cu linie-punct subțire (tipul E) a contururilor găurilor rabătute în planul secțiunii.
Fig. 1.11. Trasarea cu linie-punct subțire (tipul E) a contururilor aflate în afara planului de secționare.
Fig. 1.12. Utilizarea liniei-punct groasă (tipul G) a zonelor din piese supuse unor tratamente termice sau acoperiri metalice.
Fig. 1.13. Trasarea cu linie-două puncte subțiri (tipul H) a conturului unei piese învecinate.
Fig. 1.14. Utilizarea liniei-două puncte subțiri (tipul H) la trasarea pozițiilor extreme de mișcare a pieselor mobile.

## 1.1.2. APLICAȚII

1) Pe un format *A4* se vor trasa în creion aplicațiile din figura 1.15, *a*, *b*, privind trasarea liniilor uzuale și respectarea grosimilor corespunzătoare. Cotele înscrise vor servi numai la plasarea pe format a aplicațiilor și la construirea lor. Din acest punct de vedere, înscrierea lor pe desenele din formatul respectiv nu mai este necesară.

2) Să se copieze în tuș pe hîrtie de calc (pe format *A4*) aceleași desene care au format tema nr. 1.

# 1.2. SCRIEREA ÎN DESENUL TEHNIC

## 1.2.1. GENERALITĂȚI

Scrierea textelor pentru indicații speciale și a valorilor numerice se realizează potrivit prescripțiilor STAS 186-74.

În conformitate cu standardul de mai sus există două feluri de scriere: *îngustă (tipul A) și normală (tipul B)*, așa cum se observă în figurile 1.16, 1.17 și 1.18.

*Scrierea normală (tipul B)* este la rîndul ei de două feluri: una cu litere înclinate la 75° spre dreapta față de linia de bază a rîndului (fig. 1.17) și alta cu caractere drepte perpendiculare pe linia de bază a rîndului (fig. 1.18). Scrierea tehnică este caracterizată prin înălțimea *h* a literelor mari, exprimată în milimetri. Prin STAS 186 se stabilesc următoarele dimensiuni nominale:
2,5; 3,5; 5; 7; 10; 14; 20.

Ca și scrierea de tipul B normală, *scrierea de tipul A (îngustă)* poate fi înclinată a 75° (fig. 1.16) sau dreaptă.

## 1.2.2. APLICAȚII

1) Pe un format *A4* se va executa scrierea de tipul B a alfabetului de la A la Z pentru litere mari și mici împreună cu cifrele pentru înălțimile nominale $h=10$ și $h=7$.

2) Pe un format *A3* se vor scrie literele de tipul B ale alfabetului de la A la Z și cifrele corespunzătoare pentru înălțimile nominale $h=20$ și $h=14$.

# 1.3. CONSTRUCȚII GRAFICE AJUTĂTOARE

## 1.3.1. PROBLEME PROPUSE ȘI REZOLVATE

**Împărțirea cercului prin construcții grafice exacte:**

1) Se dă cercul din figura 1.19 și se cere să se împartă acest cerc în trei părți egale și să se construiască triunghiul echilateral înscris în acest cerc.

*Rezolvare:* Din extremitatea *D* a diametrului vertical *CD* se trasează un arc de cerc cu raza egală cu raza cercului. Acest arc intersectează cercul în punctele *2* și *3*. Lungimea arcului *2 — 3* reprezintă deci a 3-a parte din lungimea cercului dat. Se unesc punctele *C (1)*, *2* și *3* și se obține conturul triunghiului. Cu ajutorul acestei figuri se poate demonstra relația dintre latura triunghiului echilateral și raza cercului: $l_3=R\sqrt{3}$.

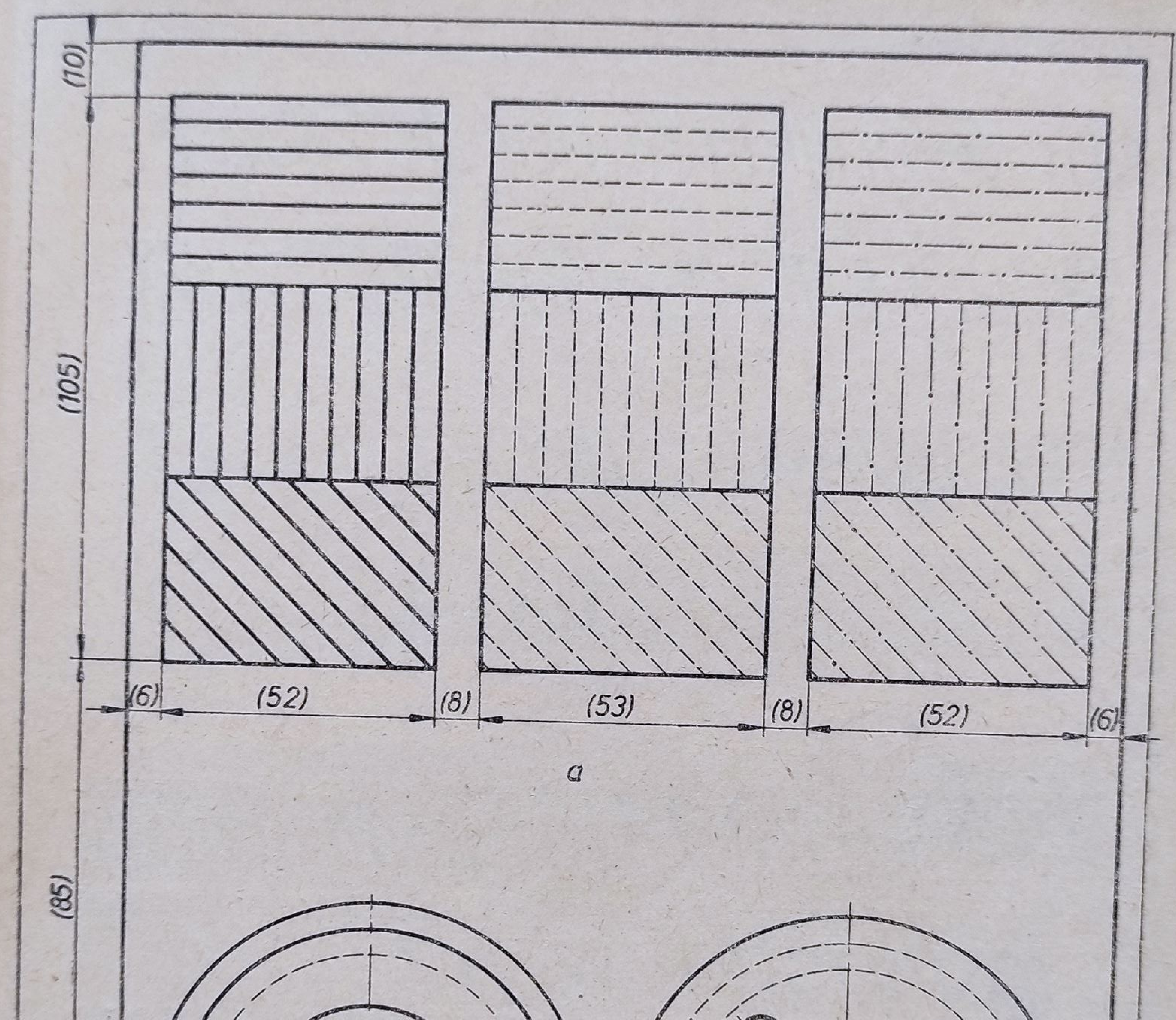
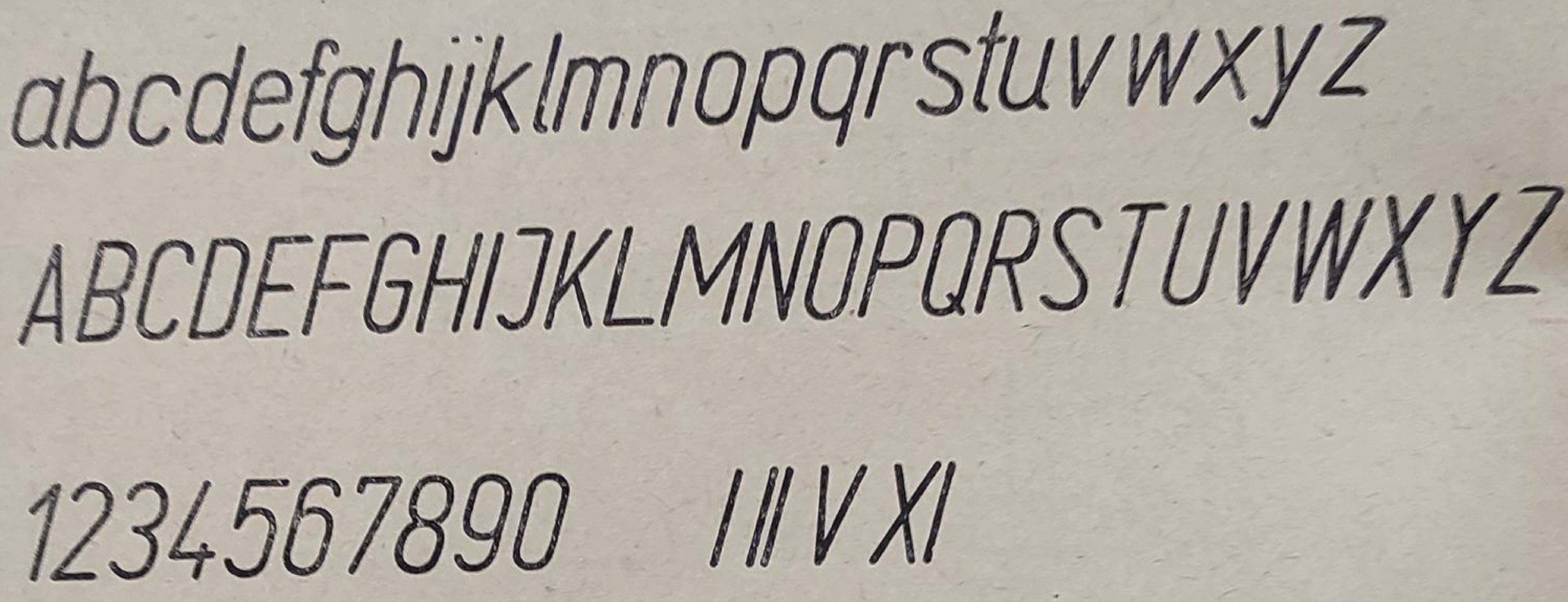
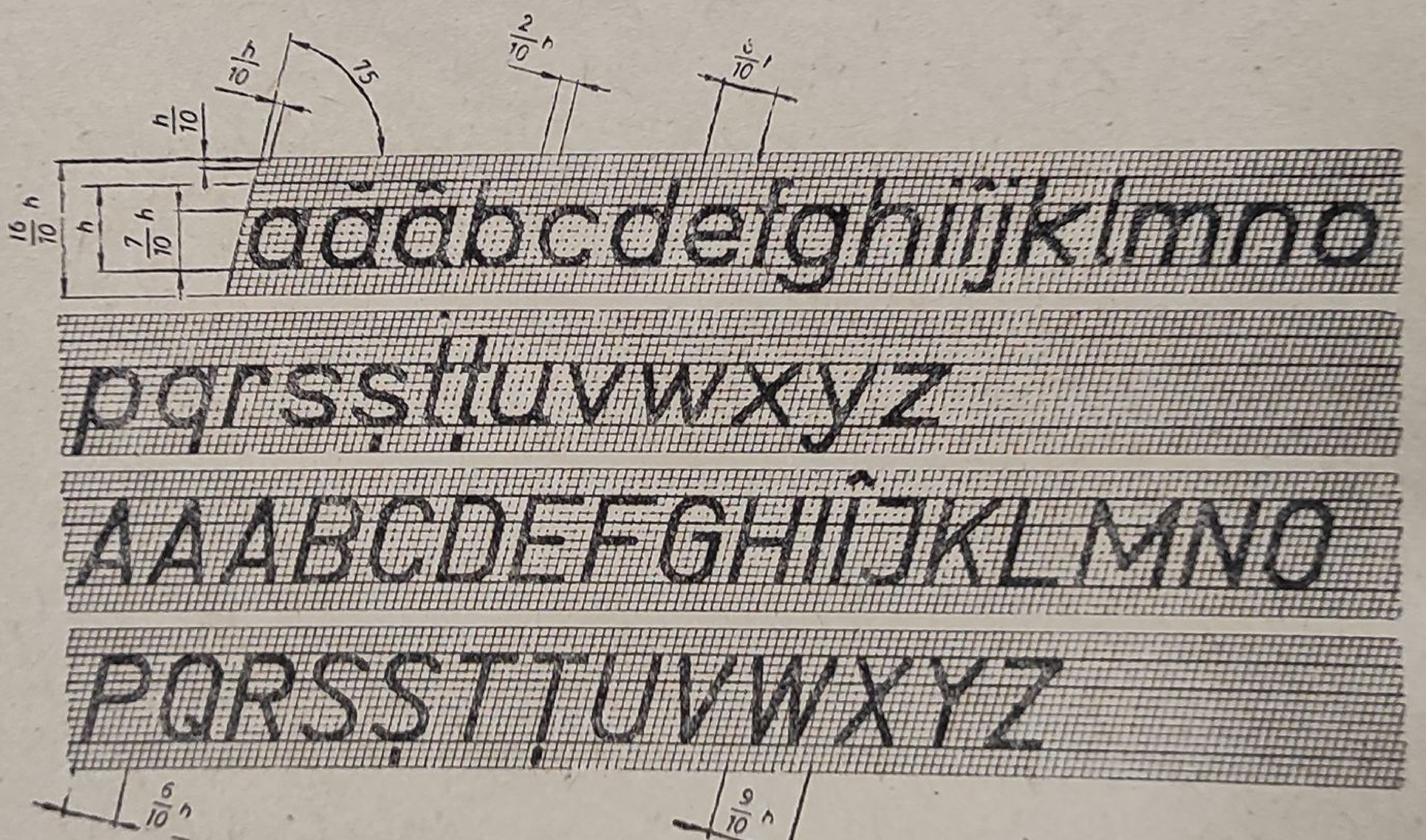

(10)
(105)
(85)
(6)
(52)
(8)
(53)
(8)
(52)
(6)
a
(Φ 20)
(Φ 40)
(5)(5)(5)
(Φ 70)
(Φ 80)
Φ10
(Φ 45)
(Φ 30)
(Φ 20)
(Φ 60)
(Φ 70)
(Φ 80)
b

Fig. 1.15.

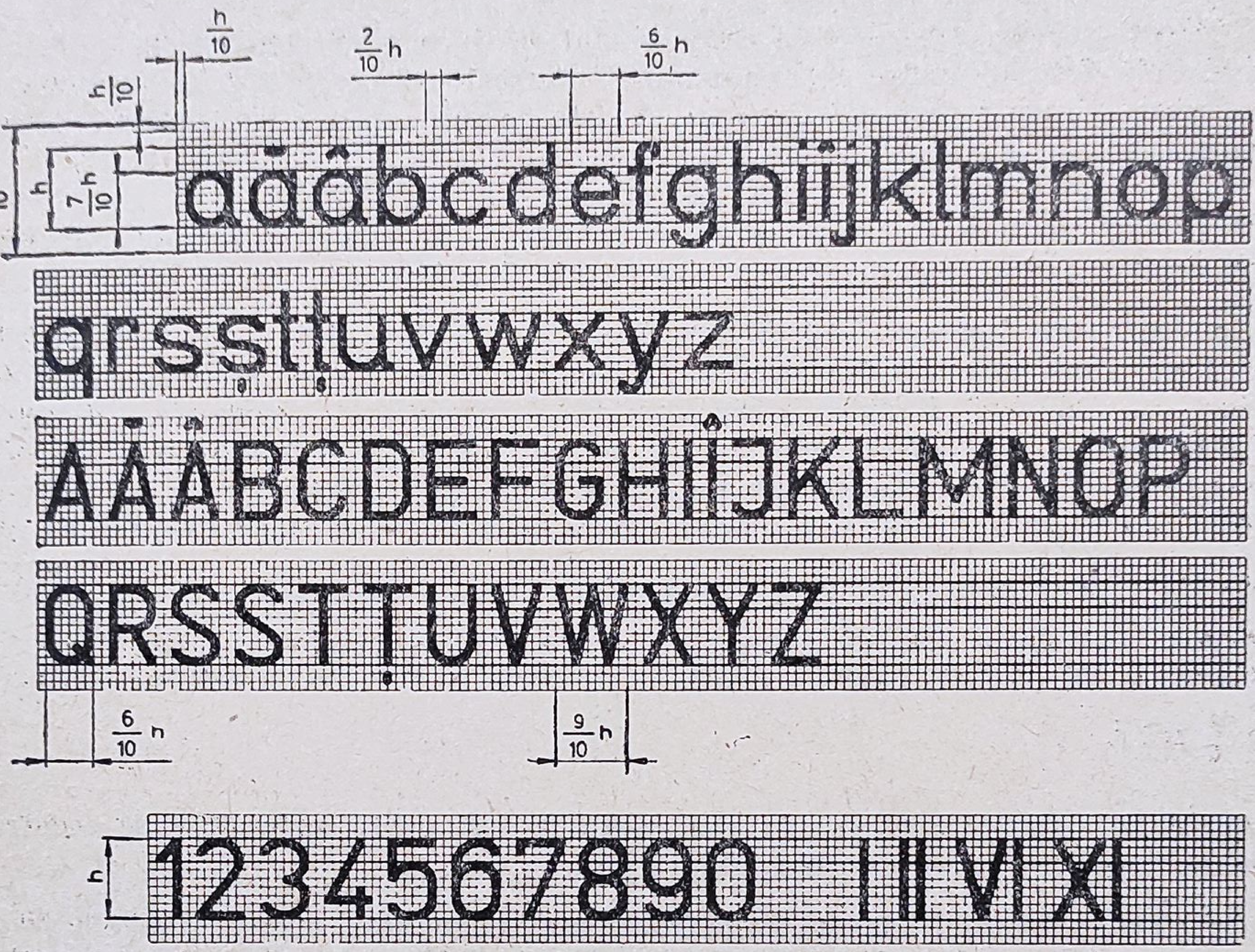



16

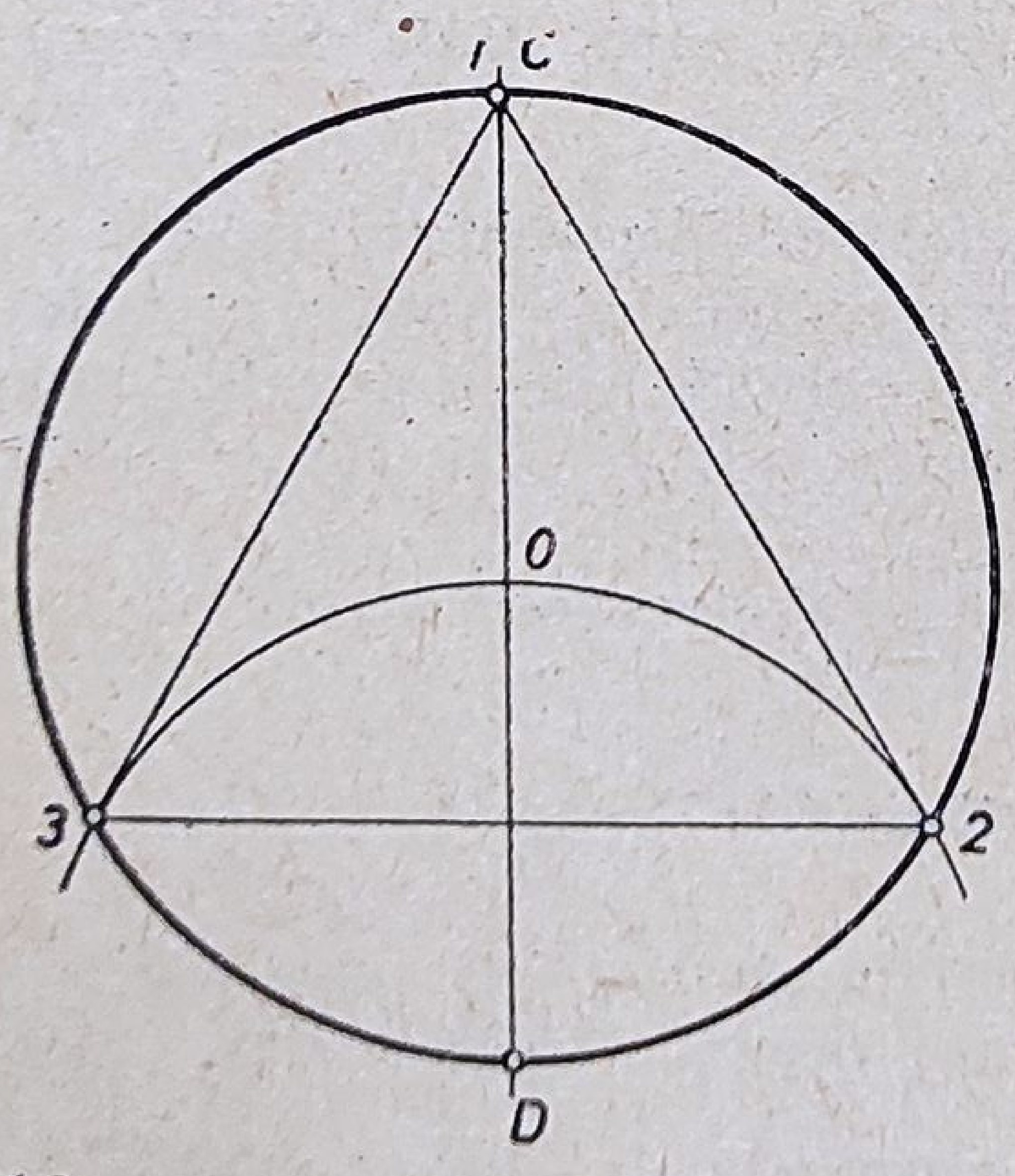



17

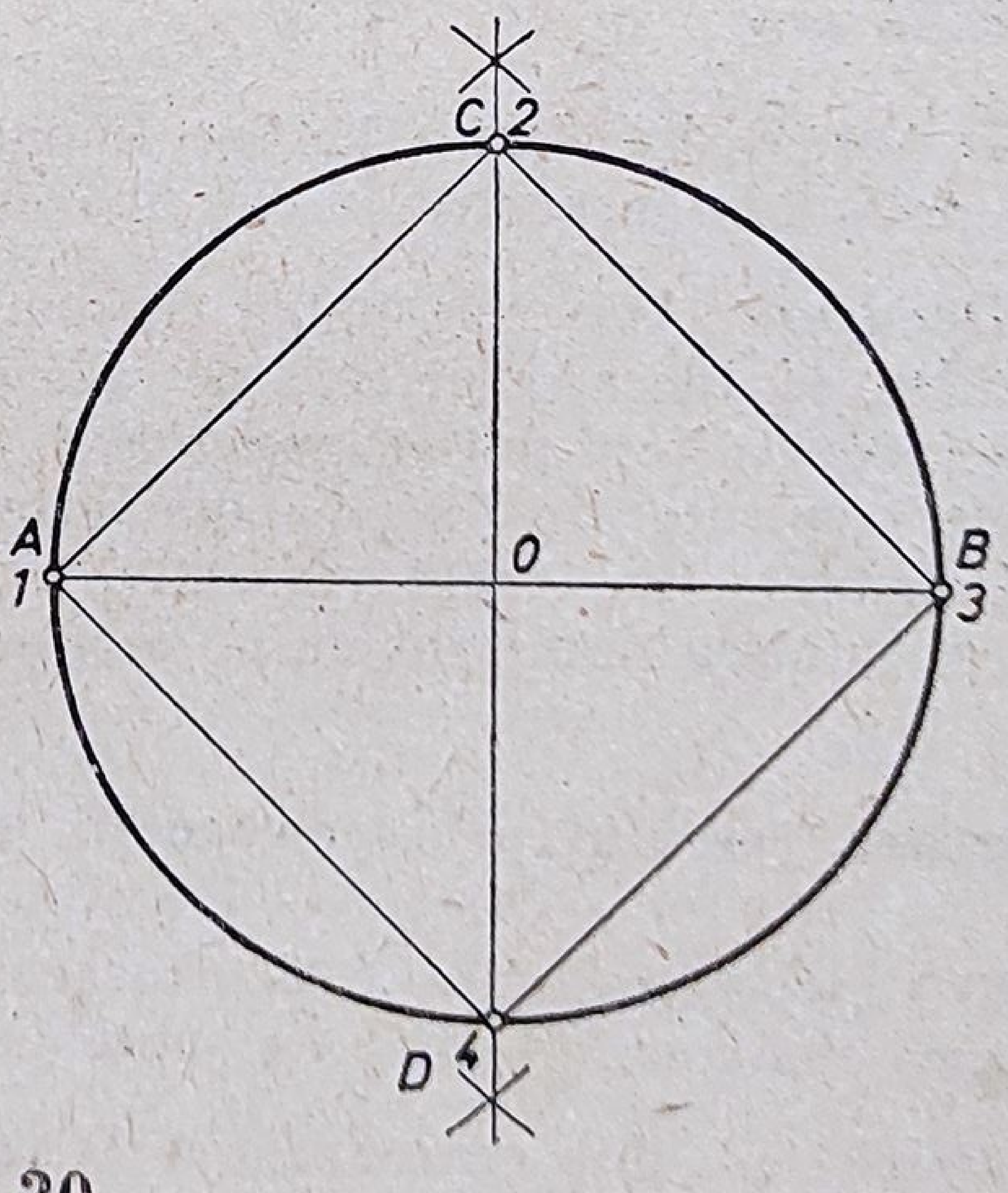
Fig. 1.16. Scriere de tipul A (îngustă) cu caractere înclinate la 75°.
Fig. 1.17. Scriere de tipul B (normală) cu caractere înclinate la 75°.




18




19




20

Fig. 1.18. Scriere de tipul B (normală) cu caractere drepte.
Fig. 1.19. Împărțirea cercului în trei părți egale și construcția triunghiului echilateral înscris în cerc.
Fig. 1.20. Împărțirea cercului în patru părți egale și construcția pătratului înscris în cerc.

**2)** Se dă cercul din figura 1.20 și se cere să se împartă cercul dat în patru părți egale și să se construiască pătratul înscris în cerc.

*Rezolvare:* Prin centrul $O$ al cercului dat se duce o perpendiculară pe diametrul dat $AB$. Cele două diametre perpendiculare intersectează cercul dat în punctele *1*, *2*, *3* și *4*, situate la egală distanță pe cerc. Aceste puncte unite dau conturul pătratului înscris în cerc $(l_4 = R\sqrt{2})$.

**3)** Cercul din figura 1.21 urmează să se împartă în cinci părți egale. Se cere să se construiască cele cinci puncte pe cerc și conturul figurii plane înscrisă în cerc.

*Rezolvare:* Se duc mai întîi diametrele perpendiculare $AB$ și $CD$. Se împarte raza $OB$ în două părți egale, iar din punctul $E$ situat la mijlocul razei se duce un arc de rază $EC$, care intersectează diametrul orizontal $AB$ în punctul $F$. Segmentul $CF$ reprezintă lungimea coardei care subîntinde un arc de cerc de lungime egală cu a cincea parte din lungimea cercului. Așezîndu-se pe cercul dat coarda egală cu $CF$, începînd din punctul $C$, se obțin punctele *1*, *2*, *3*, *4* și *5*, așezate la distanță egală. Prin unirea punctelor se obține pentagonul înscris în cerc, conform relației cunoscute: $l_5 = \frac{1}{2} R\sqrt{10-2\sqrt{5}}$. Se observă în figura 1.21 că segmentul $OF$ reprezintă lungimea coardei care subîntinde un arc de cerc de lungime egală cu a zecea parte din lungimea cercului dat $\left(l_{10} = \frac{1}{2} R(\sqrt{5}-1)\right)$.

**4)** Să se împartă un cerc de rază dată în opt părți egale și să se construiască poligonul regulat înscris în cerc (fig. 1.22).

*Rezolvare:* După trasarea diametrelor perpendiculare, arcele obținute prin trasarea diametrelor se împart fiecare în cîte două părți egale, obținîndu-se astfel opt puncte la distanțe egale pe cercul dat. Unindu-se aceste puncte se obține poligonul înscris în cerc.

**5)** Cercul din figura 1.23 se împarte în douăsprezece părți egale. Să se construiască poligonul respectiv înscris în cercul dat.

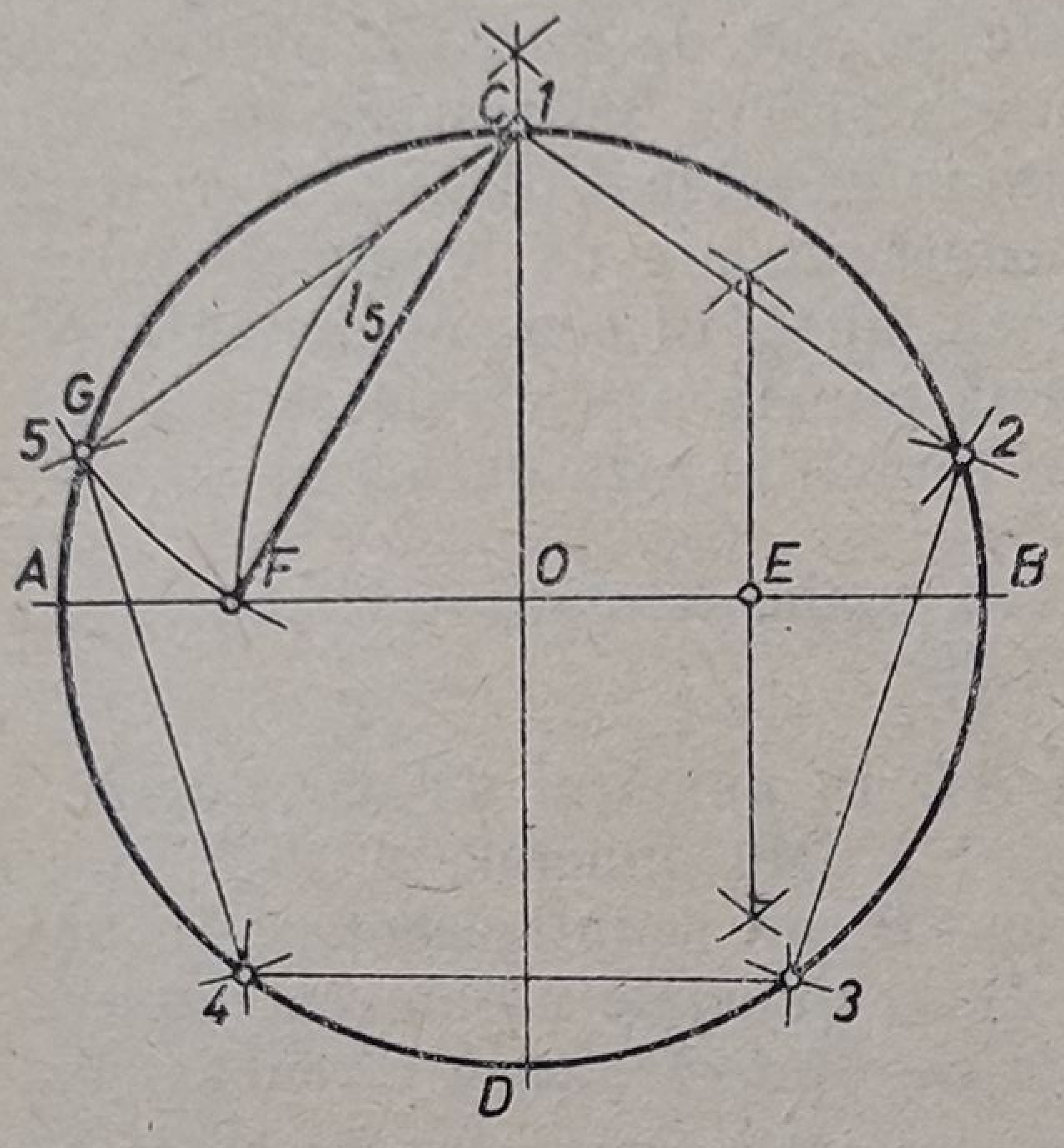
*Rezolvare:* Din cele patru extremități ale diametrelor perpendiculare $AB$ și $CD$ ca centre, se duc arce de cerc de rază egală cu raza cercului dat. Aceste arce de cerc intersectează cercul dat în punctele *2*, *3*, *5*, *6*, *8*, *9*, *11* și *12*. Aceste puncte împreună cu cele rezultate din ducerea diametrelor perpendiculare (*1*, *4*, *7* și *10*) se găsesc la egală distanță pe cercul respectiv.

Prin unirea punctelor de pe cerc se obține conturul dodecagonului înscris în cerc.

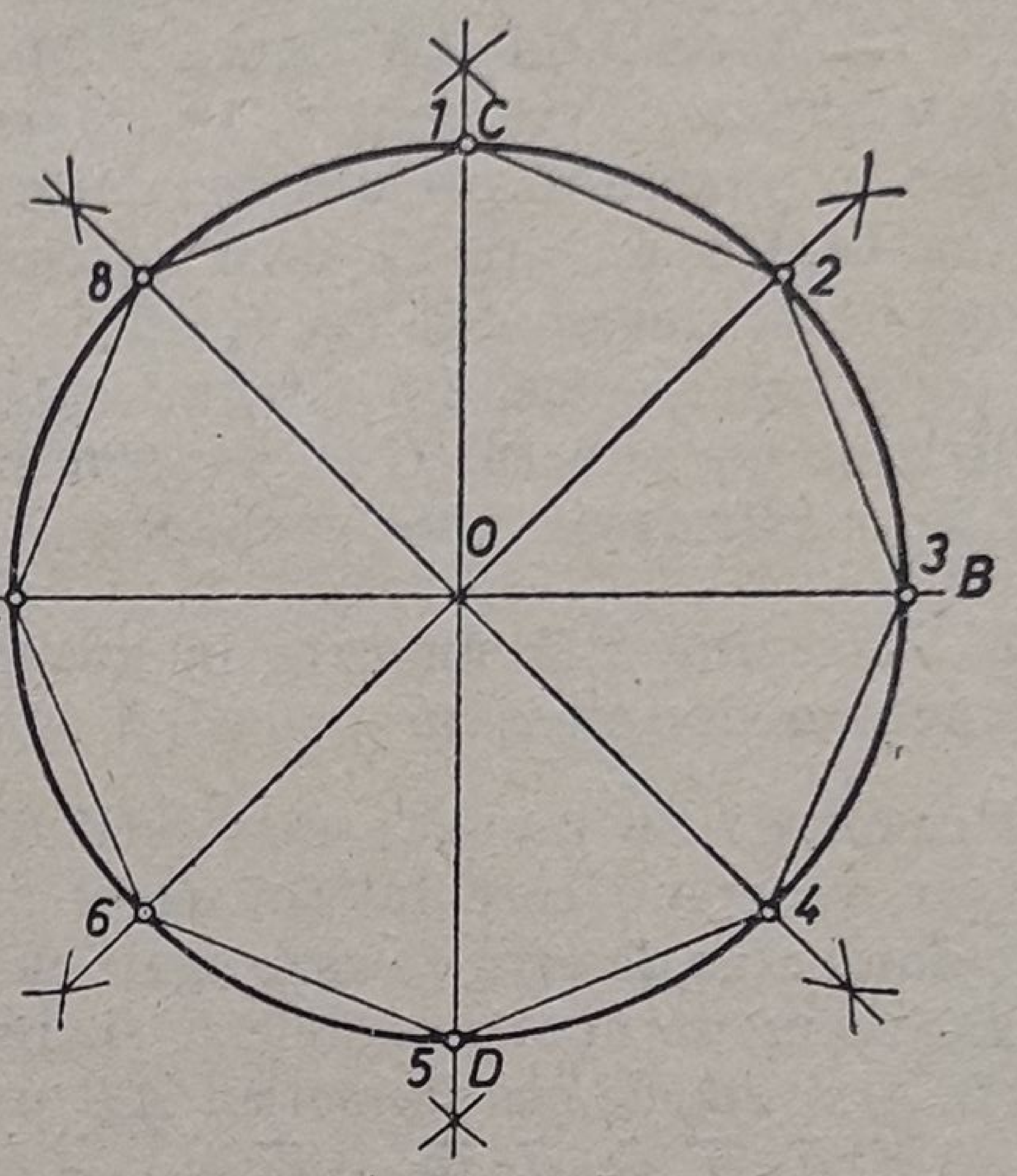
**Împărțirea cercului prin construcții grafice aproximative:**

**6)** Cercul din figura 1.24 urmează să se împartă în șapte părți egale. Să se construiască poligonul regulat cu șapte laturi (heptagon) înscris în cercul dat.

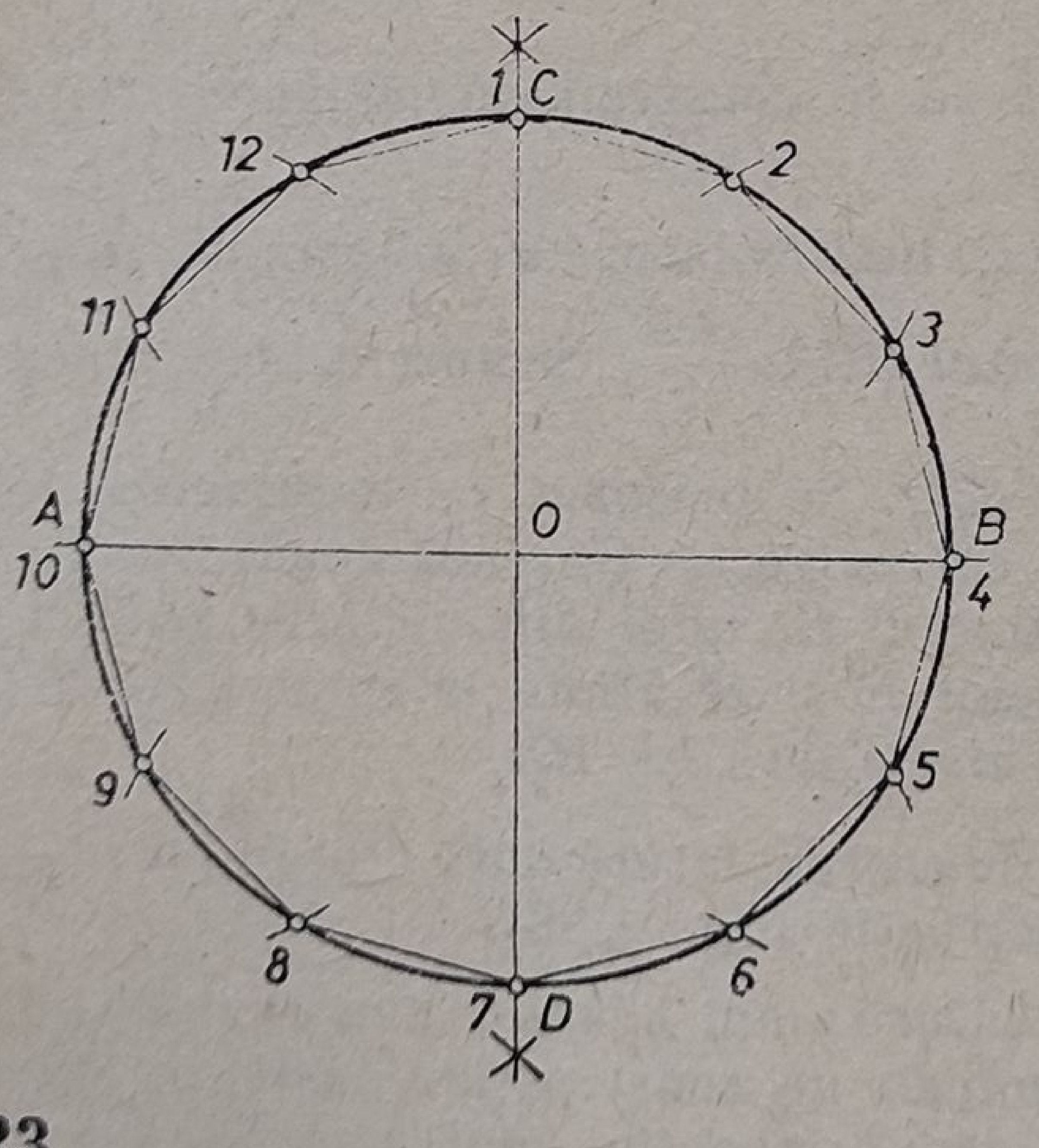
*Rezolvare:* Din extremitatea $D$ a diametrului perpendicular $CD$ ca centru se trasează un arc de cerc de rază egală cu raza arcului din figura 1.24. Acest arc intersectează cercul în punctele $E$ și $F$. Segmentul de dreaptă $GE$ reprezintă coarda care subîntinde un arc de lungime aproximativ egală cu a șaptea parte din circumferință. Cu compasul, din punctul $C$ al diametrului $CD$ și cu deschidere cît coarda $GF$, se așază pe cercul dat de șapte ori această distanță, obținîndu-se punctele *1*, *2*, *3*, *4*, *5*, *6* și *7*. Unindu-se aceste puncte se obține heptagonul înscris în cercul dat.



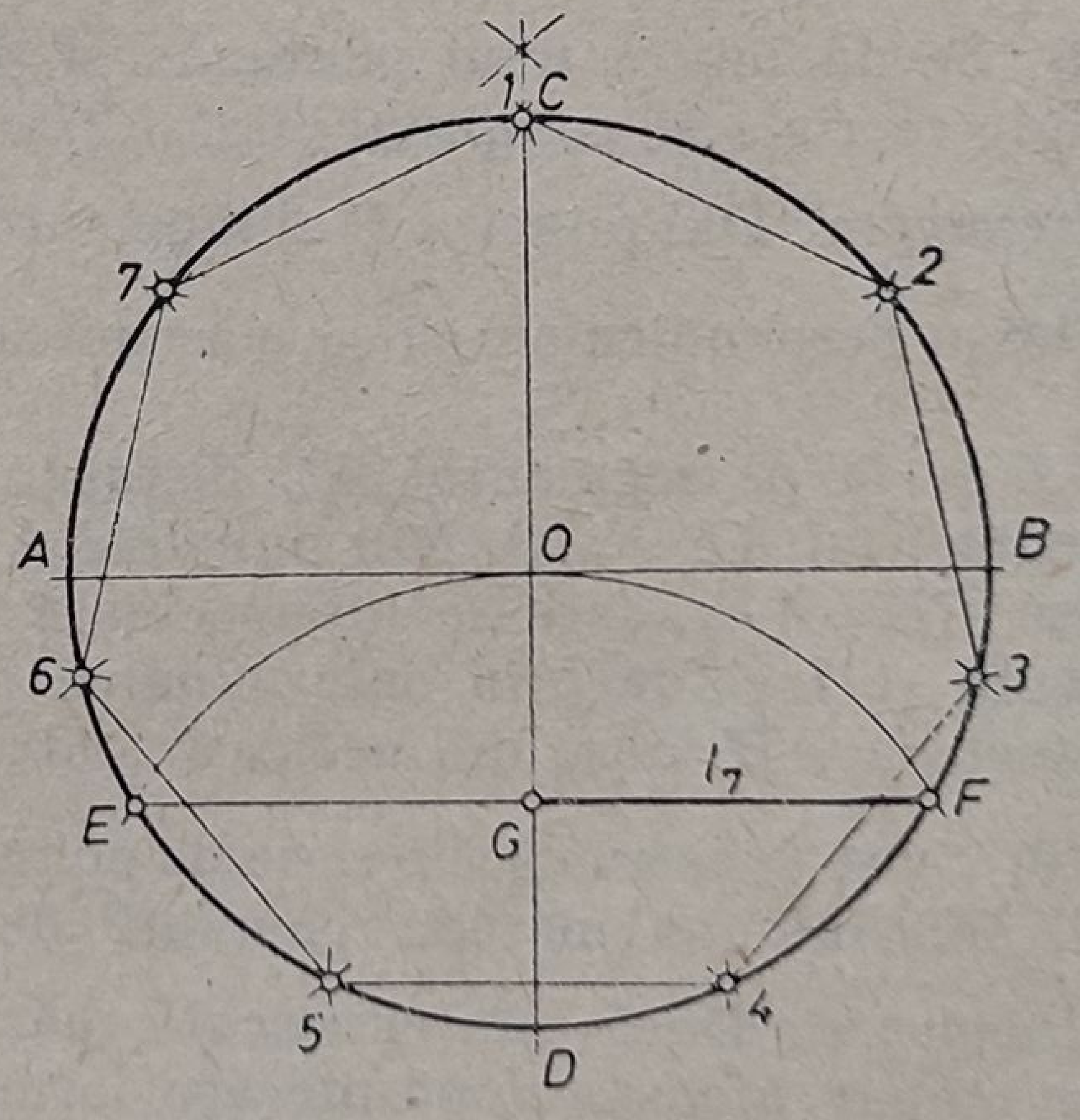

21




22




23




24

Fig. 1.21. Împărţirea cercului în cinci părţi egale.
Fig. 1.22. Împărţirea cercului în opt părţi egale.
Fig. 1.23. Împărţirea cercului în douăsprezece părţi egale.
Fig. 1.24. Împărţirea cercului în şapte părţi egale (construcţie aproximativă).

7) Să se împartă cercul din figura 1.25 în nouă părți egale și să se construiască poligonul regulat cu nouă laturi (nonagon), înscris în cercul respectiv.

*Rezolvare :* Ca și în figura 1.24, se trasează din punctul $D$ un arc de cerc de rază egală cu raza cercului din figura 1.24. Acest arc intersectează cercul în punctele $E$ și $F$. Din punctul $C$ ca centru, se trasează un arc de cerc de rază $CE$ pînă ce aceasta întîlnește în punctul $G$ prelungirea diametrului orizontal $AB$. Se trasează apoi din punctul $G$ ca centru un arc de cerc de rază $GC$ care intersectează diametrul orizontal $AB$ în punctul $H$. Segmentul de dreaptă $BH$ reprezintă un arc de lungime aproximativ egală cu a noua parte din circumferință. Se așază, apoi, în compas distanța $BH$ și începîndu-se cu punctul $C$ se determină cele nouă puncte așezate pe cerc la distanțe egale. Se construiește, apoi, nonagonul înscris în cercul de rază dată.

**8)** Să se împartă un cerc în unsprezece părți egale, folosindu-se construcția utilizată pentru divizarea în „$n$" părți egale (fig. 1.26).

*Rezolvare :* Se împarte mai întîi diametrul $AB$ în numărul de părți egale corespunzător diviziunii cercului (în cazul de față $n=11$). Din punctele $A$ și $B$ ca centre, se duc două arce de cerc de raze egale cu diametrul $AB$ care se intersectează în punctele $C$ și $D$. Se unesc apoi punctele $C$ și, respectiv, $D$ cu punctele notate cu numere pare $2$, $4$, $6$, $8$ și $10$, de pe diametrul $AB$ prin drepte care intersectează cercul în punctele $\overline{2}$, $\overline{3}$, $\overline{4}$, $\overline{5}$, $\overline{6}$, $\overline{7}$, $\overline{8}$, $\overline{9}$, $\overline{10}$ și $\overline{11}$ și care împart aproximativ cercul în unsprezece părți egale.

Se unesc, apoi, punctele de pe cercul dat și se obține poligonul cu unsprezece laturi înscris în cerc.

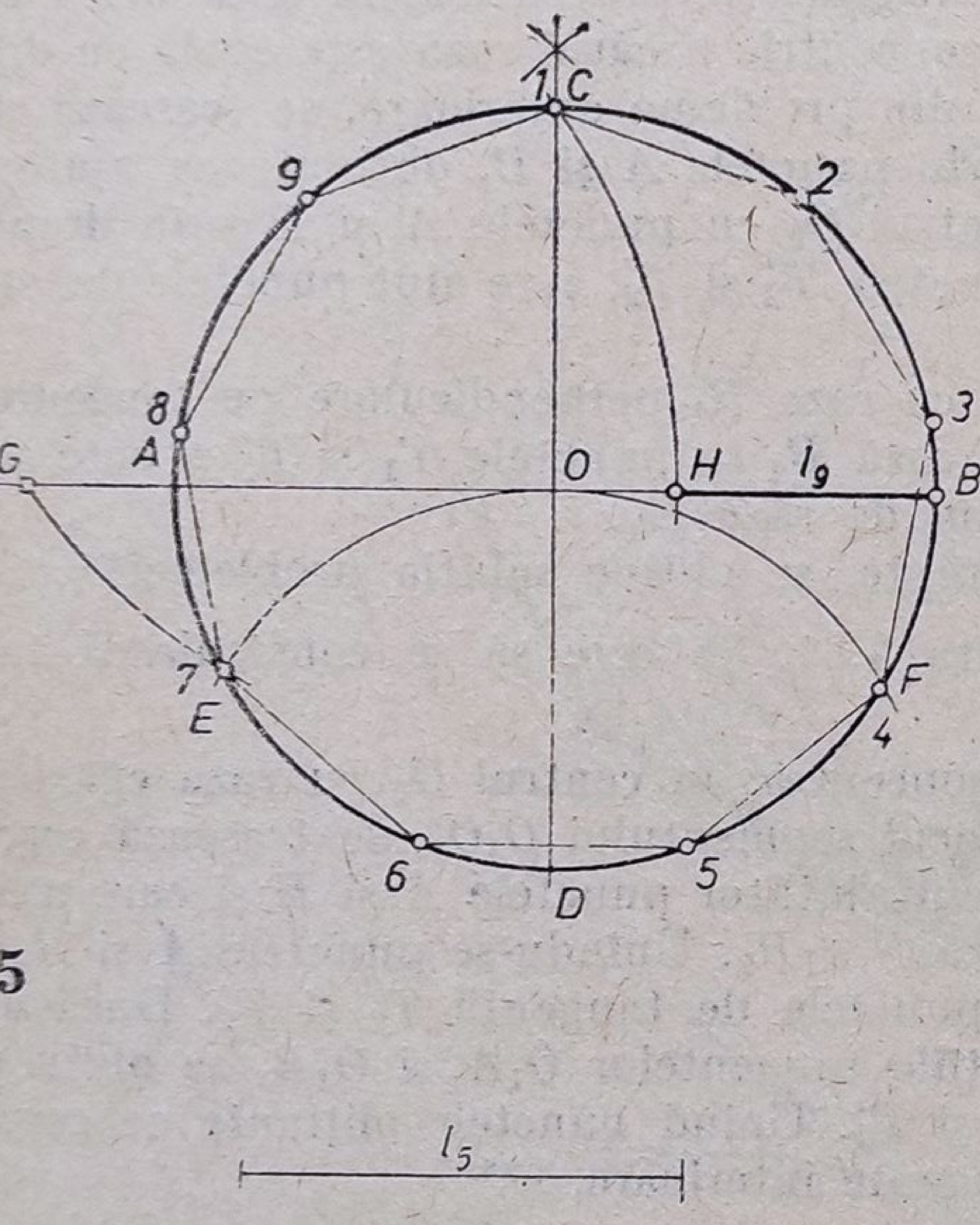
**Construcții de poligoane regulate :**

**9)** Se dă latura unui pentagon și se cere să se construiască poligonul respectiv, folosindu-se rigla și compasul (fig. 1.27).

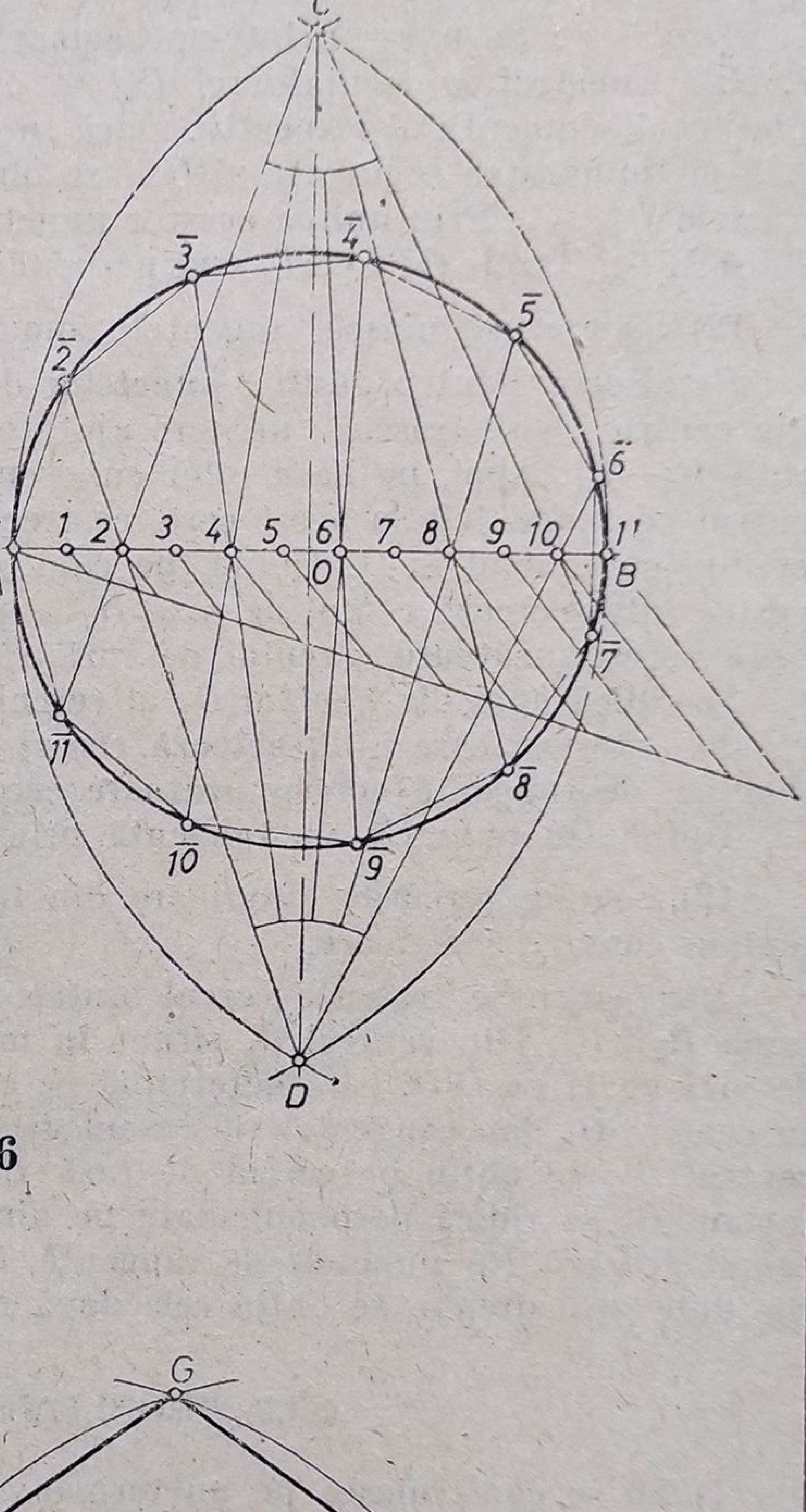
*Rezolvare :* Din punctul $B$ al segmentului $AB$, luat ca latură a poligonului respectiv, se ridică o perpendiculară și se măsoară segmentul $BC=\frac{AB}{2}$. Se unește, apoi, punctul $A$ cu $C$ și se ia pe segmentul $AC$ distanța $CB=CD$. Se măsoară pe prelungirea laturii $AB$ segmentul $AE=AD$. Din punctele $A$ și $B$ ca centre, se trasează două arce de cerc de rază $BE=AE_1$, care se intersectează în punctul $G$, unul din vîrfurile poligonului. Poligonul se închide prin determinarea punctelor $F$ și $H$ aflate la intersecția a două arce de rază $AB$, duse din aceleași centre, cu arcele de rază $BE$.

**10)** Să se construiască o serie de poligoane de aceeași latură dată, începînd cu hexagonul, folosindu-se metoda generală de construcție (fig. 1.28).

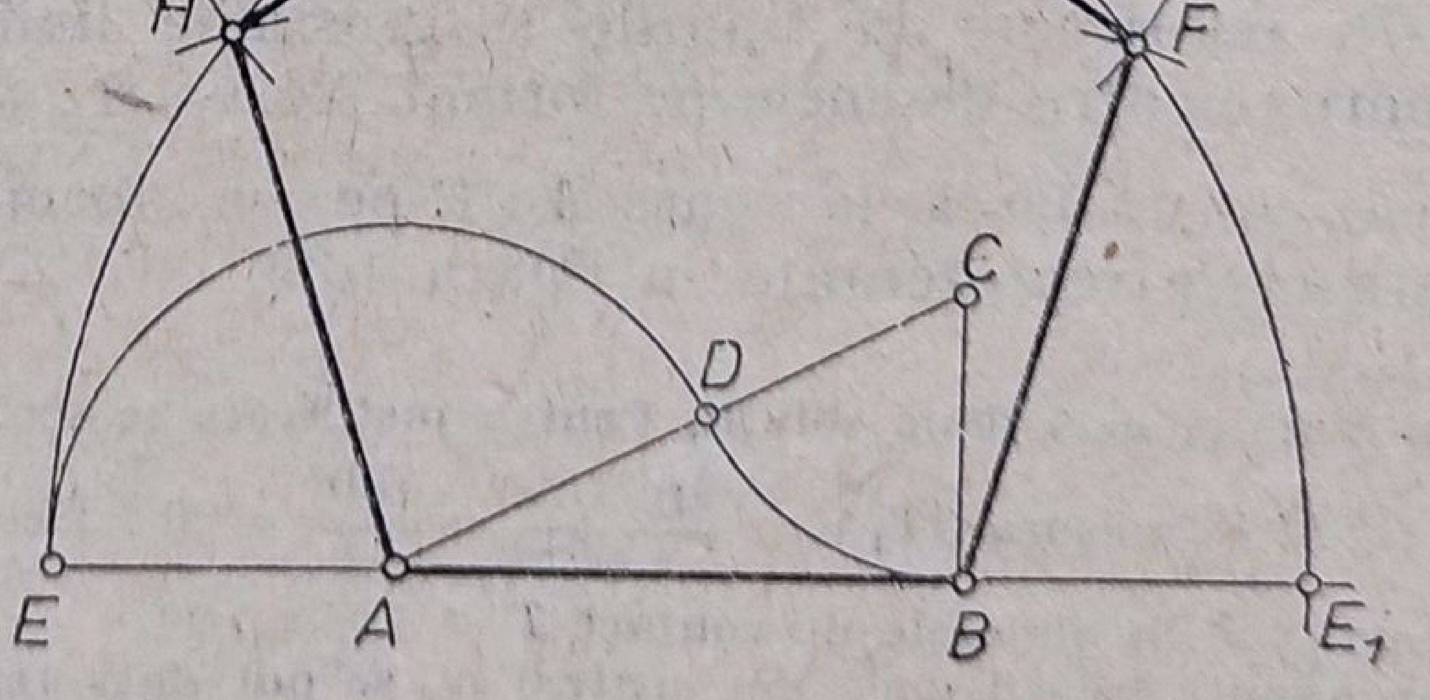
*Rezolvare :* Dacă este cunoscută mărimea laturii unui hexagon sau unui alt poligon cu un număr pînă la douăsprezece laturi, metoda de construcție constă în determinarea centrului cercului în care este înscris poligonul respectiv. Pentru aceasta din extremitățile $A$ și $B$ ale laturii date se trasează două arce de rază $AB$ care se intersectează în punctul $O$. Acest punct reprezintă centrul unui cerc care cuprinde un hexagon de latură $AB$. Cercul în care se poate înscrie hexagonul amintit intersectează în punctul $C$ perpendiculara dusă prin punctul $O$ la segmentul $AB$. Prin împărțirea segmentului $OC$ în șase părți egale se obțin punctele $7$, $8$, $9$, $10$, $11$ și $12$. Aceste puncte reprezintă centrele cercurilor care trec prin punctele $A$ și $B$ ale laturii date, cercuri în care pot fi înscrise poligoanele regulate cu șapte, opt, nouă, zece, unsprezece și douăsprezece laturi de lungime dată.




25




26




27

Fig. 1.25. Împărțirea cercului în nouă părți egale (împărțire aproximativă).
Fig. 1.26. Împărțirea cercului în unsprezece părți egale (metodă generală).
Fig. 1.27. Construcția unui pentagon de latură dată.

**Construcția tangentelor la cercuri :**

11) Să se construiască tangentele la un cerc dat printr-un punct exterior dat (fig. 1.29).

*Rezolvare :* Se unesc printr-un segment de dreaptă centrul $O$ cu punctul exterior $M$. Prin construirea mediatoarei $PQ$ se obține pe segmentul $OM$ punctul $O_1$, situat la mijlocul segmentului respectiv. Dacă se trasează un cerc cu centrul în $O_1$ și cu raza egală cu jumătatea segmentului $OM$ se obțin la intersecția acestui cerc cu cercul dat punctele $T$ și $T_1$. Prin unirea acestor puncte cu punctul exterior $M$ se obțin tangentele $MT$ și $MT_1$. Razele $OT$ și $OT_1$ sînt perpendiculare pe tangente în punctele de contact*.

12) Să se construiască tangentele comune exterioare la două cercuri date (fig. 1.30).

*Rezolvare :* Pentru găsirea punctelor de tangență se procedează în felul următor : Prin centrul $O_2$ se trasează un cerc ajutător concentric a cărui rază este egală cu diferența $R_2-R_1$. Apoi, pe baza celor cunoscute din problema anterioară, se trasează din centrul $O_1$ tangentele la acest cerc, ce trec prin punctele $A$ și $B$, obținute cu ajutorul cercului cu centrul în $O$. Unind, pe rînd, centrul $O_2$ cu punctele $A$ și $B$ prin drepte, acestea intersectează cercul de rază $R_2$ în punctele $T_2$ și $T'_2$, care sînt punctele de antgență corespunzătoare cercului de rază $R_2$.

Se ridică apoi din centrul $O_1$ al cercului cu raza $R_1$ perpendiculare pe tangentele trasate anterior, care intersectează cercul de rază $R_1$ în punctele $T_1$ și $T'_1$ și care sînt punctele de tangență corespunzătoare cercului de rază $R_1$.

Unindu-se punctele de tangență prin drepte, se obține soluția problemei**.

13) Se dau cercurile exterioare din figura 1.31. Se cere să se construiască tangentele comune interioare.

*Rezolvare :* Se trasează cercul ajutător concentric în centrul $O_2$ cu raza egală cu suma $R_2+R_1$. Din centrul $O$, situat în mijlocul segmentului $O_1O_2$, se trasează cercul de rază egală cu $O_1O$, care determină pe cercul ajutător punctele $A$ și $B$ și care unite cu centrul $O_1$ dau tangentele la cercul de rază $R_1+R_2$. Unindu-se punctele $A$ și $B$ cu centrul $O_2$, se obțin pe cercul de rază $R_2$ punctele de tangentă $T_2$ și $T'_2$. Dacă din centrul $O_1$ se ridică perpendiculare pe direcțiile tangentelor $O_1A$ și $O_1B$, se obțin pe cercul de rază $R_1$ punctele de tangentă $T_1$ și $T'_1$. Unind punctele obținute pe cercurile date prin drepte, se obțin cele două tangente interioare. ***

### 1.3.2. PROBLEME DE REZOLVAT

1) Să se construiască pe un format *A4* desenele din figura 1.32 ce reprezintă la scara 1 : 1 diferite contururi de forme constructive. Se va ține seama de prevederile STAS 103-76 referitoare la tipurile și grosimile liniilor. În cazul de față, grosimea liniei de contur pentru desenele pe format A4 va fi : $b=0{,}5$.

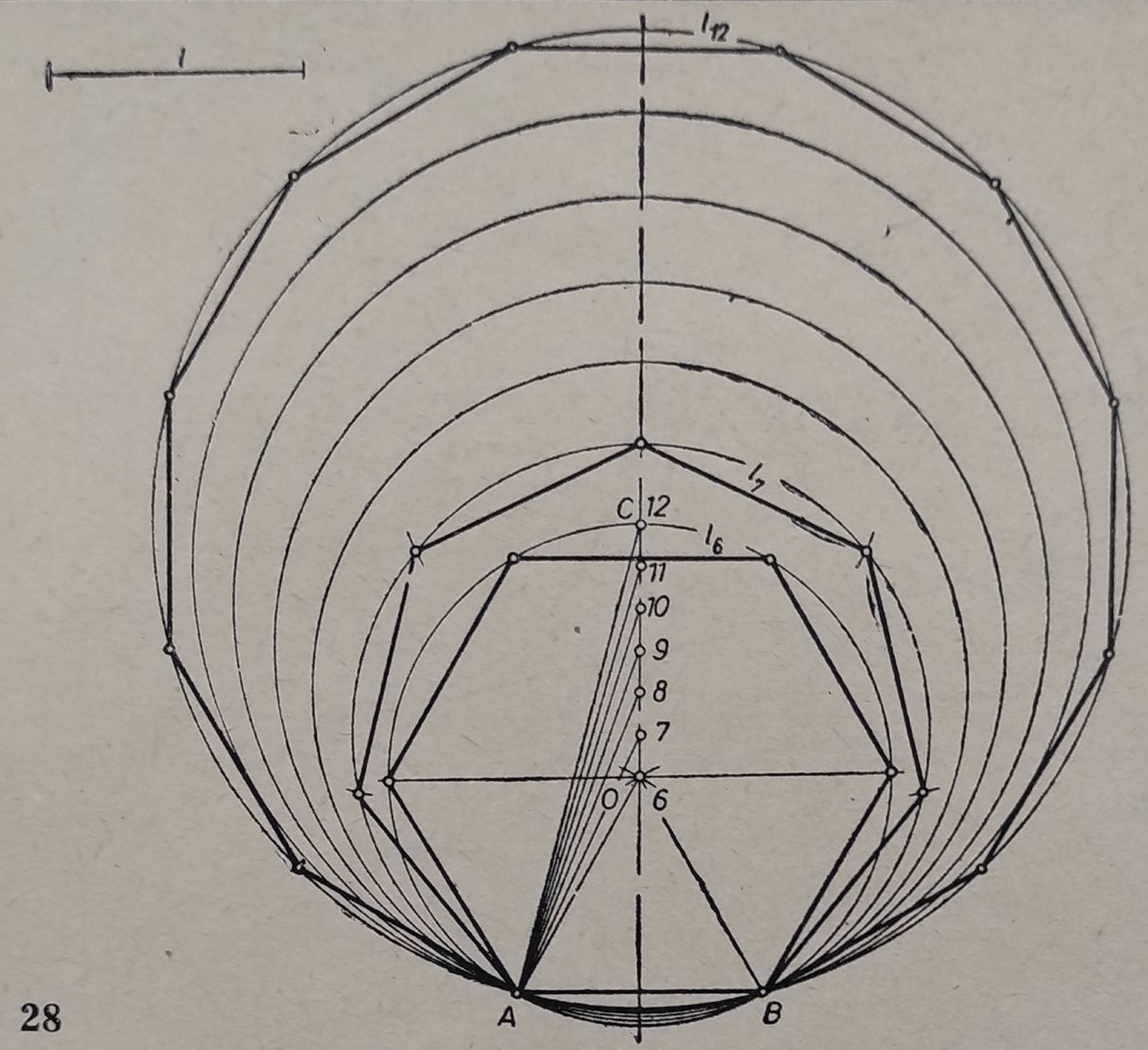
2) Să se construiască la scara 1 : 1 pe un format *A4* contururile celor două forme constructive reprezentate în figura 1.33.

---

* Problema admite deci două soluții. Pentru justificare se scrie :
măsura $\widehat{OTM}$ = măsura $\widehat{OT_1M} = \frac{\text{arc } OM}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$. Deci segmentele $MT$ și $MT_1$ sînt perpendiculare pe raze în punctele de contact $T$ și $T_1$.

** Problema admite soluții dacă din centrul $O_1$ se pot duce tangente la cercul de rază $R_2-R_1$. Deci dacă $\overline{O_1O_2}>R_2-R_1$ problema admite două soluții (fig. 1.30). Dacă $\overline{O_1O_2}=R_2-R_1$, cercurile sînt tangente în interior, problema are o singură soluție — tangenta comună. Dacă $\overline{O_1O_2}<R_2-R_1$, atunci cercurile sînt interioare și problema nu are soluție.

*** Dacă $\overline{O_1O_2}>R_1+R_2$, problema are două soluții (fig. 1.31). Dacă $\overline{O_1O_2}=R_1+R_2$, atunci cercurile sînt tangente exterior și problema admite o singură soluție — tangenta comună. Dacă $\overline{O_1O_2}<R_1+R_2$ cercurile sînt secante și nu admit tangente interioare.



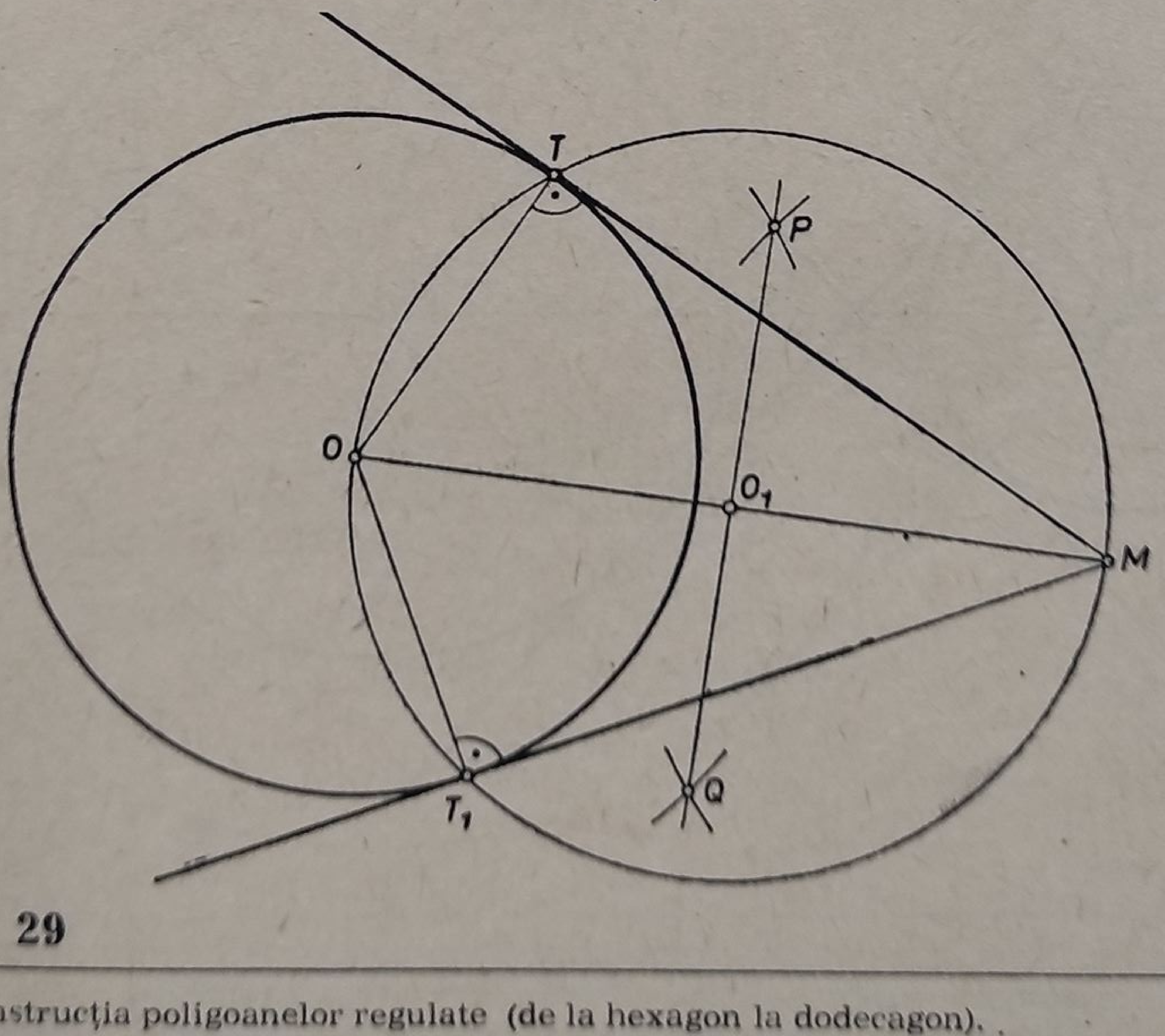
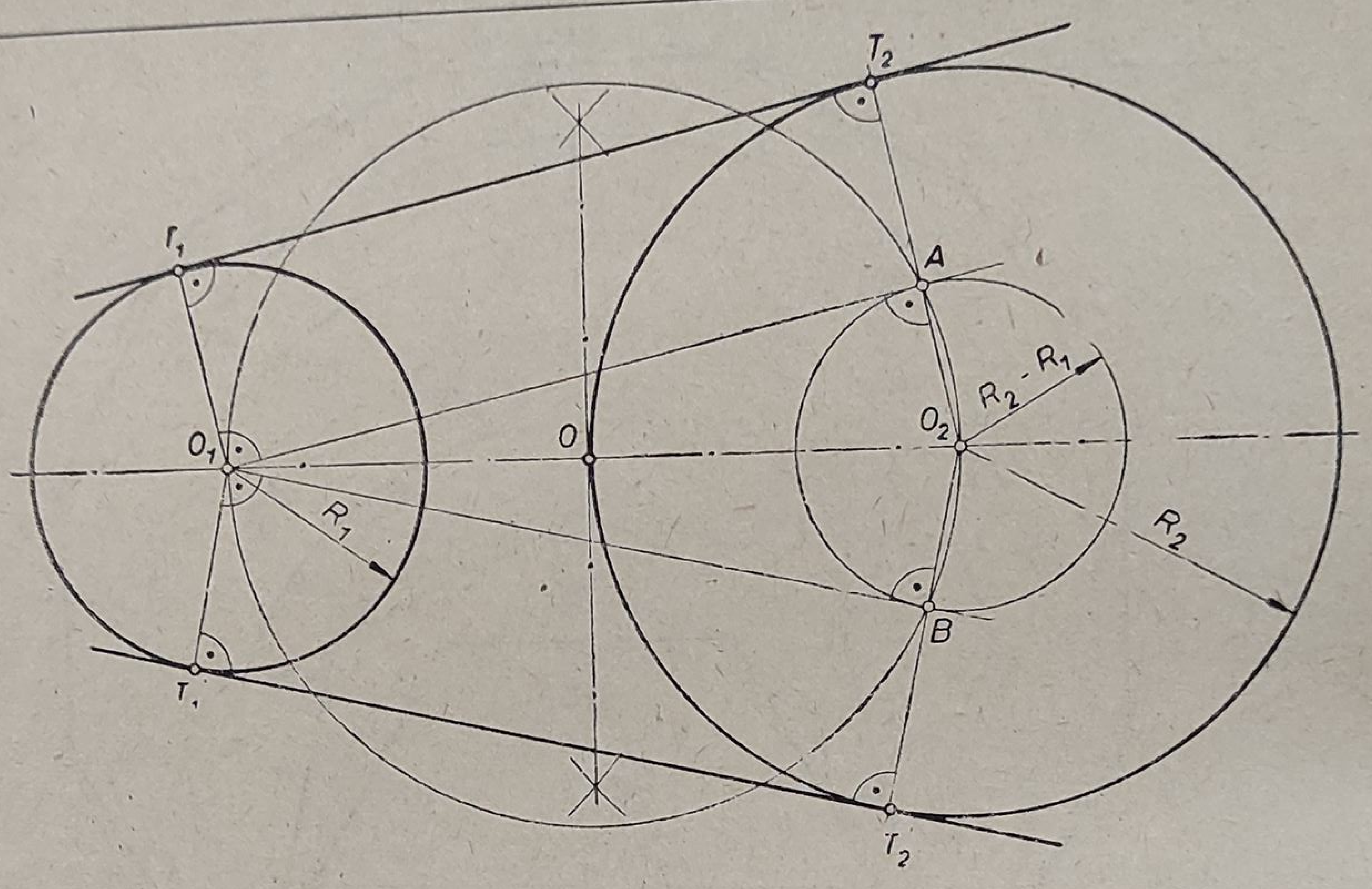
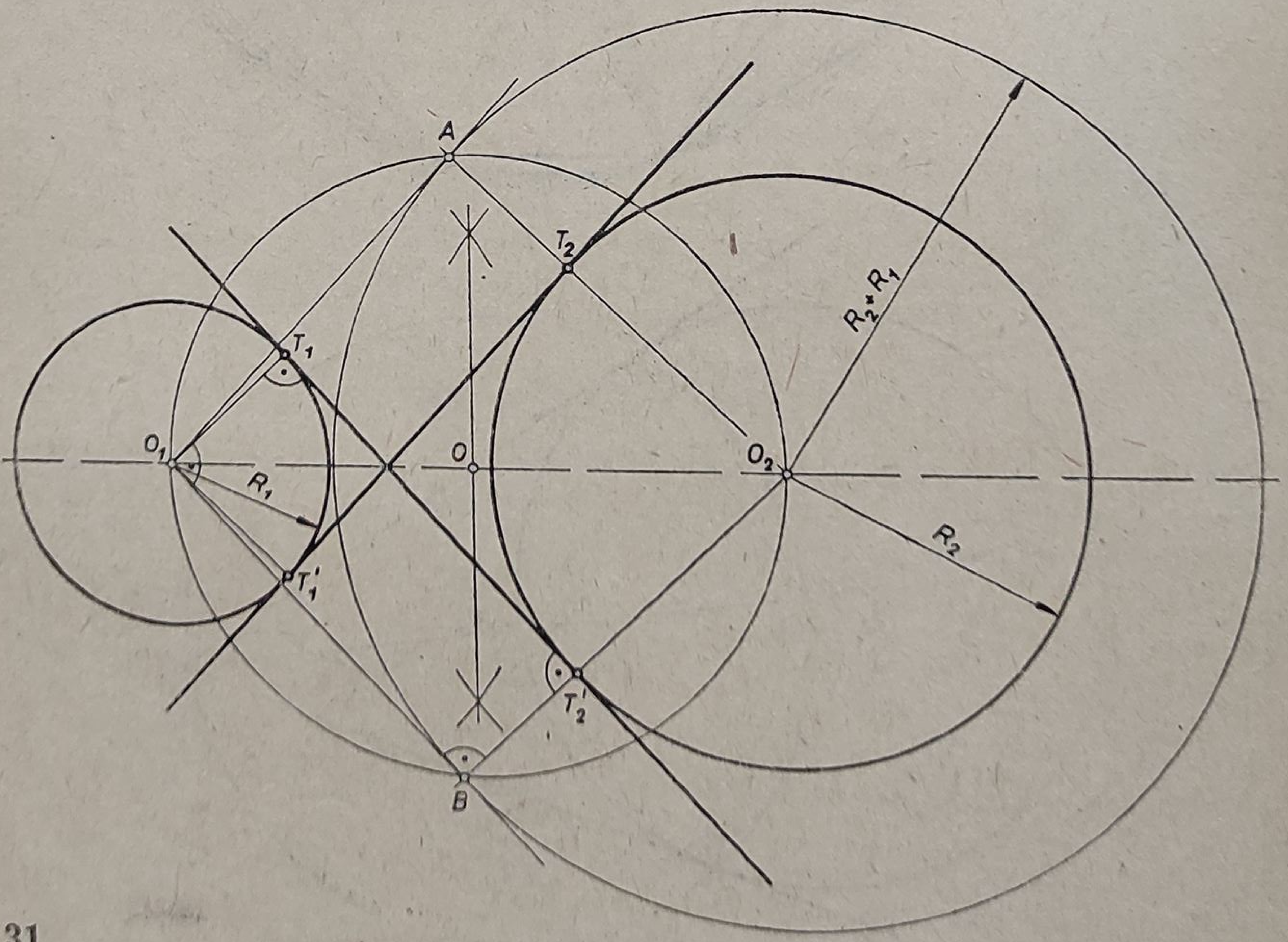




Fig. 1.28. Construcția poligoanelor regulate (de la hexagon la dodecagon).
Fig. 1.29. Trasarea tangentelor la un cerc dintr-un punct exterior.




30




31

Fig. 1.30. Trasarea tangentelor comune exterioare la două cercuri exterioare.
Fig. 1.31. Trasarea tangentelor comune interioare la două cercuri exterioare.

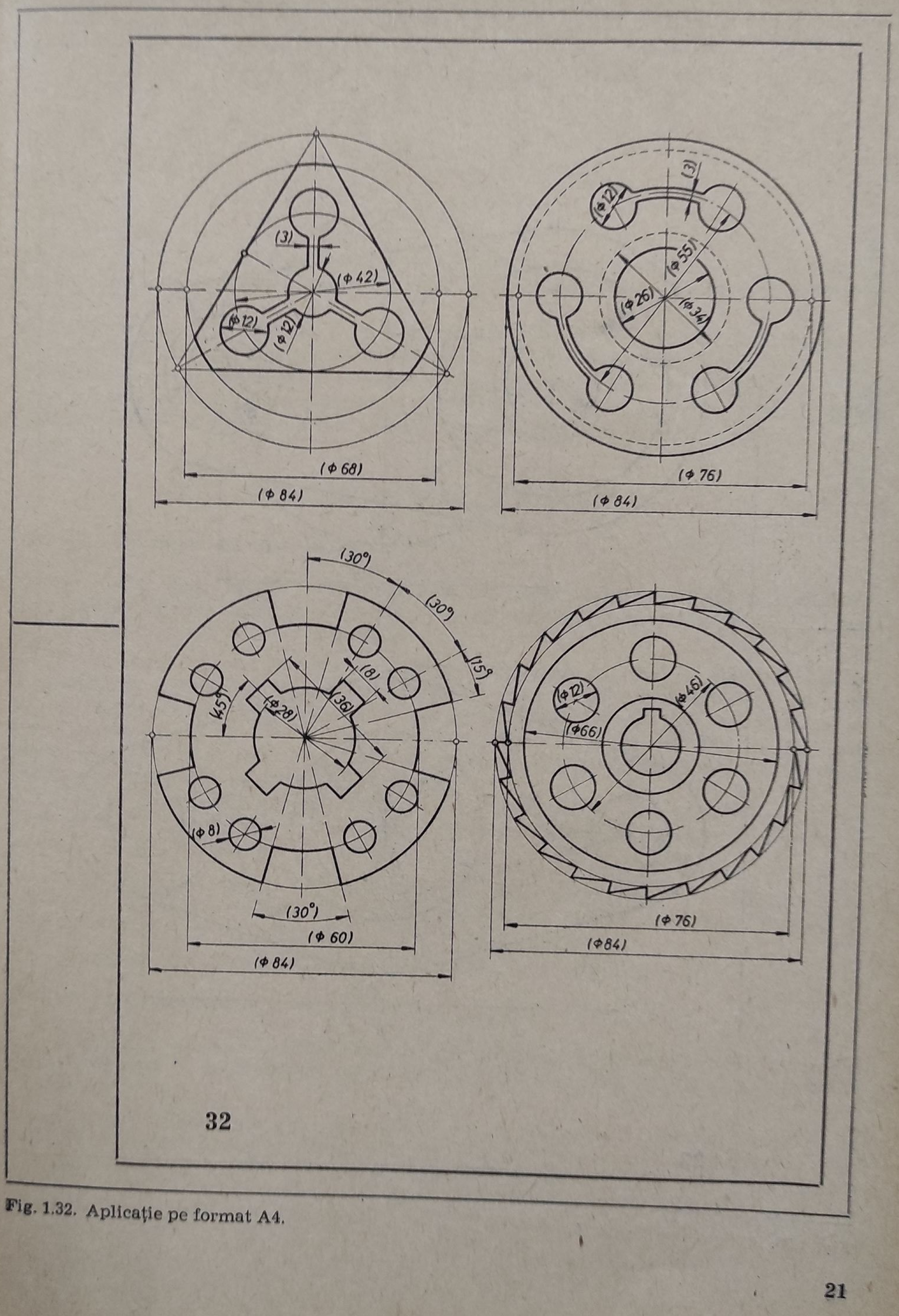



Fig. 1.32. Aplicaţie pe format A4.

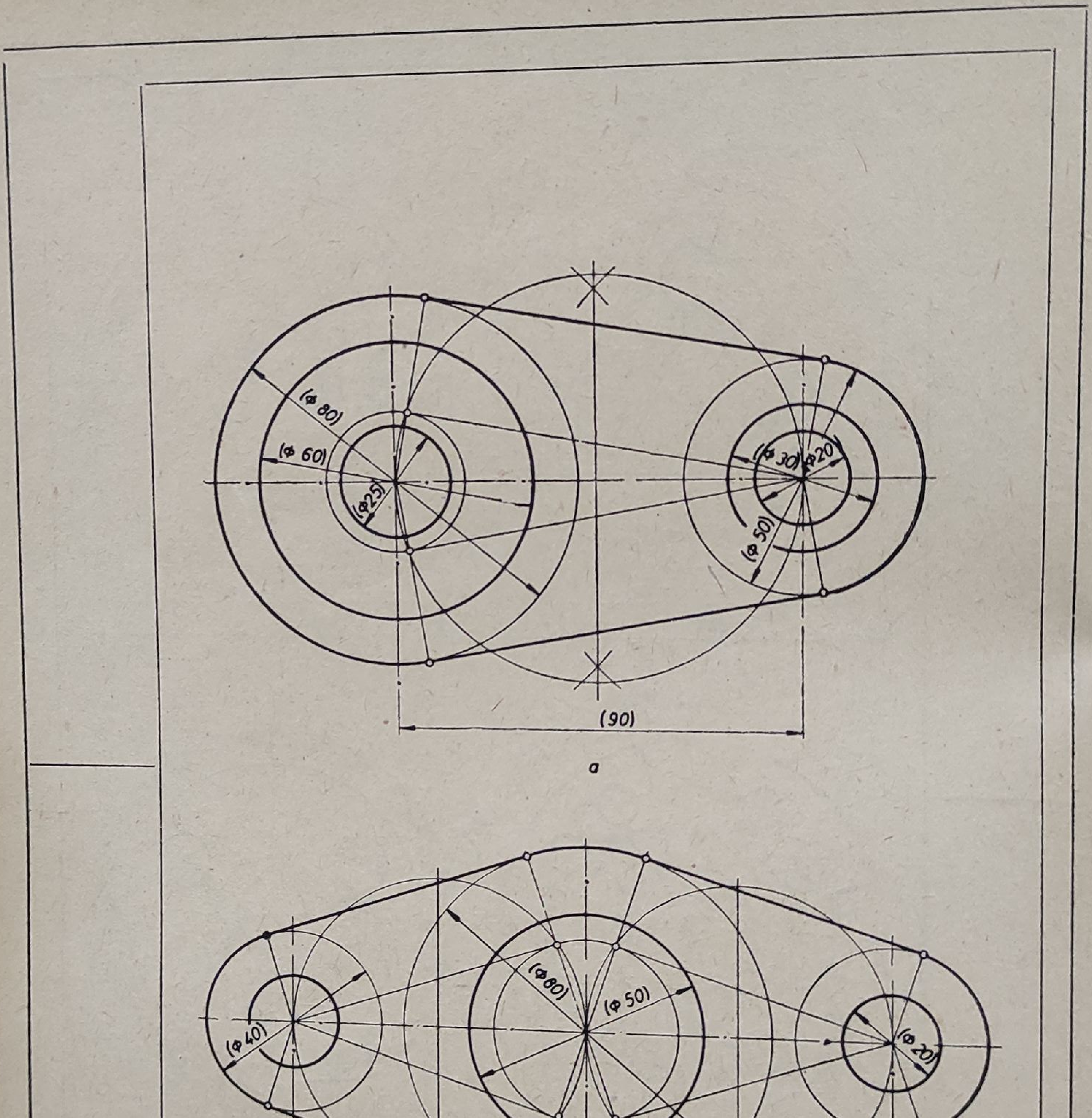



Fig. 1.33. Aplicație pe format A4.

*Capitolul 2*

# CONSTRUCȚII GRAFICE UZUALE

## 2.1. RACORDĂRI

### 2.1.1. GENERALITĂȚI

*Prin racordare se înțelege unirea a două linii (drepte sau curbe) cu o altă linie (în cele mai multe cazuri curbă) în așa fel încît să formeze o trecere continuă de la o linie la alta.*

Linia de racordare este tangentă la liniile date în punctele de racordare. Racordările sînt curent utilizate în proiectarea formelor constructive ale pieselor tehnice întîlnite în sectorul construcții de mașini, construcții aerospațiale și instalații (exemple : conturile și unele detalii de formă ale batiurilor mașinilor-unelte, lagărelor, pieselor roților pentru curea sau cablu, corpurilor armăturilor pentru circulația fluidelor etc.).

### 2.1.2. PROBLEME PROPUSE ȘI REZOLVATE

**Racordări de drepte cu arce de cerc :**

**1)** Se dau două drepte concurente sub un unghi ascuțit ($\alpha<90°$) și segmentul $R$ ce indică mărimea razei de racordare. Se cere construcția racordării dreptelor concurente printr-un arc de cerc de rază $R$.

*Rezolvare :* Se construiesc cele două drepte concurente (fig. 2.1, *a*). Apoi, din centrul $\omega$ se duce un arc de cerc de rază oarecare care intersectează dreptele date, în două puncte. Din aceste puncte se trasează cîte un arc de cerc de rază $R$. Tangentele la aceste arce, trasate paralel cu laturile date, se intersectează în centrul $O$ (fig. 2.1, *b*). Dacă din centrul $O$ se duc perpendiculare pe cele două drepte concurente date, se obțin punctele de racordare $A$ și $B$ (fig. 2.1, *c*).

Dacă se cunosc punctele de racordare $A$ și $B$ se poate trasa arcul de cerc de racordare cu centrul în $O$. După îngroșarea liniilor de contur, construcția racordării va arăta ca în figura 2.1, *d*.

**2)** Se dau două drepte concurente sub un unghi obtuz ($\alpha>90°$) și segmentul $R$. Se cere să se construiască racordarea dintre cele două drepte concurente și arcul de cerc de rază $R$.

*Rezolvare :* Se procedează ca și în cazul anterior (v. fig. 2.2).

**Racordarea de dreaptă cu cerc printr-un arc de cerc :**

**3)** Se dau : un cerc cu centrul în $O$ și o dreaptă $\Delta$. Se cere construcția racordării cercului de rază $R$ cu dreapta $\Delta$ printr-un arc de cerc de rază $R_1$, tangent exterior la cercul dat.

*Rezolvare :* Fiind cunoscută din figură poziția centrului $O$ față de dreapta $\Delta$ se trasează o parte din cerc și dreapta $\Delta$ (fig. 2.3, *a*). Dintr-un punct ales arbitrar pe dreapta $\Delta$ se trasează un arc de cerc cu raza $R_1$ și se duce o tangentă la arc paralelă cu dreapta $\Delta$. Din centrul $O$ cu rază egală cu suma celor două raze ($R+R_1$) se trasează un arc de cerc care intersectează tangenta orizontală la arcul de rază $R_1$, în

punctul $O_1$ (v. fig. 2.3, *b*). Unindu-se centrele $O$ și $O_1$ se obține pe cercul de rază $R$ punctul de racordare $A$. Perpendiculara dusă din punctul $O_1$ pe dreapta $\Delta$ dă punctul de racordare $B$ (fig. 2.3, *c*). Din centrul $O_1$ se trasează un arc de cerc de racordare de la punctul $A$ la punctul $B$. După îngroșare, construcția va apărea ca în figura 2.3, *d*.

4) Să se construiască racordarea dreptei $\Delta$ cu cercul de rază $R$ printr-un arc de cerc de rază $R_1$, tangent interior la cercul dat.

*Rezolvare:* Centrul $O_1$ se află la intersecția arcului de cerc, de rază egală cu diferența celor două raze $R-R_1$, cu tangenta la arcul de rază $R_1$. Celelalte construcții ajutătoare sînt identice cu cea din figura anterioară (fig. 2.4, *a*, *b*, *c*, *d*).

**Racordarea a două cercuri printr-un arc de cerc:**

5) Să se racordeze două cercuri de raze $R_1$ și $R_2$ printr-un arc de cerc de rază $R_3$, tangent interior față de cele două cercuri date. Raza cercului de racordare $R_3$ este mai mare decît linia centrelor $O_1O_2$ (fig. 2.5, *a*).

*Rezolvare:* Din centrul $O_1$ se duce sub axa $O_1O_2$ (sau deasupra ei) un arc de cerc egal cu diferența $R_3-R_1$, iar din centrul $O_2$ un arc de cerc cu diferența $R_3-R_2$. Cele două arce de cerc se intersectează în punctul $O_3$. Ducîndu-se prin centrul $O_3$ și prin centrele $O_1$ și $O_2$ cîte o dreaptă, se obțin pe cele două cercuri punctele $A$ și $B$ de racordare, așa cum se observă în figura 2.5, *b*. *

6) Să se racordeze două cercuri de raze $R_1$ și $R_2$ printr-un arc de cerc de rază $R_3$, tangent exterior față de cele două cercuri date. Raza arcului de racordare $R_3$ este mai mică decît distanța dintre centre (fig. 2.6, *a*).

*Rezolvare:* Din centrul $O_1$ se trasează un arc de cerc de rază egală cu suma $R_1+R_3$, iar din centrul $O_2$ un arc de cerc de rază egală cu suma $R_2+R_3$. Arcele se intersectează în punctul $O_3$. Procedîndu-se ca în cazul anterior prin trasarea de drepte prin punctele $O_1$, $O_2$ și $O_3$ se obțin punctele de racordare $A$ și $B$. După îngroșarea porțiunilor racordate construcția apare ca în figura 2.6, *b*. **

**Construcția ovalului de axe date:**

7) Să se construiască un oval de axe date, cuprins într-un cerc cu diametrul egal cu axa mare.

*Rezolvare:* Se dau axele $AB$ și $CD$ ale ovalului. Prin centrul $O$ se trasează cercul cu diametrul egal cu axa mare a ovalului. Se duce diametrul perpendicular pe $AB$ și pe el se iau semiaxele mici $OC$ și $OD$ (fig. 2.7, *a*). Unindu-se extremitățile axelor, se obține patrulaterul $ACBD$. Din punctele $C$ și $D$ se duc arce de cerc de rază $R$, tangente interioare la cercul dat, care determină pe laturile patrulaterului $ABCD$ punctele $E$, $F$, $G$ și $H$. Mediatoarele segmentelor $AE$, $FB$, $AG$ și $BH$ determină centrele $O_1$ și $O_2$ pe axa $AB$ și centrele $O_3$ și $O_4$ pe axa $CD$ (fig. 2.7, *b*). Finalizarea construcției ovalului este reprezentată în figura 2.7, *c*. Se observă că din centrele $O_1$ și $O_2$ s-au dus arce de cerc tangente interioare în punctele $A$ și $B$, iar din centrele $O_3$ și $O_4$ s-au dus arcele ce închid ovalul, trecînd prin punctele $I$, $J$ și $K$, $L$.

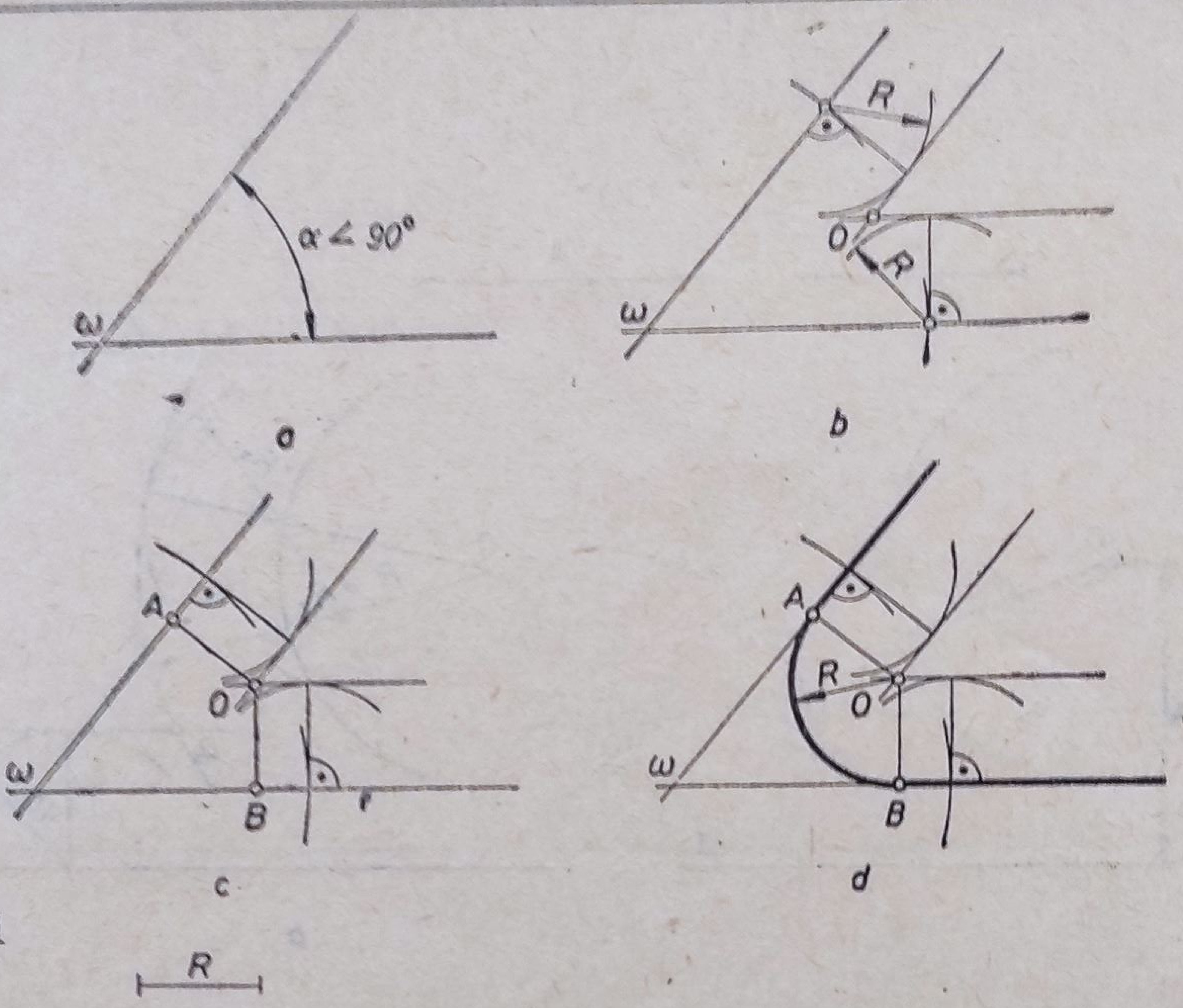
---

* Problema admite soluții dacă este îndeplinită condiția:

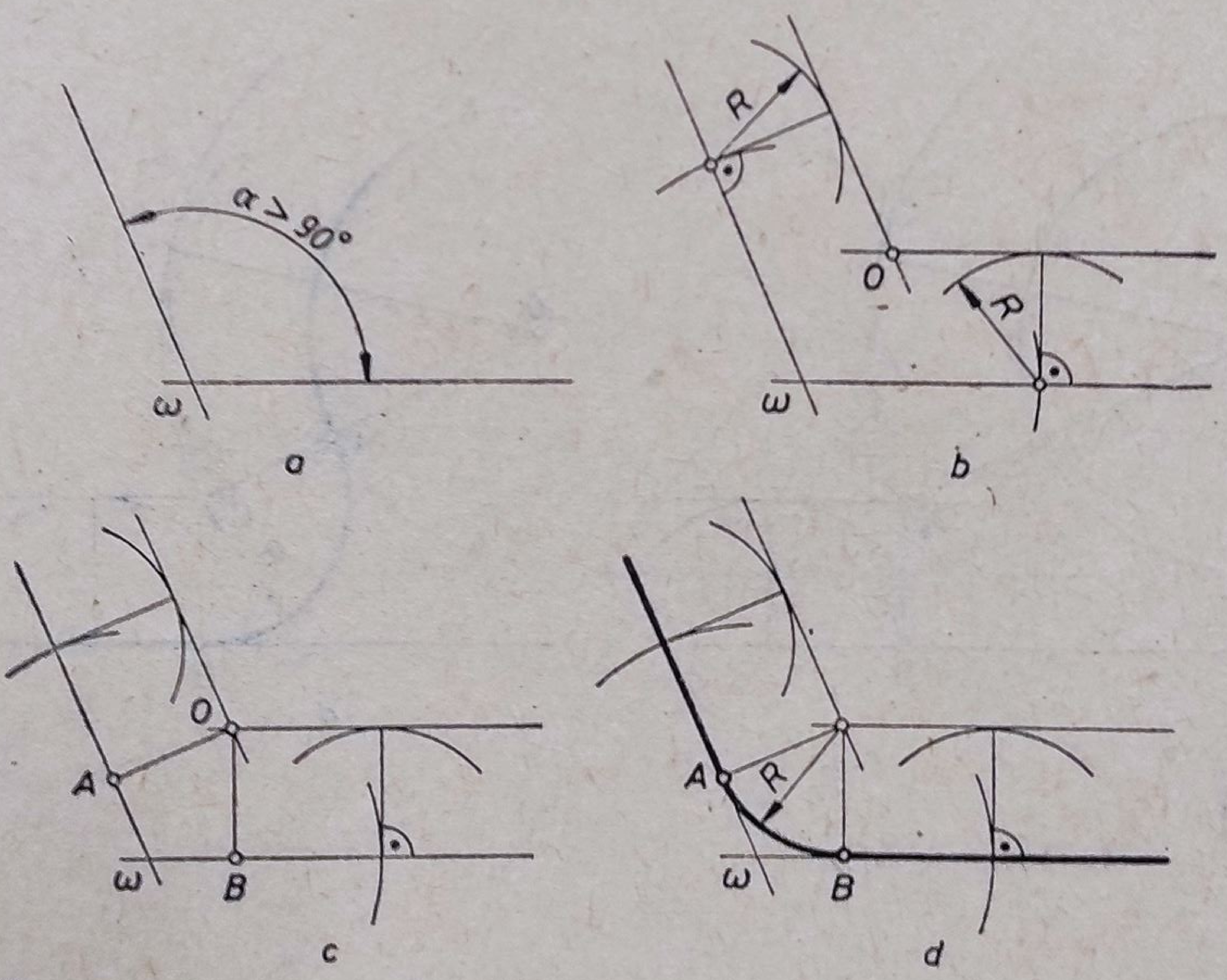
$$R_3 \geq \frac{L+R_1+R_2}{2}\text{ ; unde } L=\overline{O_1O_2}.$$

** Problema admite soluții dacă este îndeplinită condiția:

$$R_3 \geq \frac{L-(R_1+R_2)}{2}.$$




1




2

Fig. 2.1. Racordarea a două drepte concurente sub un unghi $\alpha<90°$, printr-un arc de cerc de rază dată.

Fig. 2.2. Racordarea a două drepte concurente sub un unghi $\alpha>90°$, printr-un arc de cerc de rază dată.

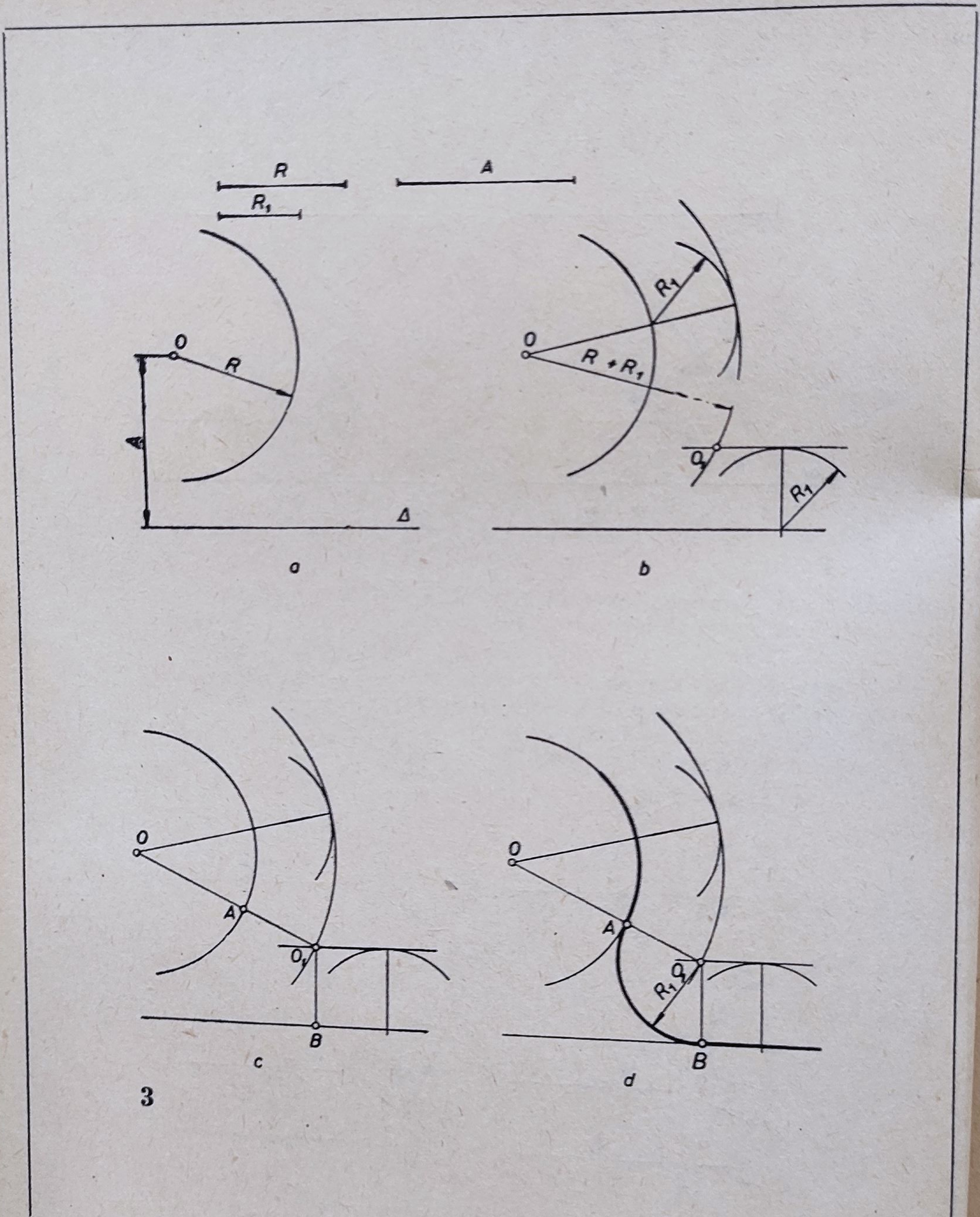



Fig. 2.3. Racordarea unei drepte cu un cerc printr-un arc de cerc de rază dată, tangent exterior cercului dat.

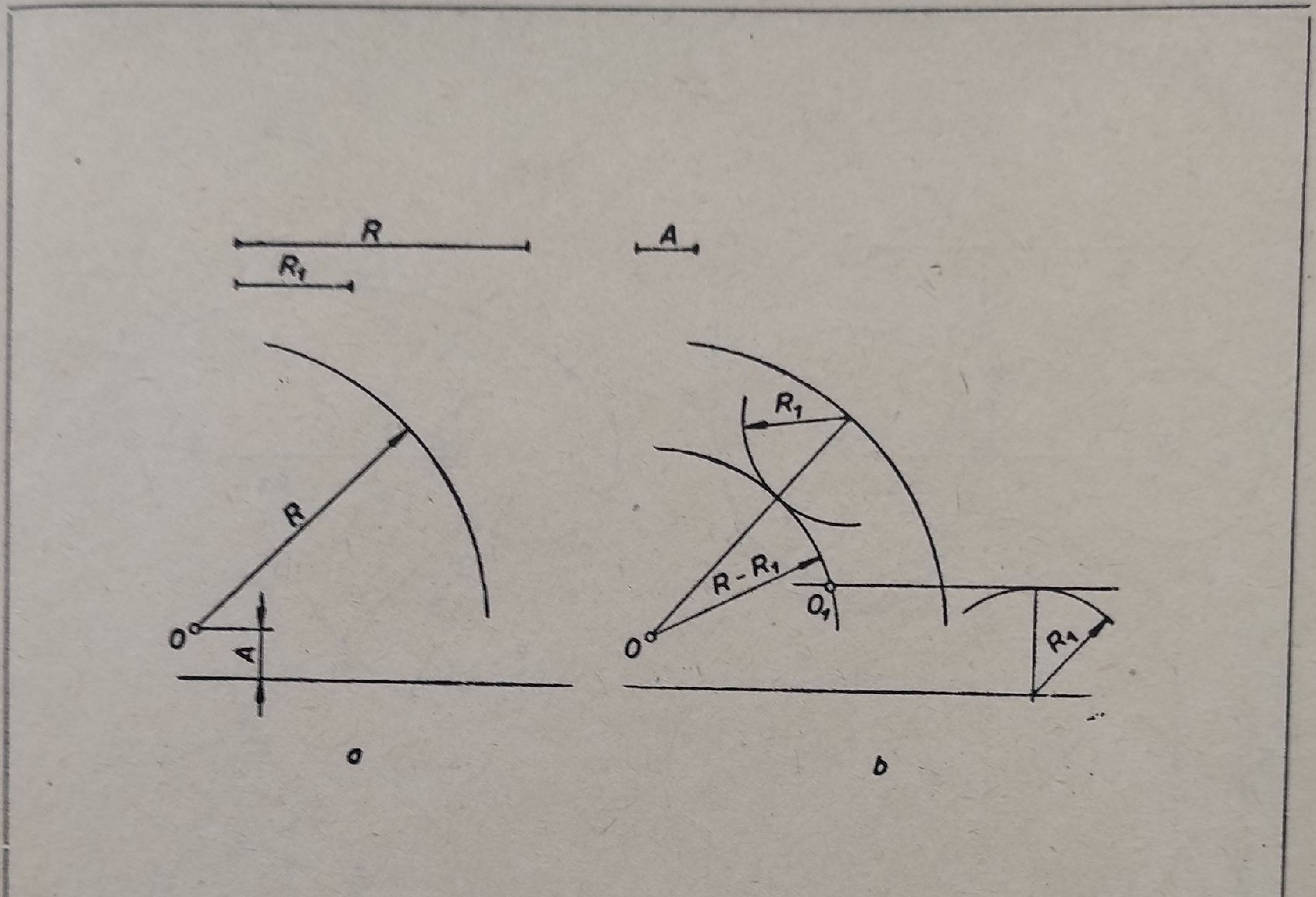
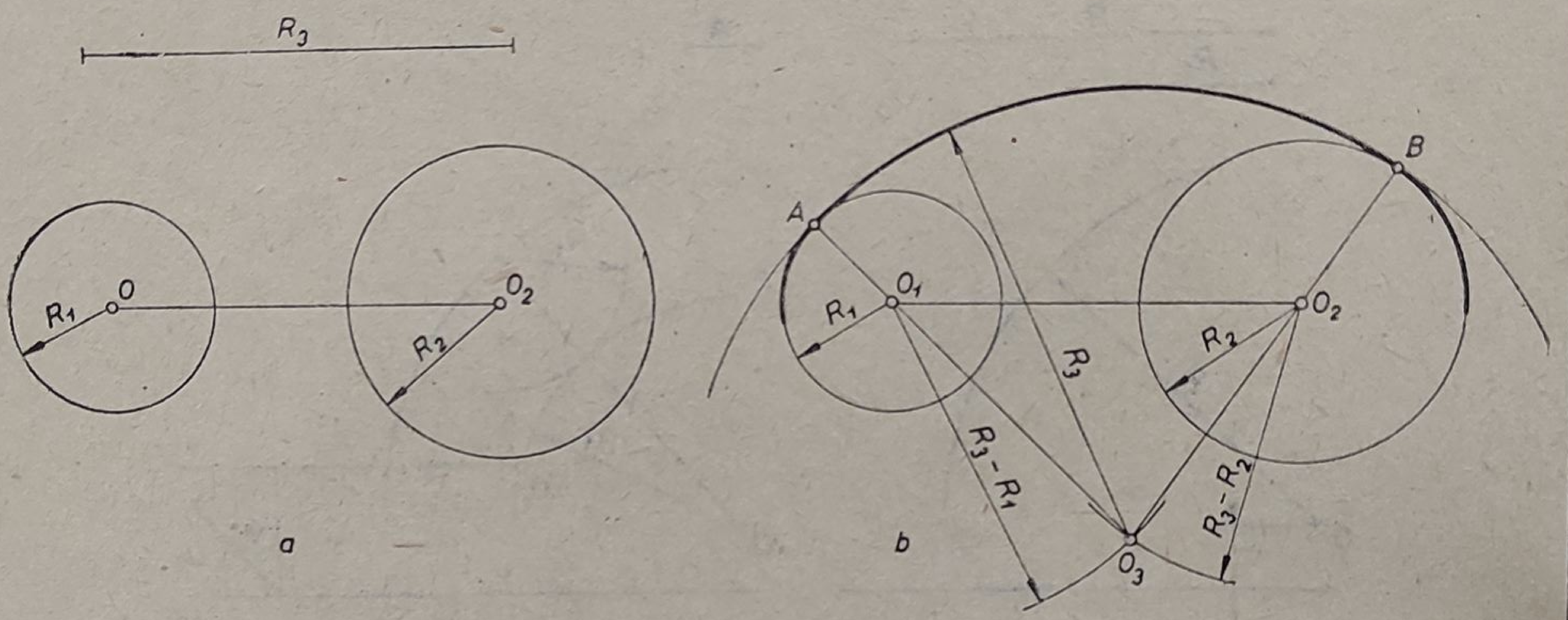
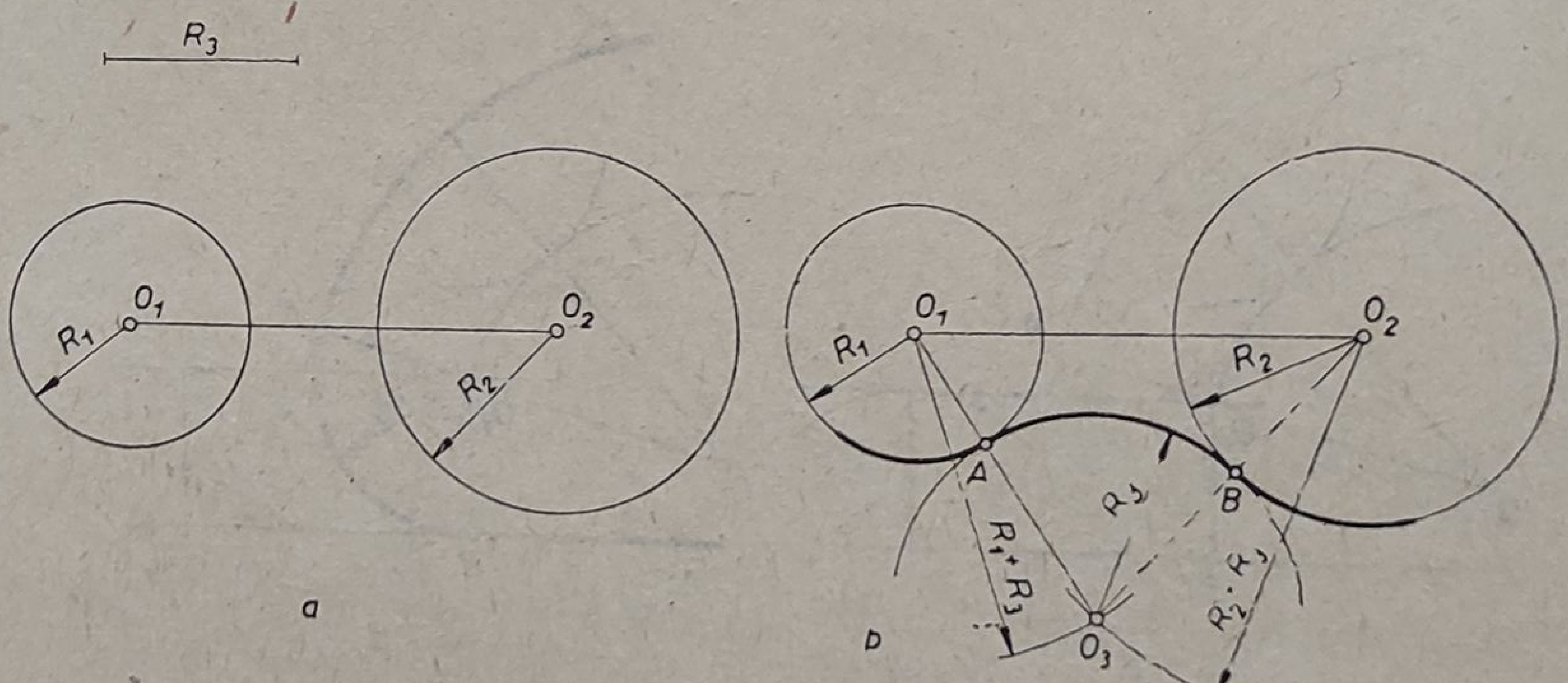



Fig. 2.4. Racordarea unei drepte cu un cerc printr-un arc de cerc de rază dată, tangent interior cercului dat.




5

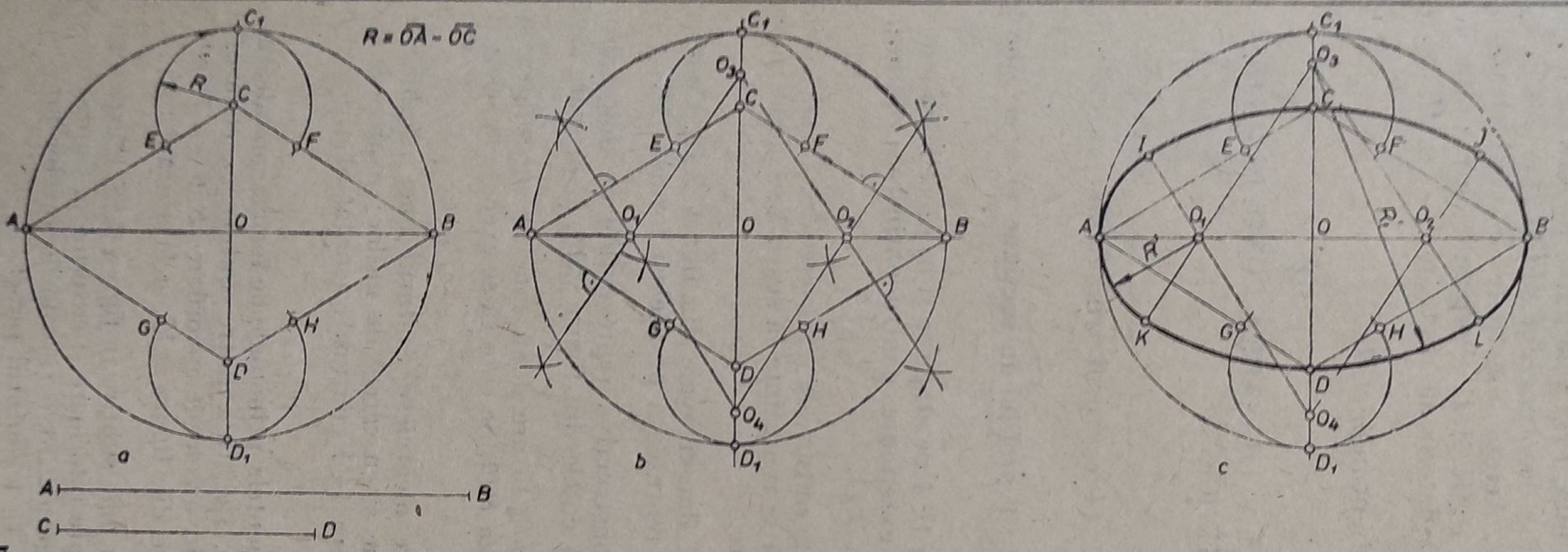



6

Fig. 2.5. Racordarea a două cercuri exterioare printr-un arc de cerc de rază dată, tangent interior față de cele două cercuri date.

Fig. 2.6. Racordarea a două cercuri exterioare printr-un arc de cerc de rază dată, tangent exterior față de cele două cercuri date.

7




8

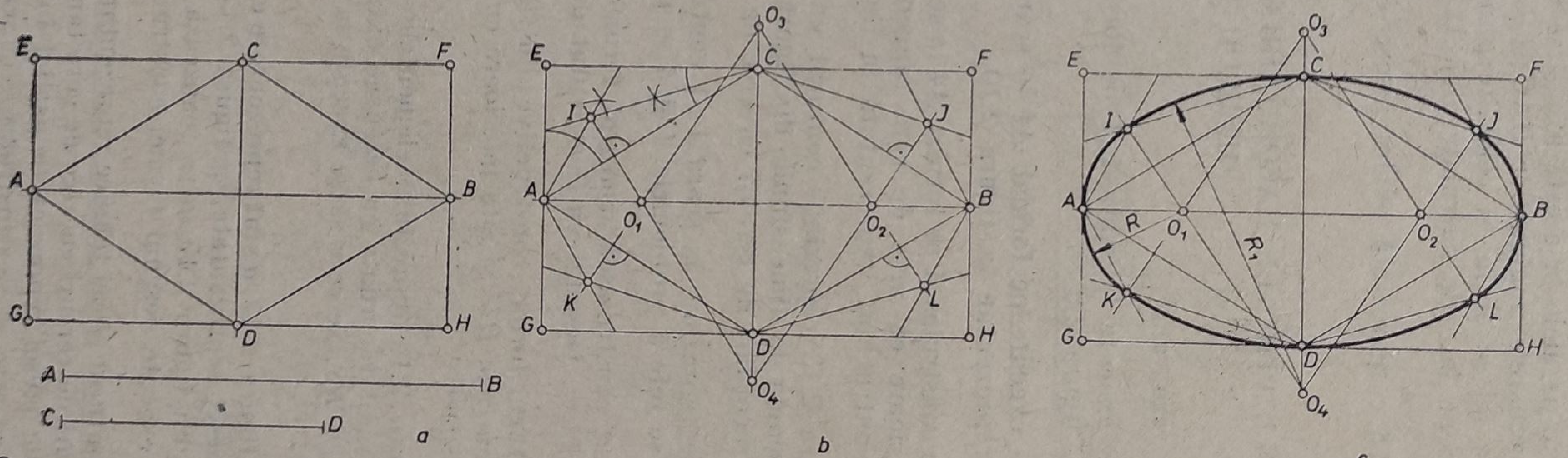



Fig. 2.7. Construcţia unui oval de axe date, cuprins într-un cerc cu diametrul egal cu axa mare.
Fig. 2.8. Construcţia unui oval de axe date, înscris într-un dreptunghi.

**8)** Să se construiască un oval de axe date, înscris într-un dreptunghi.

*Rezolvare :* Se dau axele $AB$ și $CD$ ale ovalului. Prin cele patru puncte ale axelor ovalului se duc paralele la aceste axe și se obține dreptunghiul $EFGH$ (fig. 2.8, *a*). Se duc apoi bisectoarele unghiurilor $EAC$ și $ECA$. Aceste bisectoare se intersectează în punctul $I$. La fel se obțin și celelalte puncte $J$, $K$ și $L$. Perpendicularele duse din aceste puncte pe laturile patrulaterului $ACBD$ determină centrele $O_1$, $O_2$, $O_3$ și $O_4$ (fig. 2.8, *b*).

Figura 2.8, *c* reprezintă ovalul înscris în dreptunghiul dat.

### 2.1.3. APLICAȚII ALE RACORDĂRILOR LA TRASAREA CONTURURILOR PIESELOR TEHNICE

**Probleme de rezolvat :***

**1)** Să se execute la scara 1 :1 pe format *A4* conturul triunghiular cu colțurile rotunjite din figura 2.9.

**2)** Să se execute pe format *A4* la scara 1 : 1 profilul în secțiune al unei șine de cale ferată reprezentat în figura 2.10.

**3)** Să se construiască pe format *A4* la scara 1 : 1 pe etape (a și b) racordarea a două cercuri exterioare cu arce de cerc tangente exterioare pentru obținerea conturului unei eclise pentru lanț, reprezentată în figura 2.11.

**4)** Figura 2.12 reprezintă conturul unei garnituri de etanșare de formă ovală. Ținîndu-se seama de dimensiunile din figură, să se reprezinte la scara 1 : 1 acest contur format din racordări de cercuri cu arce de cerc.

**5)** Să se reprezinte la scara 1 : 1 conturul flanșei ovale din figura 2.13. Conturile la care se referă problemele *4* și *5* se pot reprezenta pe același format *A4*.

**6)** Să se construiască conturul formei constructive reprezentate cu linie subțire în figura 2.14, *a*. Desenul va fi executat după cotele din figura 2.14, *b*, la scara 2 : 1.

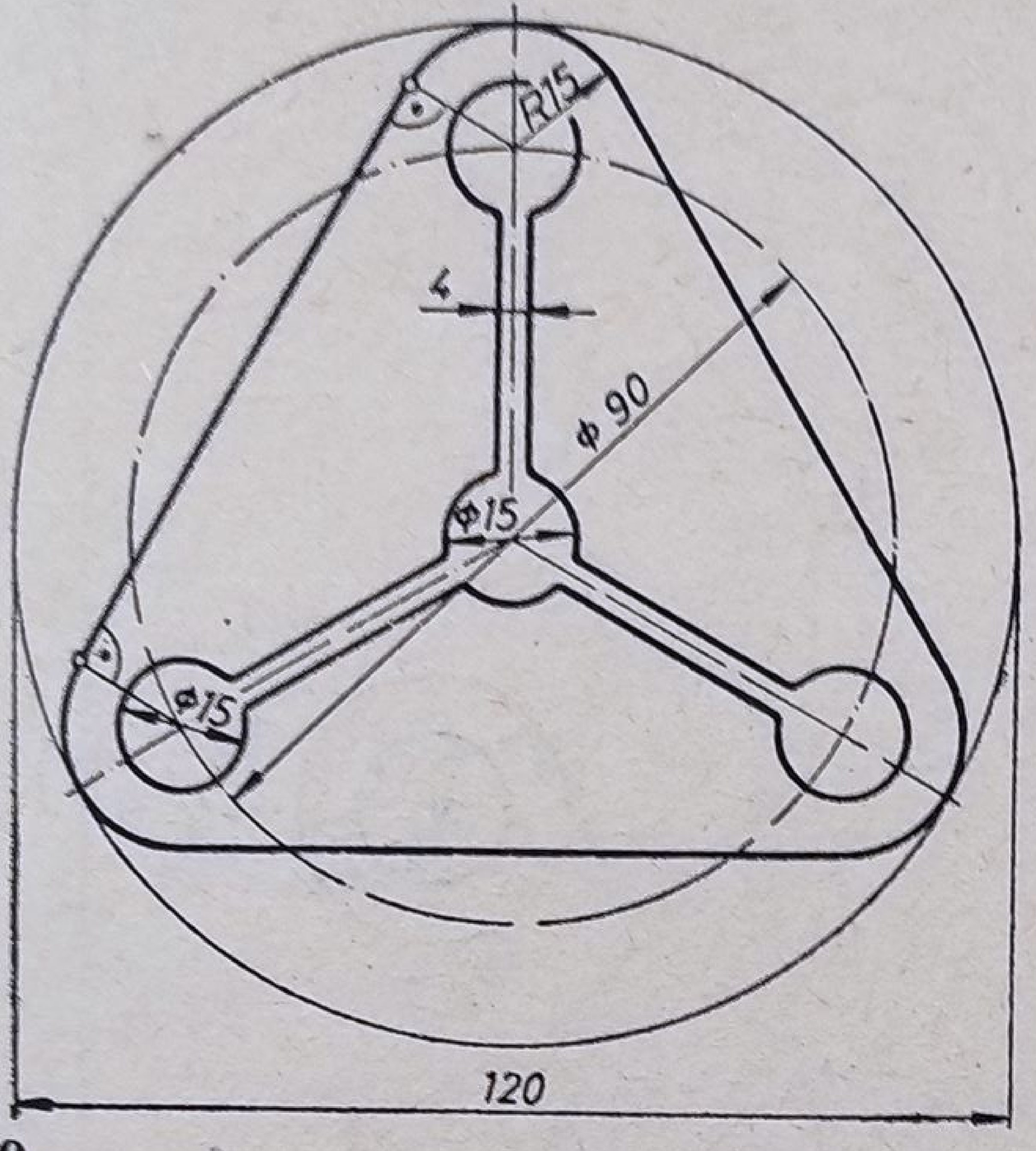
**7)** Conturul formei constructive din figura 2.15 are două zone de racordare : una superioară cu raza *R15* și alta inferioară cu raza *R10*. Se cere să se execute la scara 1: 1 conturul respectiv.

**8)** Figura 2.16 reprezintă elementele care alcătuiesc conturul unei pîrghii. Cele două brațe sînt racordate cu cercurile extreme și cu cercul de mijloc cu arce de cerc de raze *R5* și *R8*. Se cere să se execute la scara 1 : 1 conturul racordat al pîrghiei din figura 2.16.

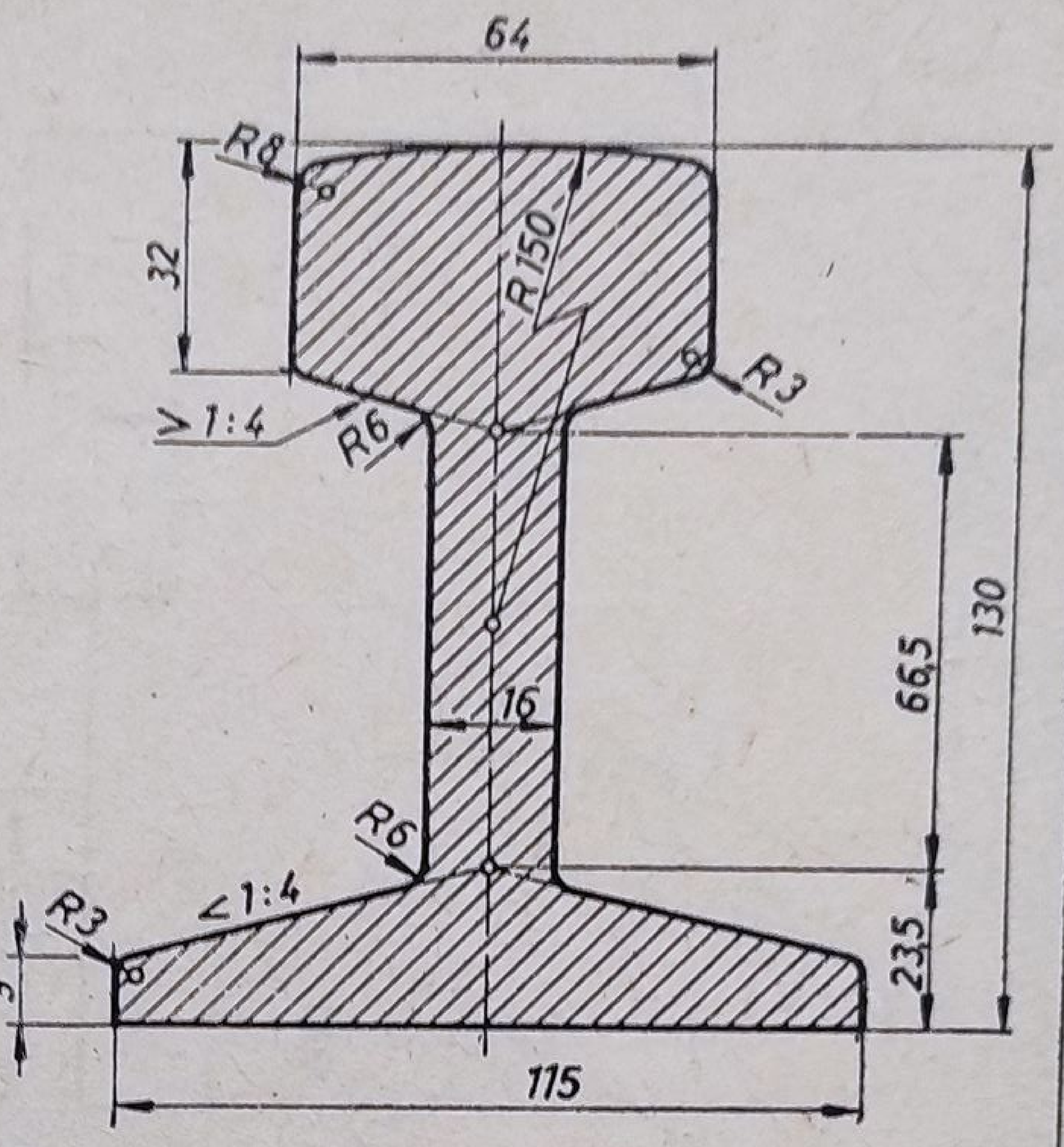
**9)** În figura 2.17, *a* sînt reprezentate elementele principale de formă care alcătuiesc conturul piesei reprezentate în figura 2.17, *b*. Legătura dintre contururile elementelor principale din figura 2.17, *a* se realizează prin arcele de racordare *R50* și *R100*. Se cere să se execute desenul formei constructive din figura 2.17, *a* la scara 1 : 1.

**10)** Conturul piesei tehnice reprezentat cu linie subțire în figura 2.18, *a* este format din racordări de cercuri cu arce de cerc tangente interioare și exterioare. Cunoscîndu-se dimensiunile piesei reprezentate parțial în figura 2.18, *b* și valorile razelor arcelor de racordare, se cere să se construiască la scara 1 : 1 conturul piesei.

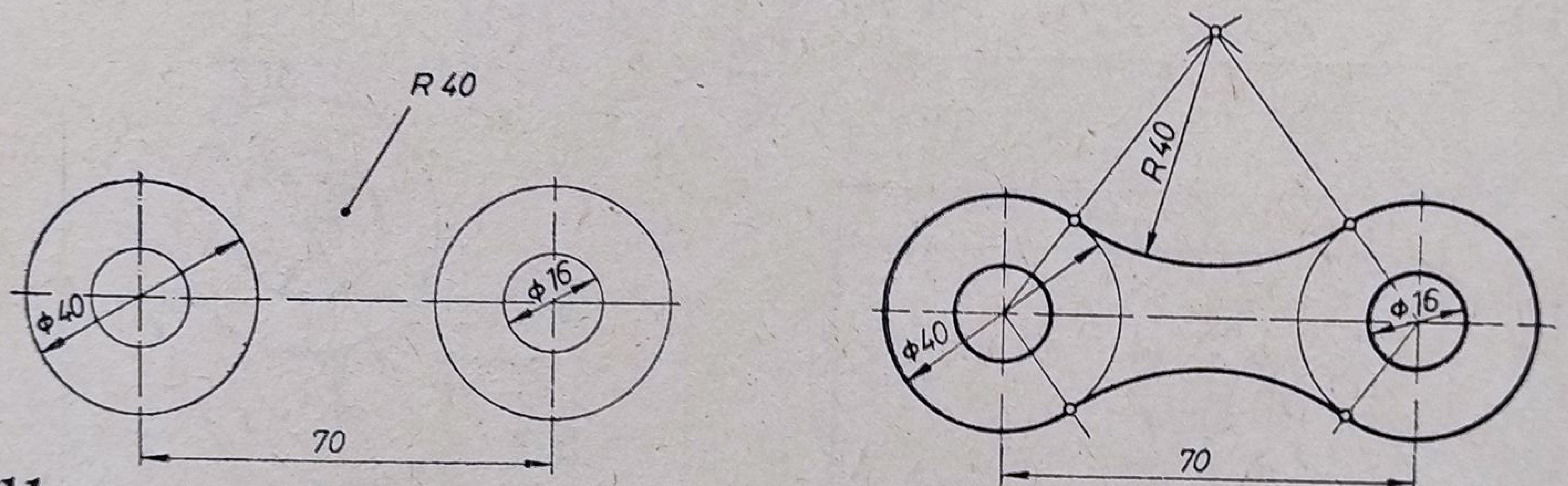
* Notă : Deoarece cotele formelor constructive servesc pentru construcția desenelor la scară, nu este necesar ca ele să fie înscrise pe desenele la care se referă problemele.



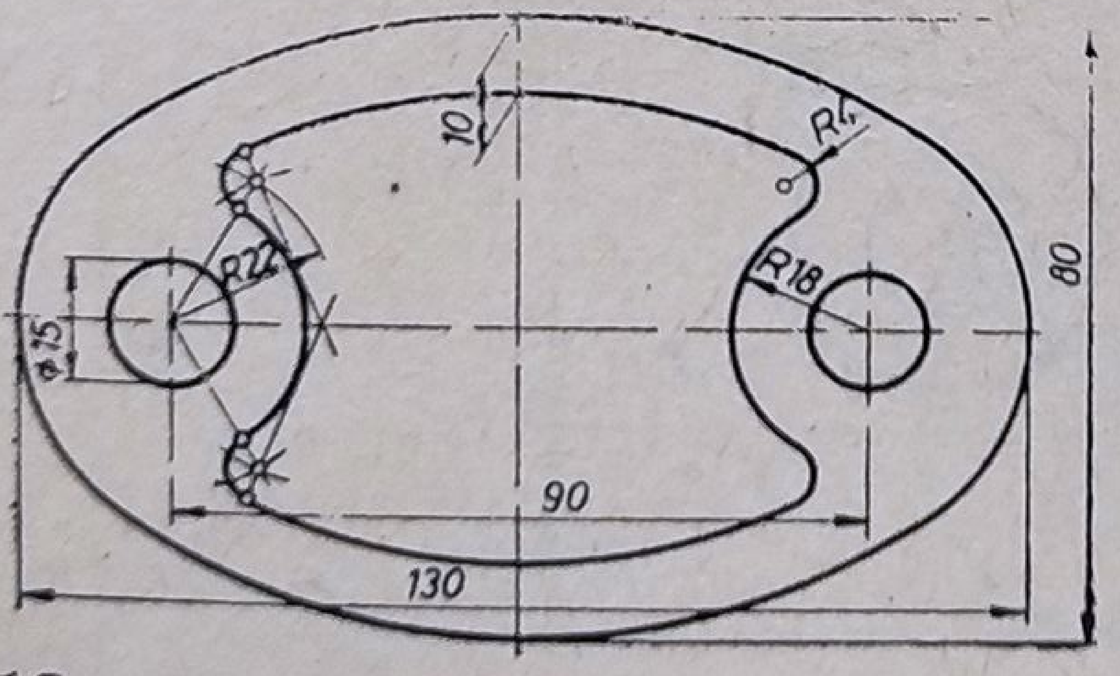

9



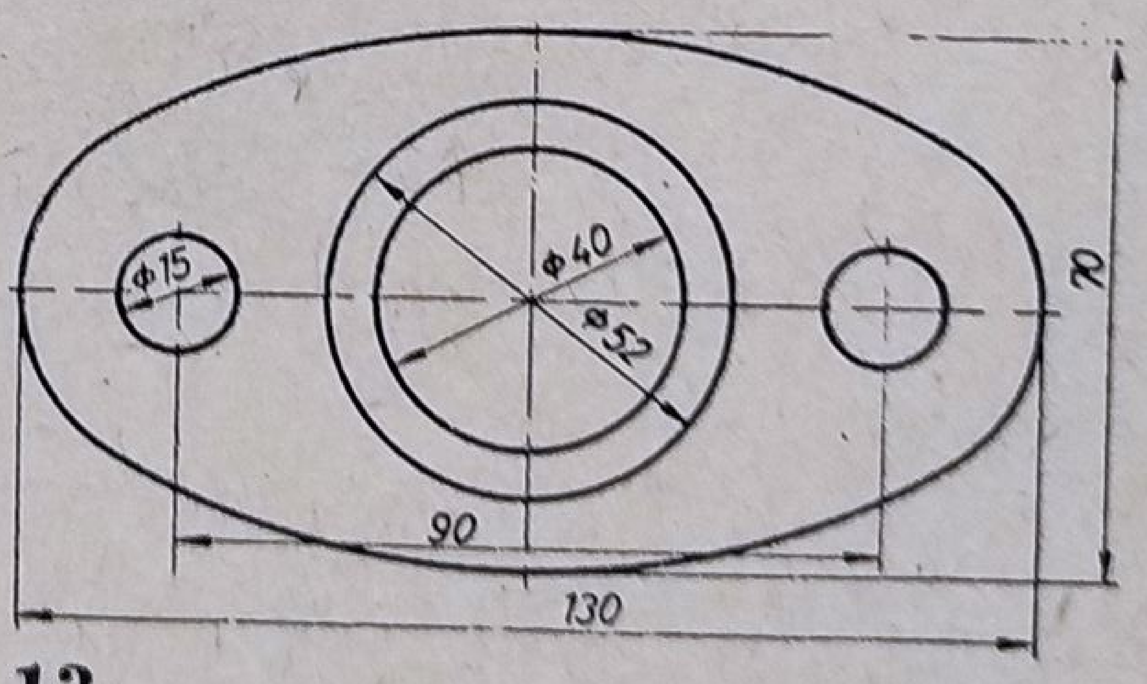

10




11 *a* *b*

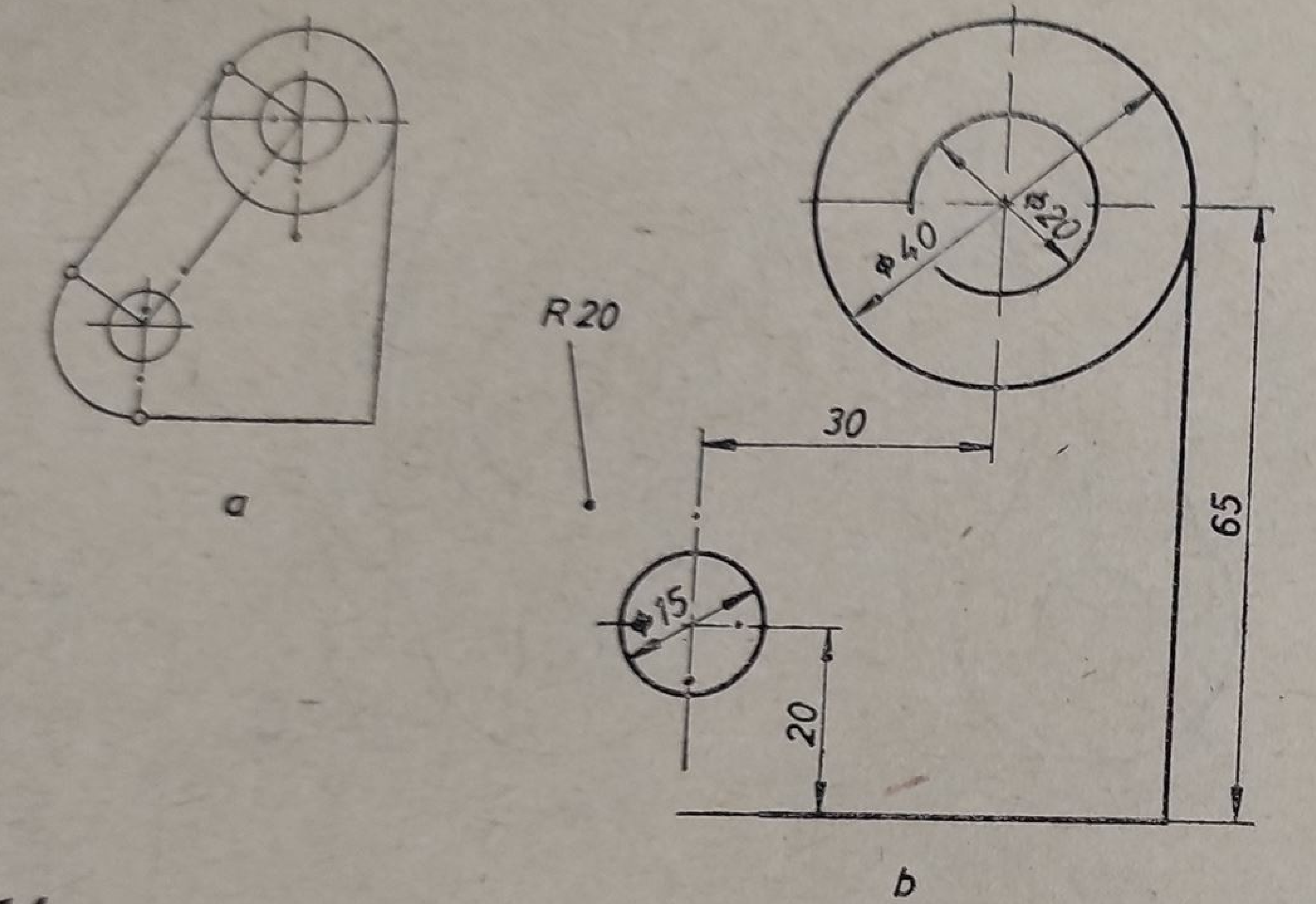



12

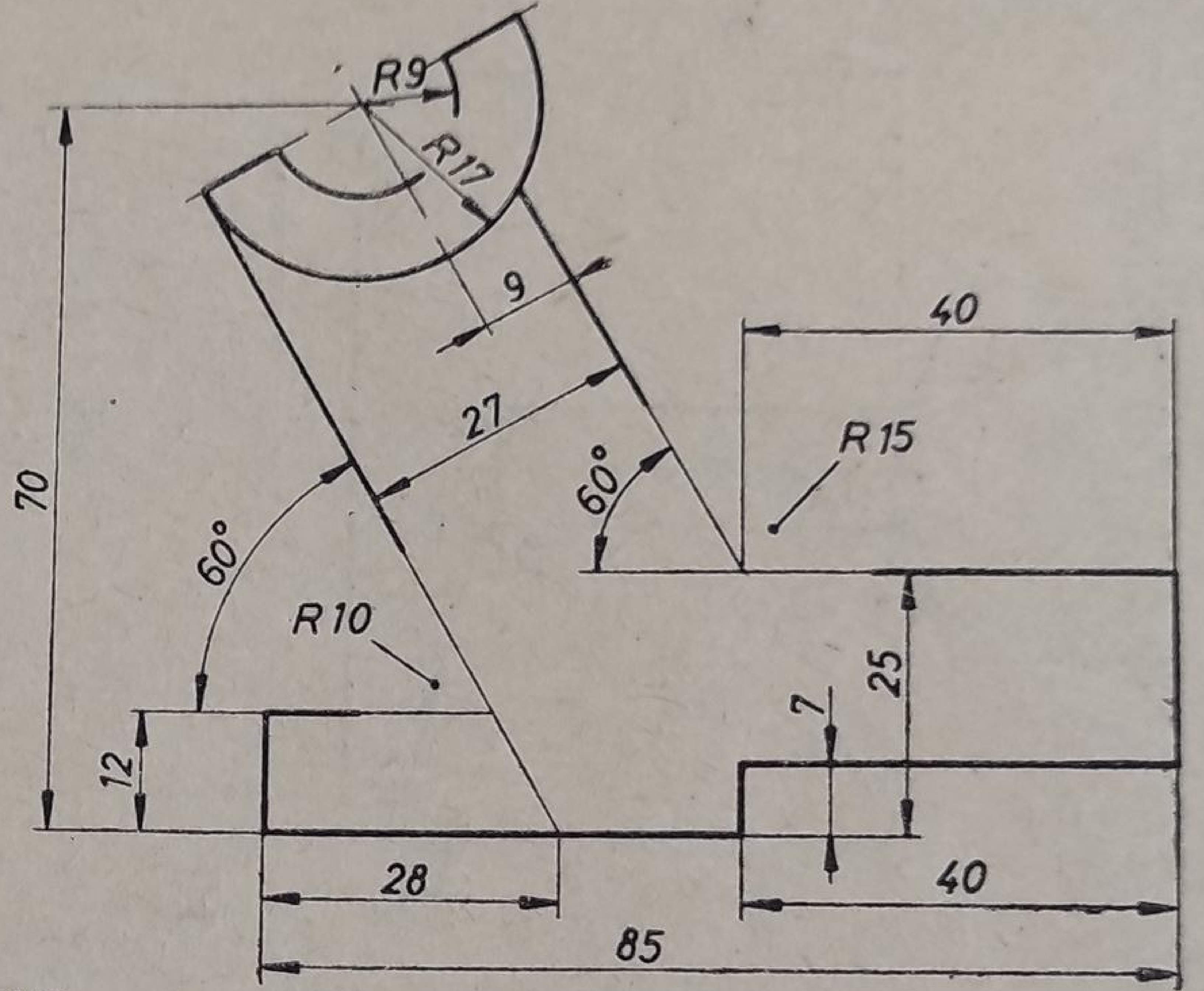



13

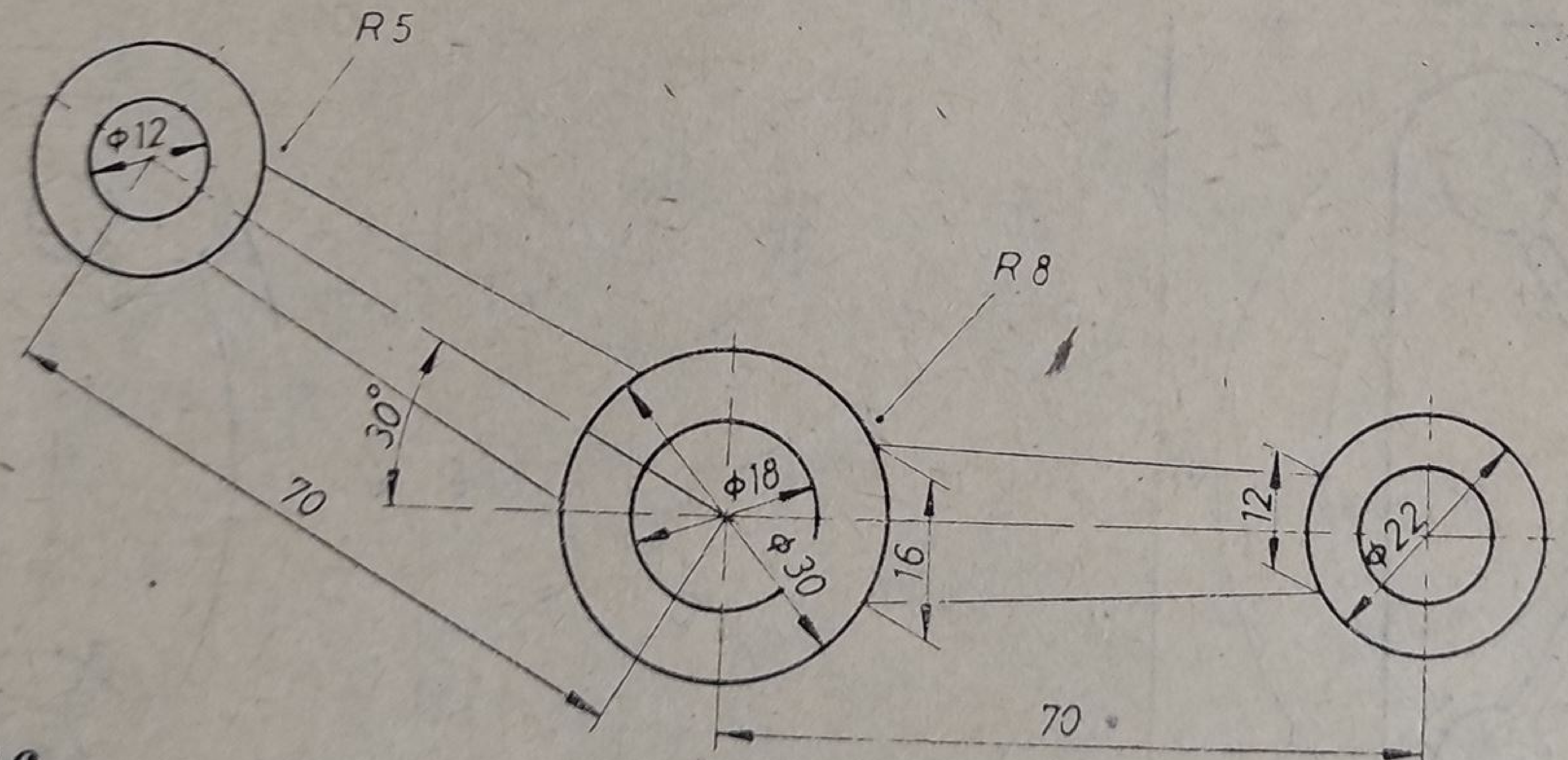
Fig. 2.9. Flanșă triunghiulară cu colțuri rotunjite.
Fig. 2.10. Profilul unei șine de cale ferată în secțiune transversală.
Fig. 2.11. Conturul unei eclise pentru lanț de transmisie obținut prin racordare.
Fig. 2.12. Conturul unei garnituri de formă ovală.
Fig. 2.13. Conturul unei flanșe de formă ovală.




14

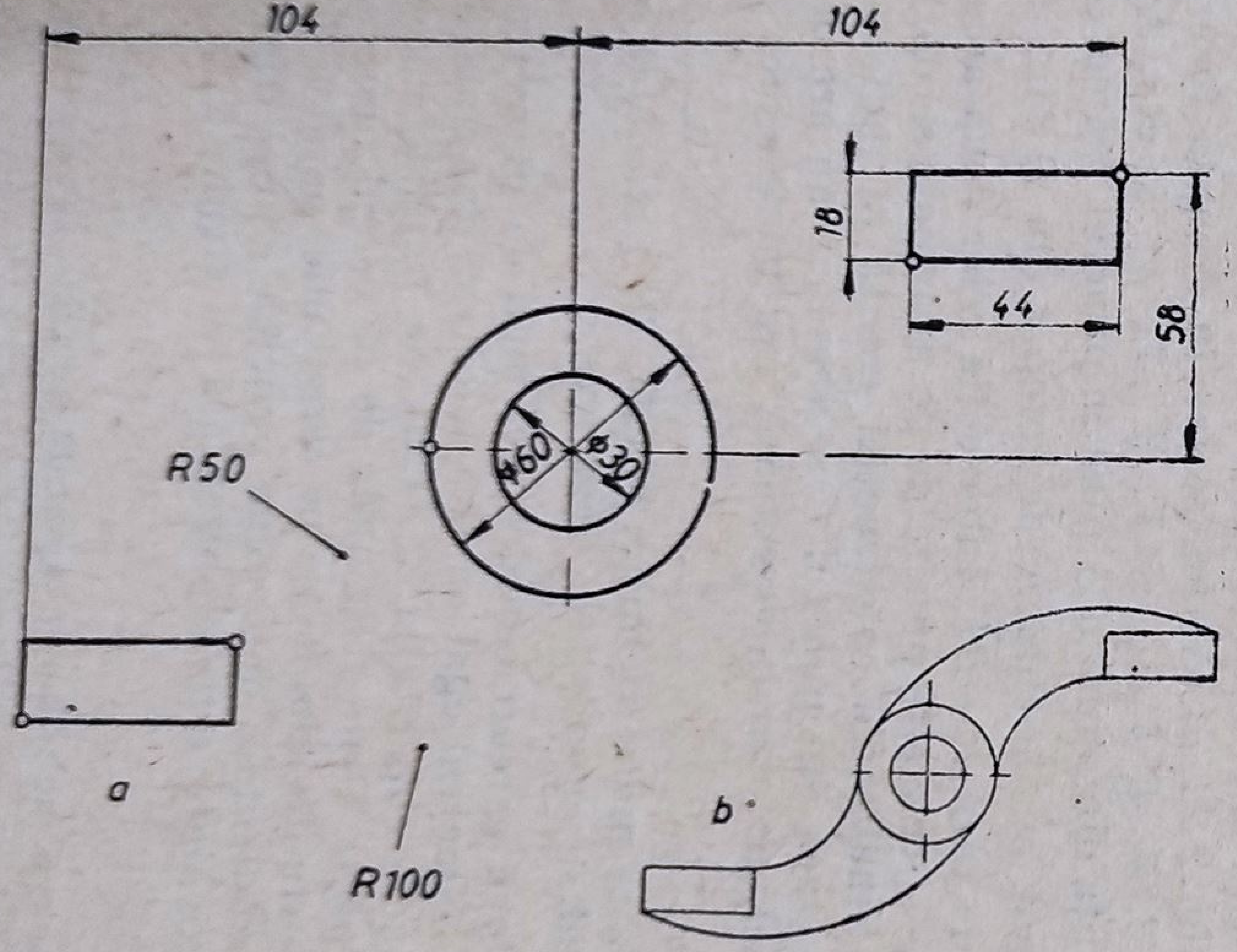



15

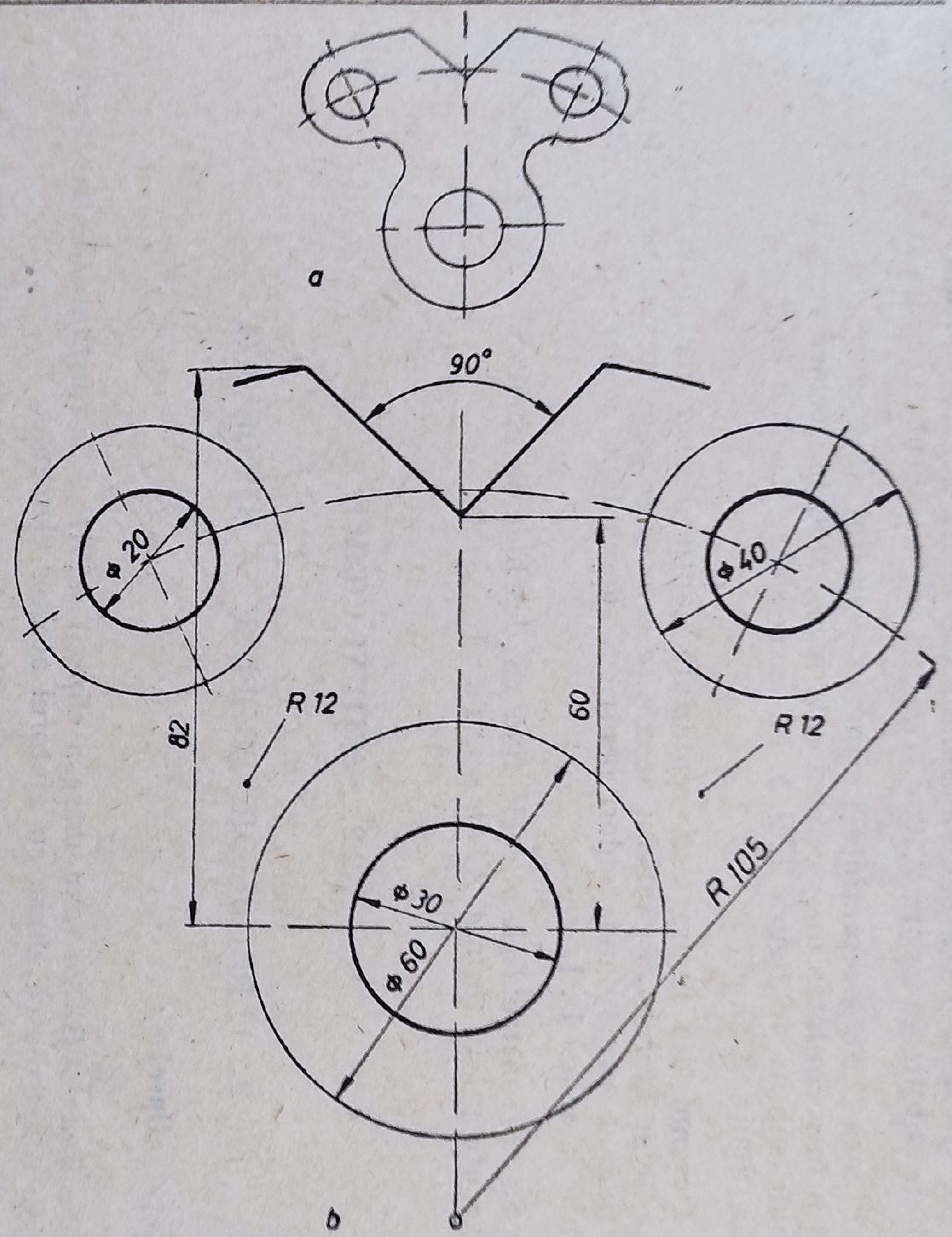



16

Fig. 2.14. Fig. 2.15. Fig. 2.16. Aplicaţii ale racordărilor (de rezolvat).




17




18

Fig. 2.17. Fig. 2.18. Aplicaţii ale racordărilor (de rezolvat).

11) Să se construiască la dimensiunile din figura 2.19, *b* conturul piesei reprezentate cu linie subţire în figura 2.19, *a*. Desenul se va executa la scara 1: 1.

12) Figura 2.20, *a* reprezintă incomplet conturul unei carcase a cărei formă este obţinută prin racordarea unor cercuri exterioare. Modelul formei racordate apare trasat cu linie subţire în figura 2.20, *b*. Se cere să se execute la scara 1 : 1 conturul piesei din figura 2.20, *a*.

13) Desenul din figura 2.21 reprezintă conturul unei chei fixe. Cunoscîndu-se valorile cotelor literale din tabelul anexă, se cere să se construiască pe un format *A4* o cheie fixă cu următoarele valori pentru *S* (deschiderea cheii) : 19×22. Desenul se va executa la scara 1 : 1.

14) Să se construiască o cheie fixă cu deschiderea cheii $S=22\times24$. Construcţia se va executa pe un format *A4* la scara 1 : 1.

## 2.2. SECŢIUNI CONICE

### 2.2.1. PROBLEME PROPUSE ŞI REZOLVATE

**Construcţia elipsei * :**

1) Se dau : $AB=2a$ (axa mare a elipsei) şi $F_1F_2=2c$ (distanţa dintre focare). Se cere să se construiască elipsa cu ajutorul acestor elemente.

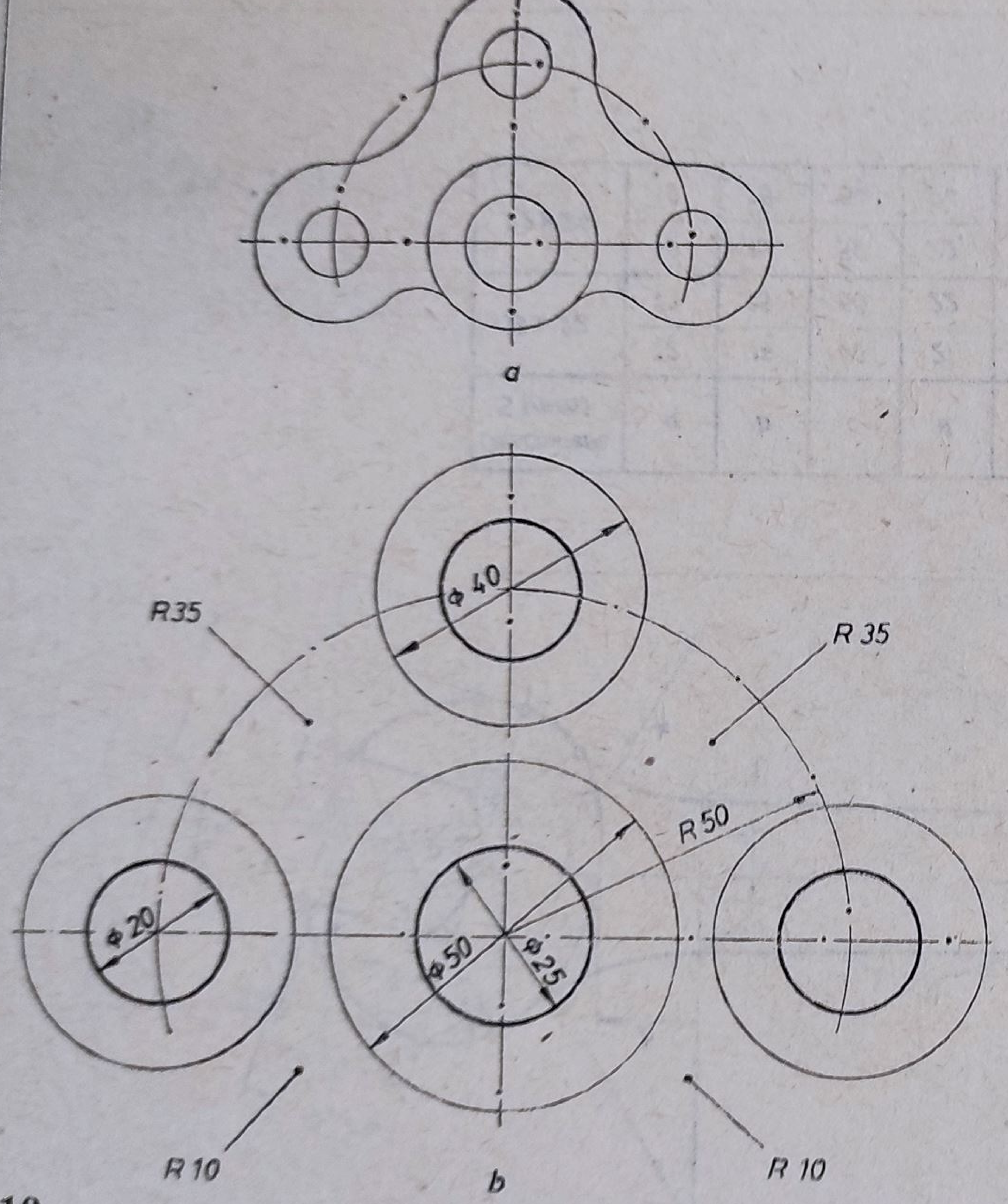
*Rezolvare :* Cunoscîndu-se proprietatea prin care pentru orice punct al curbei suma distanţelor de la acesta la cele două focare este constantă, se foloseşte construcţia după metoda definiţiei (fig. 2.22, *a*). Astfel, se iau în dreapta focarului $F_1$ şi în stînga focarului $F_2$ punctele *1, 2, 3, 4, 5* etc. şi *1', 2', 3', 4', 5'* etc. Apoi, conform definiţiei, se ia în compas distanţa din punctul *A* pînă în punctul *1* şi cu centrul în $F_1$ se duce arcul de rază $R=\overline{A1}$. Apoi, cu deschidere de compas din *B* pînă în *1*, din focarul $F_2$ ca centru, se duce arcul de rază $R=\overline{B1}$. Intersecţia celor două arce determină punctul $M_1$ al elipsei. Utilizîndu-se şi celelalte puncte de pe axa mare se obţin o serie de puncte ale curbei (fig. 2.22, *b*). Finalizarea construcţiei constă în indicarea punctelor elipsei şi îngroşarea conturului. Dacă din punctul *C* se trasează un arc de cerc cu raza egală cu semiaxa mare a elipsei, aceasta intersectează axa mare exact în focarele $F_1$ şi $F_2$ (fig. 2.22, *c*).

2) Se dau $AB=2a$ (axa mare a elipsei) şi $CD=2b$ (axa mică a elipsei). Se cere să se construiască elipsa cînd se cunosc cele două axe.

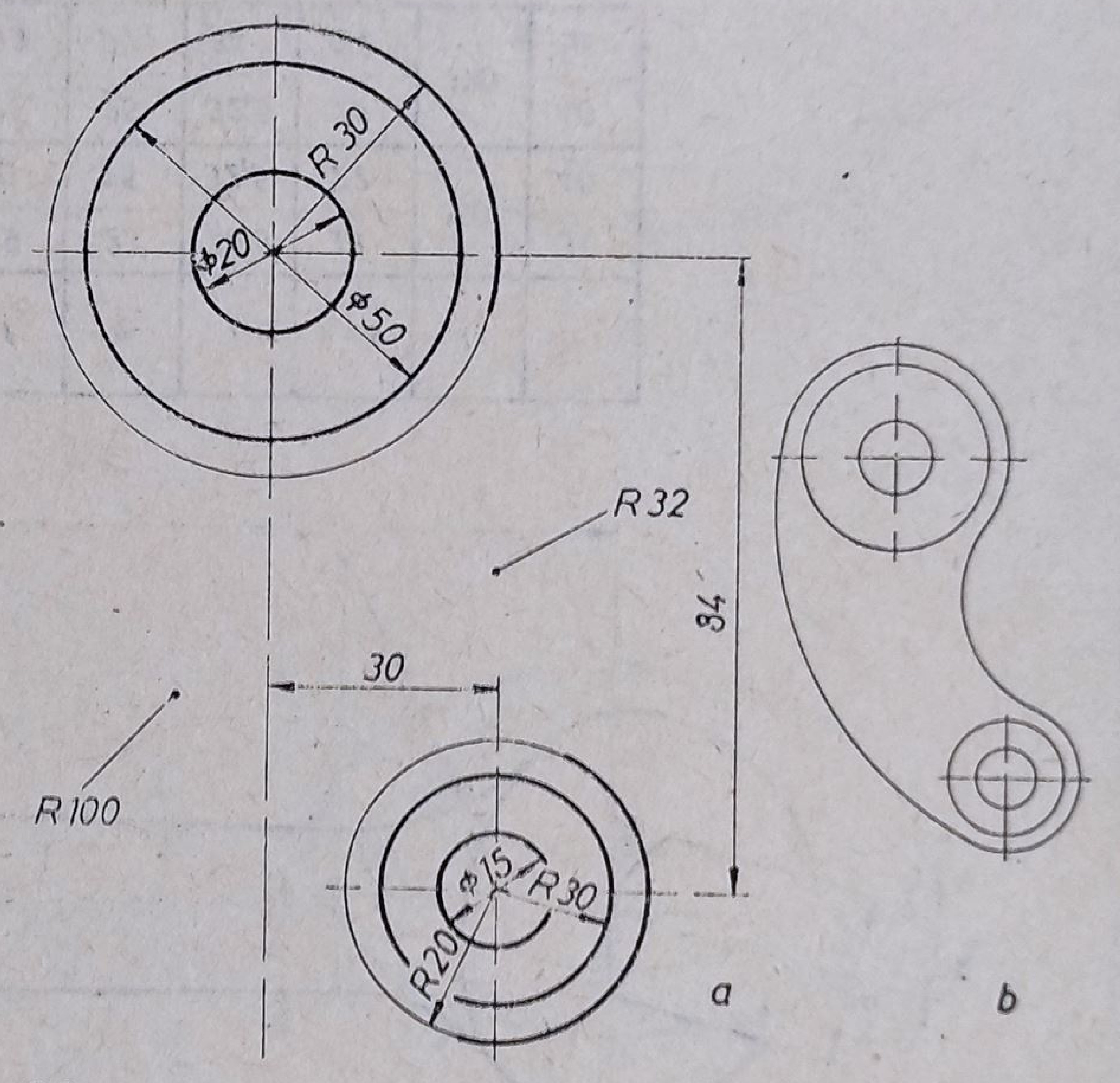
*Rezolvare :* Se duc două cercuri concentrice, unul cu diametrul egal cu axa mare a elipsei, iar celălalt cu diametrul egal cu axa mică. Se duc apoi diametrele perpendiculare şi se determină axele elipsei (fig. 2.23, *a*). Se împarte cercul cel mare într-un număr cît mai mare de părţi. Prin diviziunile de pe cercul mare se duc apoi paralele la axa mică a elipsei, iar prin diviziunile de pe cercul mic, paralele la axa mare a elipsei. Intersecţiile acestor perpendiculare determină punctele elipsei (fig. 2.23, *b*). Finalizarea construcţiei elipsei de axe date este reprezentată în figura 2.23, *c*.

---

* Ecuaţia elipsei sub forma cea mai simplă, raportată la axele de coordonate, este : $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, unde *a* şi *b* sînt semiaxele elipsei.

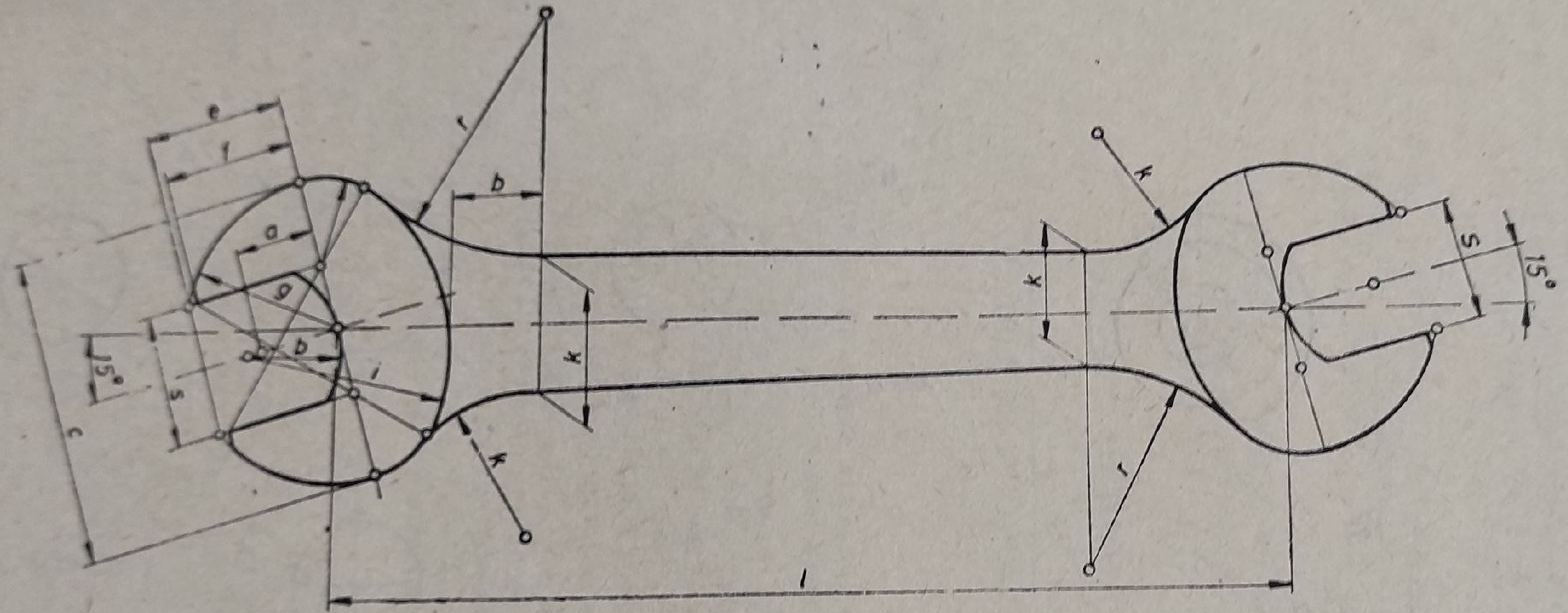



19




20

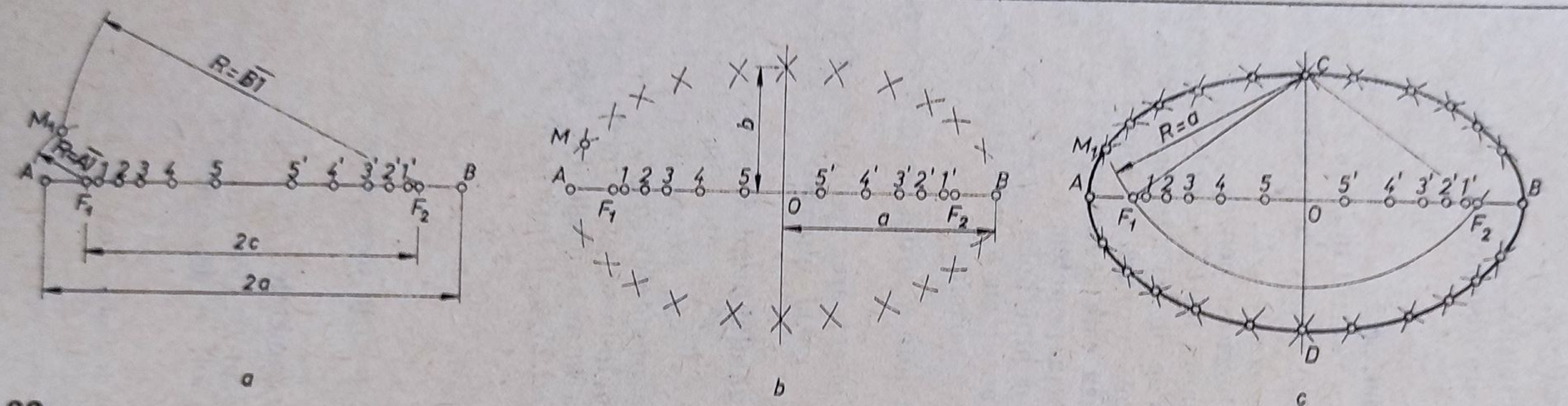
Fig. 2.19. Fig. 2.20. Aplicații ale racordărilor (de rezolvat).



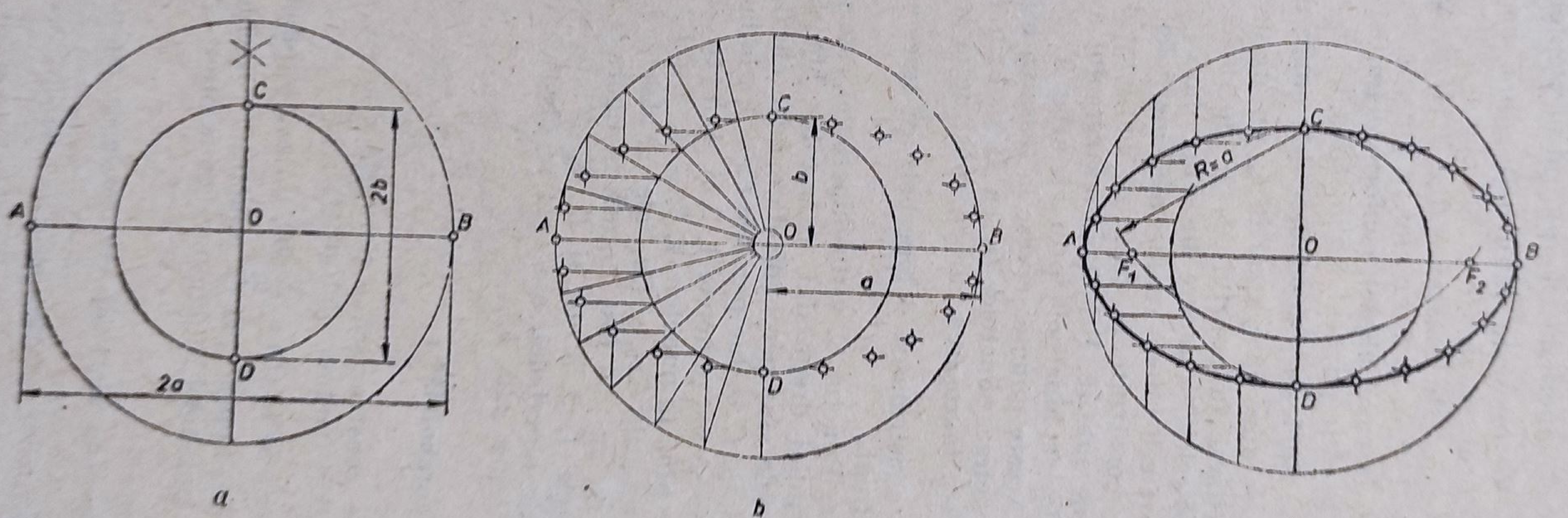

| Deschidere S (mm) | a | b | c | d | f | g | i | k = s | l | r |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 19 x 22 | 12 | 14 | 46 | 21 | 19 | 23 | 30,5 | 19 | 150 | 34 |
| | 13 | 15 | 50 | 22 | 21 | 25 | 32,5 | 22 | | 40 |
| 22 x 24 | 13 | 15 | 50 | 22 | 21 | 25 | 32,5 | 22 | 170 | 40 |
| | 15 | 15 | 54 | 24 | 23 | 27 | 34 | 24 | | 56 |

21

Fig. 2.21. Cheie fixă (aplicație).



22



23

Fig. 2.22. Construcţia elipsei prin metoda definiţiei (date : axa mare şi distanţa între focare).
Fig. 2.23. Construcţia elipsei de axe date.

**Construcția hiperbolei *:**

3) Se dau : $AB=2a$ (axa hiperbolei) și $F_1F_2=2c$ (distanța dintre focare). Se cere să se construiască hiperbola cu ajutorul elementelor de mai sus.

*Rezolvare :* Se folosește construcția după metoda definiției, deoarece se știe că hiperbola este locul geometric al punctelor la care diferența distanței de la un punct la cele două focare este constantă (fig. 2.24, *a*). Astfel, se iau în stînga focarului $F_1$ o serie de puncte *1, 2, 3, 4, 5* etc., iar în dreapta focarului $F_2$ altele, $1'$, $2'$, $3'$, $4'$, $5'$ etc.

Apoi, ca și în cazul elipsei, conform definiției hiperbolei, se ia în compas distanța din punctul $A$ pînă în punctul *1* (din stînga lui $F_1$) și apoi cu centrul în $F_1$ se duce arcul de rază $R=\overline{A1}$. Apoi, cu o deschidere de compas din punctul $B$ pînă în punctul *1* (din stînga lui $F_1$), se duce cu centrul în $F_2$ un arc de cerc cu raza $R=\overline{B1}$. Cele două arce de cerc se întîlnesc în punctul $M_1$ al hiperbolei. Același lucru și pentru punctul $M_2$. Utilizîndu-se și celelalte puncte din stînga lui $F_1$ și din dreapta lui $F_2$ se obțin punctele corespunzătoare celor două ramuri ale hiperbolei, așa cum se observă în figura 2.24, *a*. Prin punctele construite se trasează cu florarul cele două ramuri ale hiperbolei, la început cu linie subțire. Prin trasarea cercului a cărui rază este segmentul $OF_1=OF_2$ și a tangentelor la hiperbolă prin vîrfurile $A$ și $B$ se obțin punctele $G$, $G_1$, $H$ și $H_1$ (fig. 2.24, *b*). Aceste puncte servesc la trasarea asimptotelor hiperbolei. Acestea se construiesc prin unirea punctelor $G_1$ cu $H$ și $G$ cu $H_1$. S-a notat cu $b$ ordonata punctelor $G$ și $H$. Prin îngroșarea curbei, construcția se consideră terminată.

4) Să se construiască o hiperbolă ce trece printr-un punct situat pe bisectoarea unui unghi drept.

*Rezolvare :* Punctul $C$, vîrful hiperbolei, este situat pe bisectoarea unui unghi drept. Laturile unghiului drept sînt asimptotele hiperbolei. Este cazul hiperbolei echilatere unde asimptotele sînt perpendiculare între ele (fig. 2, 25, a).

Prin punctul $C$ se duc paralele $Cx$ și $Cy$ la laturile unghiului drept. Pe aceste drepte perpendiculare se iau punctele 1, 2, 3, 4, 5 etc. și $1'$, $2'$, $3'$, $4'$, $5'$ etc. Din punctul $O$ se duc drepte pînă în punctele *1, 2, 3, 4, 5* și $1'$, $2'$, $3'$, $4'$, $5'$ etc. Aceste drepte determină pe prelungirile $Cx_1$, și $Cy_1$, ale paralelelor la laturile unghiului drept, o serie de puncte care nu au mai fost notate în figura 2.25, *a*. Ducîndu-se prin aceste puncte și prin punctele *1, 2, 3* etc. și $1'$, $2'$, $3'$ etc. paralele la laturile unghiului drept, se obțin punctele hiperbolei, așa cum se observă în figura 2.25, *a*. Construcția arată în final ca în figura 2.25, *b*.

**Construcția parabolei**:**

5) Să se construiască o parabolă cînd se cunoaște poziția directoarei și focarului : $OF=2\,OA$ (metoda definiției).

*Rezolvare :* Se ia $OA=\frac{1}{2}OF$. Pe axa parabolei se iau punctele *1, 2, 3, 4, 5, 6, 7* etc. Se observă din figura 2.26 că punctul 3 coincide cu focarul $F$. Prin punctele determinate pe axa parabolei se duc paralele la directoarea $\Delta$. Apoi, cu deschidere de compas

---

* Ecuația hiperbolei sub forma cea mai simplă, raportată la axele de coordonate, este : $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$.

În cazul hiperbolei echilatere unde $a=b$, ecuația devine $\frac{x^2-y^2}{a^2}=1$ sau $x^2-y^2=a^2$.

** Parabola este locul geometric al punctelor egal depărtate de un punct fix numit focar și de o dreaptă numită directoarea parabolei. Ecuația parabolei, raportată la axele de simetrie, este $y^2=2\,px$, în care $p$ este parametrul parabolei.

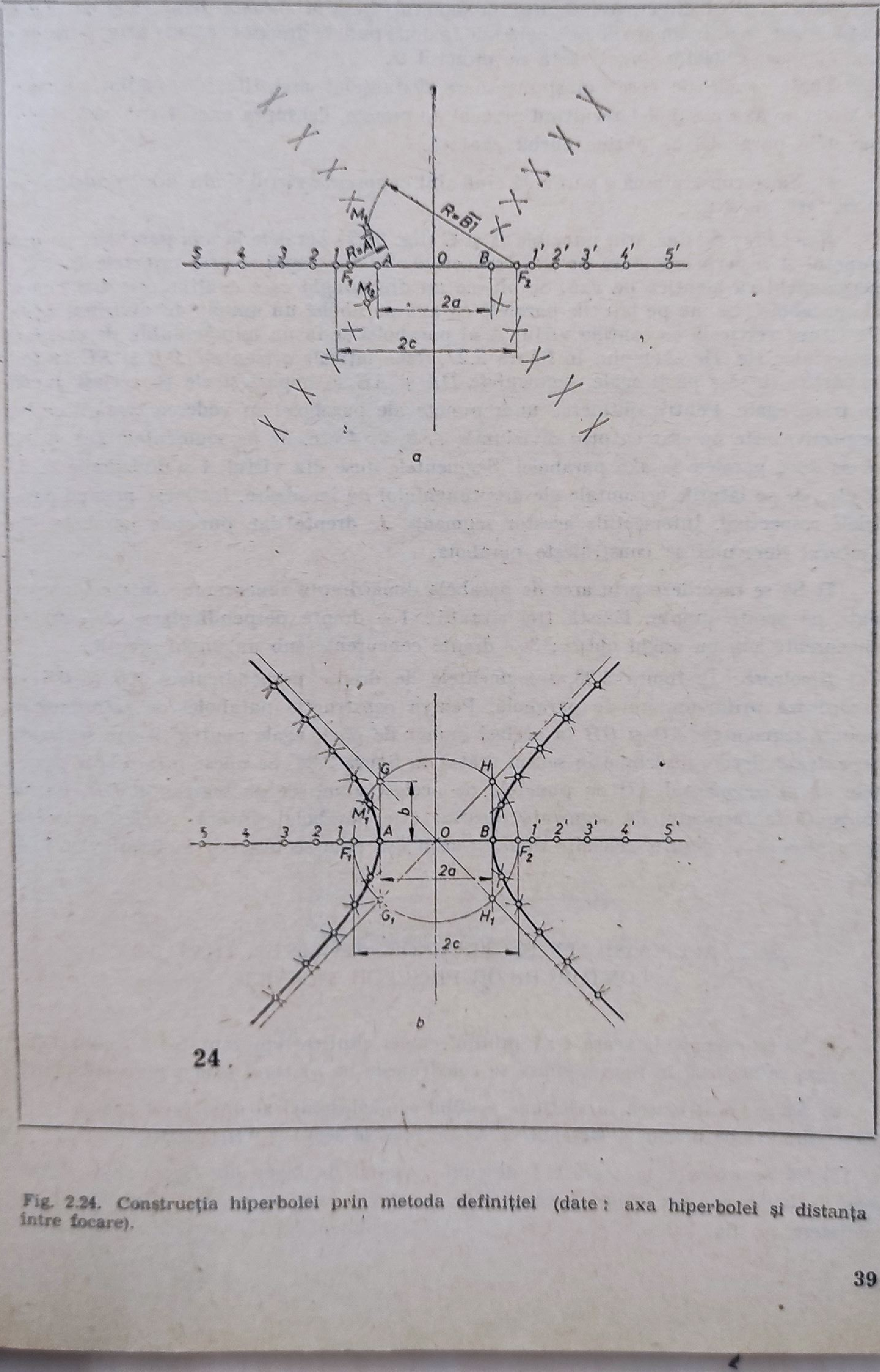



Fig. 2.24. Construcția hiperbolei prin metoda definiției (date: axa hiperbolei și distanța între focare).

din punctul $O$ al directoarei $\Delta$ pînă la punctul $1$, se ia această distanță și cu centrul în focarul $F$ se duce un arc de cerc care taie în două puncte dreapta ce trece prin punctul $1$. La fel și cu celelalte puncte față de punctul $O$.

Toate arcele de cerc corespunzătoare distanțelor amintite vor întîlni perpendicularele pe axa parabolei, rezultînd perechi de puncte, deasupra axei și sub axă. Unind punctele parabolei se obține curba căutată.

**6)** Să se construiască o parabolă cînd sînt cunoscute vîrful și alte două puncte simetrice față de axă.

*Rezolvare:* Se duc prin punctele $B$ și $C$ (fig. 2.27) paralele la axa parabolei iar prin punctul $A$ o perpendiculară pe axa respectivă. Se duce apoi și prin punctele $B$ și $C$ o perpendiculară identică pe axă. Se obține un dreptunghi care conține cele trei puncte ale parabolei. Se iau pe laturile paralele cu axa parabolei un număr de diviziuni egale. Pe latura verticală ce conține vîrful $A$ al parabolei se ia un număr dublu de diviziuni egale între ele. De exemplu, în figura 2.27, dacă laturile orizontale $DB$ și $EC$ au fost împărțite în șase părți egale, segmentele $DA$ și $AE$ se împart și ele în același număr de părți egale. Pentru obținerea unor puncte ale parabolei în vederea trasării curbei respective este necesar ca prin diviziunile $1, 2, 3, 4$ etc. de pe segmentele $DA$ și $AE$ să se ducă paralele la axa parabolei. Segmentele duse din vîrful $A$ și diviziunile $1', 2', 3'$ etc., de pe laturile orizontale ale dreptunghiului de încadrare, întîlnesc pe rînd paralelele respective. Intersecțiile acestor segmente de drepte dau punctele parabolei. Cu ajutorul florarului se construiește parabola.

**7)** Să se racordeze prin arce de parabolă două drepte concurente: în două puncte date pe aceste drepte. Există trei situații: 1 — drepte perpendiculare; 2 — drepte concurente sub un unghi obtuz; 3 — drepte concurente sub un unghi ascuțit.

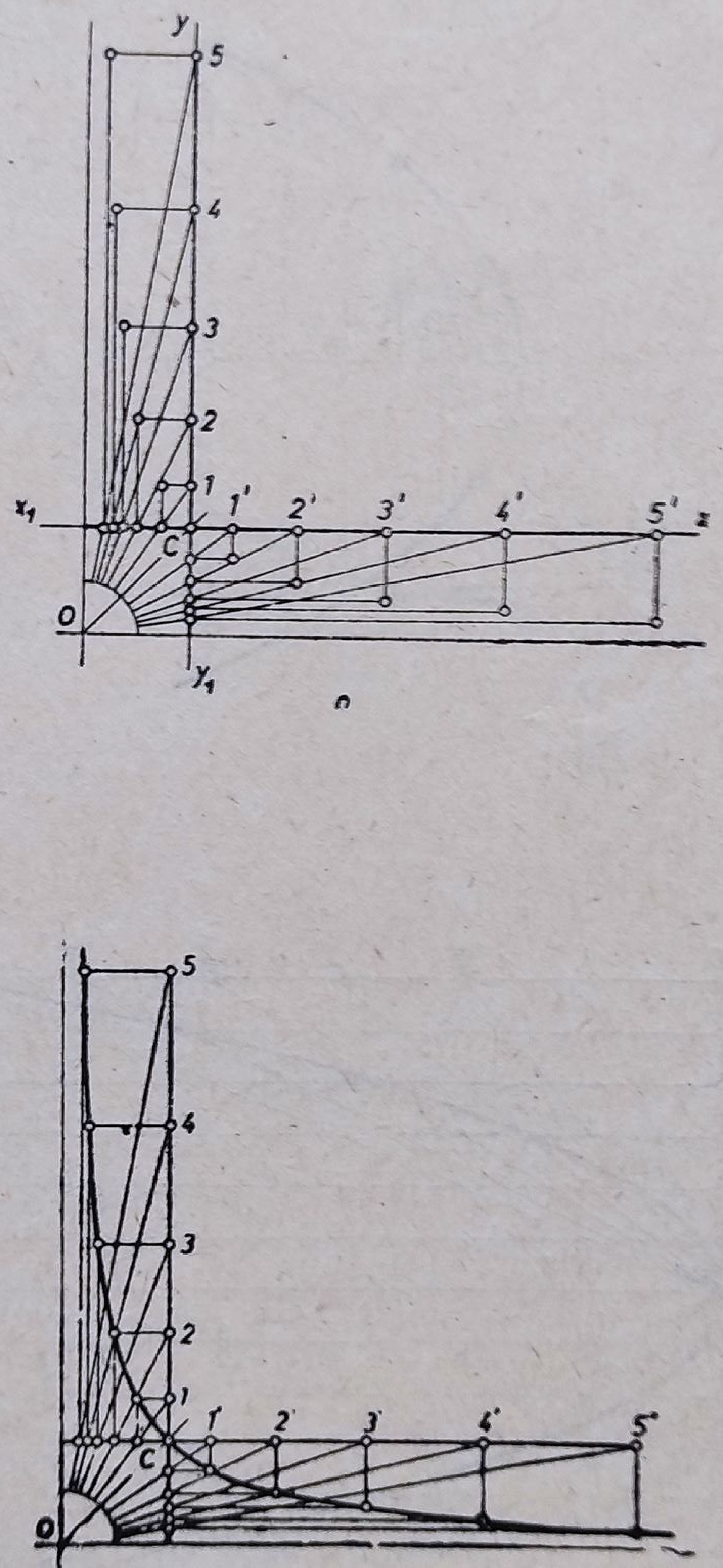
*Rezolvare:* În figura 2.28, *a* segmentele de drepte perpendiculare $AO$ și $OB$ se racordează printr-un arc de parabolă. Pentru construcția parabolei de racordare se împart segmentele $AO$ și $OB$ în același număr de părți egale pentru fiecare segment. Se notează fiecare diviziune în sensul arătat în figura 2.28. Se unesc prin drepte punctele de pe segmentul $AO$ cu punctele de același nume de pe segmentul $OB$. Curba tangentă la fasciculul de segmente rezultat este parabola căutată. Același procedeu se utilizează și pentru celelalte două situații așa cum se observă în figurile 2.28, *b* și *c*.

### 2.2.2. APLICAȚII ALE SECȚIUNILOR CONICE LA TRASAREA CONTURURILOR PIESELOR TEHNICE

**1)** Să se execute la scara 1 : 1 profilul camei eliptice reprezentate în figura 2.29. Așa cum se observă în figură, elipsa se construiește cu ajutorul axelor perpendiculare.

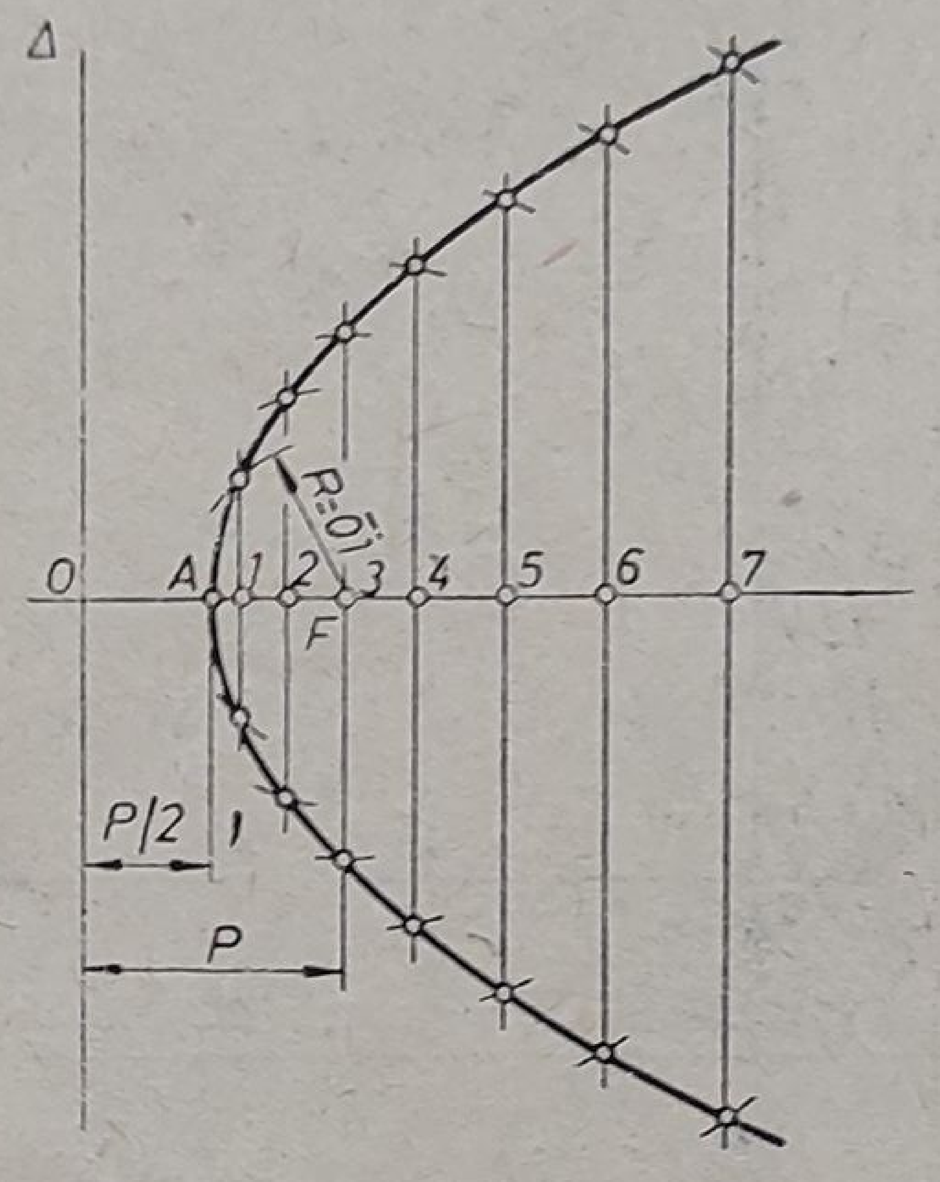
**2)** Să se construiască în secțiune profilul semielipsoidal al unui fund pentru recipient cilindric de presiune. Desenul va fi executat la scara 1: 1 (fig. 2.30).

**3)** Să se execute la scara 1: 1 desenul corpului de lagăr din figura 2.31. Acest corp de lagăr este prevăzut cu nervuri de rezistență care au profilul după hiperbole echilatere (v. fig. 2.25).

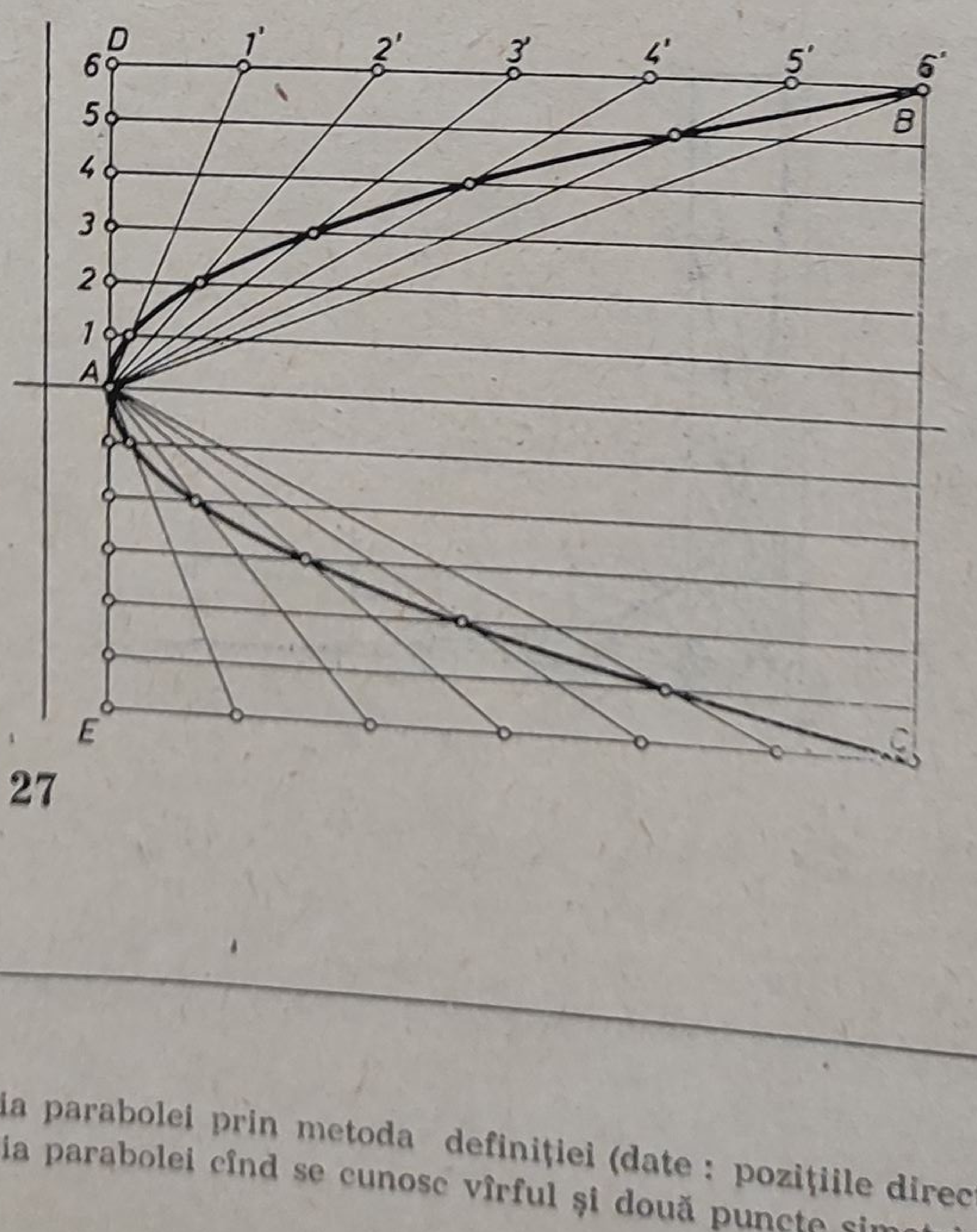



25

Fig. 2.25. Construcția hiperbolei echilatere.

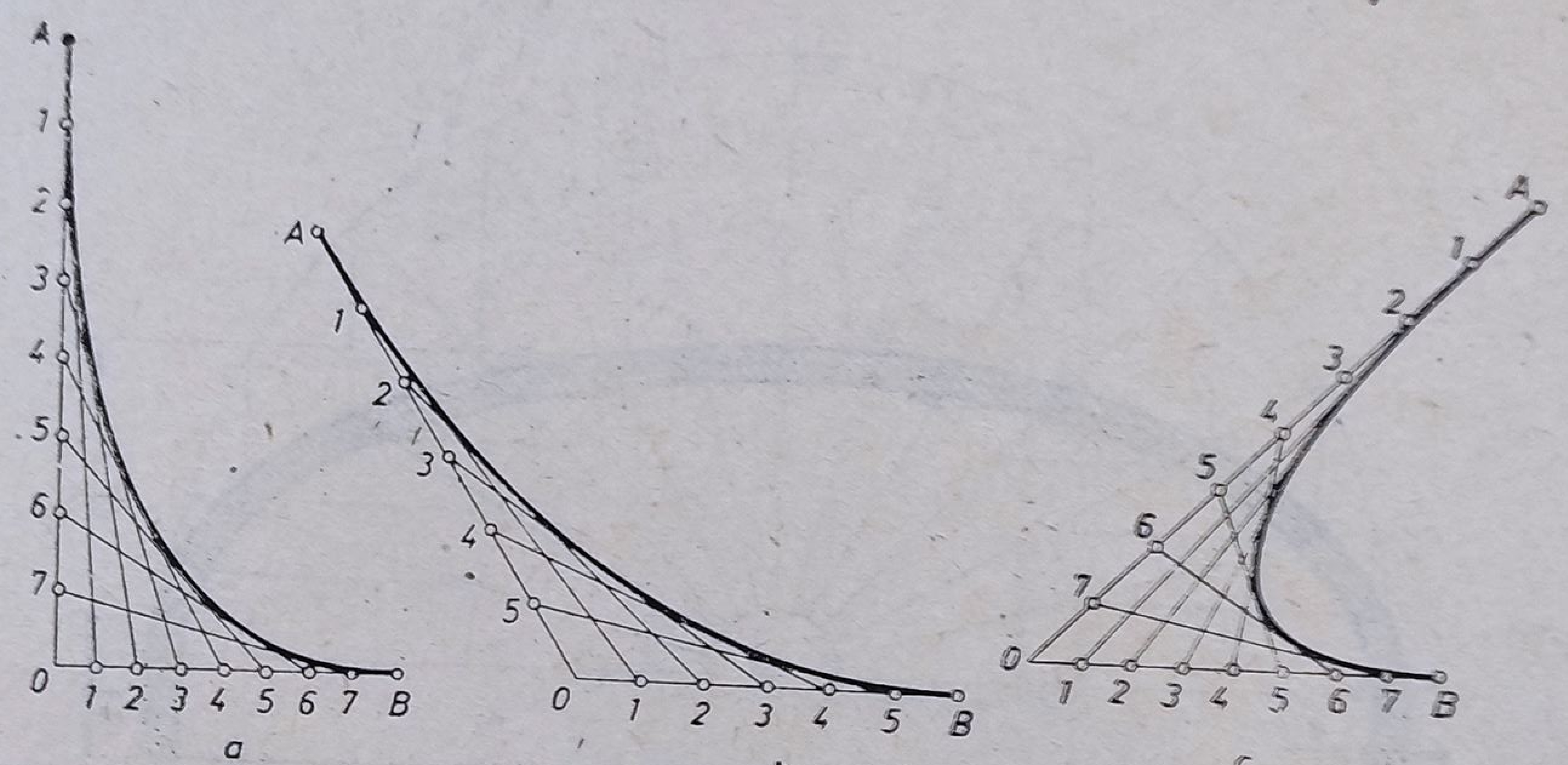



26

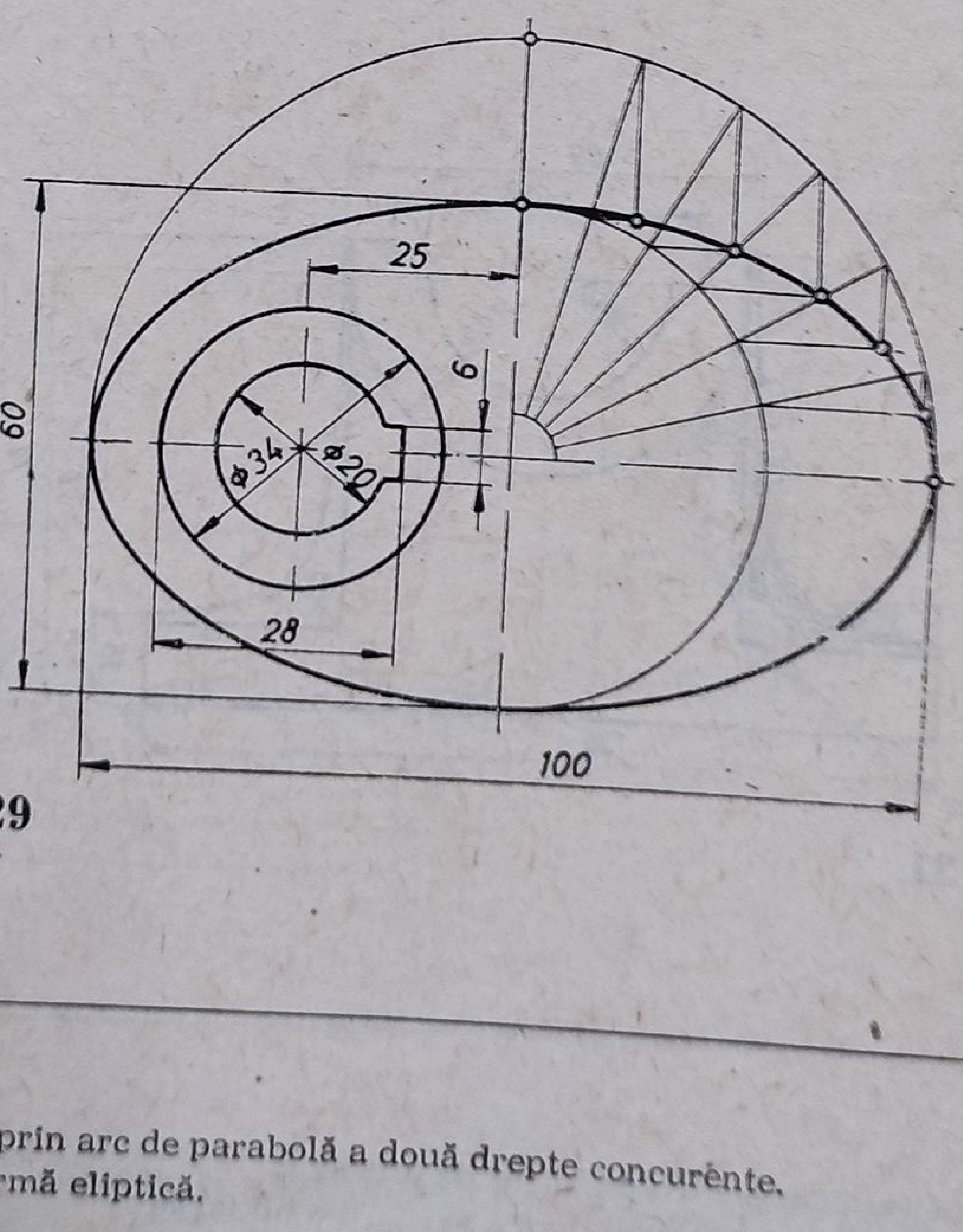



27

Fig. 2.26, Construcţia parabolei prin metoda definiţiei (date : poziţiile directoarei şi focarului).
Fig. 2.27. Construcţia parabolei cînd se cunosc vîrful şi două puncte simetrice faţă de axă.

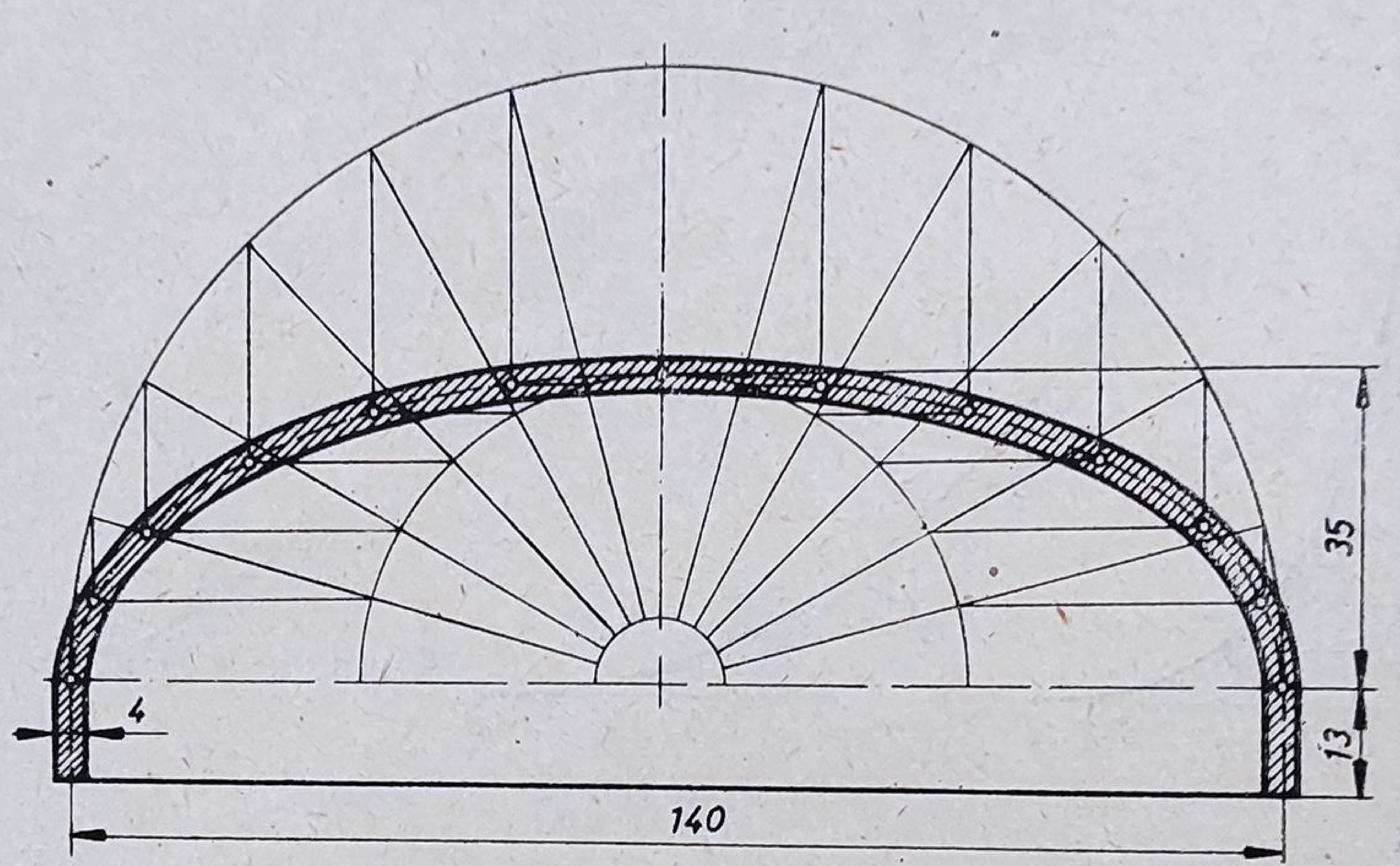



28

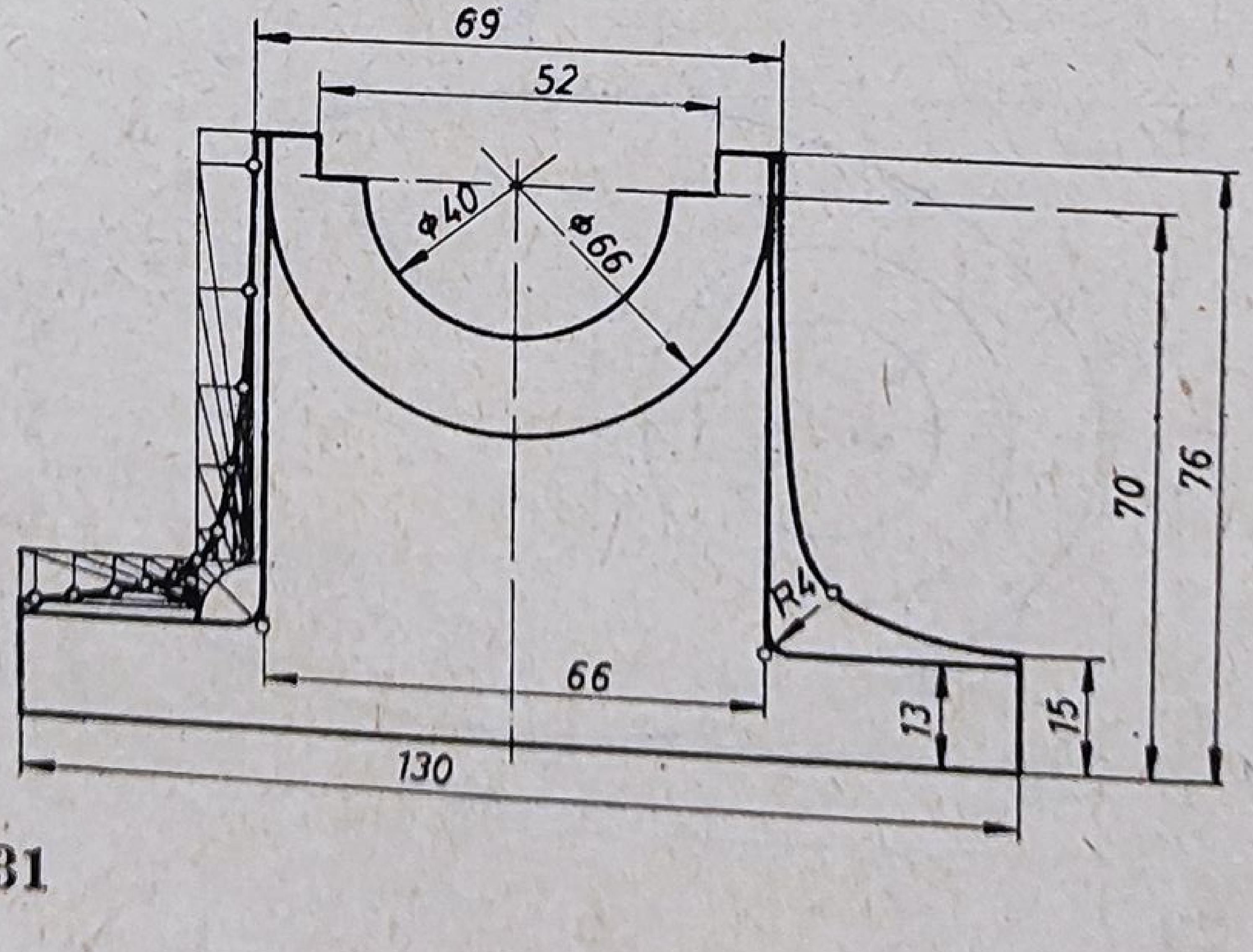



29

Fig. 2.28. Racordarea prin arc de parabolă a două drepte concurente.
Fig. 2.29. Camă de formă eliptică.

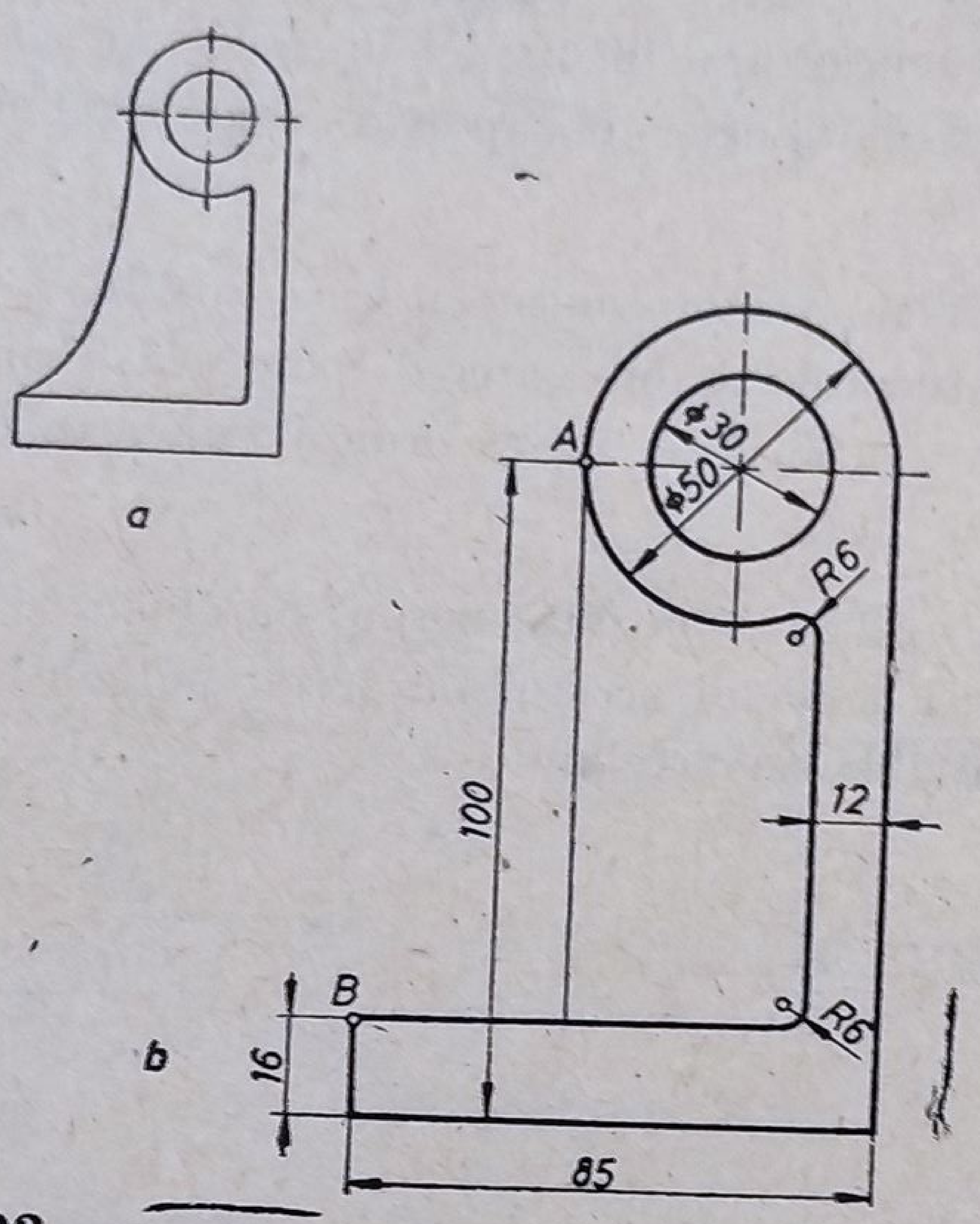



**30**

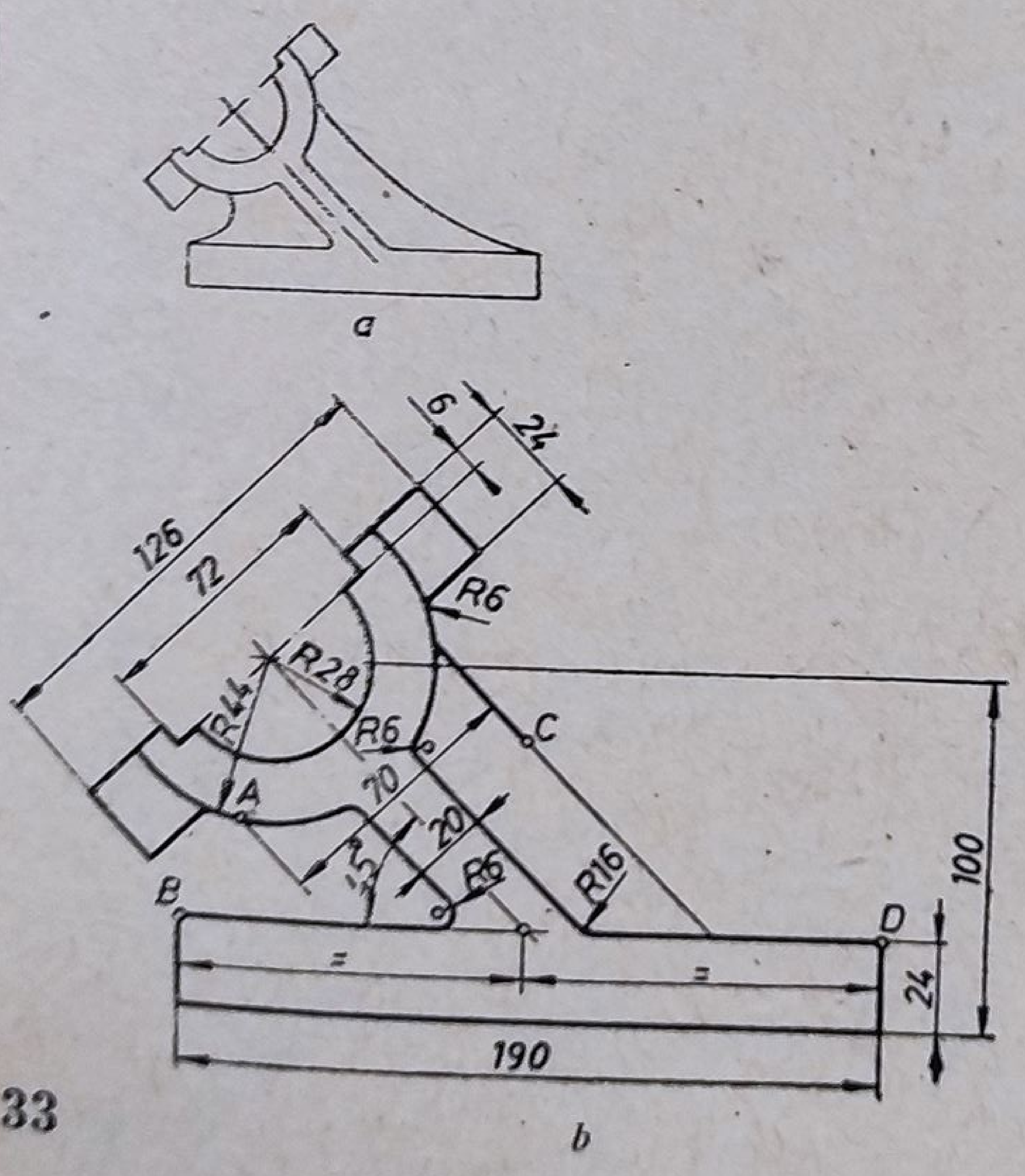



**31**

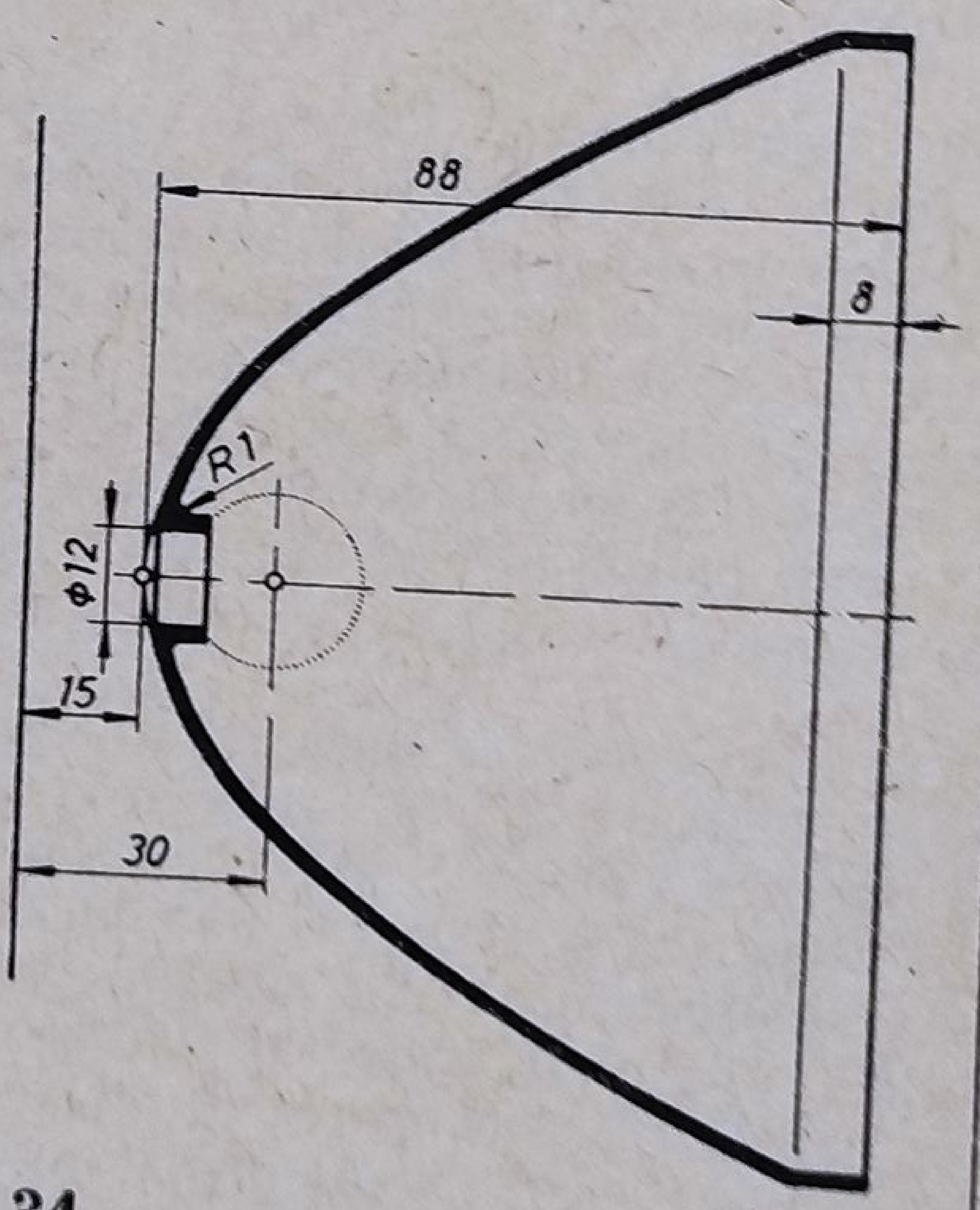
Fig. 2.30. Fund semielipsoidal pentru recipient de presiune.
Fig. 2.31. Racordare prin hiperbolă echilateră a nervurii unui lagăr.




32




33




34

Fig. 2.32. Fig. 2.33. Fig. 2.34. Aplicații ale parabolei (de rezolvat).

4) Să se construiască la scara 1: 1 lagărul cu talpă reprezentat cu linie subțire în figura 2.32, *a*. Lagărul reprezentat incomplet în figura 2.32, *b* urmează să fie completat cu o nervură a cărui margine este o porțiune de parabolă tangentă la conturul piesei în punctele *A* și *B*.

5) Corpul de lagăr înclinat reprezentat cu linie subțire în figura 2.33, *a* este prevăzut cu nervuri care se racordează după arce de parabolă. Urmează ca nervurile modelului reprezentat în figura 2.33, *b* să fie racordate prin arce de parabolă, tangente în punctele *A*, *B* și *C*, *D*.

6) Desenul din figura 2.34 reprezintă corpul parabolic al unui far. Se cere să se construiască la scara 1 : 1 modelul acestui far bazat pe construcția parabolei cînd se cunoaște poziția focarului și a vîrfului

*Partea a doua*

# REPREZENTAREA ORTOGONALĂ

*Capitolul 3*

# REPREZENTAREA PUNCTULUI, DREPTEI ŞI PLANULUI

## 3.1. SISTEMUL DE PROIECŢIE MONGE

### 3.1.1. GENERALITĂŢI

Prin proiecţie ortogonală se înţelege reprezentarea unui punct, a unei figuri plane sau spaţiale pe două plane de proiecţie perpendiculare.

Linia de intersecţie dintre cele două plane perpendiculare (axa $Ox$) este cunoscută sub numele de linie de pămînt. Planele de proiecţie se aşază, unul în poziţie orizontală, poartă numele de *plan orizontal* şi se notează cu litera $H$, iar celălalt în poziţie verticală, poartă numele de *plan vertical* şi se notează cu litera $V$.

Aceste două plane de proiecţie împart spaţiul în patru regiuni numite *diedre*. Planele date la rîndul lor se împart fiecare în două semiplane prin linia de pămînt (axa $Ox$). Se obţine astfel sistemul de proiecţie cu patru diedre şi patru semiplane. În figura 3.1 sînt reprezentate axonometric planele perpendiculare ce împart spaţiul în patru diedre. Semiplanele care formează diedrele sînt : orizontalul anterior $(H_a)$ şi verticalul superior $(V_s)$ pentru diedrul $I$, orizontalul posterior $(H_p)$ şi verticalul superior $(V_s)$ pentru diedrul $II$, orizontalul posterior $(H_p)$ şi verticalul inferior $(V_i)$ pentru diedrul $III$ şi în fine orizontalul anterior $(H_a)$ şi verticalul inferior $(V_i)$ pentru diedrul $IV$.

Acest sistem de plane împreună cu sistemul proiecţiei paralele ortogonale alcătuiesc *sistemul de proiecţie Monge* *.

În acest sistem de proiecţie, pentru diedrul $I$ se consideră ca observatorul, aşezat la oarecare distanţă faţă de planul vertical de proiecţie şi deasupra planului orizontal, să vadă în faţa lui axa $Ox$ de la dreapta spre stînga. Se consideră punctul $O$ ca origine a absciselor, aşezat la dreapta observatorului. Sensul pozitiv al absciselor se va lua de la origine către $x$, de la dreapta spre stînga. Figura 3.2, *a* reprezintă axonometric dubla proiecţie ortogonală a unui punct $M$ situat în diedrul $I$, în care dreptele proiectante duse din acest punct sînt perpendiculare pe semiplanele $H_a$ şi $V_s$.

Prin rotirea unuia din planele de proiecţie (de obicei planul $H$) în jurul axei $Ox$, se suprapune un plan peste celălalt (fig. 3.2, *a*, *b*). Cele două proiecţii ale punctului apar astfel pe aceeaşi foaie de hîrtie într-un singur desen. Asemenea reprezentare în care contururile planelor dispar, rămînînd doar linia de pămînt (axa $Ox$) şi proiecţiile respective, se numeşte *epură* (fig. 3.2, *c*).

* Sistem creat în 1794 de către Gaspard Monge, bazat pe metoda dublei proiecţii ortogonale şi care stă la baza Geometriei descriptive fondată de acest geometru francez.

Cele două proiecții $m$ și $m'$ sînt situate pe aceeași perpendiculară cu axa $Ox$. Această linie se numește *linie de ordine* (fig. 3.2, *b*, *c*). Axa $Ox$ se trasează, ca și liniile de ordine, cu linie continuă subțire.

## 3.1.2. COORDONATELE PUNCTULUI ÎN DUBLA PROIECȚIE ORTOGONALĂ

Proiecția unui punct în epură este determinată cu exactitate de coordonatele descriptive ale acestuia. Aceste coordonate sînt : abscisa, depărtarea și cota (fig. 3.2).

Prin *abscisa punctului* se înțelege mărimea segmentului $Om_x$, măsurată pe axa $Ox$ de la originea $O$ spre stînga, pînă la proiecția punctului respectiv pe axă așa cum se observă în figura 3.2, *a*, *b* și *c*. Sensul pozitiv este ales prin convenție întotdeauna de la dreapta spre stînga (invers ca în geometria analitică).

Prin *depărtarea punctului* se înțelege mărimea segmentului $Mm' = mm_x$, ce indică distanța punctului $M$ din spațiu față de planul vertical de proiecție. Această mărime se măsoară pe axa $Oy$. Sensul pozitiv se alege prin convenție de la axa $Ox$ în jos.

Prin *cota punctului* se înțelege mărimea segmentului $Mm = m'm_x$ ce indică distanța punctului $M$ față de planul orizontal de proiecție. Cota se măsoară pe direcția axei $Oz$. Sensul pozitiv se alege prin convenție de la axa $Ox$ în sus.

Observînd reprezentările din figura 3.2 rezultă că în sistemul dublei proiecții ortogonale (sistemul Monge), unui punct oarecare M din spațiu îi corespund în epură două proiecții $m$ și $m'$ care se găsesc pe aceeași linie de ordine. În acest fel, se stabilește o *corespondență biunivocă* între punctele din spațiu și proiecțiile acestora pe planele sistemului de proiecție dublu ortogonal.

### 3.1.2.1. PLANELE BISECTOARE

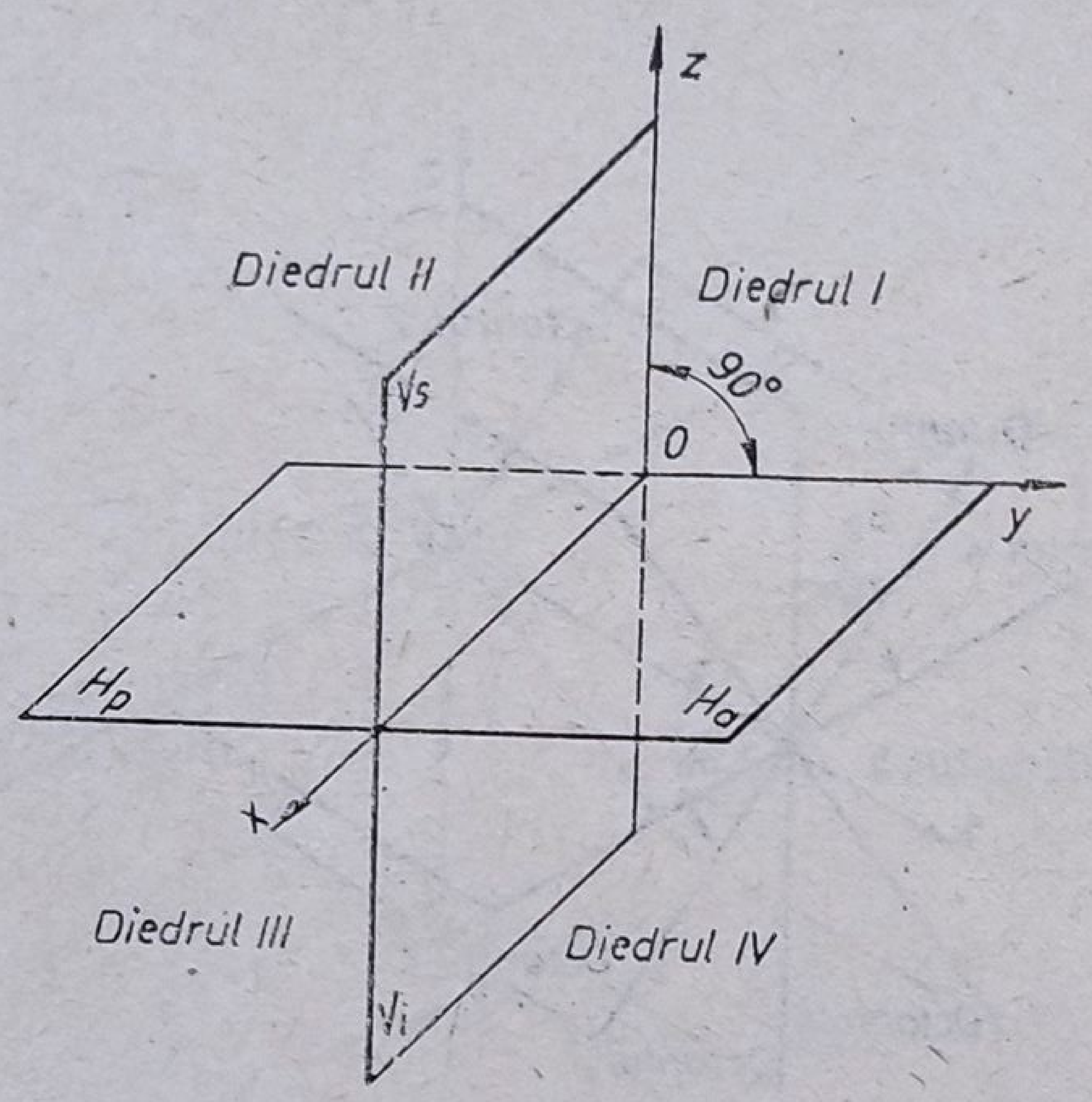
Planele bisectoare împart spațiul celor patru diedre în regiuni egale (pentru fiecare diedru). Rezultă, în acest caz, opt unghiuri diedre ce poartă numele de *octante*. Planele bisectoare (în număr de două) sînt la rîndul lor perpendiculare între ele, așa cum se observă în figura 3.3.

### 3.1.2.2. POZIȚIILE PUNCTELOR ÎN EPURĂ FAȚĂ DE PLANELE DE PROIECȚIE ȘI PLANELE BISECTOARE

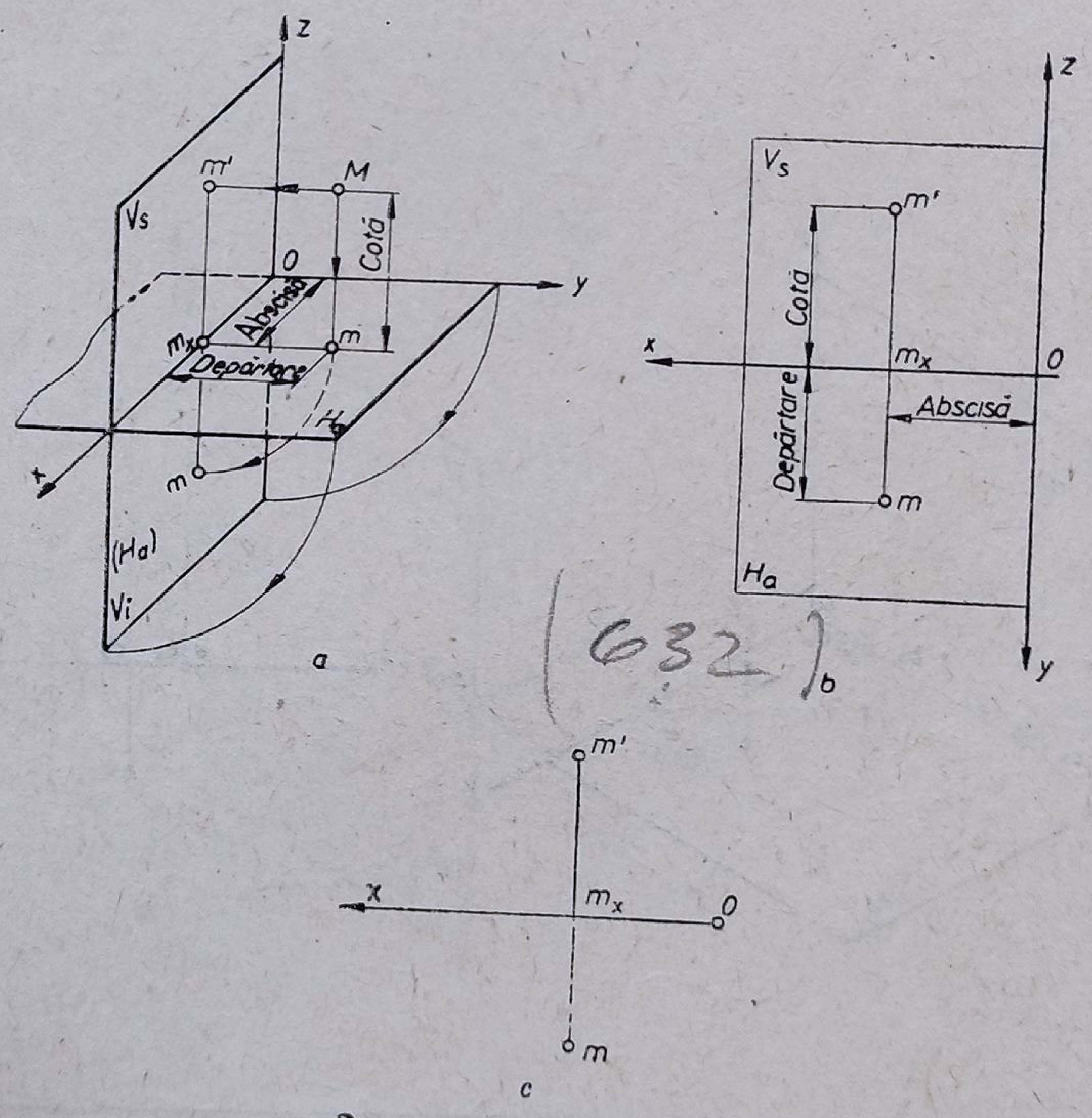
Abscisele oricăror puncte proiectate pe planele celor patru diedre sînt totdeauna pozitive dacă se ține seama de convențiile de mai sus.

**Puncte situate în diedrul I.** Prin rotirea planului $H$ în jurul axei $Ox$ semiplanul $H_a$ se suprapune peste semiplanul $V_i$. Deci toate punctele vor avea depărtarea și cota pozitive. Dacă depărtarea este mai mare decît cota, punctul din spațiu se găsește în octantul *1* (sub bisectorul $B_1$). Dacă cota este egală cu depărtarea atunci punctul aparține bisectorului $B_1$. Acest lucru confirmă faptul că planul bisector este locul geometric al punctelor din spațiu egal depărtate de planele diedrului respectiv.

Dacă depărtarea este mai mică decît cota, rezultă că punctul se găsește situat în octantul *2* (deasupra bisectorului $B_1$). Figura 3.4, *a* și *b* reprezintă axonometric și în epură pozițiile unor puncte față de diedrul *I* și bisectorul $B_1$. Astfel, punctul $A$ este situat în semiplanul $H_a$ (cota $z=0$) ; punctul B are depărtarea mai mare decît cota (se găsește în octantul *1*) ; punctul $C$ aparține bisectorului $B_1$ (cota este egală cu depărtarea) ; punctul $D$ se găsește în octantul *2* (cota mai mare decît depărtarea) ; punctul $E$ aparține semiplanului $V_s$ (depărtarea $y=0$).

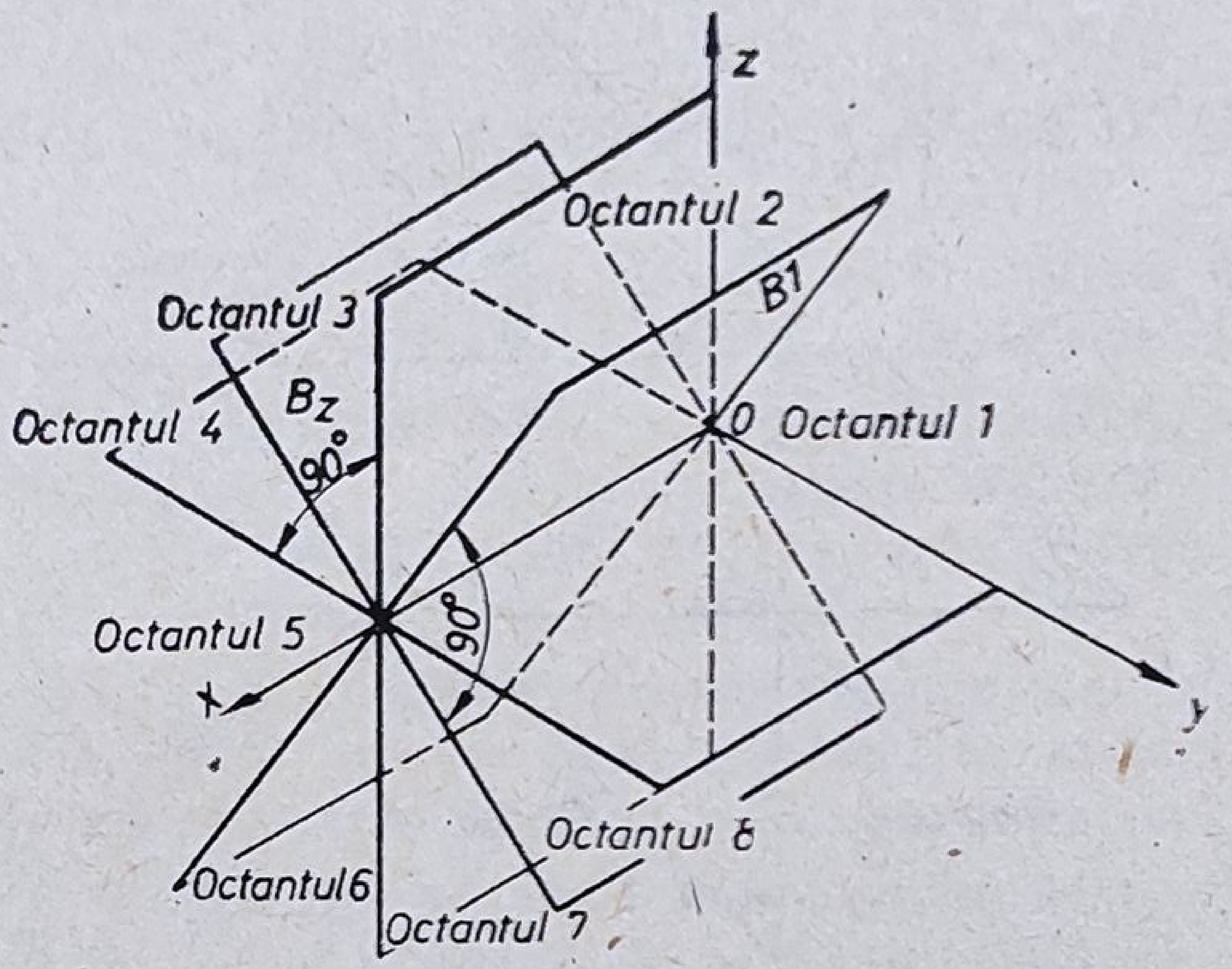



**1**

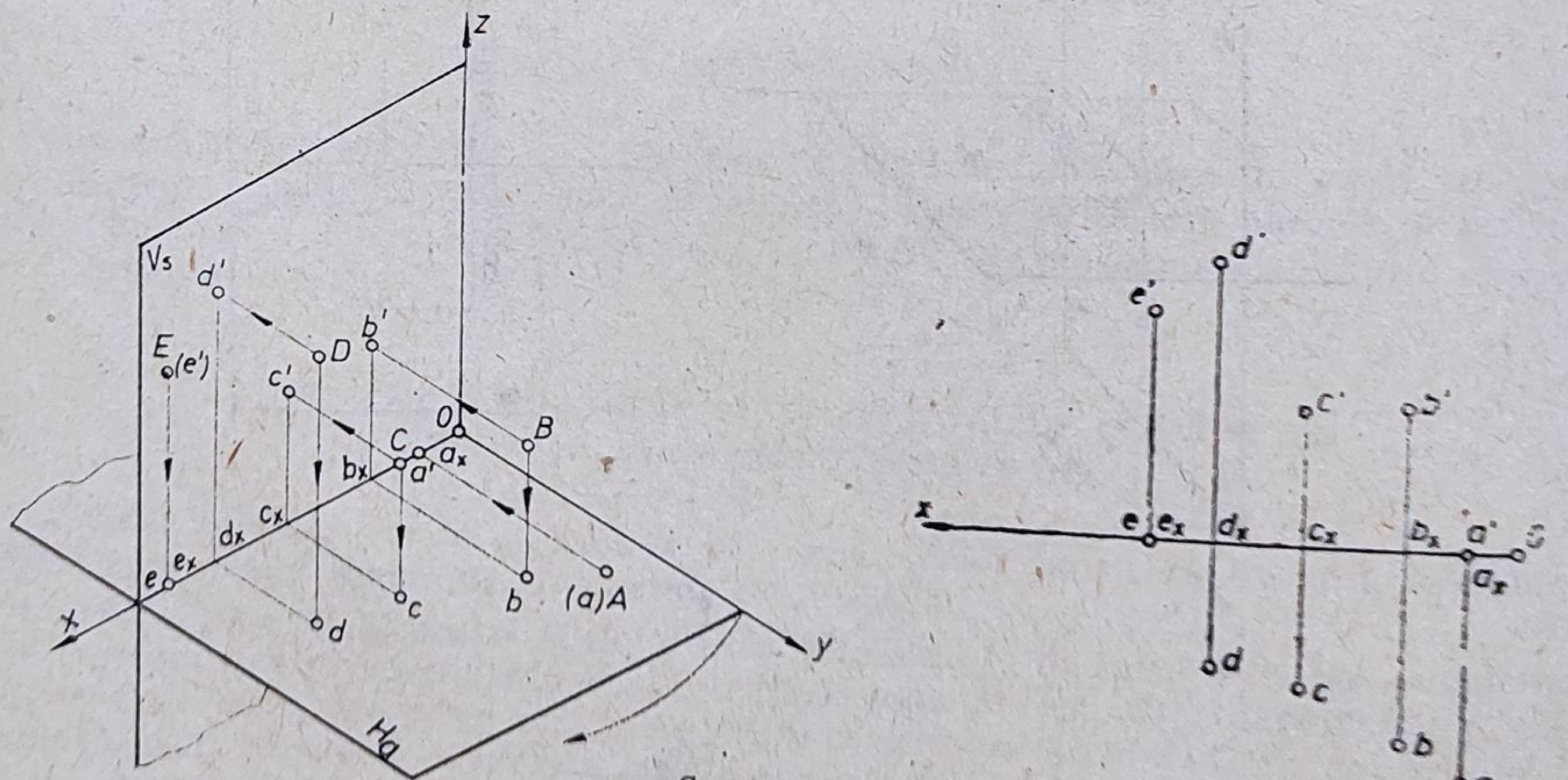



**2**

Fig. 3.1. Împărţirea spaţiului în diedre.
Fig. 3.2. Dubla proiecţie ortogonală a punctului.

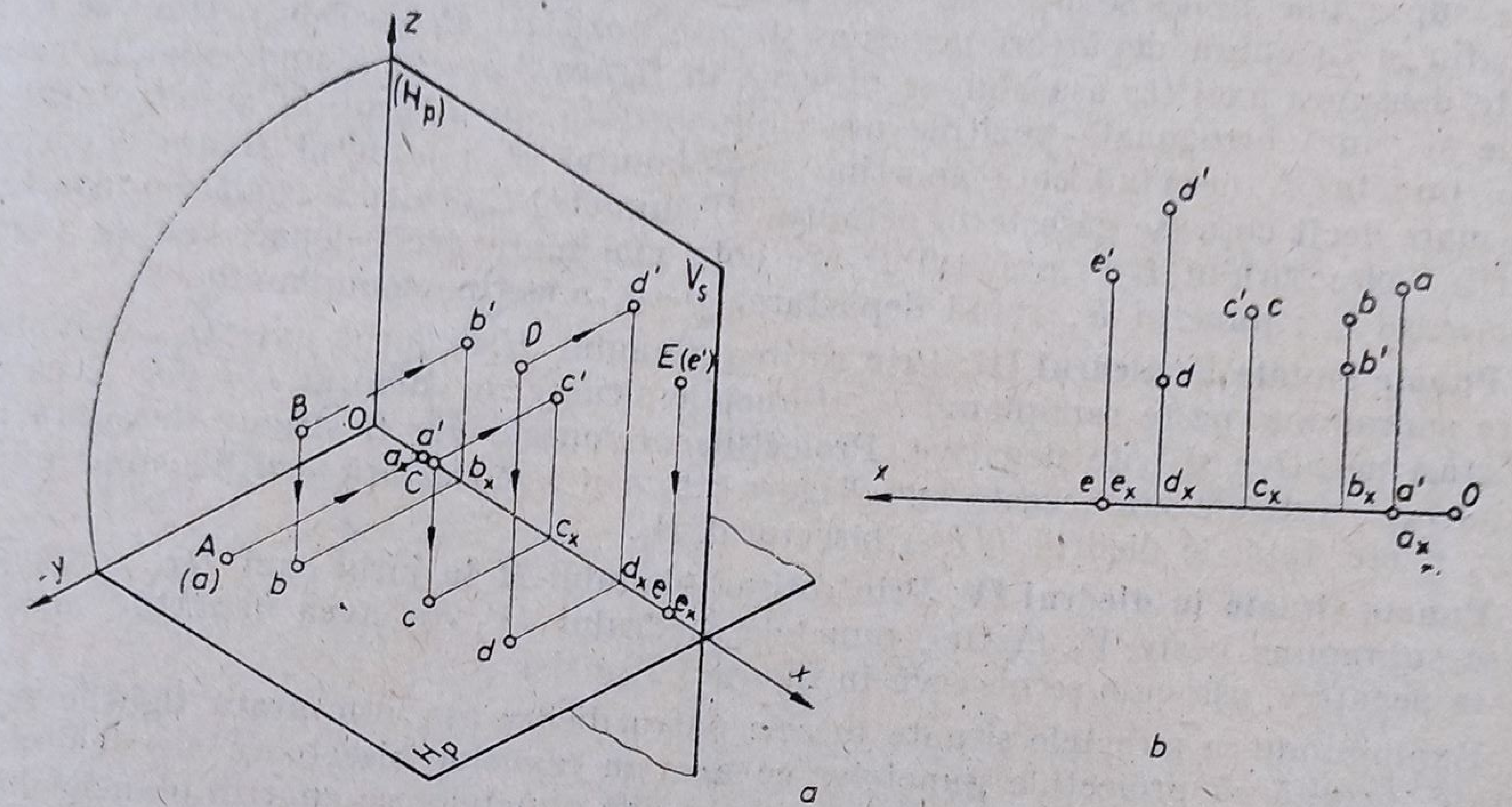



3

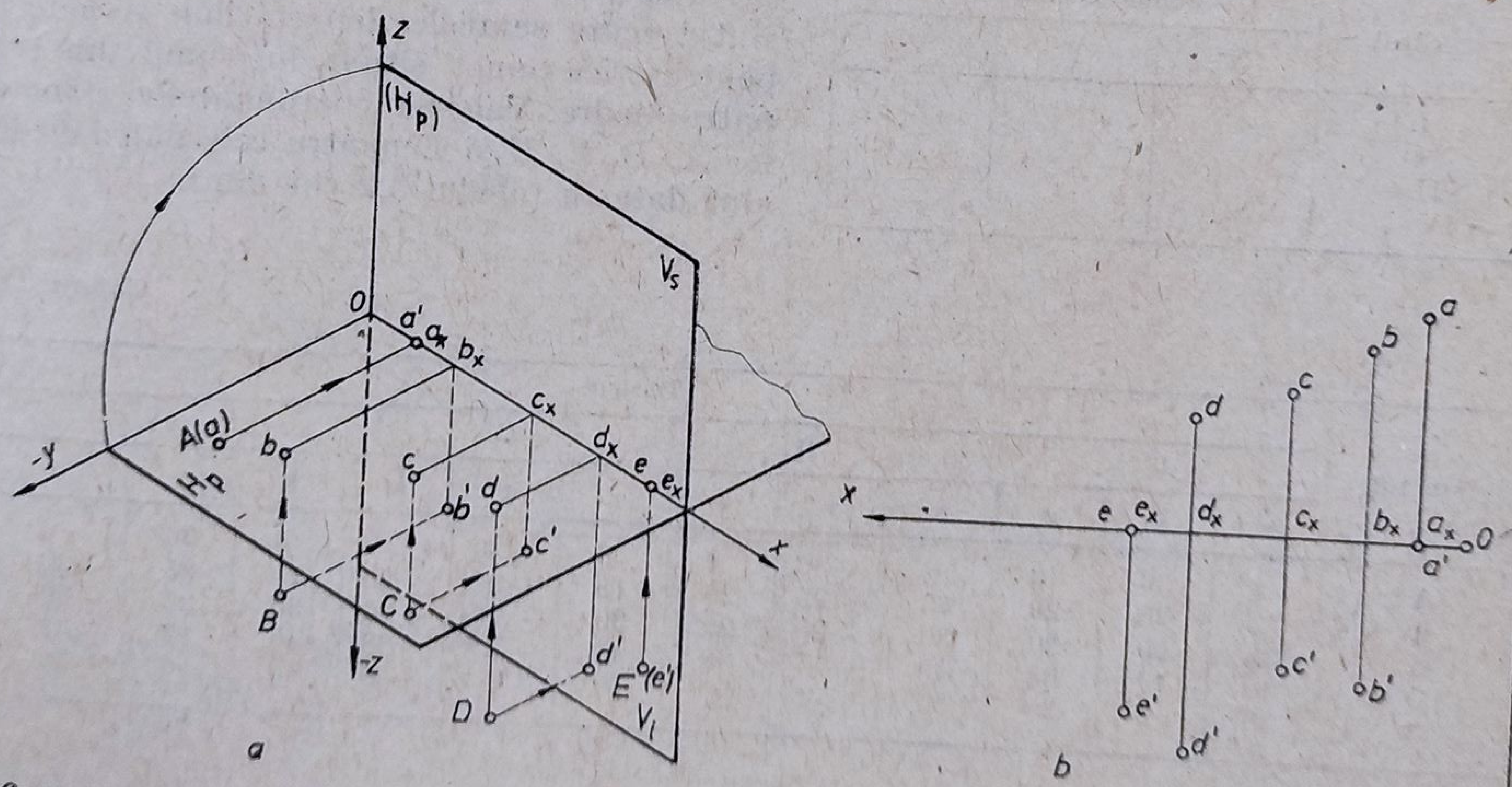



4 a b

Fig. 3.3. Împărţirea spaţiului în diedre şi octante.
Fig. 3.4. Proiecţiile unor puncte situate în diedrul *I*.



5



6

Fig. 3.5. Proiecțiile unor puncte situate în diedrul *II*.
Fig. 3.6. Proiecțiile unor puncte situate în diedrul *III*.

**Puncte situate în diedrul II.** Prin rotirea planului $H$ în jurul axei $O_x$, semiplanul $H_p$ se suprapune peste semiplanul $V_s$; deci punctele situate în diedrul $II$ vor avea în spaţiu şi în epură depărtări negative şi cote pozitive. Proiecţiile orizontale vor fi situate deasupra axei $Ox$ aşa cum se observă în figura 3.5, *a* şi *b*, unde apar în axonometrie şi epură ortogonală poziţiile unor puncte faţă de diedrul $II$ şi bisectorul $B_2$. Astfel, punctul A, neavînd cotă aparţine semiplanului $H_p$; punctul $B$ are depărtarea mai mare decît cota (se găseşte în octantul *4*); punctul $C$ are cota egală cu depărtarea (aparţine bisectorului $B_2$); punctul $D$ are cota mai mare decît depărtarea (se găseşte în octantul *3*); punctul $E$, avînd depărtarea $y=0$, aparţine semiplanului $V_s$.

**Puncte situate în diedrul III.** Prin rotirea planului $H$ în jurul axei $O_x$, semiplanul $H_p$ se suprapune peste semiplanul $V_s$. Punctele situate în diedrul $III$ vor avea deci depărtări negative şi cote negative. Proiecţiile orizontale vor fi situate deasupra axei $Ox$, iar cele verticale sub această axă. Figura 3.6, *a* şi *b* reprezintă poziţiile unor puncte $A$, $B$, $C$ etc. faţă de diedrul $III$ şi bisectorul $B_1$.

**Puncte situate în diedrul IV.** Prin rotirea planului $H$ în jurul axei $Ox$, semiplanul $H_a$ se suprapune peste $V_i$. Astfel, punctele diedrului $IV$ vor avea depărtări pozitive şi cote negative, aşa cum se observă în figura 3.7, *a* şi *b*.

Examinîndu-se punctele situate în cele patru diedre aşa cum arată figurile reprezentate, rezultă că proiecţiile punctelor ce aparţin planelor bisectoare ale diedrelor $I$ şi $III$ vor fi simetrice faţă de axa $Ox$, iar proiecţiile punctelor ce aparţin planelor bisectoare ale diedrelor $II$ şi $IV$ vor fi confundate.

*Tabelul 3.1*

| Diedrul | Semne coordonate | | |
|---|---|---|---|
| | X | Y | Z |
| I | + | + | + |
| II | + | − | + |
| III | + | − | − |
| IV | + | + | − |

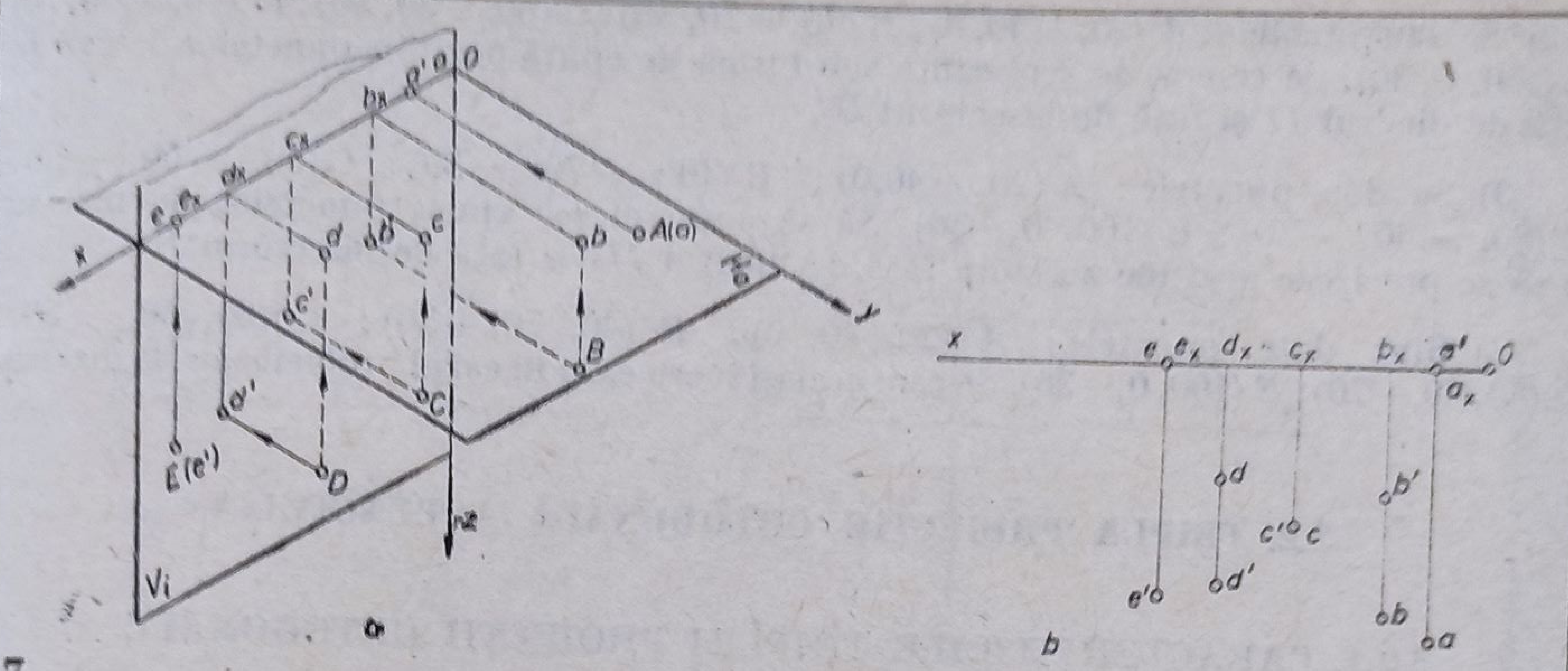
Construcţia epurelor punctelor ce aparţin unuia din cele patru diedre se realizează cu ajutorul tabelului 3.1. În acest tabel sînt trecute semnele depărtărilor şi cotelor pentru orice punct situat într-unul din cele patru diedre. Valorile coordonatelor punctelor $A$, $B$, $C$, $D$ şi $E$ pentru cele patru diedre sînt date în tabelul 3.2 (în mm).

*Tabelul 3.2*

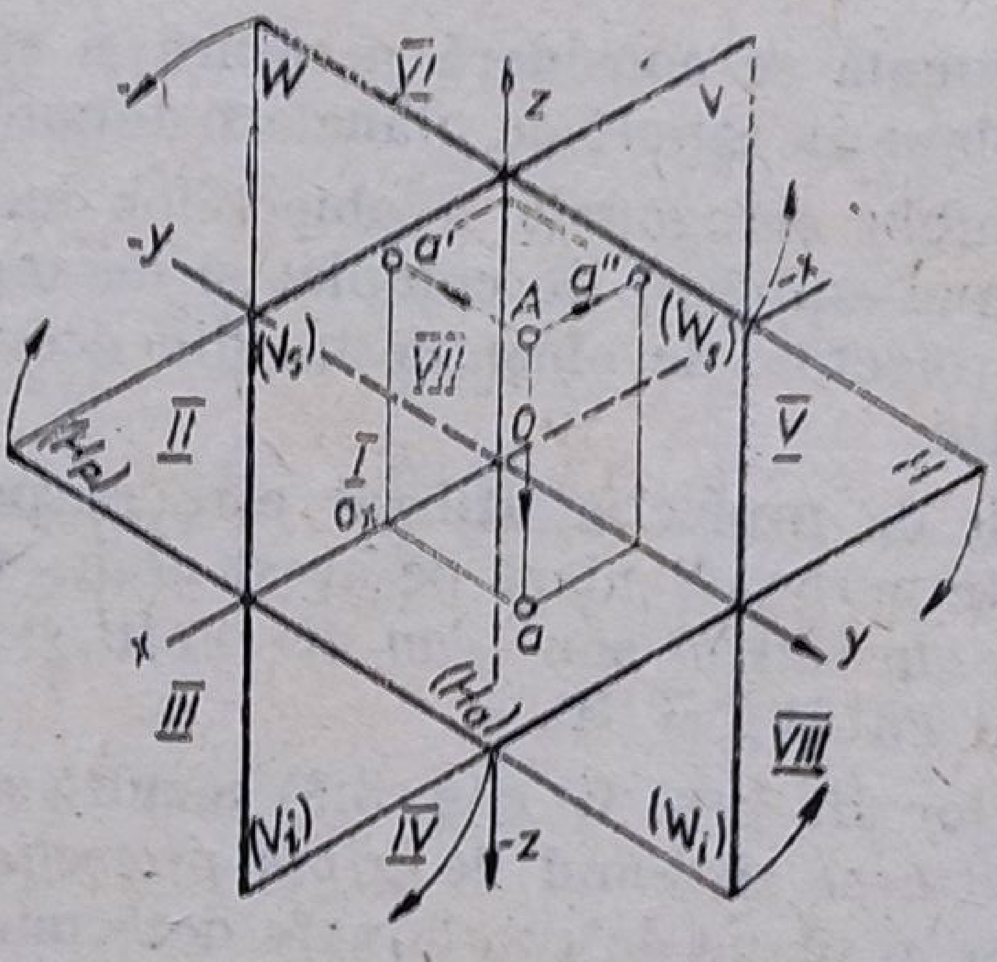
| Punctul | Diedrul | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | I | | | II | | | III | | | IV | | |
| | x | y | z | x | y | z | x | y | z | x | y | z |
| A | 8 | 30 | 0 | 8 | −30 | 0 | 8 | −30 | 0 | 8 | 30 | 0 |
| B | 15 | 25 | 20 | 15 | −25 | 20 | 15 | −25 | −20 | 15 | 25 | −20 |
| C | 30 | 20 | 20 | 30 | −20 | 20 | 30 | −20 | −20 | 30 | 20 | −20 |
| D | 40 | 17 | 38 | 40 | −17 | 38 | 40 | −17 | −38 | 40 | 17 | −38 |
| E | 50 | 0 | 30 | 50 | 0 | 30 | 50 | 0 | −30 | 50 | 0 | −30 |

### 3.1.3. PROBLEME DE REZOLVAT

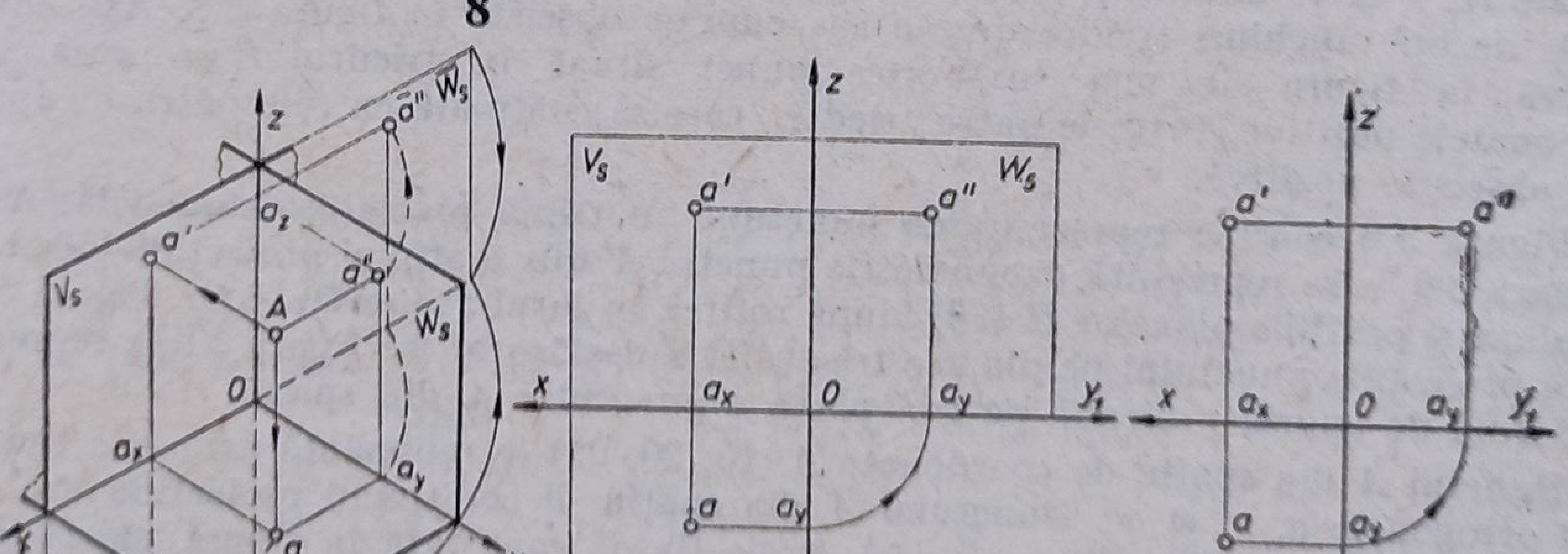
1) Sînt date punctele: $A$ (20, 40, 0); $B$ (40, 70, 30); $C$ (60, 50, 50); $D$ (80, 40, 70); $E$ (100, 0, 40); $F$ (120, 0, 0). Coordonatele sînt exprimate în milimetri. Se cere să se construiască epura acestor puncte şi să se stabilească poziţiile acestora faţă de diedrul $I$ şi faţă de bisectorul $B_1$.



7



8



9

Fig. 3.7. Proiecţiile unor puncte situate în diedrul *IV*.
Fig. 3.8. Împărţirea spaţiului în triedre.
Fig. 3.9. Tripla proiecţie ortogonală a punctului.

2) Se dau punctele: $A$ (20, −40, 0); $B$ (40, −70, 30); $C$ (60, −50, 50); $D$ (80, −40, 70); $E$ (100, 0, 30). Se cere să se reprezinte sub formă de epură pozițiile punctelor de mai sus față de diedrul $II$ și față de bisectorul $B_2$.

3) Se dau punctele: $A$ (20, −40,0); $B$ (40; −70, −30); $C$ (60, −50, −50); $D$ (80, −40, −70); $E$ (100, 0, −30). Să se construiască epura punctelor de mai sus și să se precizeze pozițiile acestora față de diedrul $III$ și față de bisectorul $B_1$.

4) Sînt date punctele: $A$ (20, 40, 0); $B$ (40, 70, −30); $C$ (60, 50, −50); $D$ (80, 40, −70); $E$ (100, 0, −30). Se cere același lucru ca și în cazul problemelor de mai sus.

## 3.2. TRIPLA PROIECȚIE ORTOGONALĂ A PUNCTULUI

### 3.2.1. CARACTERISTICILE TRIPLEI PROIECȚII ORTOGONALE

Dubla proiecție ortogonală se consideră necesară și suficientă pentru reprezentarea punctului și figurilor plane în raport cu planele sistemului Monge (dublu ortogonal).

Dar, reprezentarea dublu ortogonală a obiectelor numai pe planele orizontal și vertical nu redă întotdeauna suficient de complet și de sugestiv toate particularitățile de formă ale obiectului proiectat. Se obișnuiește, din acest motiv, să se introducă un al treilea plan de proiecție.

Cel de-al treilea plan de proiecție utilizat este perpendicular pe celelalte două, iar la rîndul ei axa $Ox$ este perpendiculară pe acest plan. Cel de-al treilea plan de proiecție poartă numele de *plan lateral* sau *plan* de *profil* și se notează de obicei cu $W$, iar semiplanele respective cu $W_s$ și $W_i$.

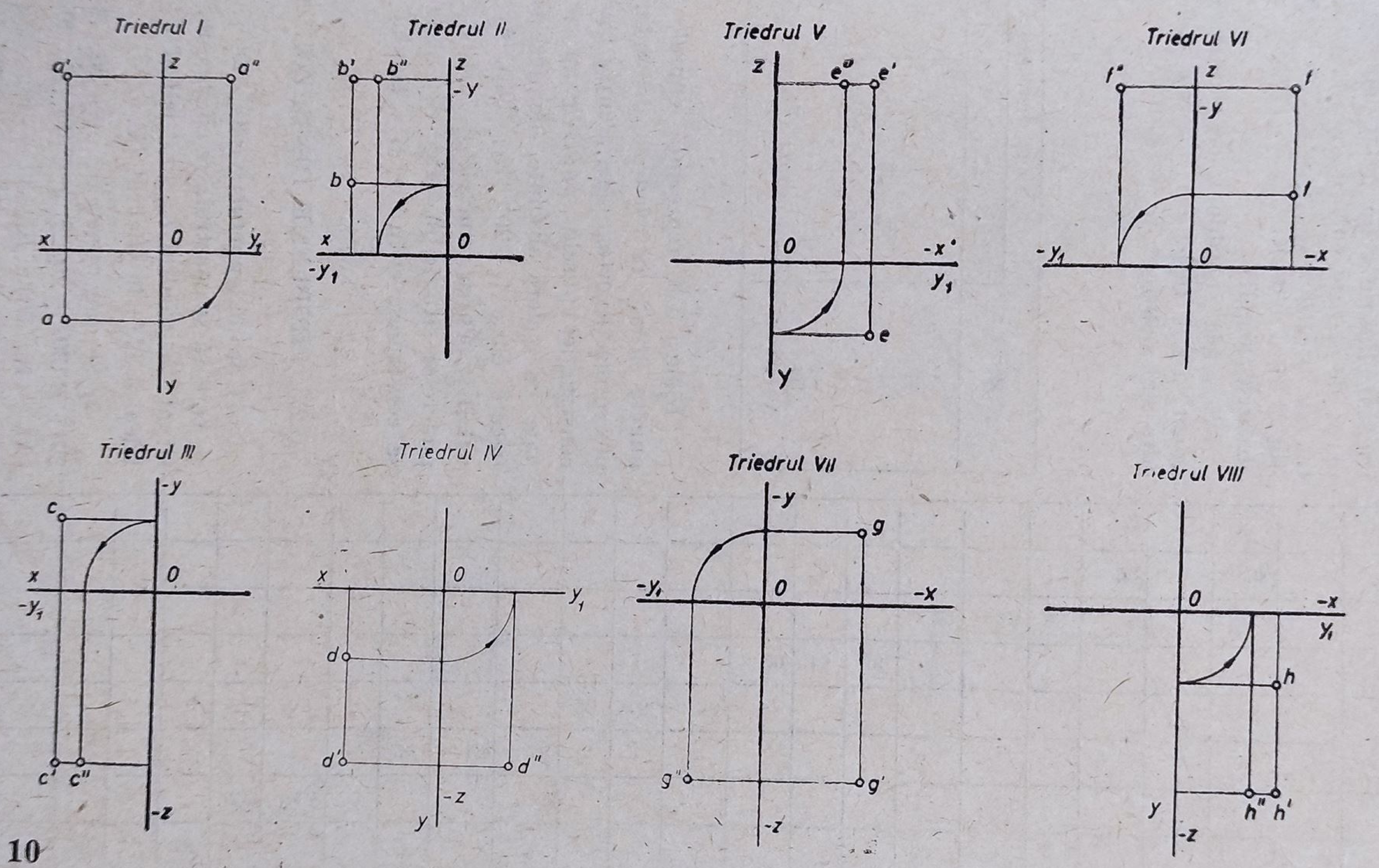
Din intersecția planelor $H$, $V$ și $W$ (fig. 3.8) rezultă axele $Ox$, $Oy$ și $Oz$. Cele trei plane perpendiculare alcătuiesc sistemul de *triplă proiecție ortogonală*. Planele perpendiculare $H$, $V$ și $W$ numite și plane de coordonate determină prin intersecția lor un număr de opt unghiuri triedre drepte așa cum se observă în figura 3.8. Așa cum se observă în figura de mai sus, orice punct situat în triedrul $I$ va avea toate coordonatele pozitive. Primele patru triedre, care se confundă cu cele patru diedre vor avea abscisele pozitive.

Figura 3.9 conține reprezentarea punctului în triplă proiecție ortogonală. Astfel, în figura 3.9, *a* se reprezintă axonometric punctul $A$ din spațiu și proiecțiile lui pe cele trei plane și pozițiile planelor $H$ și $W$ după rotirea în jurul axelor $Ox$ și $Oz$. Figura 3.9, *b* indică proiecțiile punctului pe planele triedrului $I$ desfășurat iar figura 3.9, *c* reprezintă sub formă de epură, proiecția pe trei plane a punctului $A$ din spațiu.

Punctul $A$ din spațiu de coordonate $A$ (15, 20, 25) se reprezintă prin cele trei proiecții ortogonale $a$, $a'$ și $a''$. Punctului $A$ din spațiu îi corespund proiecțiile $a$, $a'$ și $a''$ în epură și reciproc (fig. 3.9, *a*, *b* și *c*). Proiecția $a''$ conținută în planul lateral (semiplanul $W$) se numește *proiecție laterală* sau de *profil*.

### 3.2.2. PROIECȚIILE PUNCTELOR SITUATE ÎN DIFERITE TRIEDRE

Din figurile 3.8 și 3.9, *a* se observă că primul triedru este determinat de semiplanele $H_a$, $V_s$ și $W_s$. Cele patru triedre așezate în fața planului $W$ ($W_s$ și $W_i$) care se confundă cu cele patru diedre vor fi notate în aceeași ordine ca și diedrele întîlnite în proiecția ortogonală (v.fig. 3.1). Urmează ca triedrele situate în spatele planului $W$




10

Fig. 3.10. Proiecțiile punctului în cele opt triedre.

*Tabelul 3.4*

| Punctul | Triedrul I x | I y | I z | II x | II y | II z | III x | III y | III z | IV x | IV y | IV z | V x | V y | V z | VI x | VI y | VI z | VII x | VII y | VII z | VIII x | VIII y | VIII z |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 20 | 15 | 38 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| B | | | | 20 | −15 | 38 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| C | | | | | | | 20 | −15 | −38 | | | | | | | | | | | | | | | |
| D | | | | | | | | | | 20 | 15 | −38 | | | | | | | | | | | | |
| E | | | | | | | | | | | | | −20 | 15 | 38 | | | | | | | | | |
| F | | | | | | | | | | | | | | | | −20 | −15 | 38 | | | | | | |
| G | | | | | | | | | | | | | | | | | | | −20 | −15 | −38 | | | |
| H | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | −20 | 15 | −38 |

să fie notate în felul următor: triedrul alăturat primului și despărțit de el prin semiplanul $W_s$ va fi notat ca *triedrul V*, triedrul alăturat celui de-al doilea și despărțit de el prin semiplanul $W_s$ va fi notat ca *triedrul VI* și așa mai departe (fig. 3.8). Triedrele *V...VIII* vor avea abscisele negative.

Semnele coordonatelor pentru orice punct situat într-unul din cele opt triedre sînt cuprinse în tabelul 3.3.

*Tabelul 3.3*

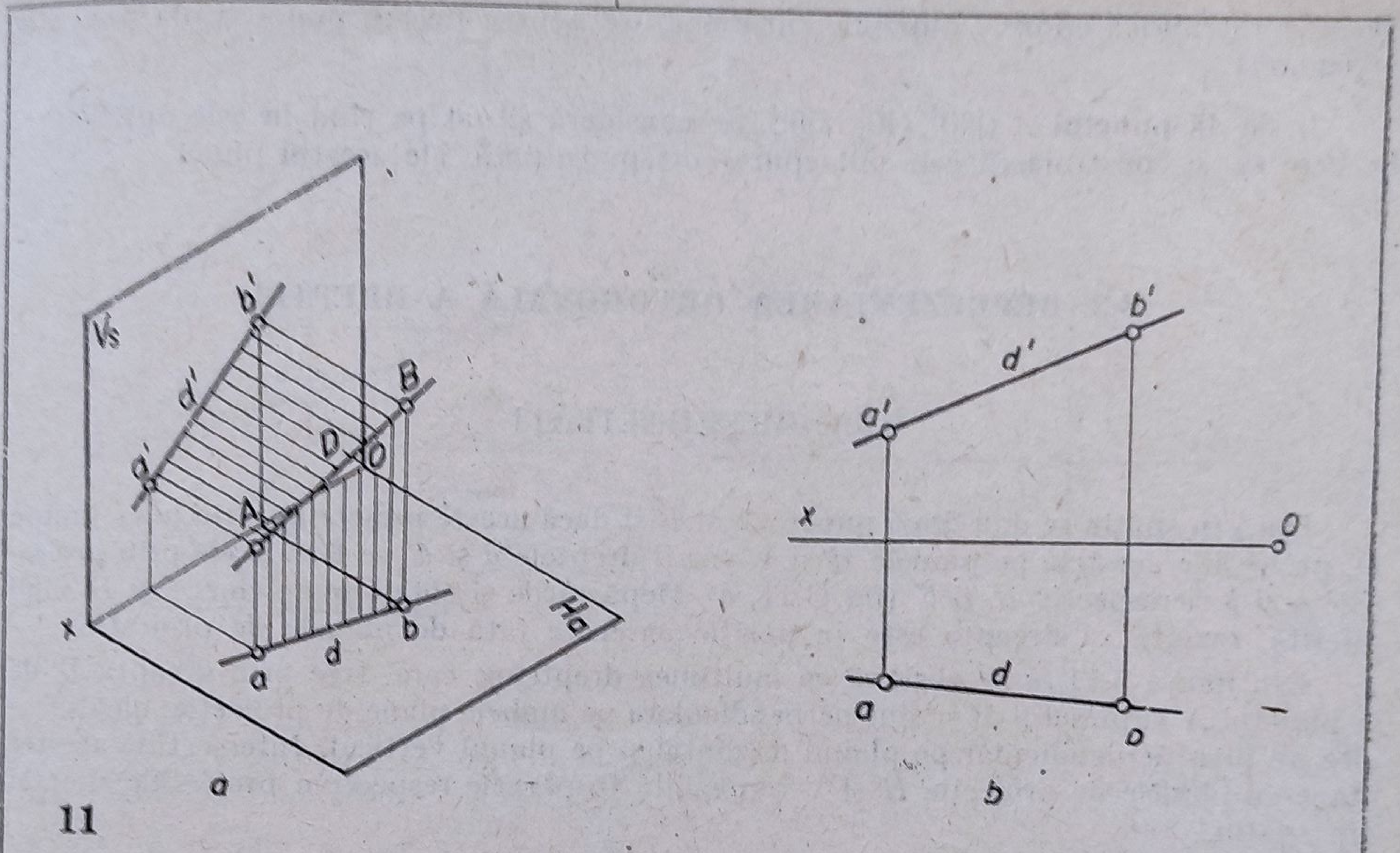
| Triedrul | Semne coordonate x | y | z |
|---|---|---|---|
| I | + | + | + |
| II | + | − | + |
| III | + | − | − |
| IV | + | + | − |
| V | − | + | + |
| VI | − | − | + |
| VII | − | − | − |
| VIII | − | + | − |

Figura 3.10 reprezintă epurele unor puncte situate în triedrele sistemului triplei proiecții ortogonale. Pentru ușurința construcției epurelor, punctele au coordonate cu valori absolute, identice pentru fiecare caz. *A* (|20|, |15|, |38|). Aceleași valori și pentru punctele *B...H*. Epurele punctelor situate în triedrele respective se construiesc cu ajutorul tabelului 3.4.

### 3.2.3. PROBLEME DE REZOLVAT

1) Se dă punctul *F* (|40|, |30|, |30|) și se cere să se construiască epura punctului situat: în triedrul *I*; în triedrul *II*; în triedrul *III*; în triedrul *IV*.

2) Se dau punctele: *A*(−20, 30, −20); *B* (30, −20, 20); *C* (40, 20, 40); *D* (20, −10, 30); *E*(−30, −40, −50); *F* (40, 30, 40); *G* (−40, 40, 30); *H* (50, −20, −50).



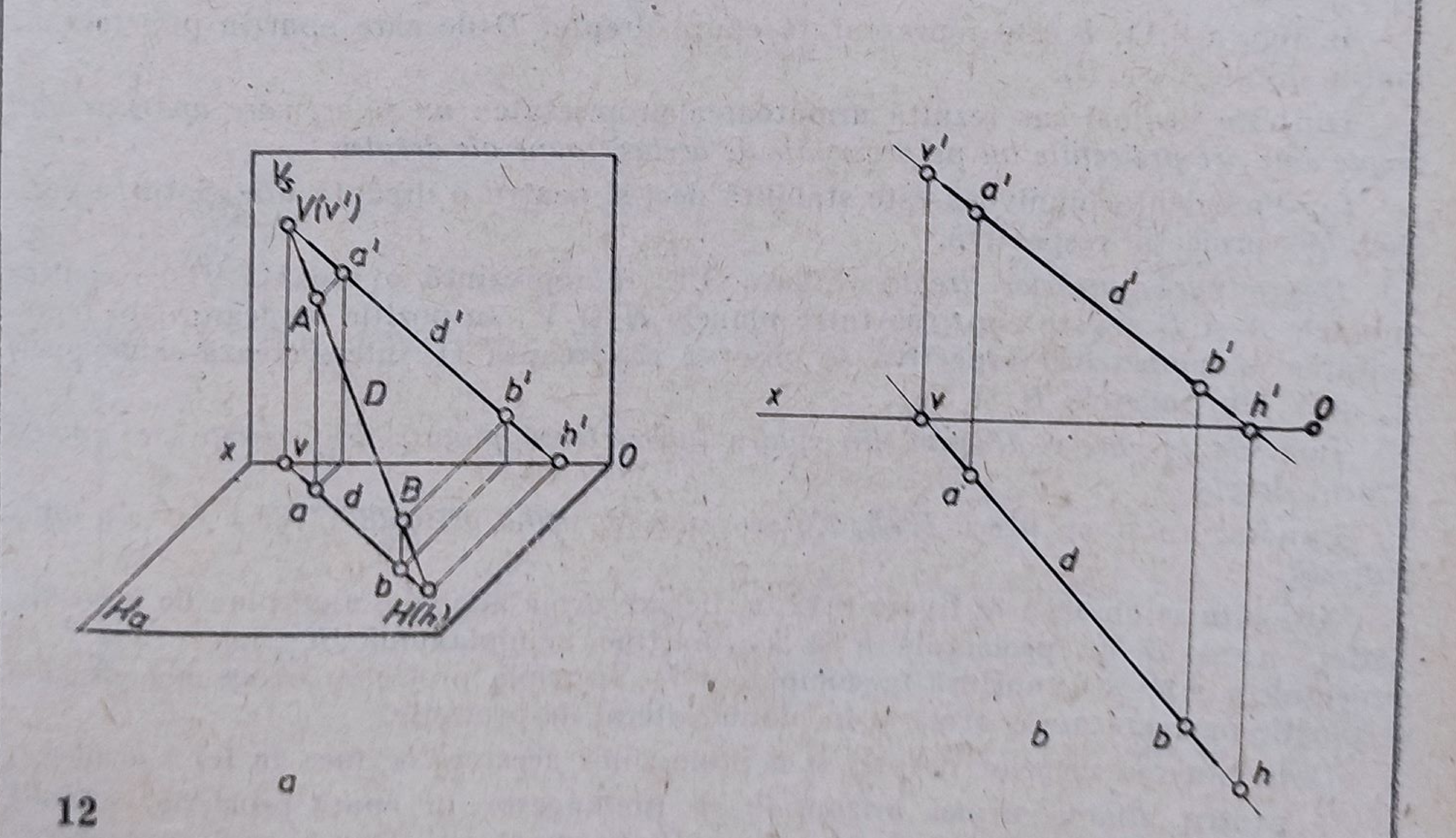




Fig. 3.11. Dubla proiecţie ortogonală a dreptei.
Fig. 3.12. Urmele dreptei de poziţie oarecare.

Să se construiască epurele punctelor utilizîndu-se pentru fiecare punct tripla proiecție ortogonală.

3) Se dă punctul $A$ (|30|, |40|, |50|). Se consideră situat pe rînd în cele opt diedre. Se cere să se construiască cele opt epure corespunzătoare ale acestui punct.

## 3.3. REPREZENTAREA ORTOGONALĂ A DREPTEI

### 3.3.1. GENERALITĂȚI

Dacă în spațiu se dau două puncte $A$ și $B$ și dacă aceste puncte aparțin unei drepte $D$, proiecțiile acesteia pe planele $H$ și $V$ vor fi dreptele $d$ și $d'$ ce trec și ele prin proiecțiile $a$ și $b$ și respectiv $a'$ și $b'$ (fig. 3.11, $a$). Depărtările și cotele punctelor $A$ și $B$ fiind diferite, rezultă că dreapta este în poziție oarecare față de planele de proiecție.

Din figura 3.11, $a$ se observă că mulțimea dreptelor, care trec prin dreapta $D$ de la punctul $A$ la punctul $B$ și sînt perpendiculare pe ambele plane de proiecție, alcătuiesc cîte un plan perpendicular pe planul orizontal și pe planul vertical. Intersecțiile acestor plane cu planele de proiecție $H$ și $V$ reprezintă în planele respective proiecțiile dreptei din spațiu.

În figura 3.11, $b$ este reprezentată epura dreptei $D$ de care aparțin punctele din spațiu date ($A$ și $B$).

Din cele de mai sus rezultă următoarea proprietate : *un punct care aparține unei drepte date are proiecțiile lui pe proiecțiile de același nume ale dreptei.*

Corespondența biunivocă este stabilită deci și pentru o dreaptă din spațiu și perechea de proiecții respectivă.

*Determinarea urmelor dreptei.* Figura 3.12, $a$ reprezintă o dreaptă $D$ ce conține punctele $A$ și $B$ și este cuprinsă între planele $H$ și $V$ în poziție oarecare. Din reprezentarea axonometrică respectivă se observă că dreapta $D$ intersectează semiplanele $H_a$ și $V_s$ în punctele $H$ și $V$.

*Punctele în care o dreaptă din spațiu intersectează planele de proiecție se numesc urmele dreptei.*

Punctul notat cu litera $H$ ($h$, $h'$) se numește *urma orizontală*, iar $V$ ($v$, $v'$) *urma verticală.*

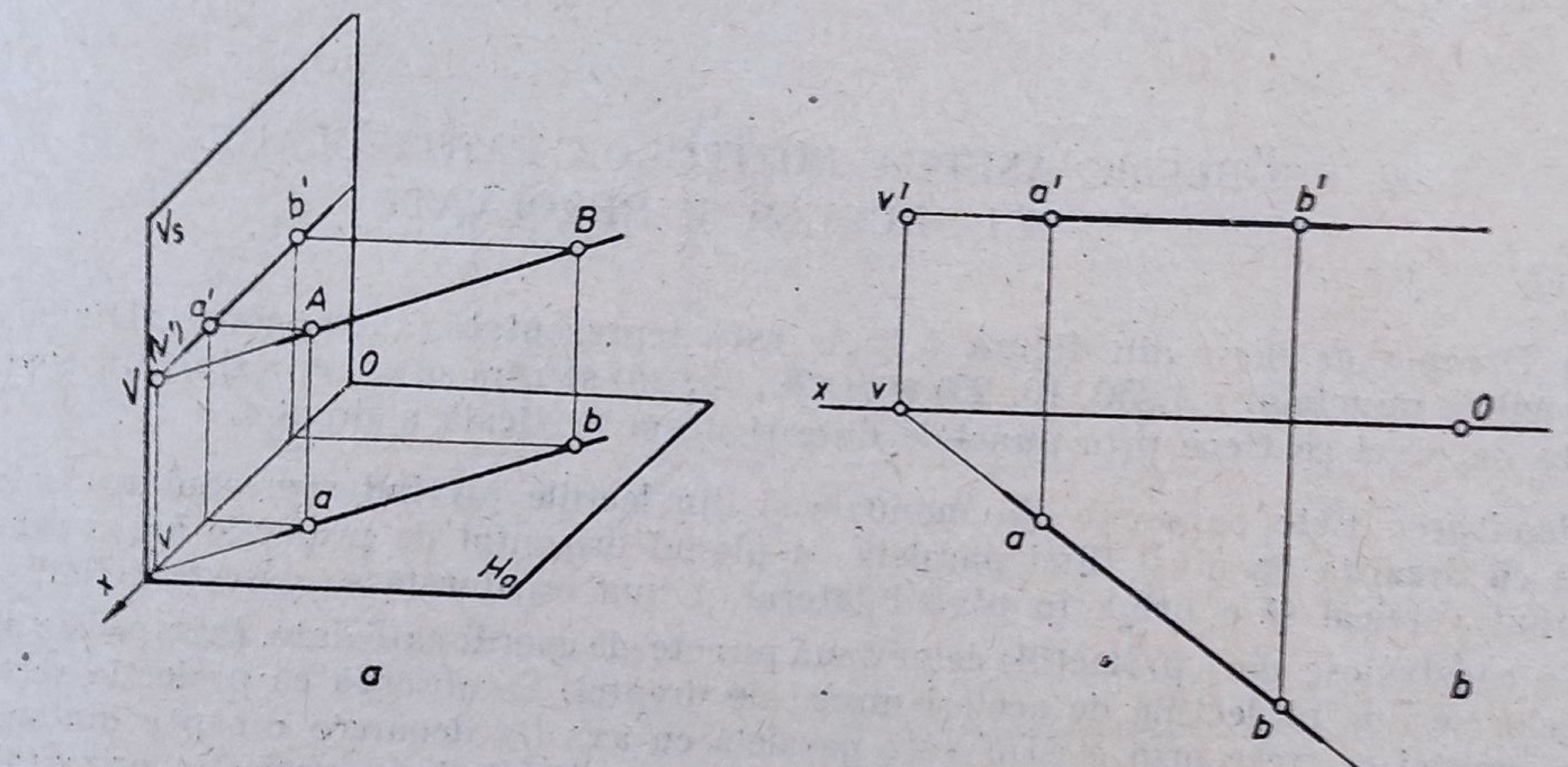
Așa cum se observă în figura 3.12, $a$, fiecare urmă aparține unui plan de proiecție. Astfel, urma $H$ cu proiecțiile $h$ și $h'$ aparține semiplanului $H_a$, iar urma $V$ cu proiecțiile $v$ și $v'$ este cuprinsă în semiplanul $V_s$. În triplă proiecție ortogonală, dreapta de poziție oarecare are o urmă și în planul lateral de proiecție.

Determinarea urmelor dreptei și a proiecțiilor acestora se face în felul următor:

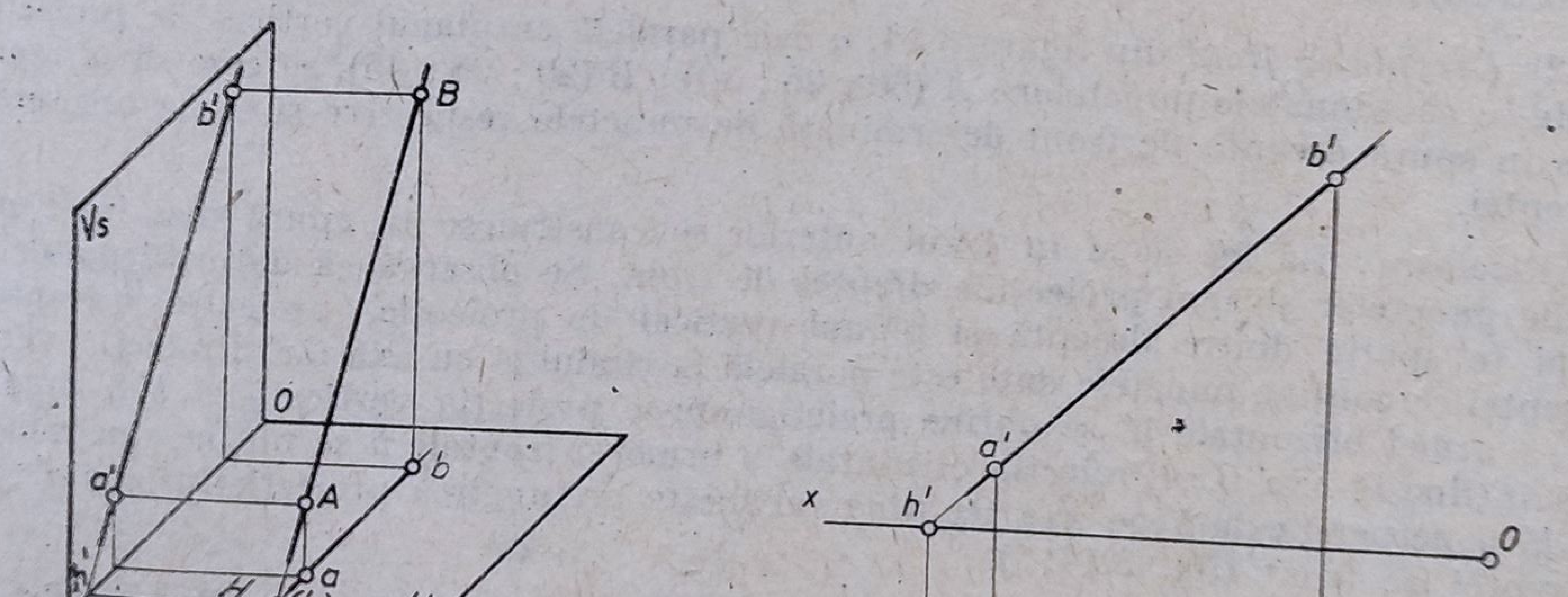
— pentru aflarea urmei orizontale se prelungește în epură proiecția verticală $a'$ $b'$ a dreptei ($d'$) pînă la intersecția cu axa $Ox$ în punctul $h'$. Prin $h'$ se duce o perpendiculară pe axa $Ox$ pînă la intersecția cu prelungirea proiecției orizontale $a$ $b$ a dreptei ($d$), în punctul $h$. Punctele $h$ și $h'$ sînt proiecțiile urmei orizontale $H$ (fig. 3.12, $b$) ;

— pentru aflarea urmei verticale, se prelungește proiecția orizontală $ab$ a dreptei ($d$) pînă la intersecția cu axa $Ox$ în punctul $v$. Prin punctul $v$ se duce o perpendiculară pe axa $Ox$ pînă întîlnește proiecția verticală a dreptei ($d'$) în punctul $v'$. Punctele $v$ și $v'$ sînt proiecțiile verticale ale urmei verticale $V$.

Figura 3.12, $a$ și $b$ reprezintă o dreaptă de poziție oarecare ce străbate diedrul $I$.




13




14

Fig. 3.13. Dreaptă de nivel (problemă).
Fig. 3.14. Dreaptă de front (problemă).

*Se va folosi în prezenta lucrare numai cazul dreptelor care străbat diedrul I sau triedrul I, considerîndu-se că celelalte cazuri nu prezintă importanță directă în studiul desenului tehnic.*

## 3.3.2. PROBLEME ASUPRA POZIȚIILOR PARTICULARE ALE DREPTEI PROPUSE ȘI REZOLVATE

1) *Dreapta de nivel* din figura 3.13, *a* este reprezentată axonometric. Dîndu-se coordonatele punctelor : $A$ (50, 10, 25) și $B$ (20, 35, 25) se cere să se reprezinte în epură dreapta de nivel ce trece prin punctele date și urma verticală a dreptei.

*Rezolvare :* Este cunoscut din manuale și din lecțiile privind reprezentarea ortogonală că dreapta de nivel fiind paralelă cu planul orizontal de proiecție are o urmă în planul vertical și o urmă în planul lateral. Urma orizontală se găsește la infinit.

Se construiesc deci proiecțiile celor două puncte de coordonate date. Prin proiecțiile punctelor se duc proiecțiile de același nume ale dreptei. Se observă că proiecția verticală a dreptei ce trece prin $a'$ și $b'$ este paralelă cu axa $Ox$ deoarece dreapta din spațiu este paralelă cu planul orizontal de proiecție. Prelungindu-se proiecția orizontală $ab$ a dreptei, aceasta întîlnește axa $Ox$ în punctul $v$ care este proiecția orizontală a urmei verticale. Proiecția verticală a urmei verticale $v'$ se obține ducînd o linie de ordine din $v$ pînă întîlnește prelungirea proiecției verticale $a'$ $b'$ a dreptei de nivel (fig. 3.13, *b*). Pentru obținerea urmei laterale $W$ a dreptei se utilizează tripla proiecție ortogonală.

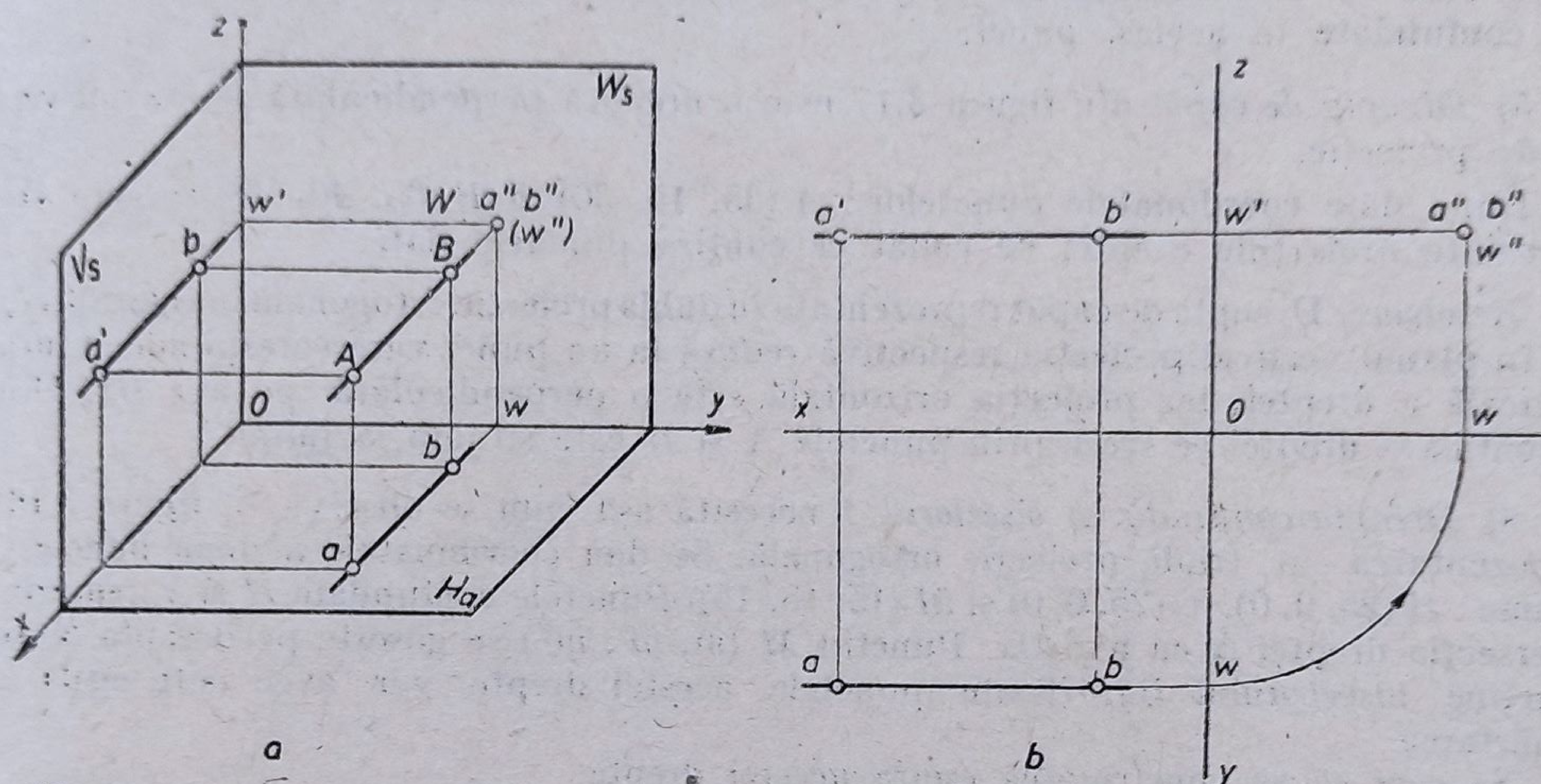
2) *Dreapta de front* din figura 3.14, *a* este paralelă cu planul vertical de proiecție. Dîndu-se coordonatele punctelor : $A$ (60 ; 25 ; 10) ; $B$ (20 ; 25 ; 45), se cere să se reprezinte în epură dreapta de front determinată de punctele respective și urma orizontală a dreptei.

*Rezolvare :* La fel ca și în cazul anterior se construiesc în epură mai întîi proiecțiile punctelor și apoi proiecțiile dreptei de front. Se observă că datorită paralelismului în spațiu dintre dreaptă și planul vertical de proiecție, proiecția orizontală a dreptei ce conține punctele date este paralelă la rîndul ei cu axa $Ox$. Proiecția verticală a urmei orizontale $h'$ se obține prelungindu-se proiecția verticală $a'$ $b'$ a dreptei pînă întîlnește axa $Ox$. Proiecția orizontală a urmei orizontale $h$ se obține ducîndu-se din $h'$ o perpendiculară pe axa $Ox$ pînă întîlnește prelungirea proiecției orizontale $ab$ a dreptei de front (fig. 3.14, *b*).

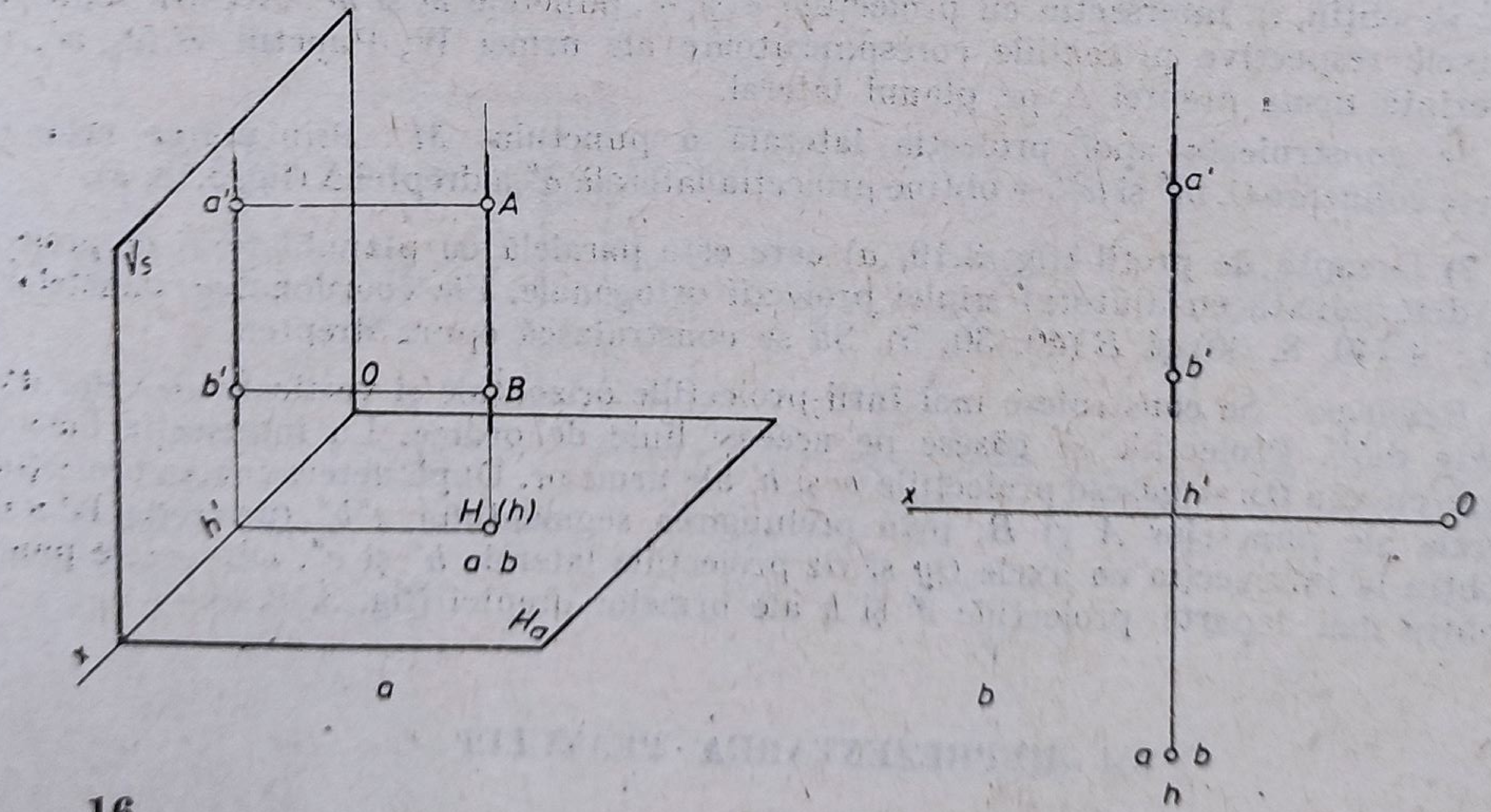
3) *Dreapta fronto-orizontală* din figura 3.15, *a* fiind paralelă cu ambele plane de proiecție ($H$ și $V$) este paralelă și cu axa $Ox$. Deoarece orice punct al dreptei are aceeași cotă și aceeași depărtare, rezultă că atît proiecția orizontală cît și cea verticală sînt paralele cu axa $Ox$. Dîndu-se coordonatele punctelor $A$ (45, 30, 25) și $B$ (15, 30, 25), se cere construcția epurei.

*Rezolvare :* Prin unirea proiecțiilor de același nume ale punctelor date se determină proiecțiile verticală și orizontală ale dreptei. Urmele orizontală și verticală sînt aruncate la infinit. Proiecția laterală a dreptei fronto-orizontale se reduce la un punct care se confundă cu urma laterală.

4) *Dreapta verticală* din figura 3.16, *a* este perpendiculară pe planul orizontal. Sînt date coordonatele punctelor $A$ și $B$ : $A$ (35, 30, 40) și $B$ (35, 30, 15). Se cere să se reprezinte în epură segmentul $AB$ din această dreaptă.




15




16

Fig. 3.15. Dreaptă fronto-orizontală (problemă).
Fig. 3.16. Dreaptă verticală (problemă).

*Rezolvare.* În figura 3.16 se observă că epura respectivă reprezintă în afara proiecțiilor segmentului $AB$ și urma orizontală a dreptei cu cele două proiecții respective, dintre care are una confundată cu proiecțiile orizontale $a$ și $b$, care, la rîndul lor, sînt confundate în același punct.

5) *Dreapta de capăt* din figura 3.17 este o dreaptă perpendiculară pe planul vertical de proiecție.

Fiind date coordonatele punctelor: $A$ (35, 15, 30) și $B$ (35, 40, 30) se cere să se reprezinte proiecțiile dreptei de capăt ce conține punctele date.

*Rezolvare*: Dreapta de capăt reprezentată în dublă proiecție ortogonală în figura 3.17, *b*, are în planul vertical proiecția respectivă redusă la un punct care corespunde cu urma verticală a dreptei, iar proiecția orizontală este o perpendiculară pe axa $Ox$. Urma orizontală a dreptei ce trece prin punctele $A$ și $B$ este situată la infinit.

6) *Dreapta conținută în bisectorul 1* necesită așa cum se observă în figura 3.18, *a* reprezentarea în triplă proiecție ortogonală. Se dau coordonatele a două puncte, și anume: $H$ (25, 0, 0), $V$ (25, 0, 0) și $M$ (15, 15, 15). Punctele confundate $H$ și $V$ reprezintă intersecția dreptei $\Delta$ cu axa $Ox$. Punctul $M$ ($m$, $m'$, $m''$) se găsește pe dreapta $\Delta$ care aparține bisectorului $B1$. Toate punctele acestei drepte vor avea cota egală cu depărtarea.

Se cere să se construiască epura acestei drepte.

*Rezolvare:* Cu ajutorul punctelor de coordonate date se vor construi proiecțiile dreptei conținute în bisectorul *1*. Astfel, prin unirea punctului ce reprezintă pe axa $Ox$ proiecțiile urmelor $H$ și $V$ cu proiecția verticală a punctului $M$ se obține proiecția verticală a dreptei $\Delta$. Același lucru și cu proiecția orizontală a dreptei $\Delta$. Pe axele $Oy$ și $Oz$ se obțin, la intersecția cu proiecțiile $\delta$ și $\delta'$, punctele $w$ și $w'$. Acestea reprezintă pe axele respective proiecțiile corespunzătoare ale urmei $W$. Punctul $W$ ($w$, $w'$, $w''$) reprezintă urma dreptei $\Delta$ pe planul lateral.

Se construiește apoi proiecția laterală a punctului $M$. Prin unirea celor trei puncte colineare $O$, $m''$ și $w''$ se obține proiecția laterală $\delta''$ a dreptei $\Delta$ (fig. 3.18, *b*).

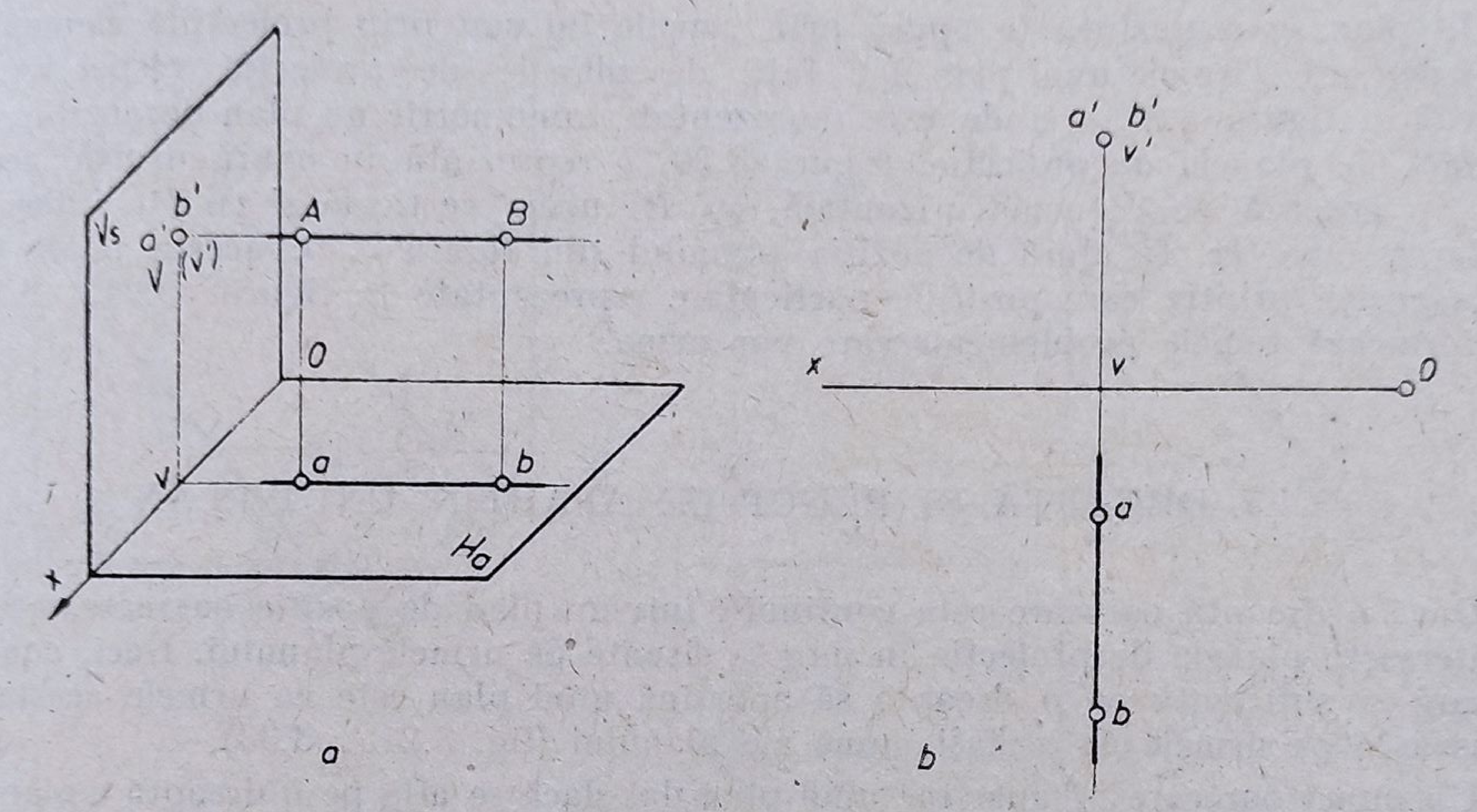
7) Dreapta de profil (fig. 3.19, *a*) care este paralelă cu planul lateral de proiecție este determinată cu ajutorul triplei proiecții ortogonale. Fie coordonatele punctelor $A$ și $B$: $A$ (40, 8, 30) și $B$ (40, 30, 5). Să se construiască epura dreptei.

*Rezolvare:* Se construiesc mai întîi proiecțiile orizontale și verticale ale celor două puncte date. Proiecțiile se găsesc pe aceeași linie de ordine. La intersecția liniei de ordine cu axa $Ox$ se găsesc proiecțiile $v$ și $h'$ ale urmelor. După determinarea proiecțiilor laterale ale punctelor $A$ și $B$, prin prelungirea segmentului $a''b''$ (proiecția laterală) se obțin la intersecția cu axele $Oy$ și $Oz$ proiecțiile laterale $h''$ și $v''$. Din aceste puncte se obțin mai departe proiecțiile $v'$ și $h$ ale urmelor dreptei (fig. 3.19, *b*).

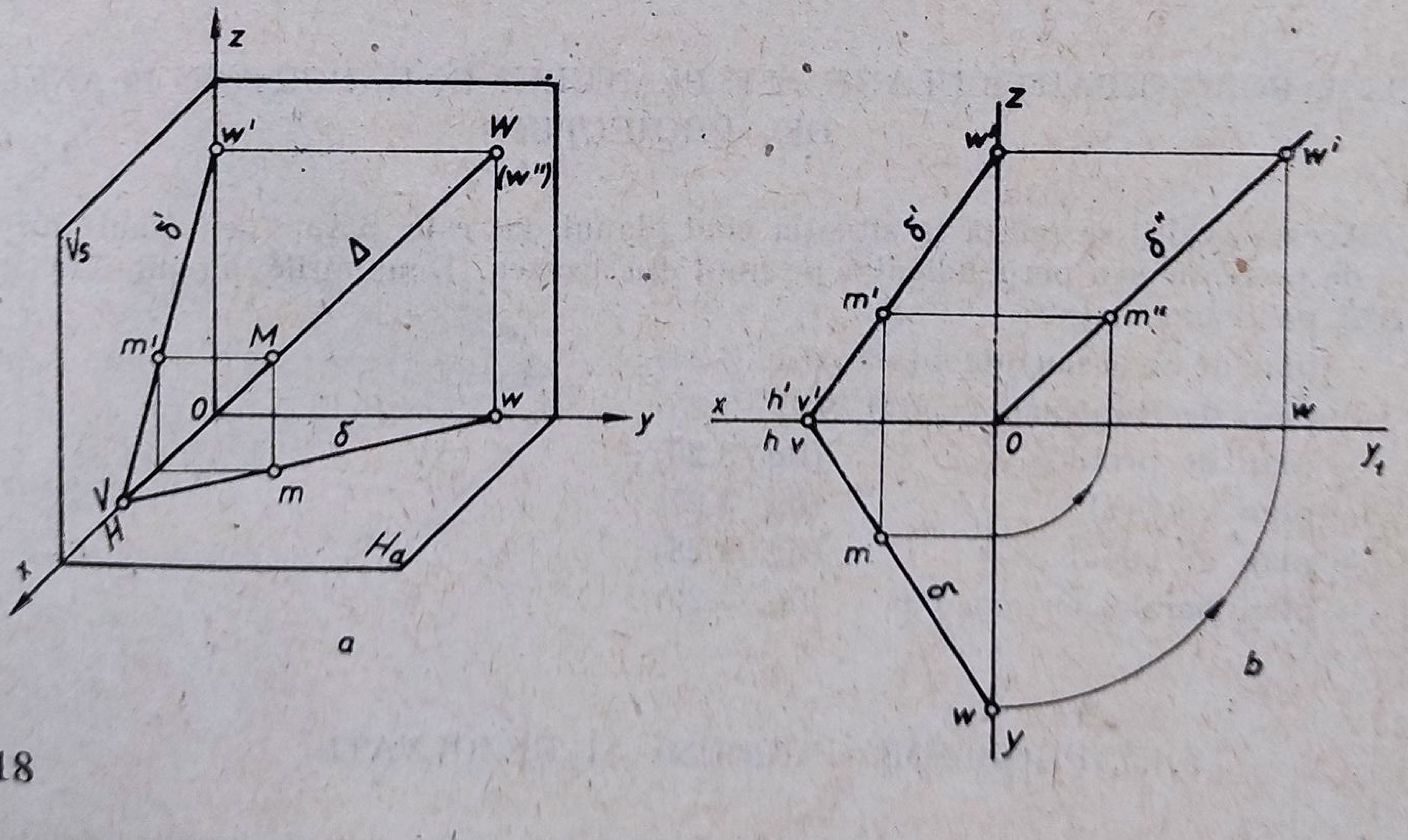
## 3.4. REPREZENTAREA PLANULUI

### 3.4.1. GENERALITĂȚI

Un plan poate fi determinat în spațiu prin: două drepte concurente, două drepte paralele, o dreaptă și un punct sau trei puncte necolineare. Aceste elemente sînt necesare și suficiente pentru reprezentarea unui plan în epură. Un plan mai poate fi determinat și reprezentat în epură prin proiecțiile oricărei figuri plane (triunghi, pătrat, cerc etc.).




17




18

Fig. 3.17. Dreaptă de capăt (problemă).
Fig. 3.18. Dreaptă ce trece prin axa Ox și este conținută în bisectorul B1 (problemă).

## 3.4.2. URMELE PLANULUI

Un plan se reprezintă în epură prin urmele lui sau prin proiecțiile elementelor care îl definesc. Urmele unui plan dat față de planele de proiecție respective, se observă în figura 3.20, *a* unde este reprezentat axonometric un plan de poziție oarecare față de planele de proiecție. Figura 3.20, *b* reprezintă în epură urmele acestui plan. Se notează cu $P$ urma orizontală, cu $P'$ urma verticală și cu $Px$ intersecția urmelor cu axa $Ox$. În afară de poziția planului din figura 3.20, acesta poate avea și alte poziții printre care pozițiile particulare reprezentate în figurile 3.24...3.29 și care formează temele problemelor care vor urma.

## 3.4.3. DREAPTĂ ȘI PUNCT CE APARȚIN UNUI PLAN

Dacă o dreaptă oarecare este conținută într-un plan de poziție oarecare, aceasta va intersecta planele de proiecție în puncte situate pe urmele planului. Deci, condiția necesară și suficientă ca o dreaptă să aparțină unui plan este ca urmele acesteia să se găsească pe urmele de același nume ale planului (fig. 3.21...3.33).

Un punct oarecare $M$ aparține unui plan dat dacă se află pe o dreaptă a planului. În epură este necesar ca proiecțiile punctului să se găsească pe proiecțiile de același nume ale unei drepte conținută în planul respectiv.

De fapt urmele unui plan constituie locul geometric al urmelor tuturor dreptelor conținute în plan.

## 3.4.4. POZIȚII PARTICULARE ALE PLANULUI ÎN RAPORT CU PLANELE DE PROIECȚIE

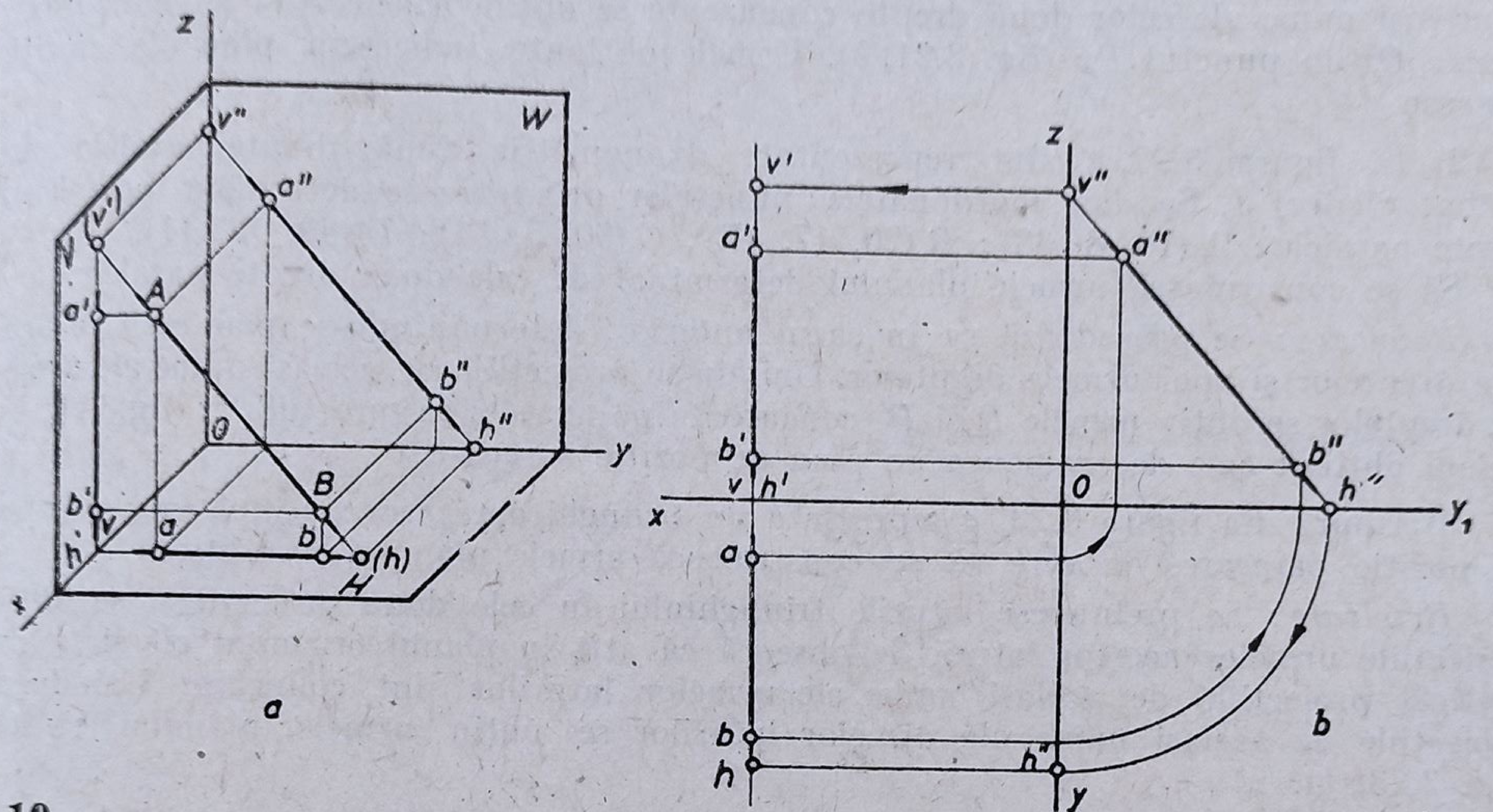
Aceste poziții se referă la situația cînd planul dat este paralel cu unul din planele de proiecție sau perpendicular pe unul din acestea. Denumirile planului în aceste poziții particulare sînt :

- plan de nivel sau orizontal (fig. 3.24) ;
- plan de front sau frontal (fig. 3.25) ;
- plan de profil (fig. 3.26) ;
- plan vertical (fig. 3.27) ;
- plan de capăt (fig. 3.28) ;
- plan paralel cu axa $Ox$ (fig. 3.29) .

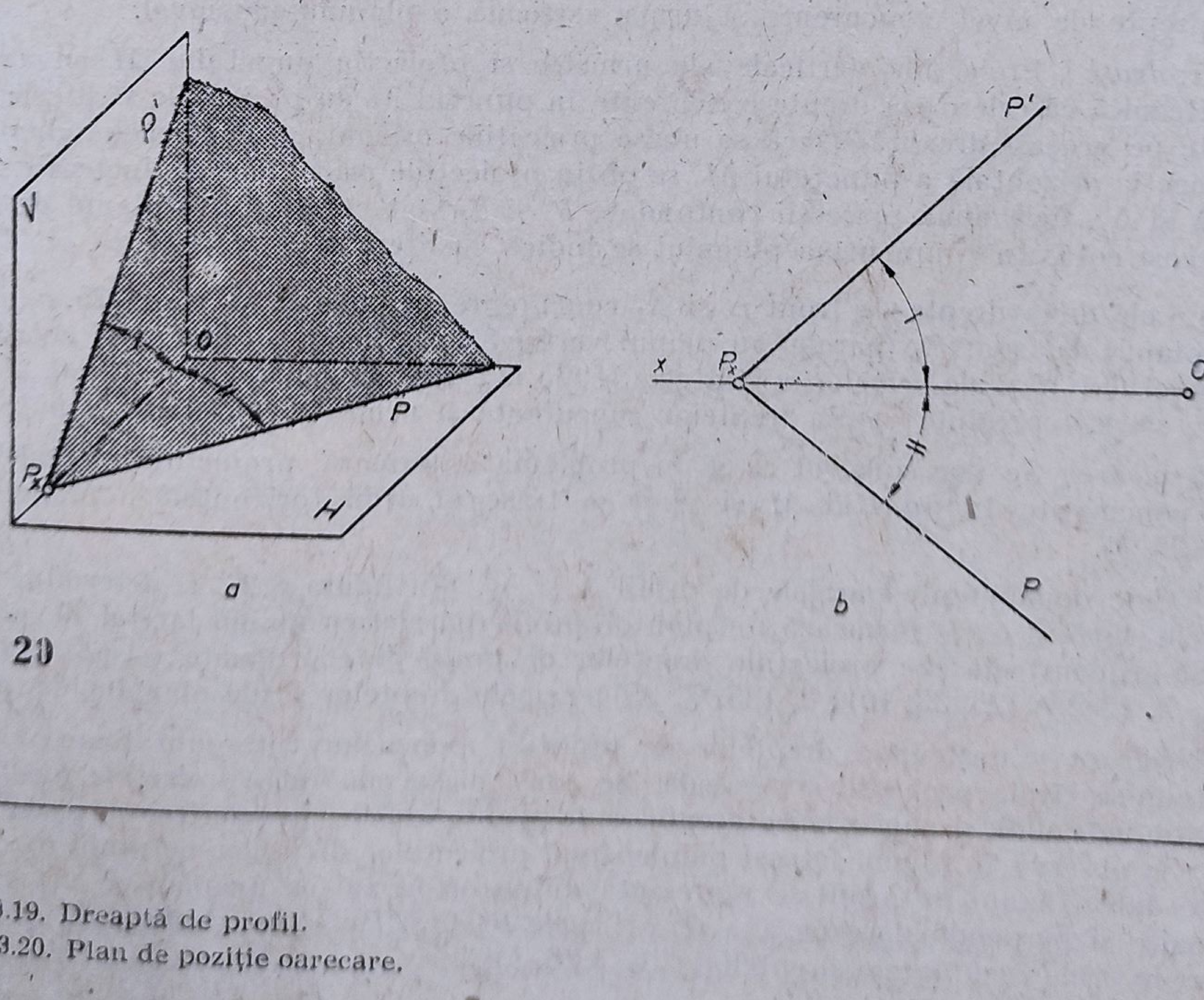
## 3.4.5. PROBLEME PROPUSE ȘI REZOLVATE

**1)** Se dau două drepte concurente în punctul $M\,(m, m')$ și urmele dreptelor: $H\,(h, h')$, $V\,(v, v')$ ; $H_1\,(h_1, h_1')$ și $V_1\,(v, v')$ așa cum se observă în figura 3.21, *a*. Coordonatele punctelor au următoarele valori : $M$ (97, 25 , 15) $H$ (107, 30, 0) ; $V$ (40, 0, 96) ; $H_1$ (50, 60, 0) ; $V_1$ (130, 0, 25).

Să se construiască proiecțiile dreptelor determinate prin urmele lor și urmele planului determinat de cele două drepte concurente.




19




20

Fig. 3.19. Dreaptă de profil.
Fig. 3.20. Plan de poziţie oarecare.

*Rezolvare:* Unindu-se proiecțiile de același nume ale urmelor $H$, $V$, $H_1$ și $V_1$ ele se vor intersecta în proiecțiile punctului $M$ de coordonate date. Prin unirea urmelor de același nume ale celor două drepte concurente se obțin urmele $P$ și $P'$ concurente pe axa $Ox$ în punctul $Px$ (fig. 3.21, $b$). Urmele obținute indică un plan de poziție oarecare.

2) În figura 3.22, $a$ sînt reprezentate axonometric două drepte paralele care străbat diedrul $I$. Se dau coordonatele punctelor prin care se determină cele două drepte paralele: $A$ (10, 8, 38); $B$ (20, 17, 17); $C$ (30, 5, 31); $D$ (40, 13, 11).

Să se construiască urmele planului determinat de cele două drepte paralele.

*Rezolvare:* Se procedează ca în cazul anterior, determinîndu-se mai întîi proiecțiile dreptelor și apoi urmele dreptelor. Unindu-se proiecțiile de același nume ale urmelor dreptelor se obțin urmele $P$ și $P'$ concurente pe axa $Ox$ în punctul $Px$ (fig.3.22, $b$). Planul obținut este de asemenea un plan de poziție oarecare.

3) Epura din figura 3.23, $a$ reprezintă un triunghi oarecare conținut într-un plan de poziție oarecare. Se cere să se construiască urmele planului respectiv.

*Rezolvare:* Se prelungesc laturile triunghiului în cele două proiecții și se obțin proiecțiile urmelor acestor laturi. Se observă că atît în planul orizontal cît și în cel vertical proiecțiile de același nume ale urmelor laturilor sînt colineare. Unindu-se proiecțiile de același nume ale urmelor laturilor se obțin urmele planului căutat (fig. 3.23, $b$).

4) Planul de nivel (paralel cu planul orizontal de proiecție) din figura 3.24, $a$ este determinat de două drepte de nivel $\Delta$ și $\Delta_1$ concurente în punctul $M$ ($m$, $m'$). Coordonatele punctului $M$ și ale urmelor verticale ale celor două drepte au valorile următoare: $M$ (35, 20, 25) $V$ (60, 0, 25); $V_1$ (10, 0, 25). Se cere să se construiască proiecțiile celor două drepte de nivel concurente și urma verticală a planului de nivel.

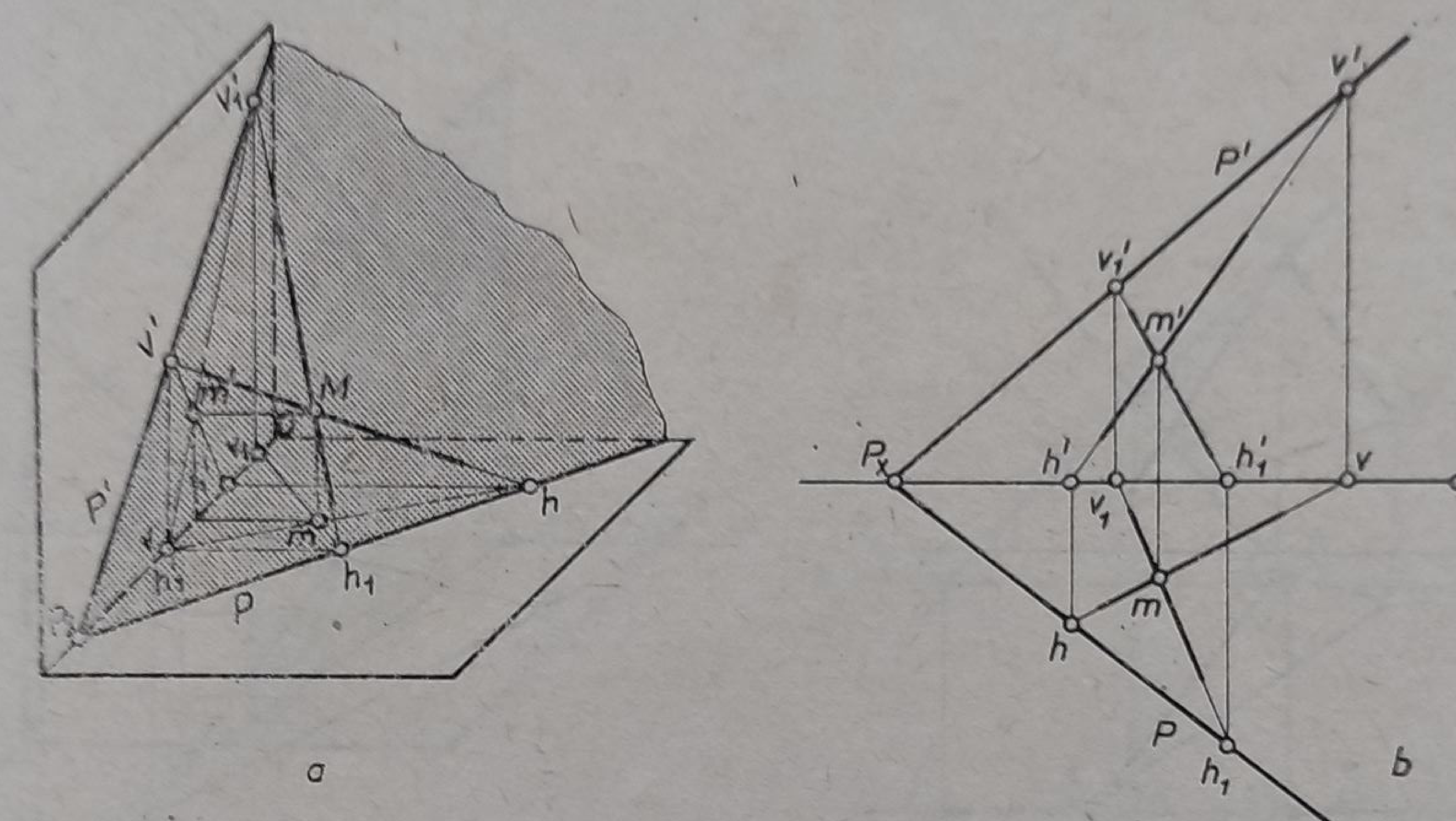
*Rezolvare:* Proiecțiile verticale ale urmelor și proiecția punctului $M$ au aceeași cotă. Rezultă că cele două drepte concurente în punctul $M$ au proiecțiile verticale confundate pe aceeași dreaptă. Dacă se unesc proiecțiile orizontale ale urmelor dreptelor cu proiecția orizontală a punctului $M$, se obțin proiecțiile orizontale distincte ale dreptelor $\Delta$ și $\Delta_1$. Cele două proiecții confundate $\delta'$ și $\delta'_1$ sînt conținute în planul de nivel de aceeași cotă. În epură urma planului se indică cu litera $H_1$ (fig. 3.24, $b$).

5) Cele două drepte de front $\Delta$ și $\Delta_1$ concurente în punctul $M$ (fig. 3.25, $a$) determină planul de front $F_1$ (paralel cu planul vertical de proiecție). Fiind date coordonatele punctului $M$ și ale urmelor orizontale, $M$ (35, 25, 20); $H$ (60, 25, 0); $H_1$ (20, 25, 0); se cere să se reprezinte epura dreptelor concurente și urma orizontală a planului $F_1$.

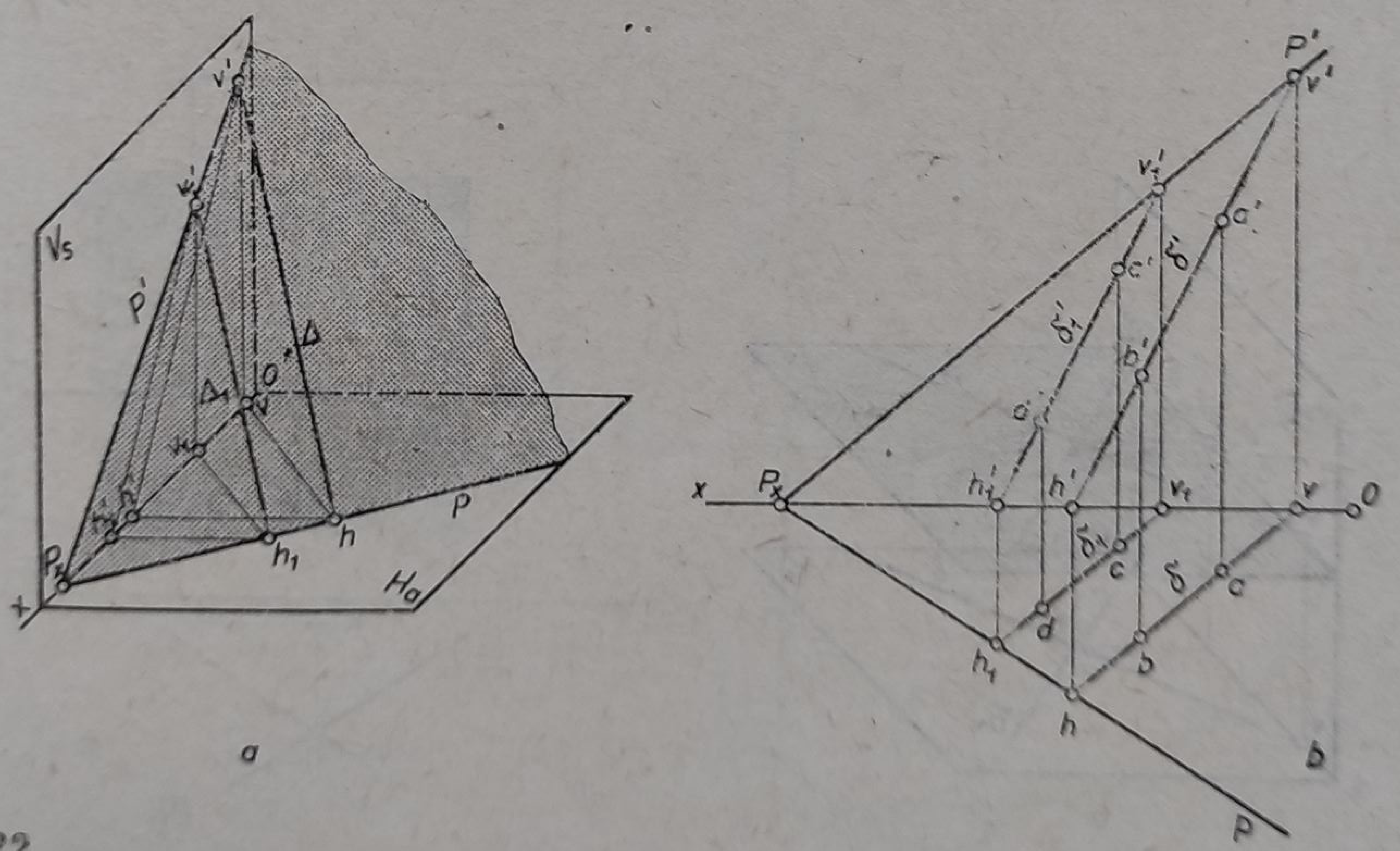
*Rezolvare:* Se vor construi ca și în problema anterioară, proiecțiile frontalelor $\Delta$ și $\Delta_1$ concurente în punctul $M$ și apoi se trasează urma orizontală a planului $F_1$ (fig. 3.25, $b$).

6) Cele două drepte paralele de profil $\Delta$ și $\Delta_1$, din figura 3.26, $a$, determinate de punctele $A$, $B$ și $C$, $D$ formează un plan de profil (paralel cu planul lateral de proiecție). Să se construiască: proiecțiile dreptelor de profil de coordonate: $A$ (25, 24, 5); $B$ (25, 7, 15); $C$ (25, 33, 10); $D$ (25, 7, 25); urmele dreptelor și ale planului de profil.

*Rezolvare:* Construcția dreptelor de profil și a urmelor corespunzătoare se face utilizîndu-se tripla proiecție ortogonală. Se construiesc mai întîi proiecțiile punctelor de coordonate date și apoi urmele dreptelor de profil paralele, în cele trei plane de proiecție. Se observă în planul lateral paralelismul proiecțiilor dreptelor de profil de coordonate date. Planul de profil se reprezintă dublu ortogonal ca un plan cu urmele în prelungire și perpendiculare pe axa $Ox$. Urmele $P'Px$ și $PxP$ sînt confundate cu proiecțiile de același nume ale dreptelor (fig. 3.26, $b$).

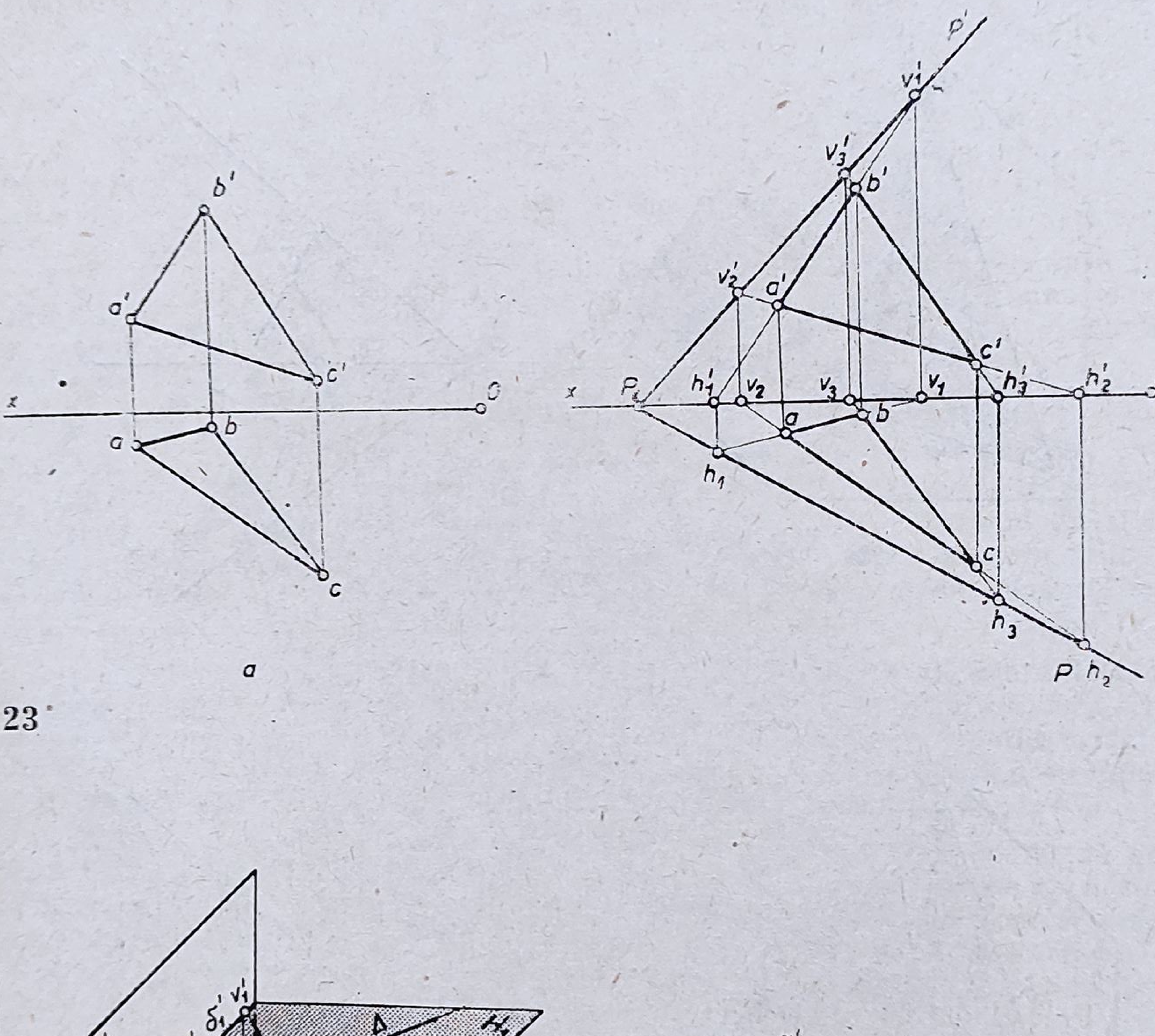



21

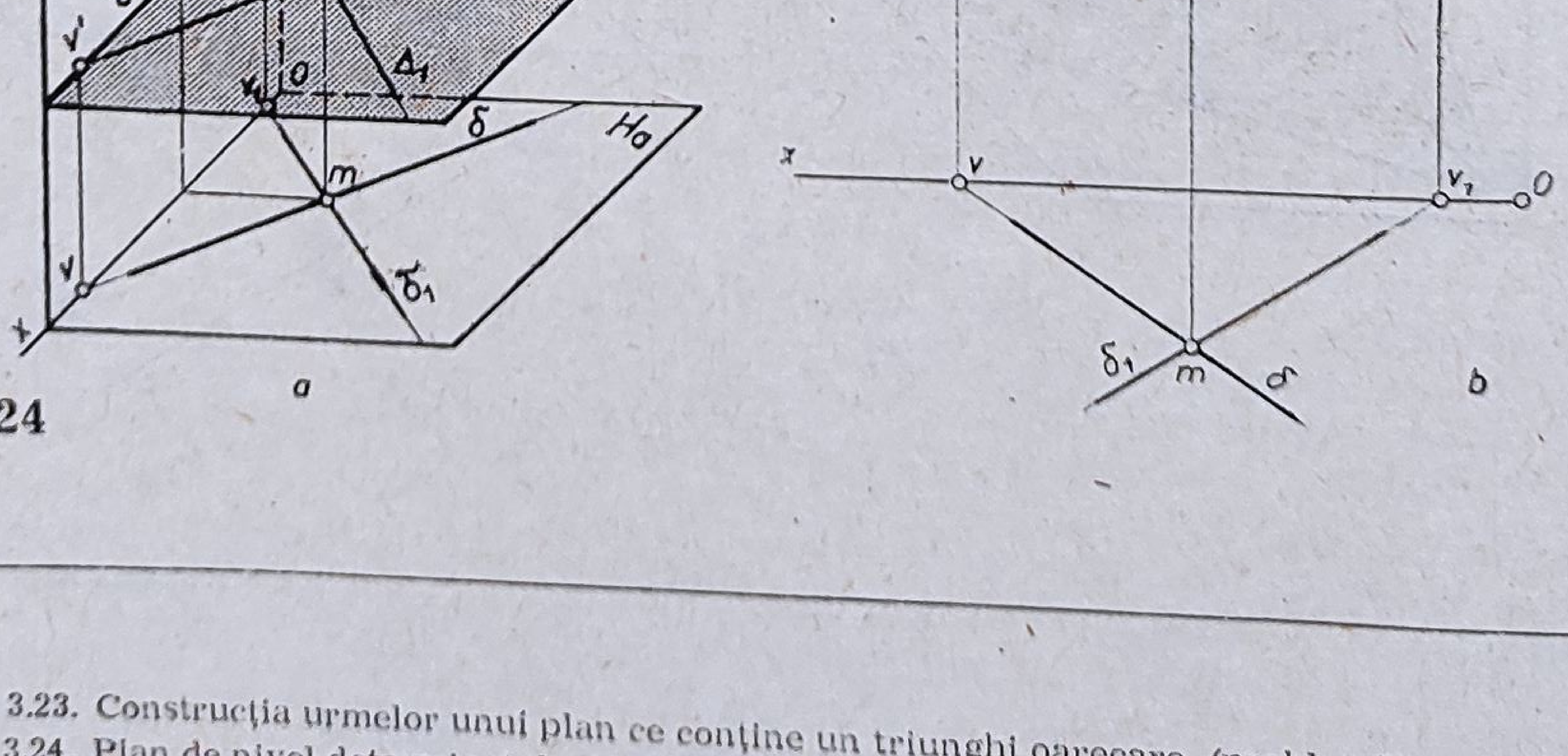



22

Fig. 3.21. Determinarea planului prin două drepte concurente (problemă).
Fig. 3.22. Determinarea planului prin două drepte paralele (problemă).

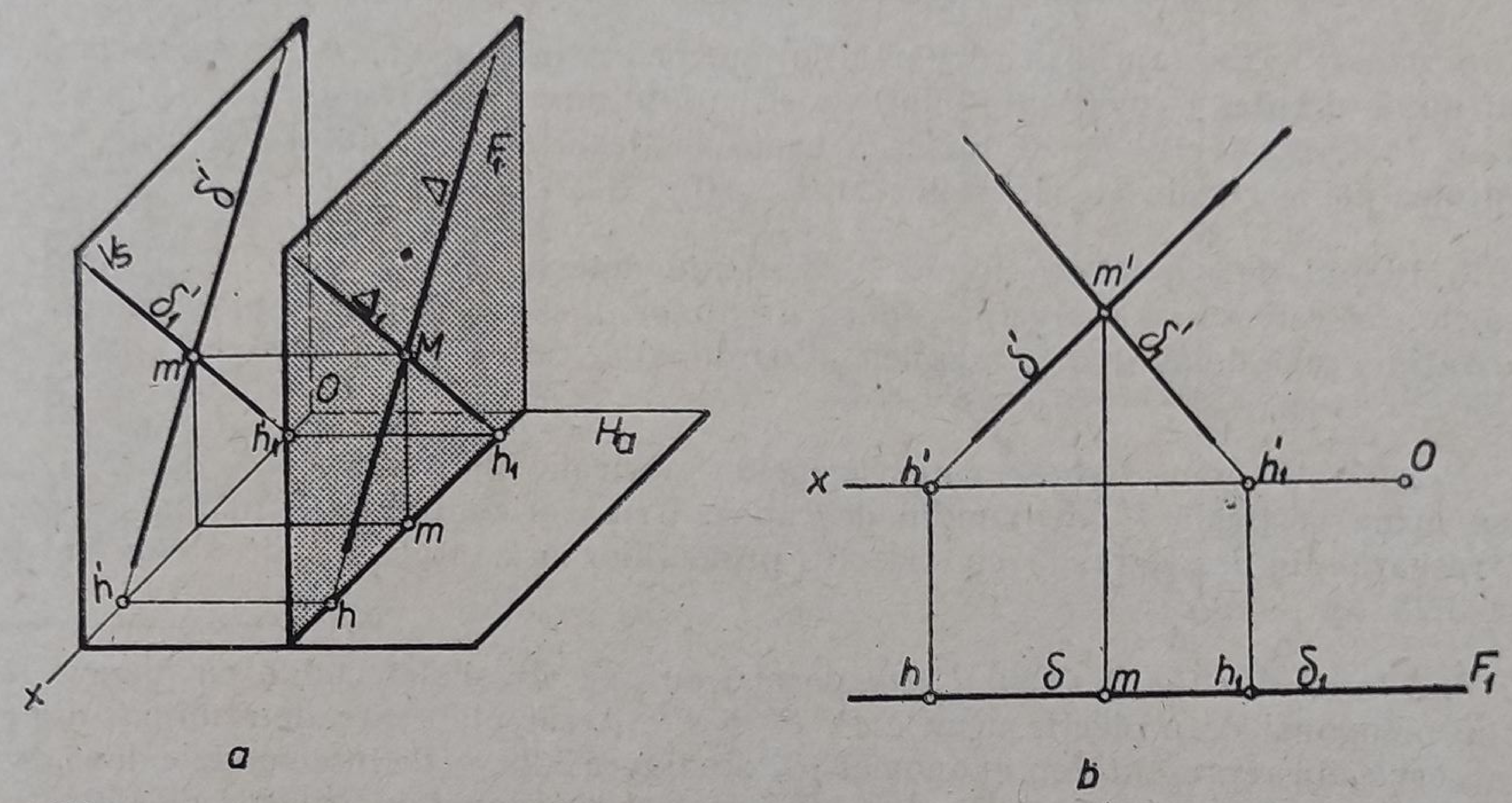



23

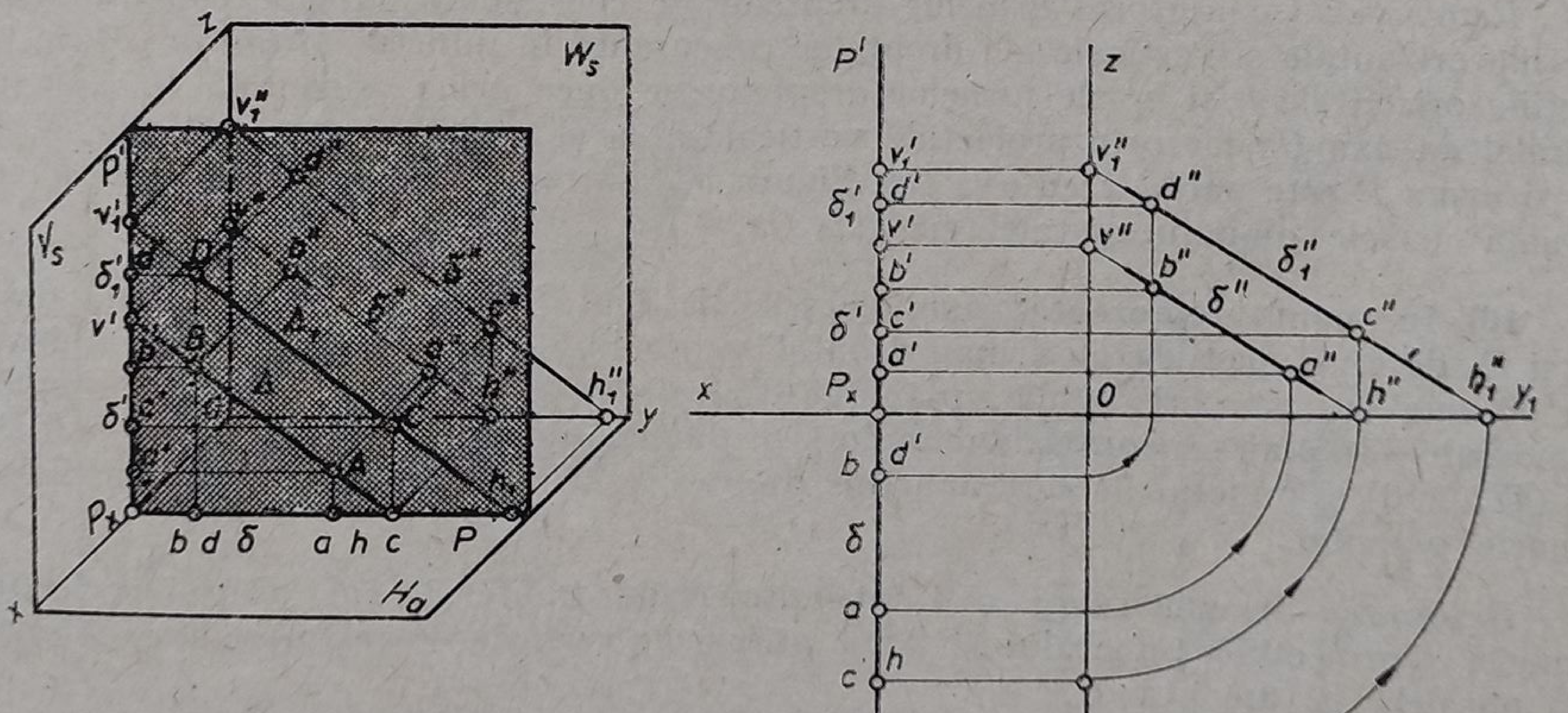



24

Fig. 3.23. Construcţia urmelor unui plan ce conţine un triunghi oarecare (problemă).
Fig. 3.24. Plan de nivel determinat de două drepte de nivel concurente (problemă).




25




a

26

Fig. 3.25. Plan de front determinat de două drepte de front concurente (problemă).
Fig. 3.26. Plan de profil determinat de două drepte de profil paralele (problemă).

7) Planul vertical din figura 3.27 este determinat de dreptele $\Delta$ și $\Delta_1$ perpendiculare pe planul orizontal. Se cere să se construiască proiecțiile dreptelor și urmele planului care le conține. Coordonatele urmelor dreptelor $H$ (51, 13, 0); $H_1$ (36, 26, 0).

*Rezolvare:* Cu ajutorul depărtărilor urmelor orizontale se trasează proiecțiile celor două drepte. Urmele dreptelor $\Delta$ și $\Delta_1$ unite dau urma orizontală a planului proiectant $P$. Din punctul $Px$ se trasează urma verticală $P'$ a planului respectiv, paralelă cu proiecțiile verticale ale dreptelor $\Delta$ și $\Delta_1$ (fig. 3.27, *b*).

8) Planul de capăt din figura 3.28, *a* este determinat de două drepte de capăt paralele. Se cere să se reprezinte epura dreptelor $\Delta$ și $\Delta_1$ și urmele planului de capăt ce conține cele două drepte paralele. Coordonatele urmelor dreptelor: $V$ (20, 0, 33); $V_1$ (36, 0, 15).

*Rezolvare:* Cunoscîndu-se cotele urmelor verticale ale dreptelor de capăt se poate trasa urma verticală $P'$ a planului de capăt. Urma orizontală $P$ a planului respectiv se trasează din $Px$ paralelă cu direcția proiecțiilor orizontale ale dreptelor de capăt (fig. 3.28, *b*).

9) Planul din figura 3.29, *a* este paralel cu axa $Ox$ și determină cu planele sistemului ortogonal de proiecție urmele $P$, $P'$ și $P''$. Acest plan este determinat, așa cum se observă din reprezentarea axonometrică din figura 3.29, *a*, de intersecția a două drepte de poziție oarecare ce străbate diedrul *I*. Fiind date coordonatele urmelor: $H$ (60, 35, 0); $V$ (5, 0, 40); $H_1$ (16, 35, 0); $V_1$ (50, 0, 40), se cere să se construiască proiecțiile punctului $M$ de intersecție și urmele planului paralel cu axa $Ox$.

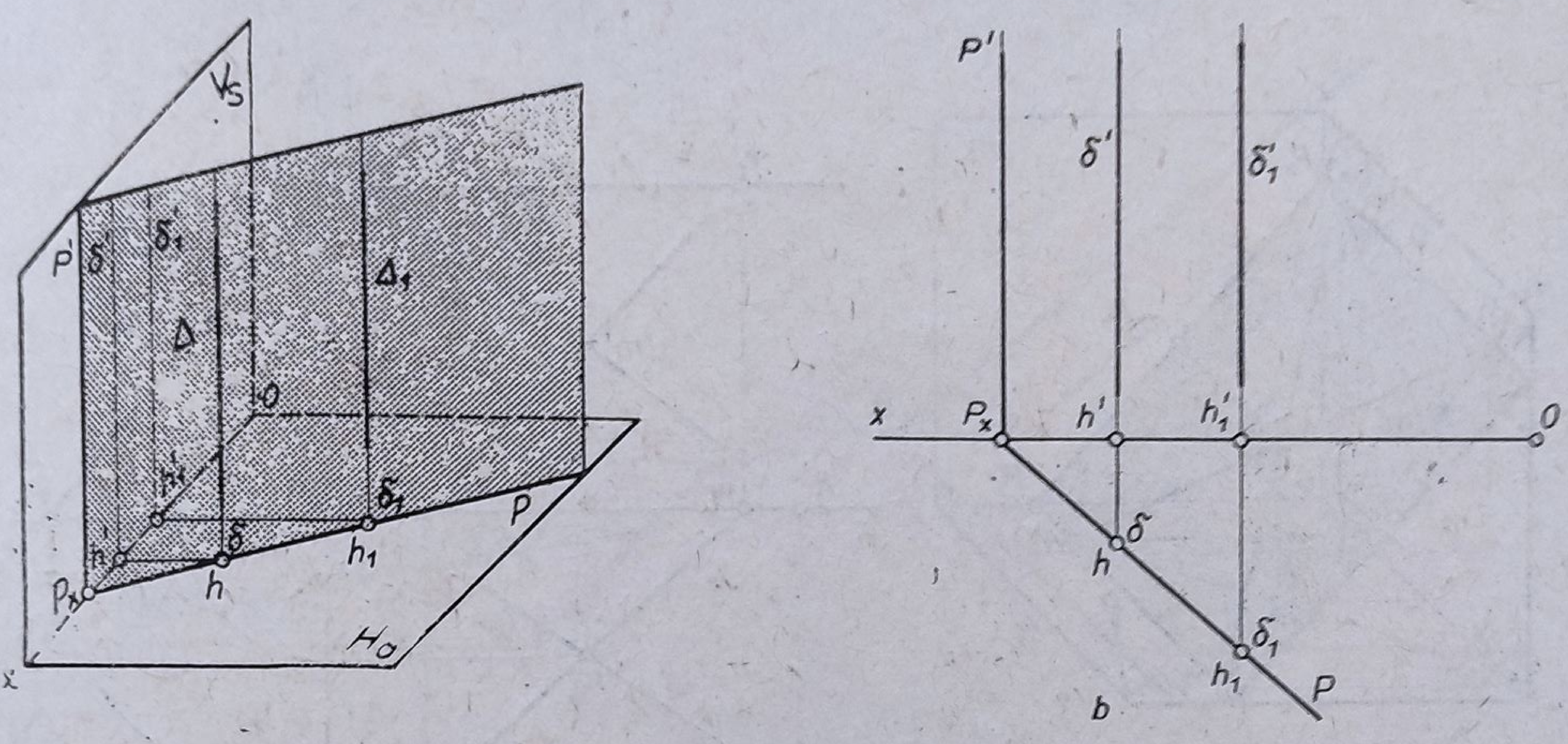
*Rezolvare:* Cu ajutorul urmelor dreptelor de coordonate date, se construiesc proiecțiile orizontale și verticale ale dreptelor concurente în punctul $M$ $(m, m')$. Prin proiecțiile orizontale $h$ și $h_1$ ale urmelor dreptelor se duce urma orizontală $P$ a planului paralel cu axa $Ox$ iar prin proiecțiile verticale $v'$ și $v_1'$ se duce urma verticală $P'$ care ca și urma $P$ este paralelă cu axa $Ox$. Figura 3.29, *b* reprezintă în triplă proiecție ortogonală urmele planului paralel cu axa $Ox$.

**10)** În planul reprezentat axonometric în figura 3.30, *a* se găsesc două drepte $D$ și $D_1$ de nivel, paralele cu urma orizontală a planului. Datorită paralelismului dreptelor de nivel cu urma orizontală a planului dat, acestea fac parte din categoria dreptelor remarcabile în plan (orizontalele planului). Se dau coordonatele punctelor: $V$ (35, 0, 20); $V_1$ (47, 0,10) și punctul $M$ care aparține dreptei $D$, $M$ (20, 10, 20). Să se construiască urmele planului.

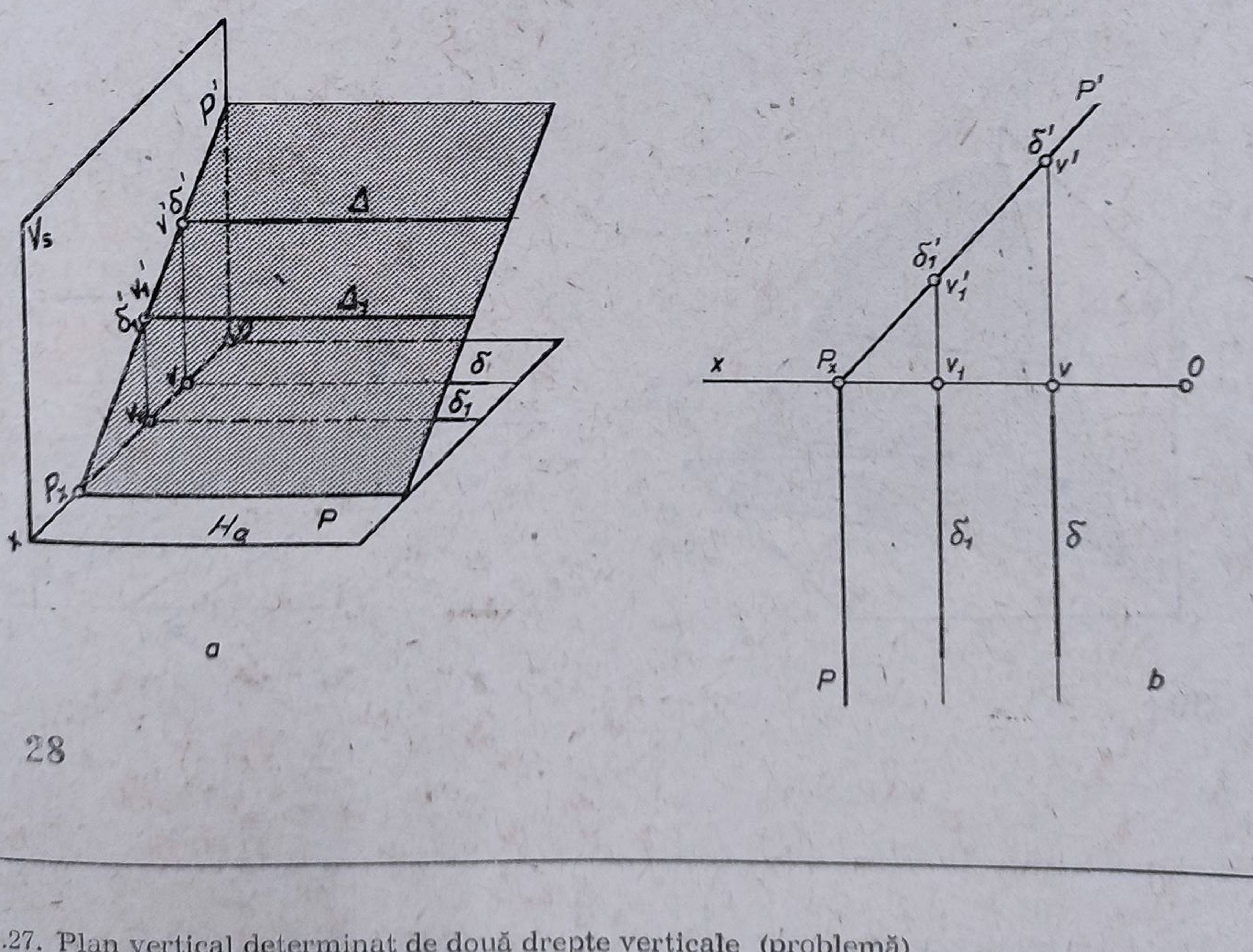
*Rezolvare:* Se construiesc mai întîi proiecțiile dreptei $D$ cu ajutorul proiecțiilor urmei $V$ și proiecțiilor punctului $M$. Apoi, prin urma verticală $V_1$ $(v_1, v_1')$ se duce o dreaptă $D_1$ paralelă la dreapta $D$.

Proiecțiile verticale și orizontale ale dreptelor sînt paralele între ele. Dacă se unesc cele două proiecții $v_1'$ și $v'$ se obține urma verticală $P'$ a planului și punctul $P_x$ pe axa $O_x$. Urma orizontală $P$ a planului se obține ducînd din $Px$ o paralelă la proiecțiile orizontale $d$ și $d_1$ (fig. 3.30, *b*).

**11)** Modelul axonometric din figura 3.31, *a* reprezintă un plan de poziție oarecare determinat de două drepte de front paralele $D$ și $D_1$. Se observă că și dreptele de front din figura amintită fac parte din categoria dreptelor remarcabile în plan. Ele au proiecțiile verticale paralele cu urma verticală $P'$ a planului respectiv. Se cere să se construiască în epură proiecțiile celor două drepte de front cunoscîndu-se coordonatele urmelor $H$ $(h, h')$, $H_1$ $(h_1, h_1')$ și ale punctului $M$ situat pe dreapta $D$: $H$ (50, 15, 0); $H_1$ (38, 25, 0); $M$ (13, 15, 30).

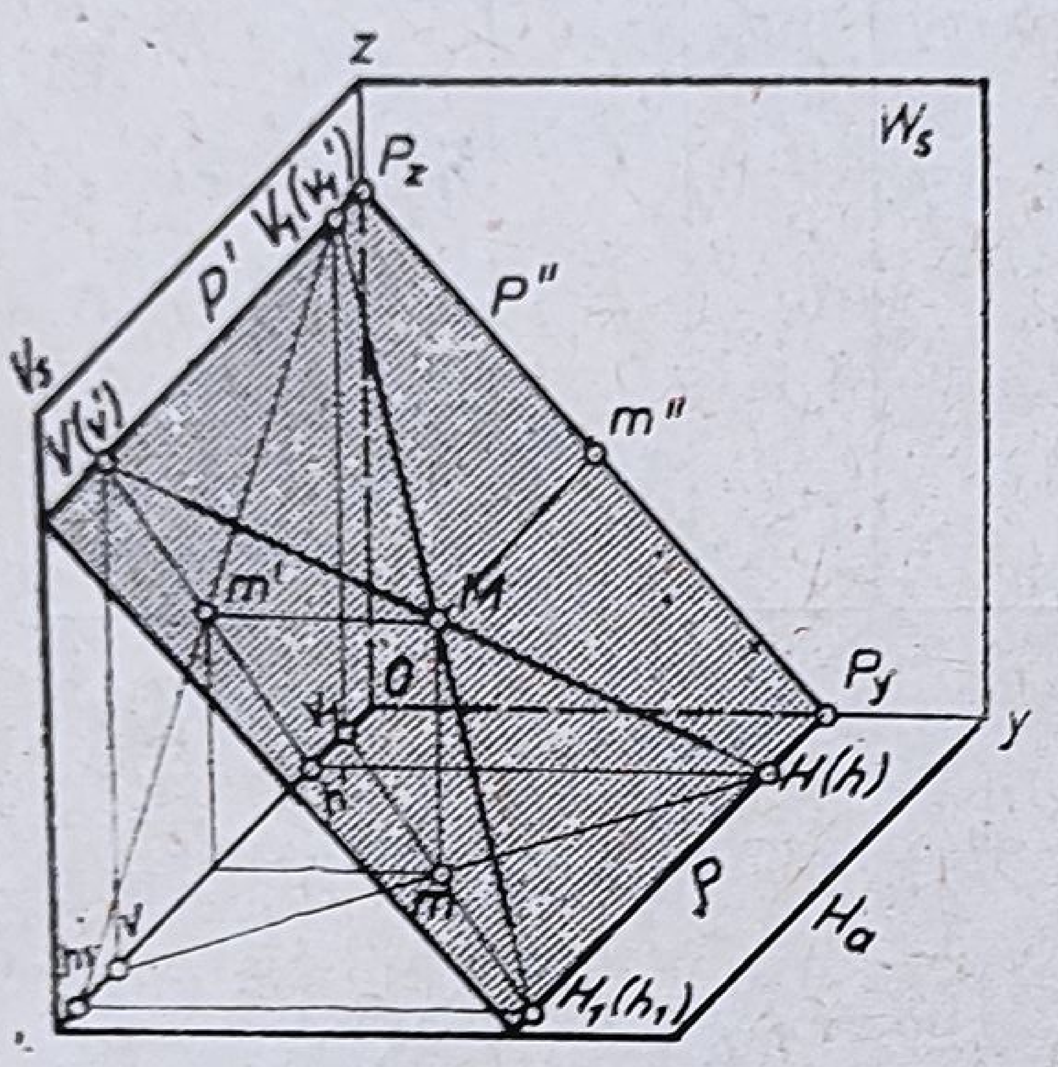



27

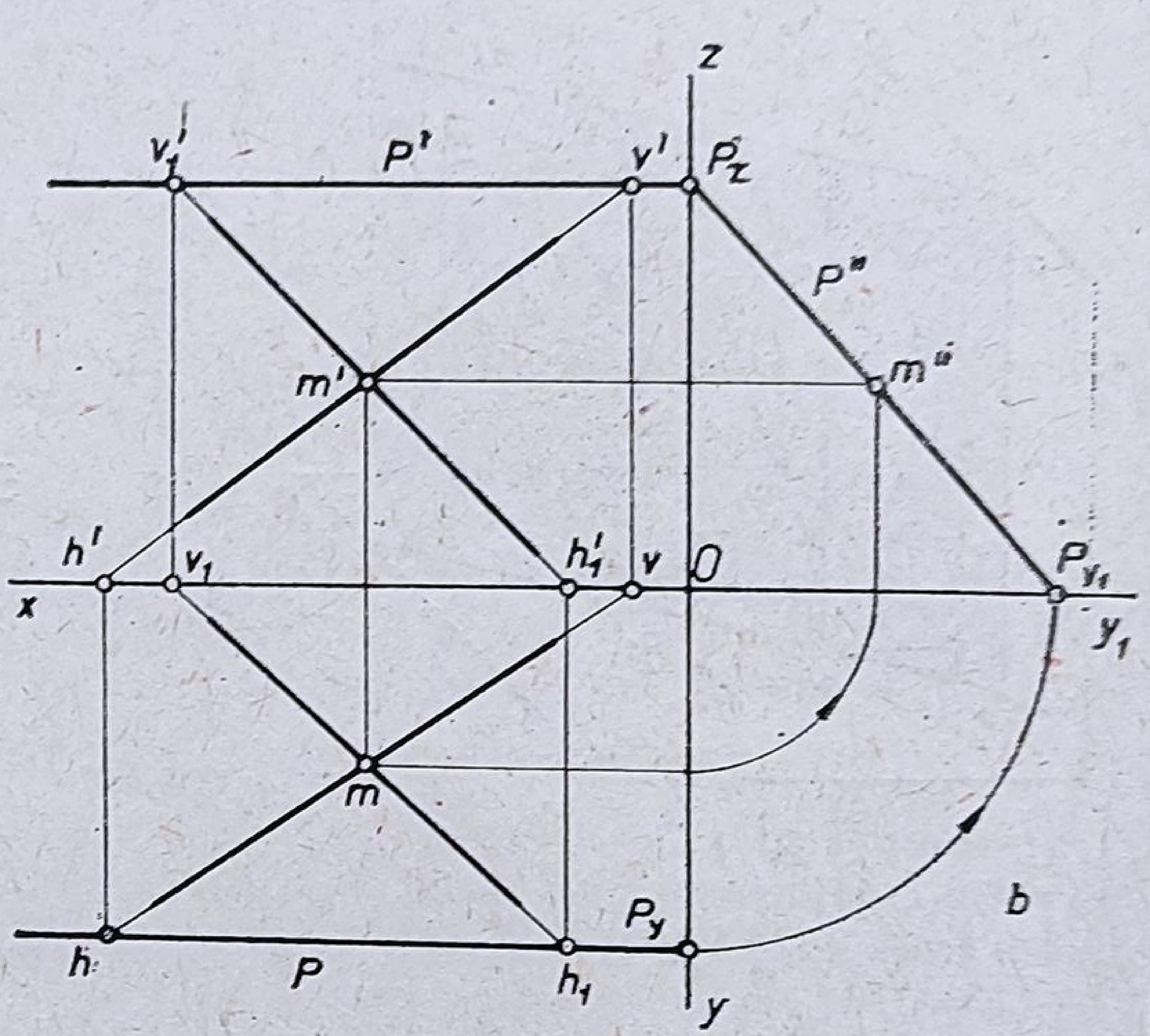



28

Fig. 3.27. Plan vertical determinat de două drepte verticale (problemă).
Fig. 3.28. Plan capăt determinat de două drepte de capăt (problemă).
(problemă).

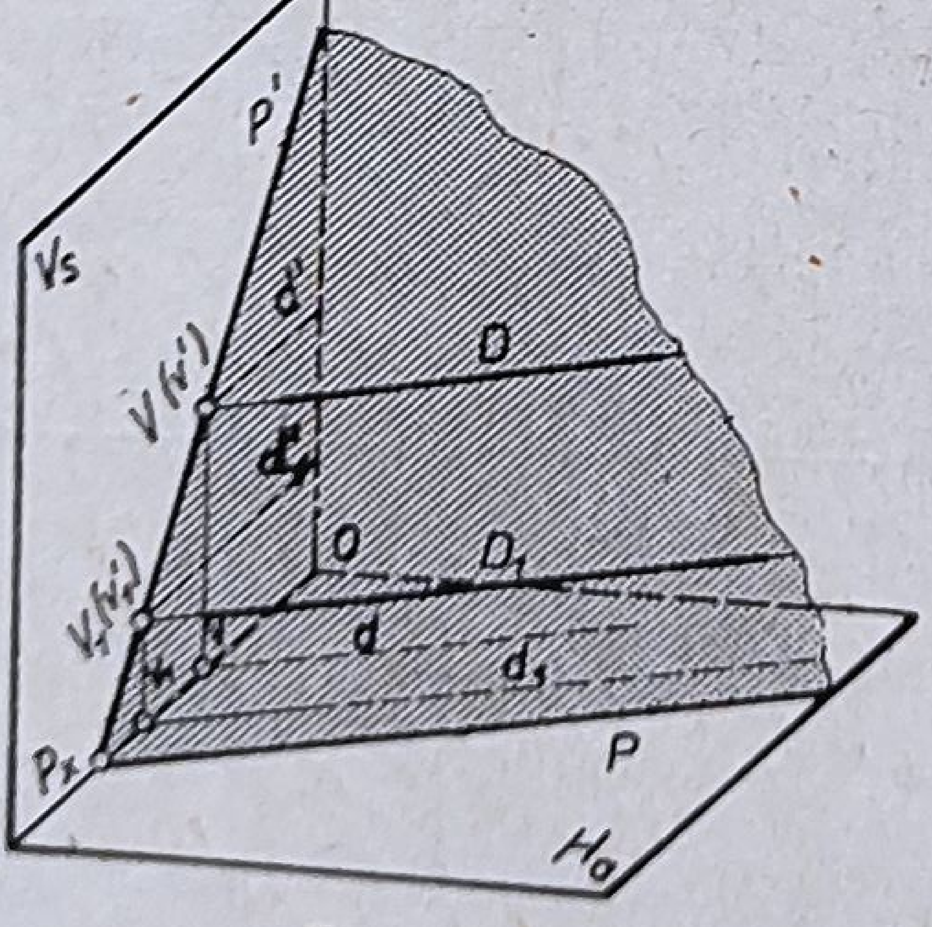



a

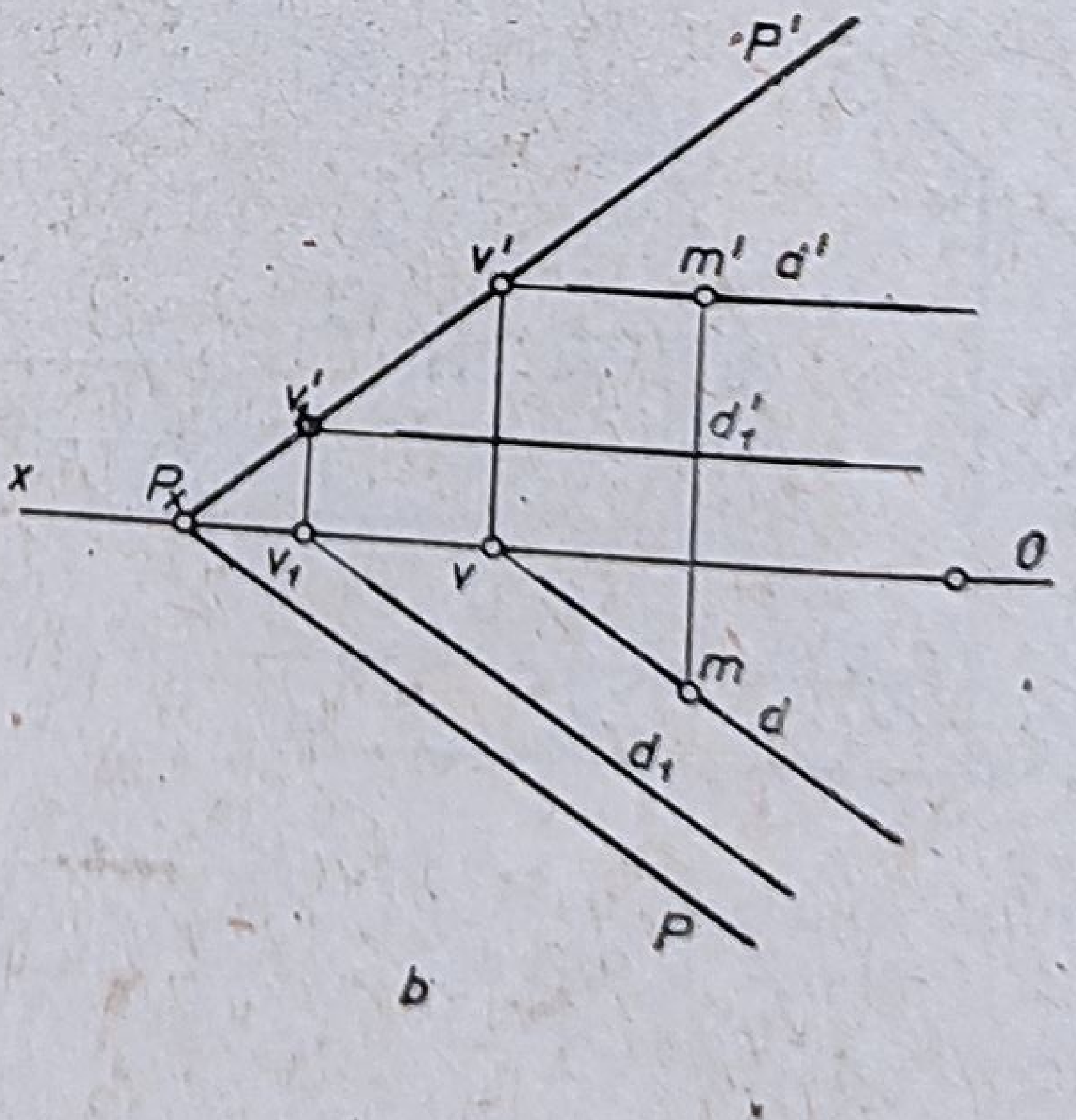



b

29




a

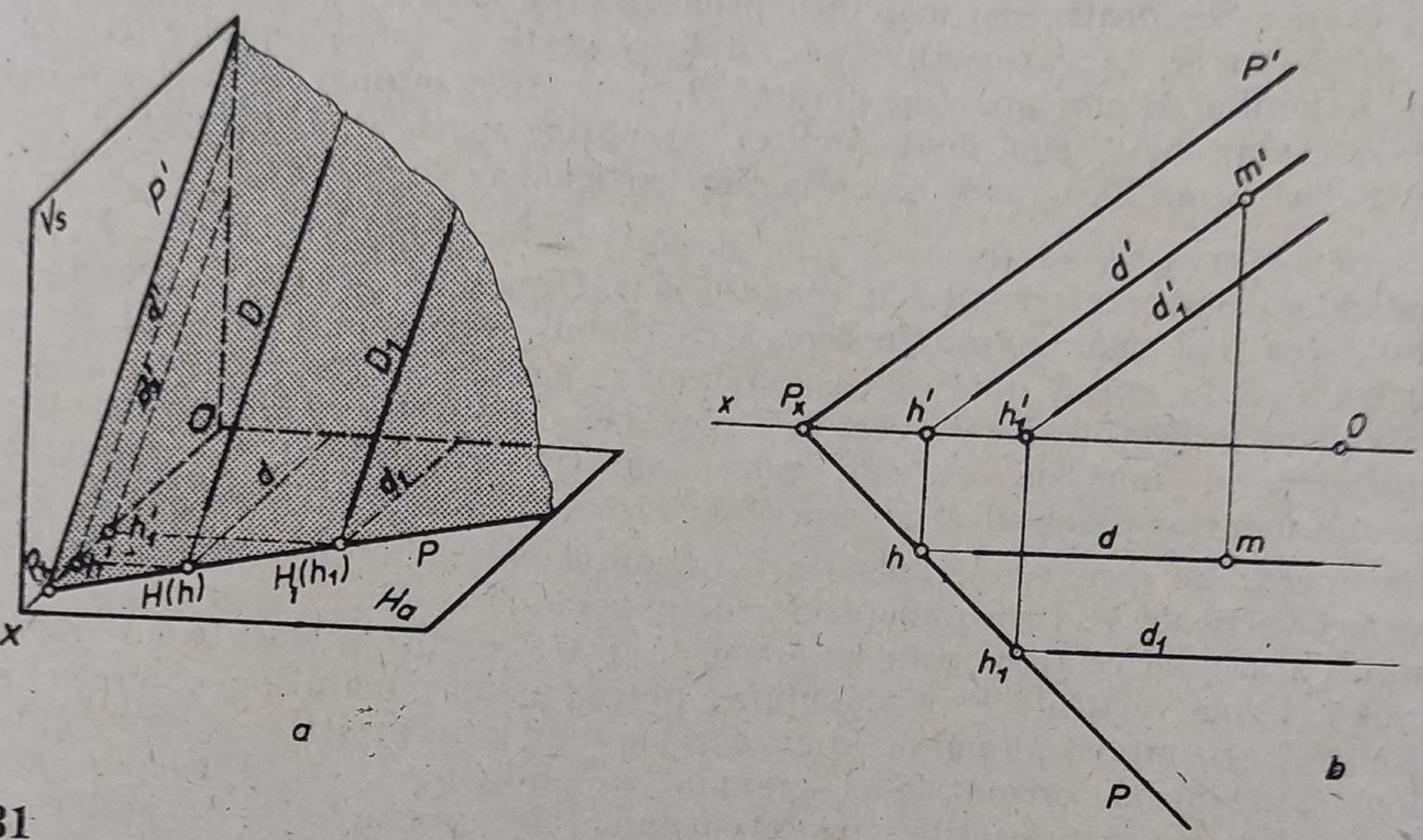



30

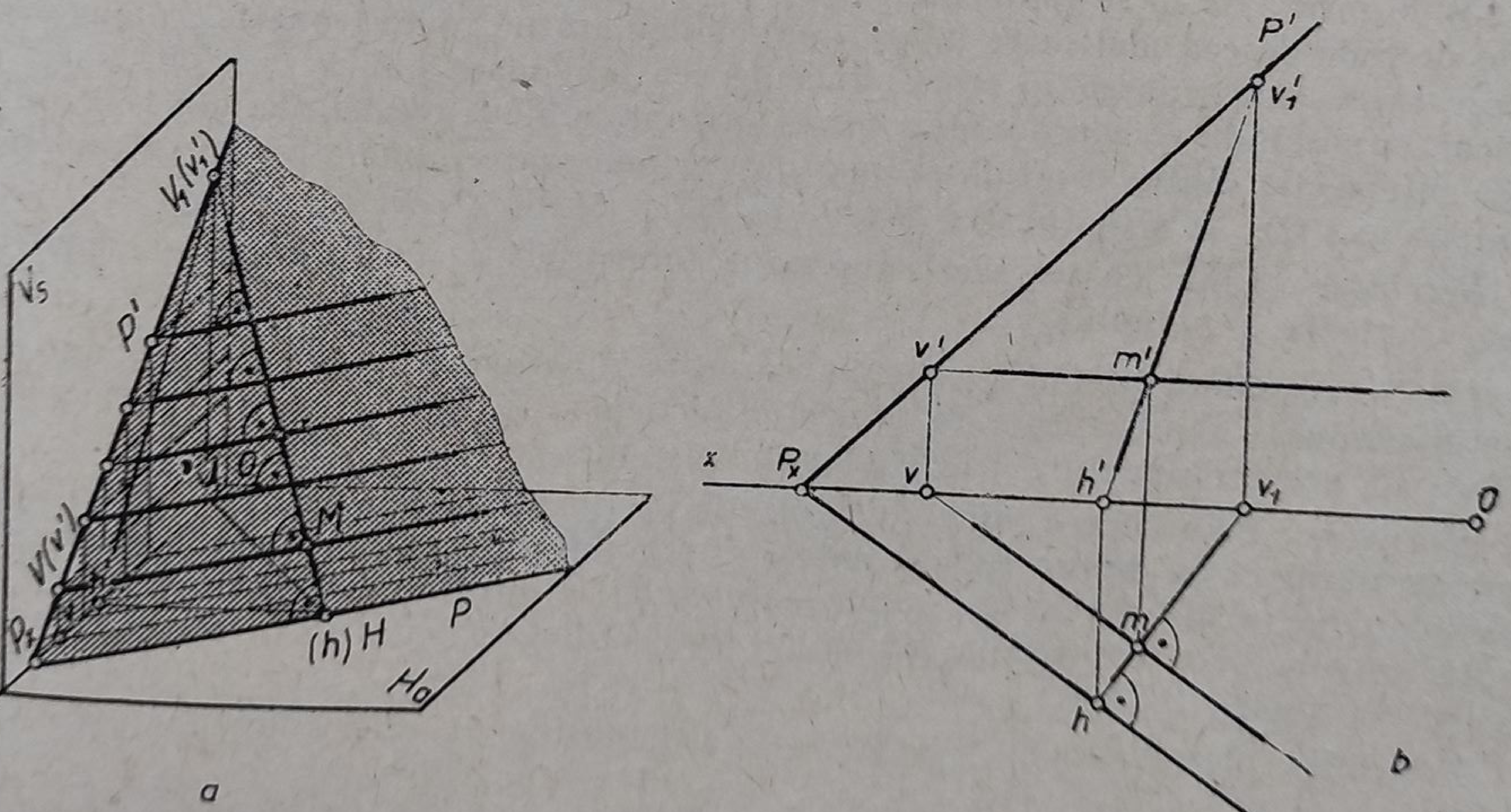
b

Fig. 3.29. Plan paralel cu axa $Ox$ determinat de două drepte concurente de poziție oarecare (problemă).

Fig. 3.30. Plan de poziție oarecare determinat de două drepte de nivel (problemă).




31




32

Fig. 3.31. Plan de poziție oarecare determinat de două drepte de front (problemă).
Fig. 3.32. Linie de cea mai mare pantă în raport cu planul orizontal de proiecție. (problemă).

Se cere, de asemenea, construcția urmelor planului de poziție oarecare determinat de dreptele remarcabile de mai sus.

*Rezolvare:* Se construiesc mai întîi proiecțiile punctelor de coordonate date. Prin urmele dreptelor se duc proiecțiile orizontale și verticale ale dreptelor $D$ și $D_1$, cu ajutorul punctului $M$ care aparține dreptei $D$. Se unesc apoi punctele $h$ cu $h_1$ (proiecțiile orizontale ale urmelor celor două drepte). Se obține urma $P$. Din punctul $Px$ de pe axa $Ox$ se duce urma $P'$ paralelă cu proiecțiile verticale ale dreptelor $D$ și $D_1$ (fig. 3.31, *b*).

**12)** Se observă că în figura 3.32, *a* dreapta determinată de urmele $V_1$ și $H$ este perpendiculară pe toate orizontalele planului dat. Dreapta $V_1H$ este în această situație o linie de cea mai mare pantă în raport cu planul orizontal de proiecție. Se cere să se construiască în epură linia de cea mai mare pantă în raport cu planul orizontal, cunoscîndu-se proiecțiile urmei verticale ale unei orizontale a planului, ale punctului de intersecție al liniei de cea mai mare pantă cu această orizontală și punctul $P_x$ (intersecția urmelor planului $P$ pe axa $Ox$): $V$ (65, 0, 15); $M$ (40, 20, 15); $P_x$ (80, 0, 0).

*Rezolvare:* Se construiește mai întîi orizontala planului cu ajutorul punctului $M$ și al urmei verticale $V$. Prin punctul $Px$ de pe axa $Ox$ se duce o paralelă la proiecția orizontală a dreptei ce trece prin punctele $V$ și $M$. Se obține deci urma orizontală $P$ a planului. Urma verticală $P'$ a planului se obține unind punctul $Px$ cu proiecția verticală a urmei orizontalei planului. Apoi, dacă se duce prin proiecția orizontală $m$ o perpendiculară pe urma orizontală a planului, se obțin pe rînd urmele $H$ ($h$, $h'$) și $V_1$ ($v_1$, $v_1'$). Unindu-se proiecțiile de același nume ale urmelor se obțin proiecțiile liniei de cea mai mare pantă în raport cu planul orizontal de proiecție. Aceasta este, după cum se observă în figura 3.33, *b*, perpendiculară și pe orizontala planului respectiv.

**13)** Figura 3.33, *a* se reprezintă o dreaptă de poziție oarecare care îndeplinește condițiile de linie de cea mai mare pantă (perpendiculară pe toate frontalele planului dat). Se cere să se construiască în epură linia de cea mai mare pantă în raport cu planul vertical, cunoscîndu-se coordonatele urmei orizontale ale frontalei planului, ale punctului de intersecție dintre frontală și linia de cea mai mare pantă, precum și punctul $Px$ situat pe axa $Ox$: $H$ (70, 15, 0); $M$ (40, 15, 25); $P_x$ (90, 0, 0).

*Rezolvare:* Linia de cea mai mare pantă are proiecția verticală perpendiculară pe urma verticală a planului.

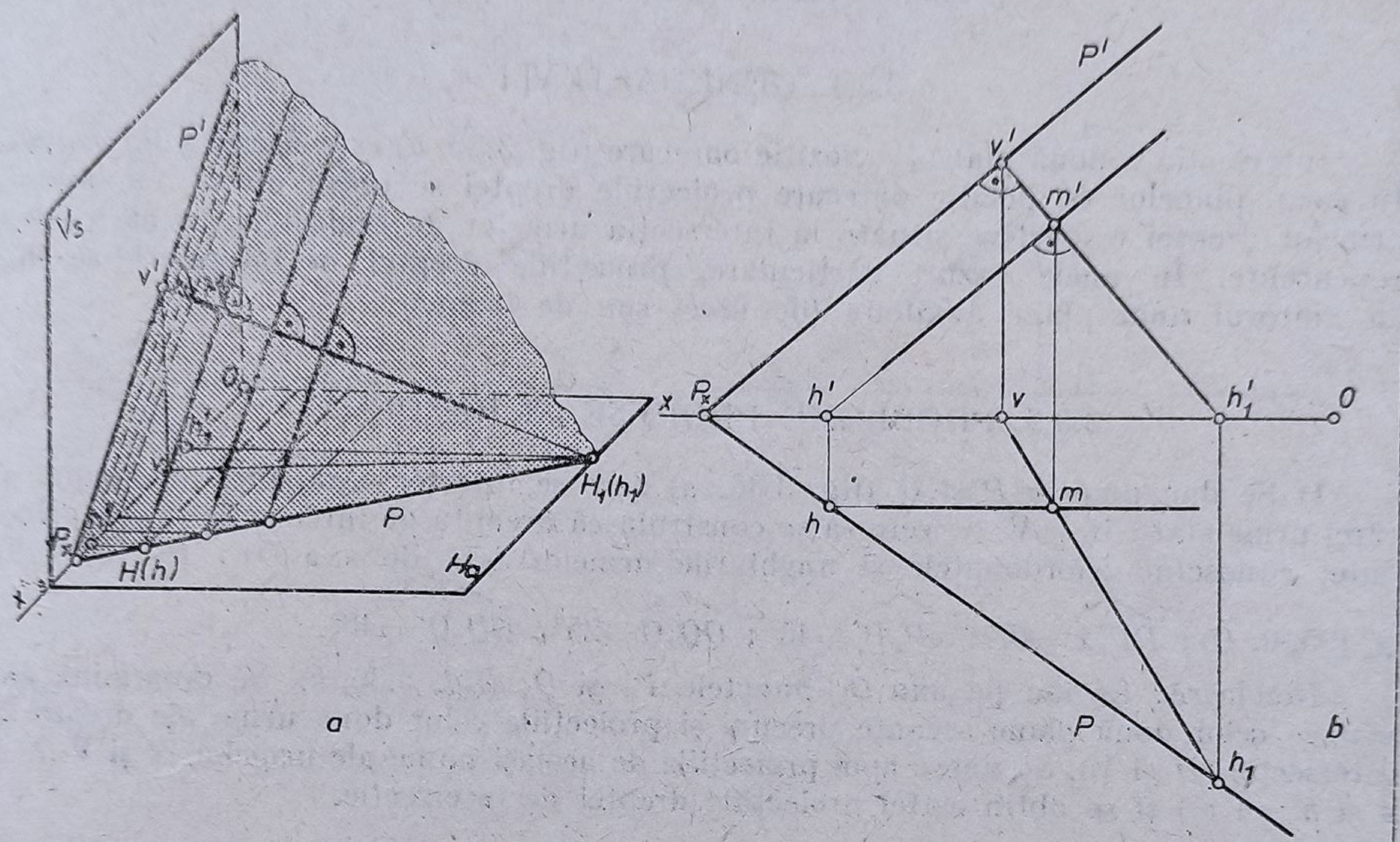
**14)** Se consideră planul de poziție oarecare din figura 3.34, *a* și trei puncte care aparțin planului, reprezentate în proiecție verticală. Se cere să se afle proiecțiile orizontale ale acestor puncte. Urmele planului și punctele se iau arbitrar.

*Rezolvare:* Prin fiecare punct în proiecție verticală se duce cîte o dreaptă de nivel. Dreptele de nivel ca drepte remarcabile ale planului determină urmele verticale corespunzătoare pe urma de același nume a planului. Proiecțiile orizontale ale celor trei drepte de nivel vor conține la rîndul lor proiecțiile orizontale căutate așa cum se observă în figura 3.34, *b*.

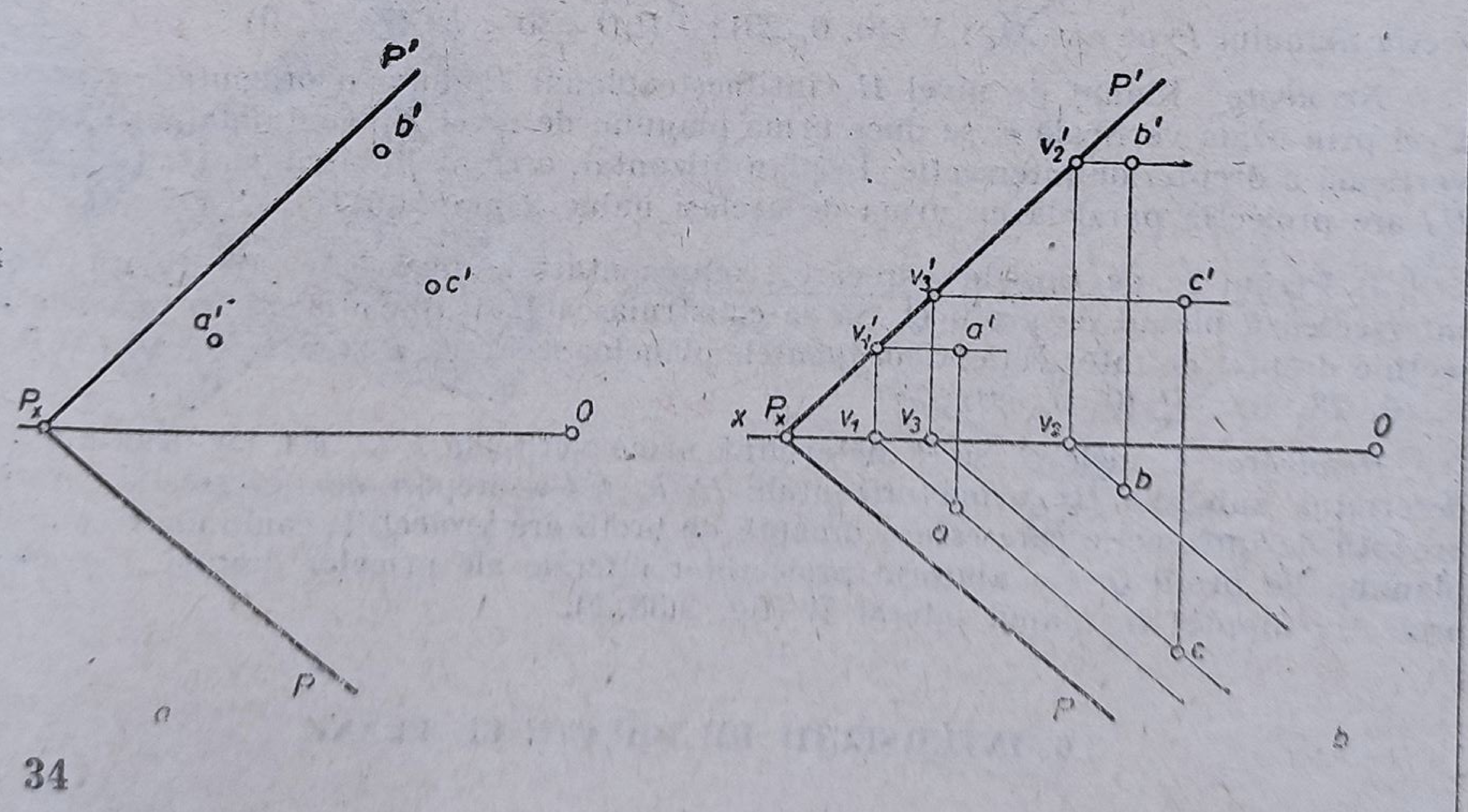
Proiecțiile orizontale ale punctelor se pot obține și prin folosirea unor drepte de front.

**15)** Se dă un plan de poziție oarecare și un punct $M$ ($m$, $m'$) (fig. 3.35, *a*). Să se verifice dacă acest punct aparține sau nu planului dat. Coordonate și unghiuri: $P_x$ (75, 0, 0); $\widehat{PP_xO}=30°$; $\widehat{P'P_xO}=45°$; $M$ (40, 15, 20).

*Rezolvare:* Se știe că un punct aparține unui plan dacă are proiecțiile lui așezate pe proiecțiile de același nume ale unei drepte a planului. În cazul de față se duce prin punctul $M$ o orizontală. Din figura 3.35, *b* se observă că proiecția orizontală a punctului $M$ nu se găsește pe proiecția de același nume a dreptei respective și deci punctul $M$ nu aparține planului dat.




33




34

Fig. 3.33. Linie de cea mai mare pantă în raport cu planul vertical de proiecție.
Fig. 3.34. Determinarea proiecțiilor orizontale a trei puncte date prin proiecții verticale (problemă).

## 3.5. INTERSECȚII DE PLANE

### 3.5.1. GENERALITĂȚI

Intersecția a două plane de poziție oarecare (fig. 3.36, *a*) este dreapta lor comună. În cazul planelor de poziție oarecare proiecțiile dreptei se obțin direct cu ajutorul urmelor dreptei respective situate la intersecția urmelor de același nume ale planelor concurente. În unele cazuri particulare, proiecțiile dreptei de intersecție se obțin cu ajutorul unor plane auxiliare (de nivel sau de front.)

### 3.5.2. PROBLEME PROPUSE ȘI REZOLVATE

**1)** Se dau planele $P$ și $Q$ (fig. 3.36, *a*) care se intersectează după o dreaptă ale cărei urme sînt : $H$ și $V$. Se cere să se construiască dreapta de intersecție dintre planele date, cunoscînd coordonatele și unghiurile urmelor față de axa $Ox$ : $P_x$ (15, 0, 0) ; $Q_x$ (95, 0, 0) ; $\widehat{PP_x x}=45°$ ; $\widehat{xP_x P'}=45°$ ; $\widehat{QQ_x O}=25°$ ; $\widehat{OQ_x Q'}=40°$.

*Rezolvare :* Se iau pe axa $O_x$ punctele $P_x$ și $Q_x$ (fig. 3.36, *b*). Se determină apoi urmele celor două plane secante precum și proiecțiile celor două urme ale dreptei de intersecție ($H$ și $V$). Se unesc apoi proiecțiile de același nume ale urmelor **$H$ și $V$** ($h$ cu $v$ și $h'$ cu $v'$) și se obțin astfel proiecțiile dreptei de intersecție.

**2)** Planul de poziție oarecare din figura 3.37, *a* se intersectează cu un plan de nivel. Se cere să se construiască urmele planelor secante $P$ și $H_1$ și dreapta de intersecție. Se cunosc coordonatele urmei verticale, unghiul urmei orizontale $P_x P$ și intersecția planului $P$ pe axa $O_x$ : $V$ (40, 0, 25) ; $\widehat{PP_x O}=30°$ ; $P_x$ (75, 0, 0).

*Rezolvare :* Planul de nivel $H_1$ întîlnește planul $P$ după o orizontală a acestuia. Deci prin urma verticală $v'$ se duce urma planului de nivel $H_1$ confundată cu proiecția verticală a dreptei de intersecție. În plan orizontal, orizontala planului $P$ și a planului $H_1$ are proiecția paralelă cu urma de același nume a planului $P$ (fig: 3.37, *b*).

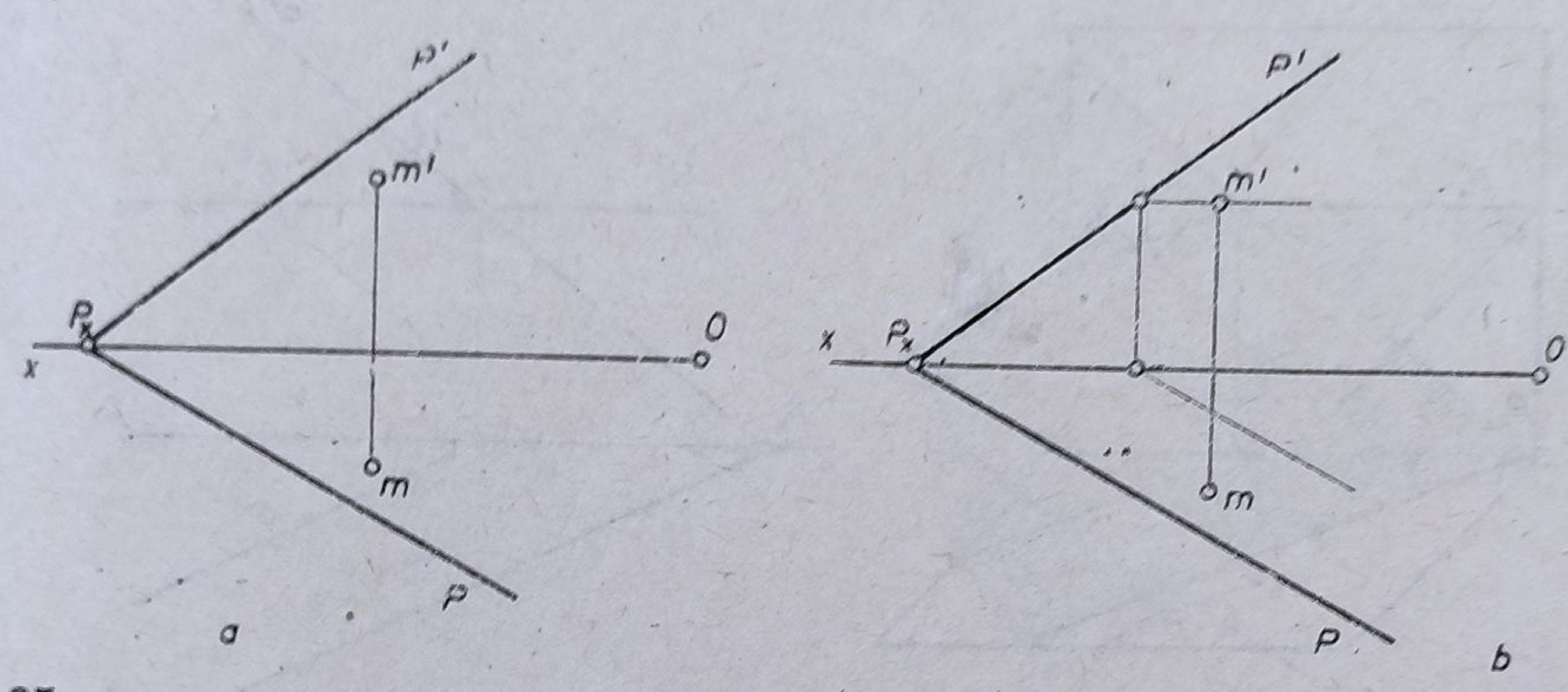
**3)** Planul $P$ de poziție oarecare, reprezentat axonometric în figura 3.38, *a* intersectează planul de profil $Q$. Să se construiască în triplă proiecție ortogonală proiecțiile dreptei de intersecție. Coordonatele planelor secante : $P_x$ (55, 0, 0) ; $Q_x$ (30, 0, 0) ; $P_y$ (0, 28, 0) ; $P_z$ (0, 0, 50) ;

*Rezolvare :* Urmele $Q'$ și $P'$ determină urma verticală $V$ ($v$, $v'$), iar urmele $Q$ și $P$ determină sub axa $Ox$ urma orizontală $H$ ($h$, $h'$) a dreptei de intersecție. Această dreaptă de intersecție care este o dreaptă de profil are proiecțiile confundate cu urmele planului de profil $Q$. Cu ajutorul proiecțiilor laterale ale urmelor dreptei $\Delta$ se obține proiecția dreptei în planul lateral $W$ (fig. 3.38, *b*).

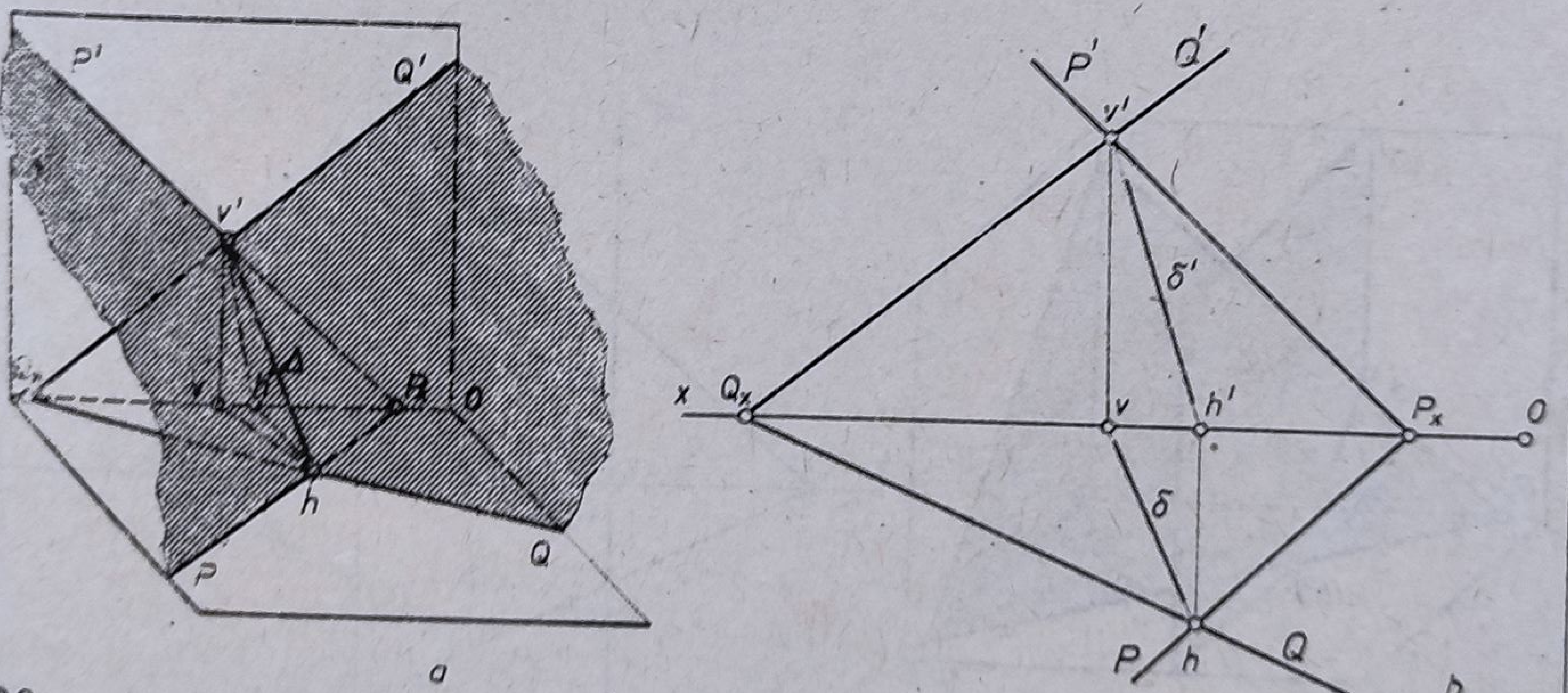
## 3.6. INTERSECȚII DE DREPTE CU PLANE

### 3.6.1. GENERALITĂȚI

Pentru determinarea punctului de intersecție dintre o dreaptă și un plan, se consideră dreapta conținută într-un plan de preferință un plan proiectant (plan vertical sau plan de capăt). În unele poziții particulare ale dreptei, se poate utiliza ca plan auxiliar un plan de nivel, de front sau de profil.

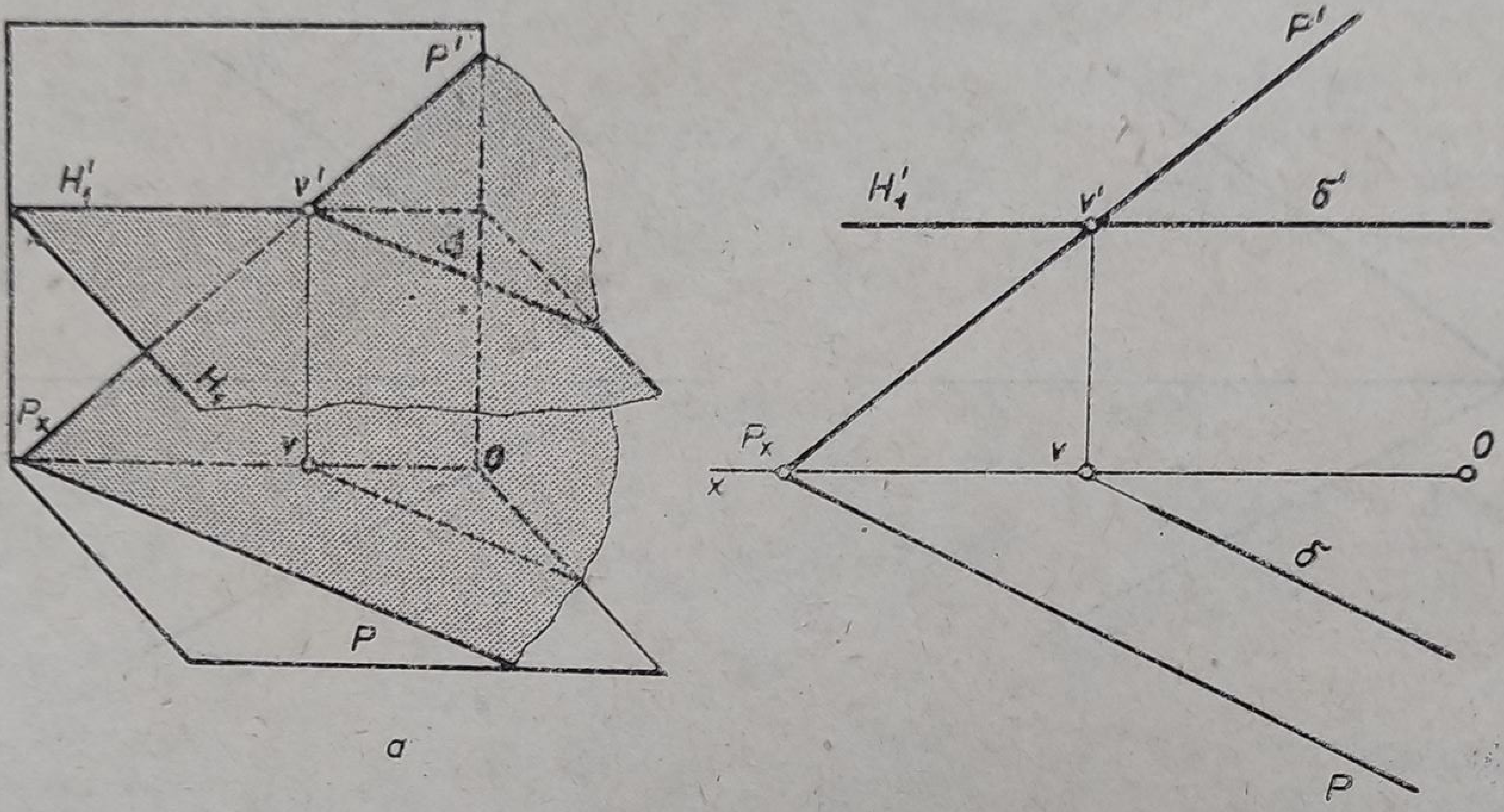



35

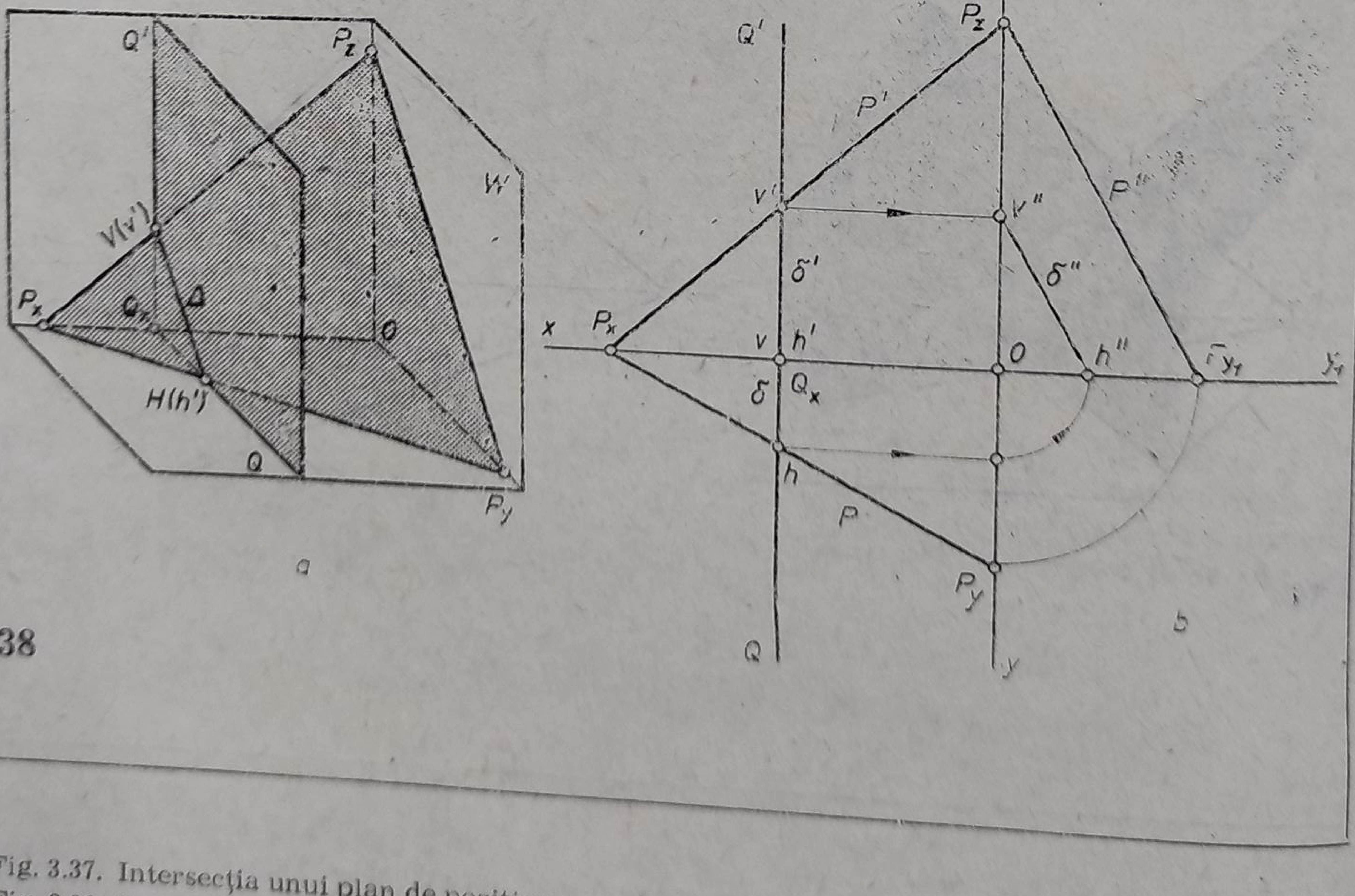



36

Fig. 3.35. Verificarea apartenenței unui punct la un plan (problemă).
Fig. 3.36. Intersecția a două plane de poziție oarecare (problemă).




37




38

Fig. 3.37. Intersecţia unui plan de poziţie oarecare cu un plan de nivel (problemă).
Fig. 3.38. Intersecţia unui plan de poziţie oarecare cu un plan de profil (problemă).

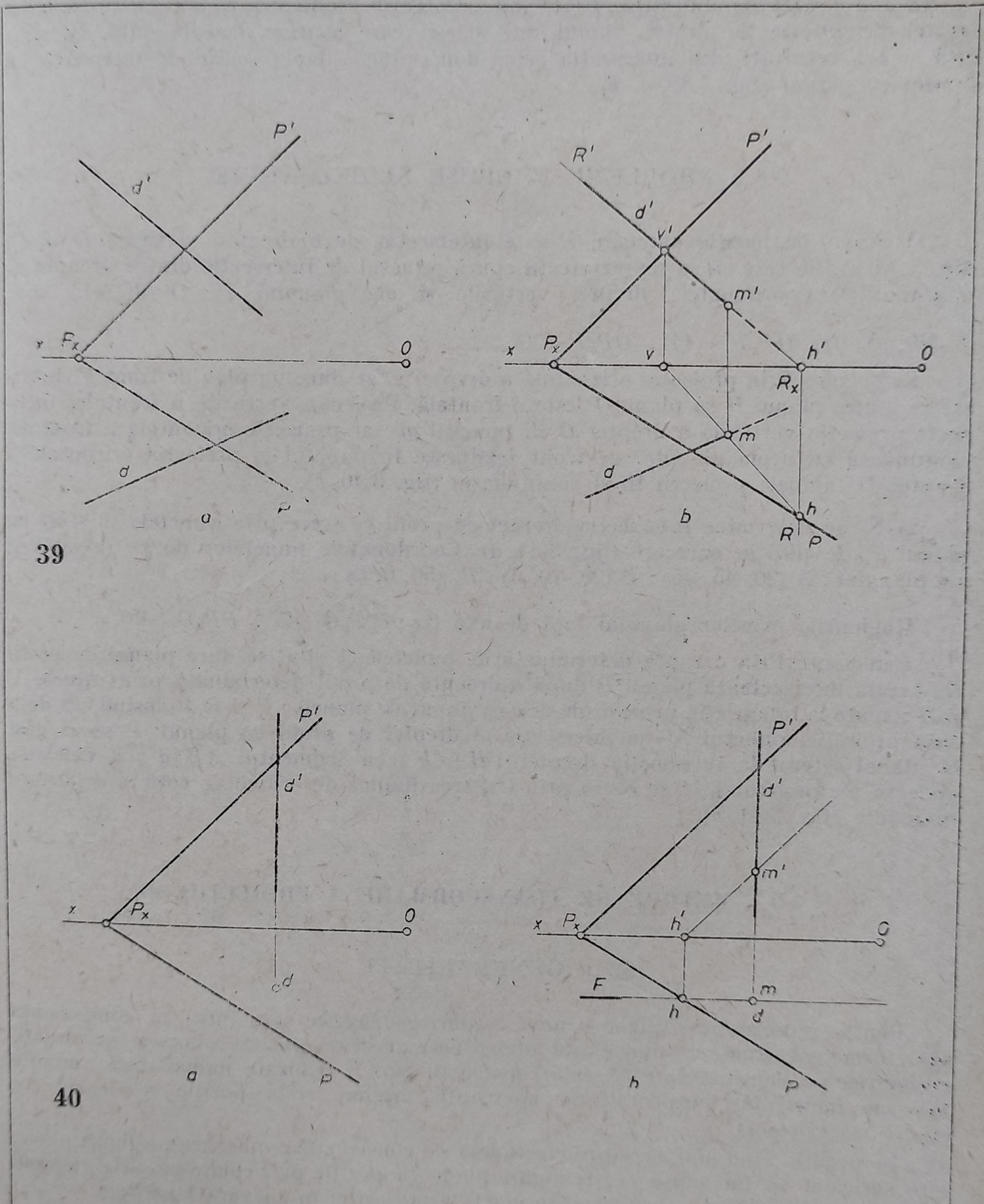



Fig. 3.39. Intersecţia unei drepte oarecare cu un plan de poziţie oarecare (problemă).
Fig. 3.40. Intersecţia unei drepte verticale cu un plan de poziţie oarecare (problemă).

În toate cazurile amintite, procedeul rezolvării problemei constă în construirea dreptei de intersecţie dintre planul dat şi cel care conţine dreapta dată. Dreapta dată şi cea rezultată din intersecţia celor două plane dau punctul de intersecţie al dreptei cu planul (fig. 3.39, *a*, *b*).

### 3.6.2. PROBLEME PROPUSE ŞI REZOLVATE

**1)** Planul de poziţie oarecare $P$ este intersectat de o dreaptă verticală $D\,(d, d')$ (fig. 3.40, *a*). Se cere să se reprezinte în epură punctul de intersecţie dintre dreapta $D$ şi planul $P$. Coordonatele dreptei verticale şi ale planului $P$ : $D\,(25,\ 15,\ \infty)$ ; $P_x\,(60,\ 0,\ 0)$ ; $\widehat{OP_xP'}=45°$ ; $\widehat{OP_xP}=30°$.

*Rezolvare :* Prin proiecţia orizontală a dreptei $D$ se duce un plan de front $F$. Intersecţia dintre planul $F$ cu planul $P$ este o frontală. Proiecţia verticală a frontalei întîlneşte proiecţia verticală a dreptei $D$ în punctul $m'$ iar proiecţia orizontală a frontalei confundată cu urma planului de front întîlneşte în punctul $m$ proiecţia orizontală a dreptei $D$ (ambele proiecţii fiind confundate) (fig. 3.40, *b*).

**2)** Să se determine intersecţia dreptei de profil ce trece prin punctele $A$ şi $B$ cu planul $P$ de poziţie oarecare (fig. 3.41, *a*). Coordonatele punctelor de pe dreaptă şi ale planului : $A\,(20,\ 45,\ 45)$ ; $B\,(20,\ 10,\ 5)$ ; $P_x\,(50,\ 0,\ 0)$ ;

Unghiurile urmelor planului faţă de axa $Ox$ : $\widehat{P'P_xO}=45°$ ; $\widehat{PP_xO}=45°$.

*Rezolvare :* Prin dreapta determinată de punctele $A$ şi $B$ se duce planul de profil $R$. Acesta intersectează planul $P$ după o dreaptă de profil determinată prin urmele $V$ şi $H$ situate la intersecţia urmelor de acelaşi nume ale planelor $P$ şi $R$. Folosind cea de-a treia proiecţie, punctul $M$ de intersecţie al dreptei de profil cu planul $P$ se va găsi în planul lateral la intersecţia dreptei $VH\,(v''h'')$ cu segmentul $AB\,(a''b'')$. Celelalte proiecţii ale punctului $M$ se obţin prin trasarea liniilor de ordine de cotă şi depărtare cunoscute (fig. 3.41, *b*).

## 3.7. METODE DE TRANSFORMARE A PROIECŢIILOR

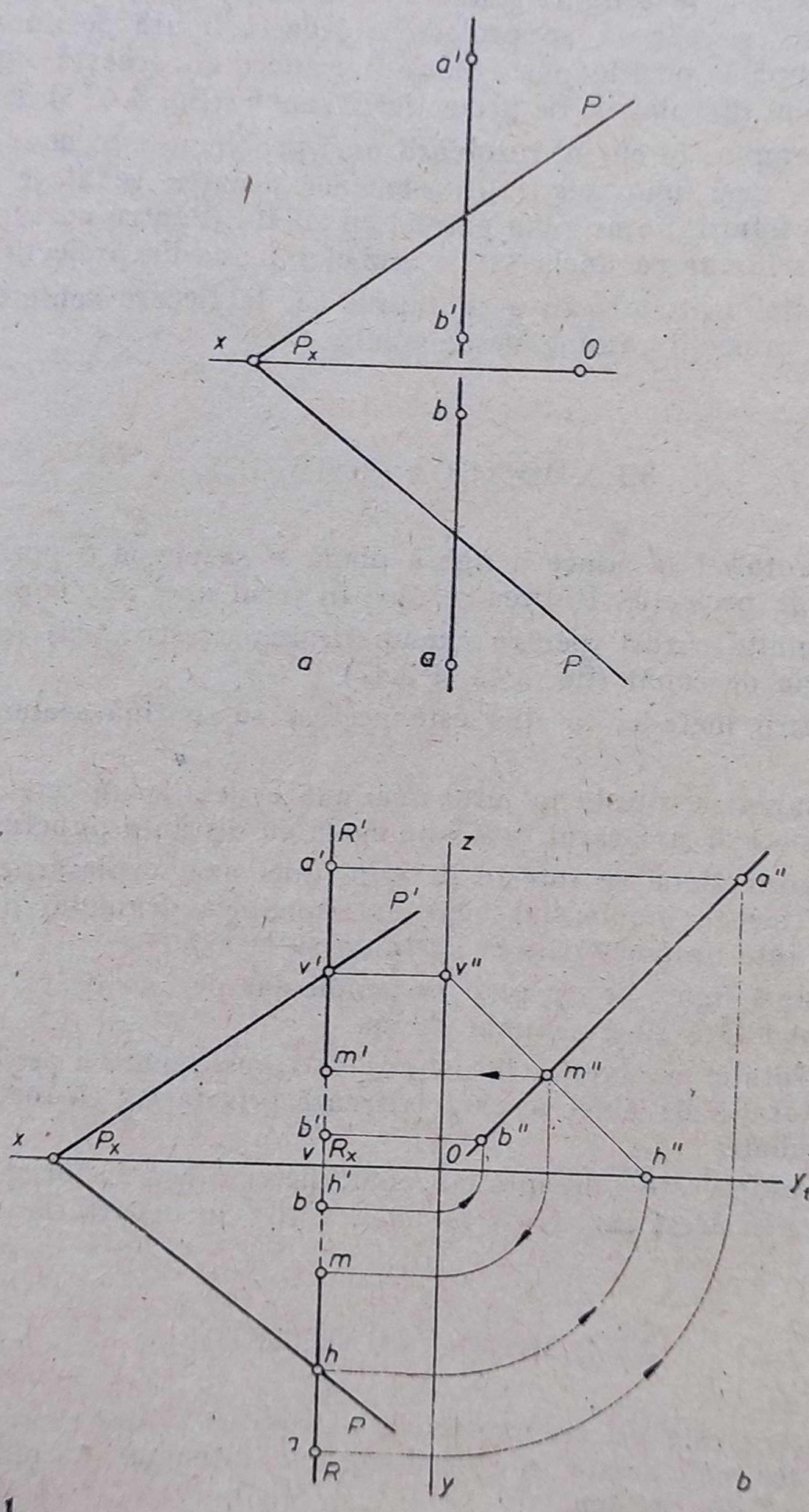
### 3.7.1. GENERALITĂŢI

Pentru reprezentarea plană a unor corpuri geometrice care intră în componenţa unor forme constructive tehnice este adesea necesar să se utilizeze anumite construcţii geometrice pe elemente date. Aceste construcţii pot fi realizate numai dacă anumite linii sau figuri sînt considerate în adevărată mărime şi în poziţie reală unele în raport cu celelalte.

În situaţia cînd sînt necesare efectuarea de construcţii geometrice pe figuri plane, este suficient să fie aduse aceste figuri plane în poziţii particulare-paralele cu unul din planele de proiecţie —, pe care se vor proiecta astfel în adevărată mărime.

Metodele de transformare a proiecţiilor în scopul rezolvării problemelor metrice şi de poziţie, aplicate frecvent în reprezentarea ortogonală, sînt :

— metoda schimbării de plan ;
— metoda rotaţiei ;
— metoda rabaterii.




41

Fig. 3.41. Intersecţia unei drepte de profil cu un plan de poziţie oarecare (problemă).

## 3.7.2. METODA SCHIMBĂRII PLANELOR DE PROIECȚIE

În cazul cînd este dată o figură plană $F$ în dublă proiecție ortogonală (pe planele $H$ și $V$), este adesea necesar să se proiecteze această figură pe un alt plan ($H_1$ sau $V_1$). Acest plan ocupă o poziție particulară în raport cu această figură, dar rămîne perpendicular pe unul din planele de proiecție $H$ sau $V$ (fig. 3.42 și 3.43).

Astfel, spre exemplu, în cursul rezolvării unei probleme este nevoie să se cunoască adevărata mărime a unei figuri plane. În asemenea situație, se alege ca plan nou de proiecție, fie planul figurii, fie un plan paralel cu acesta. Pentru aceasta, va fi necesară, după împrejurări, schimbarea uneia sau a ambelor plane de proiecție.

Avantajul acestei metode constă în faptul că, la fiecare schimbare de plan de proiecție, una din proiecții rămîne neschimbată.

## 3.7.3. METODA ROTAȚIEI

Prin metoda rotației se aduce o figură plană $F$ să ocupe o poziție favorabilă în raport cu planele de proiecție. Rotirea se face în jurul unei axe convenabil alese.

În cele mai multe cazuri (pentru exemplificarea construcției) se folosesc axe de rotație verticale sau de capăt (fig. 3.46 și 3.47).

În cazul folosirii metodei rotației este necesar să se țină seama de următoarele principii :

— Dacă un punct se rotește în jurul unei axe, el descrie un cerc sau arc de cerc al cărui centru este pe axă și a cărui rază este egală cu distanța punctului la axă.

— Dacă o figură plană se rotește în jurul unei axe, deplasările unghiulare ale tuturor punctelor acestei figuri sînt egale iar lungimea drumului parcurs de fiecare din aceste puncte este proporțională cu distanța sa la axă.

— Proiecția unei figuri pe un plan perpendicular pe axa de rotație se rotește în jurul piciorului axei fără să-și schimbe forma.

Cînd axa de rotație este verticală metoda de transformare a proiecției se numește *rotație de nivel*. Rotația de nivel se caracterizează prin faptul că toate punctele rotite au cotele neschimbate.

Cînd axa de rotație este o dreaptă de capăt, metoda de transformare poartă numele de *rotație de front*. În acest caz, toate punctele rotite au depărtările neschimbate.

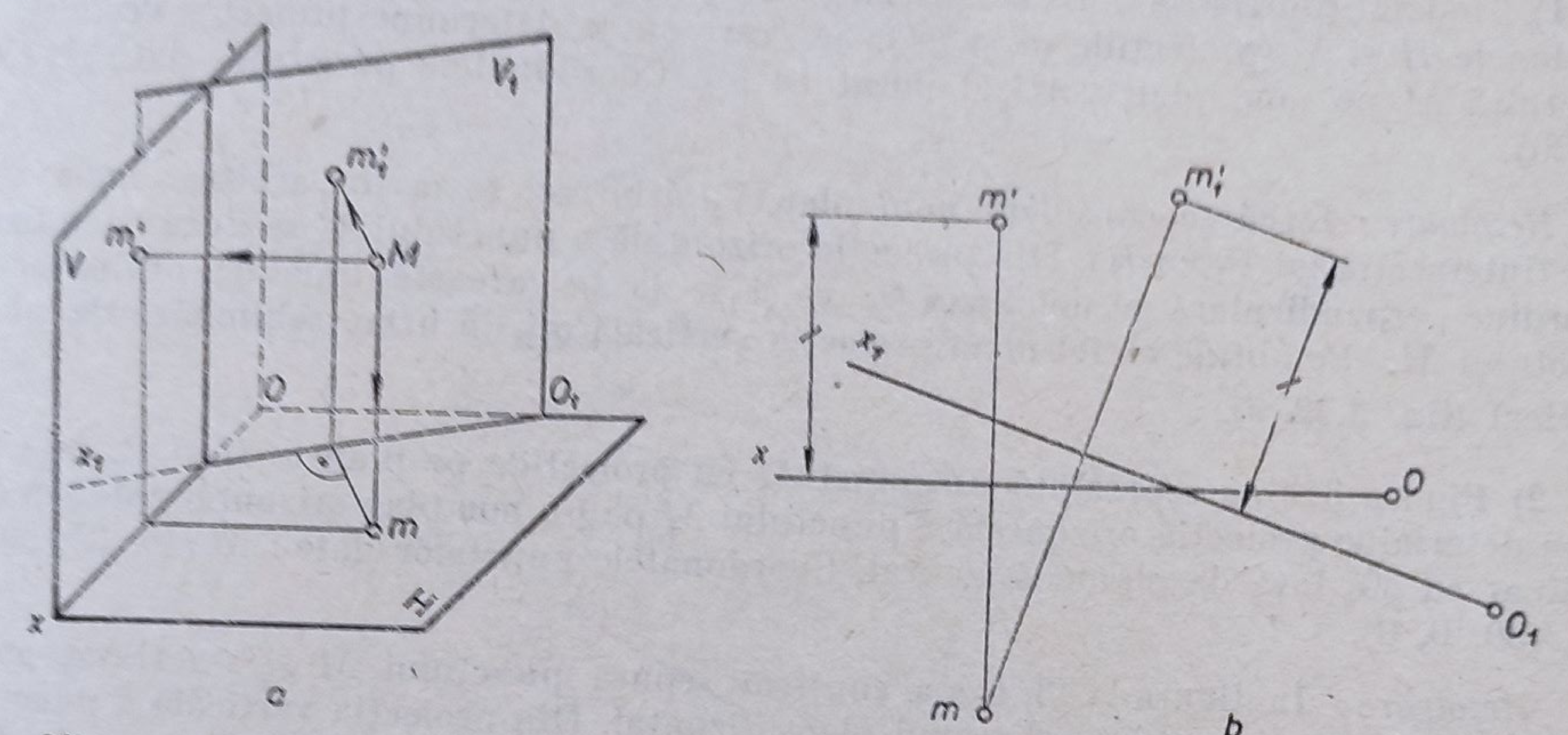
## 3.7.4. METODA RABATERII

Metoda rabaterii este un caz particular al rotației și are ca scop transformarea unui plan în așa fel încît acesta să devină conținut într-unul din planele de proiecție sau paralel cu unul din acestea.

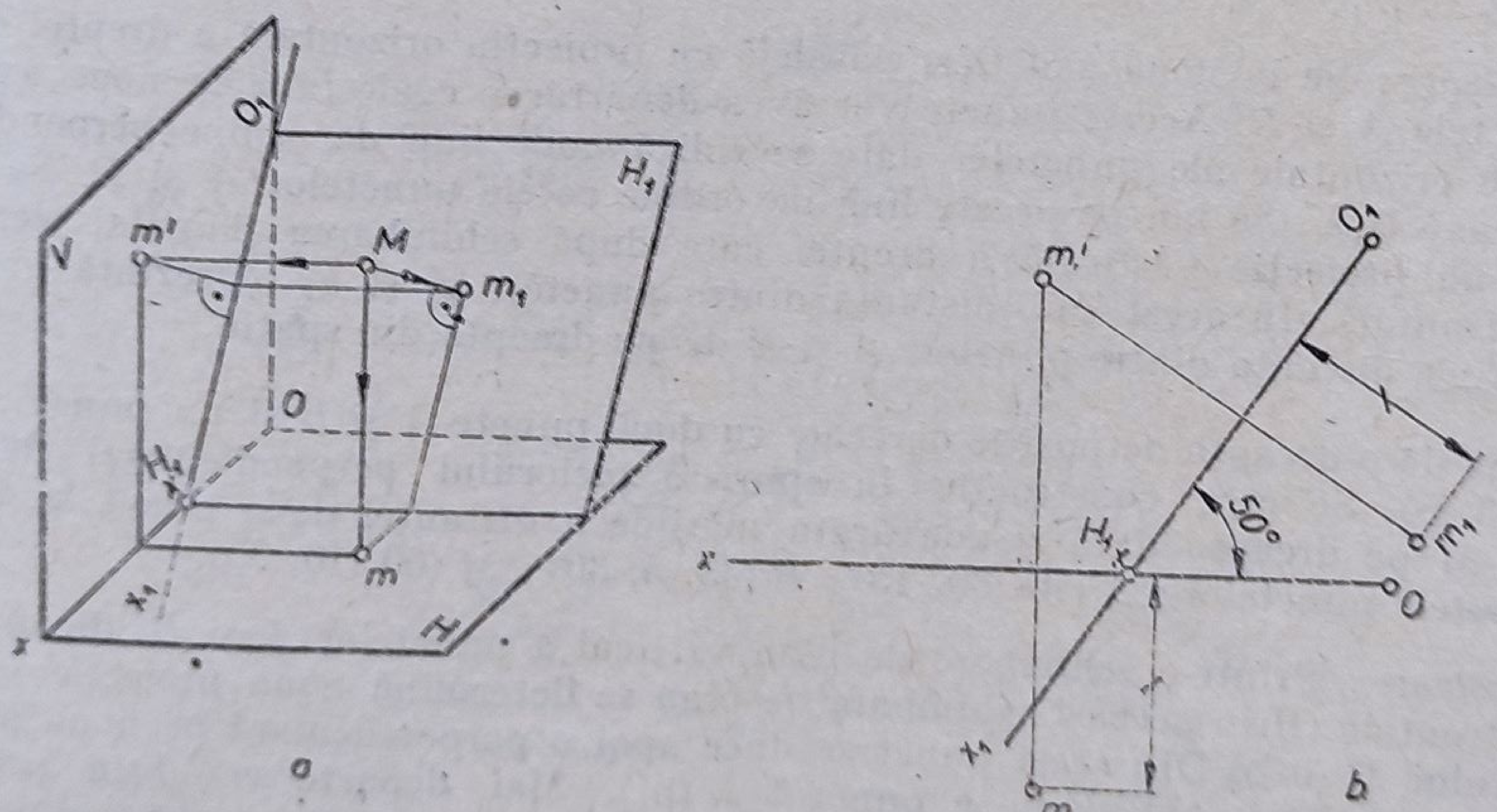
Metoda rabaterii constă într-o rotație a planului care conține figura $F$, în cele mai multe cazuri, în jurul uneia din urmele lui.

Deci, a rabate un punct, o dreaptă, un poligon etc., înseamnă a rabate planul care conține unul din elementele de mai sus (fig. 3.50).

Rabaterea unei figuri $F$ se poate face fie în jurul urmei orizontale a planului ce conține figura $F$, fie în jurul urmei verticale (rabatere pe planul orizontal sau pe planul vertical de proiecție).




42




43

Fig. 3.42. Schimbarea planului vertical pentru un punct dat (problemă).
Fig. 3.43. Schimbarea planului orizontal pentru un punct dat (problemă).

## 3.7.5. PROBLEME PROPUSE ȘI REZOLVATE

**1)** Modelul din figura 3.42, *a* reprezintă un punct $M$ situat în diedrul $I$ și proiectat pe planele $H$ și $V$ (proiecțiile $m$ și $m'$). Se cere să se determine proiecția verticală a punctului $M$ pe noul plan vertical notat cu $V_1$. Coordonatele punctului dat : $M$ (50, 25, 30).

*Rezolvare :* Dacă se consideră noul plan $V_1$ arbitrar, se ia tot arbitrar noua axă $O_1x_1$ (intersecția lui $V_1$ cu $H$). Din proiecția orizontală a punctului $M$ se duce noua linie de ordine perpendiculară pe noua axă $O_1\ x_1$ și se ia pe această linie de ordine cota punctului $M$. Se obține astfel noua proiecție verticală $m_1'$, în urma schimbării de plan vertical (fig. 3.42, *b*).

**2)** Figura 3.43, *a* reprezintă un punct $M$ cu proiecțiile pe planele $H$ și $V$. Se cere să se determine proiecția orizontală a punctului $M$ pe un nou plan orizontal notat cu $H_1$ înclinat cu 50° față de planul orizontal. Coordonatele punctelor date : $M$ (40, 25, 30) ; $H_{1x}$ (30, 0, 0).

*Rezolvare :* În figura 3.43, *b* s-a construit epura punctului $M$ și s-a trasat apoi noua axă $O_1x_1$ corespunzătoare noului plan orizontal. Din proiecția verticală a punctului $M$ se duce apoi noua linie de ordine și se ia pe această linie depărtarea punctului $M$. Se obține astfel noua proiecție orizontală $m_1$ a punctului $M$.

**3)** Se dă o dreaptă de poziție oarecare (fig. 3.44). Se cere ca printr-o schimbare de plan vertical dreapta să devină frontală. Coordonatele punctelor date : A(60, 5, 20) ; B (20, 15, 35).

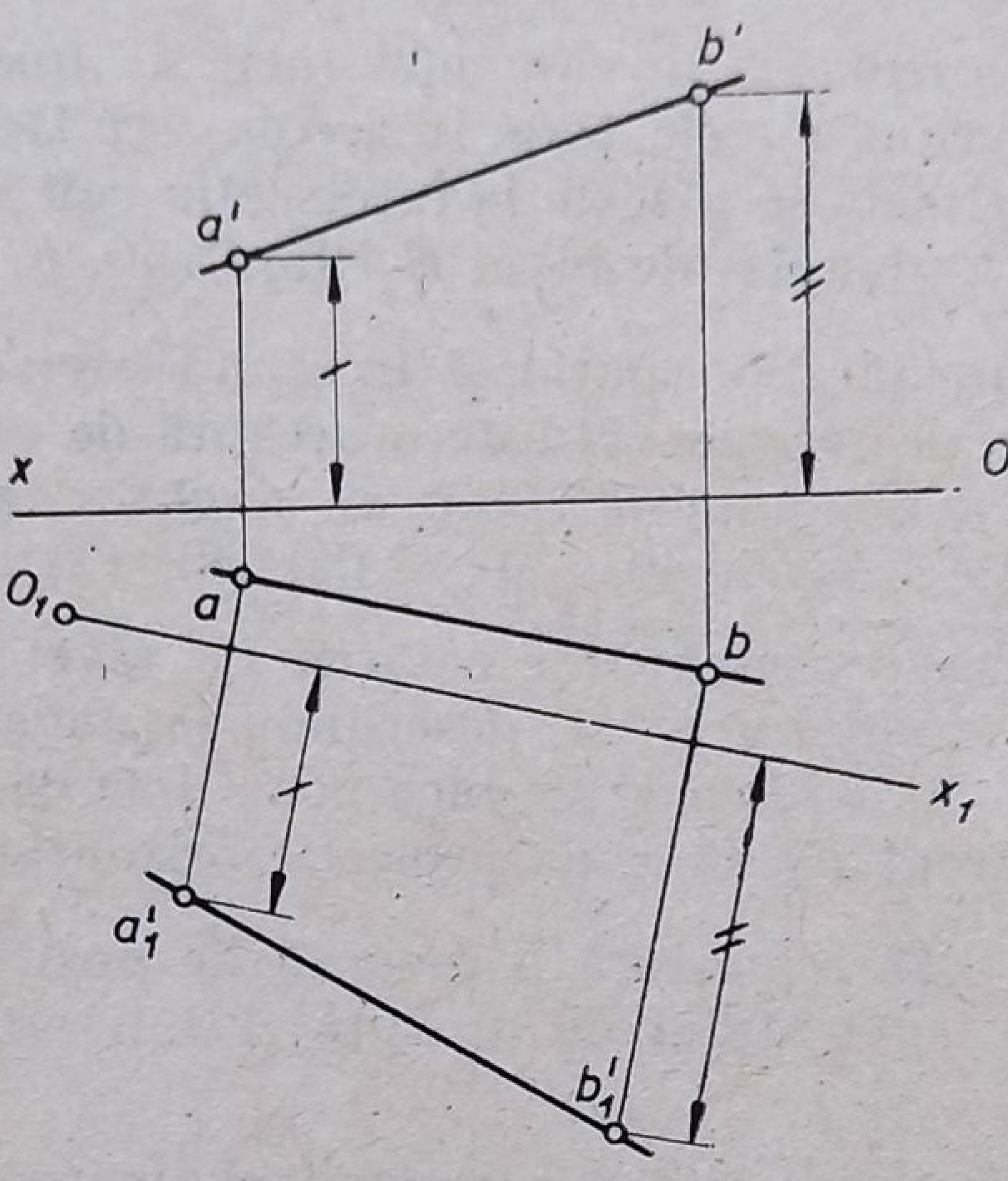
*Rezolvare :* Se ia noua axă $O_1x_1$ paralelă cu proiecția orizontală a dreptei ce conține punctele $A$ și $B$. Aceste puncte vor avea depărtările egale față de noua axă. Din proiecțiile orizontale ale punctelor date se ridică noile linii de ordine perpendiculare pe noua axă $O_1x_1$. Se iau pe aceste linii de ordine cotele punctelor $A$ și $B$. Se obține astfel noua proiecție verticală a dreptei care după schimbarea planului vertical a devenit frontală. În acest caz, distanța dintre punctele $a_1'$ și $b_1'$ reprezintă în adevărată mărime distanța dintre punctele $A$ și $B$ de pe dreapta din spațiu.

**4)** Se dă o dreaptă de poziție oarecare cu două puncte $A$ și $B$ și un punct exterior $M$ (fig. 3.45). Se cere construcția în epură a piciorului perpendicularei dusă din punctul $M$ pe dreapta dată și adevărata mărime a distanței de la punct la dreaptă. Coordonatele punctelor : $A$ (70, 30, 15) ; $B$ (35, 5, 30) ; $M$ (60, 10, 35).

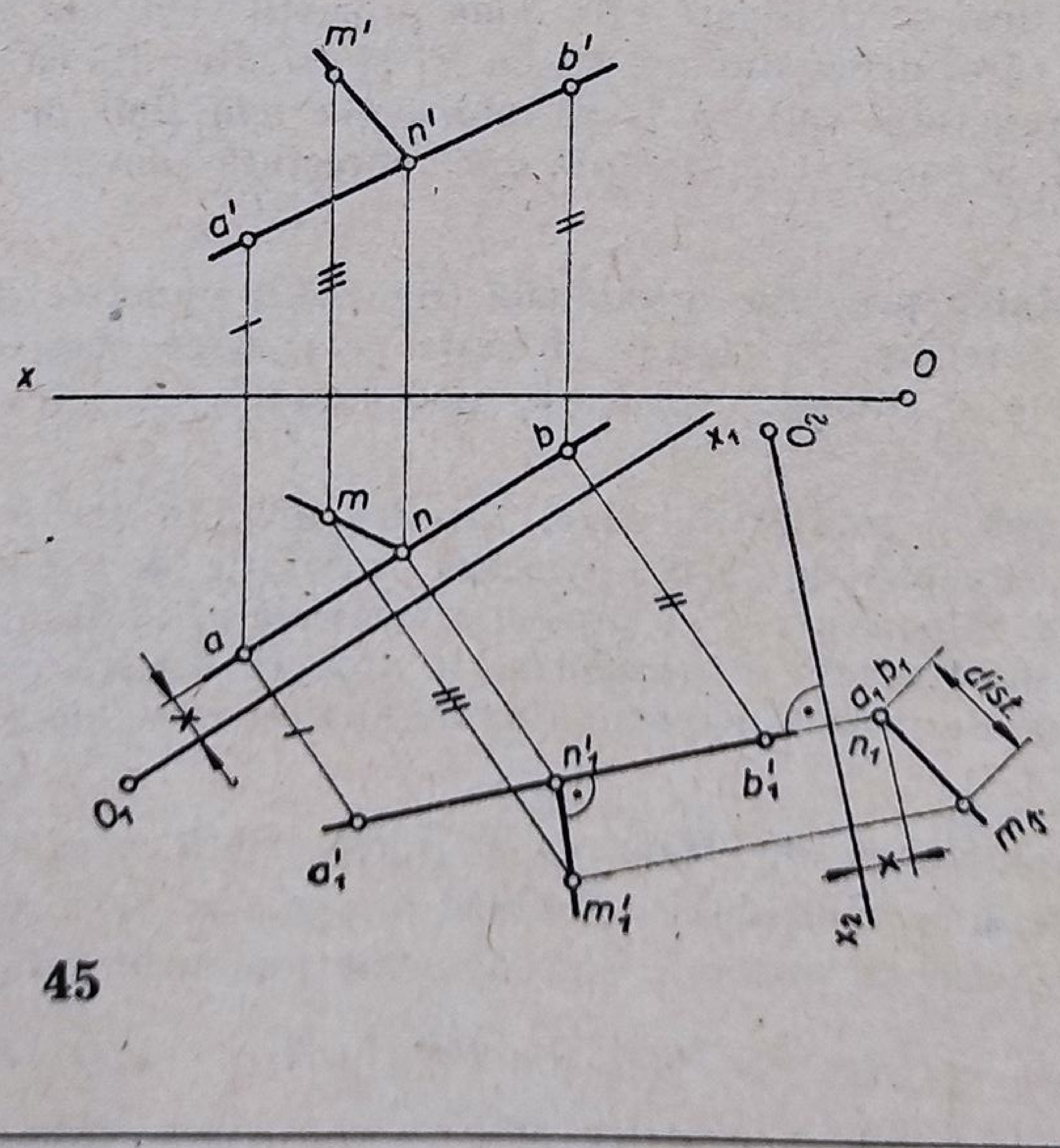
*Rezolvare :* Printr-o schimbare de plan vertical a punctelor $A$ și $B$, dreapta dată devine frontală. Prin aceeași schimbare de plan se determină noua proiecție verticală a punctului $M$ ($m_1'$). Din acest punct se duce apoi o perpendiculară pe noua proiecție verticală a dreptei, obținîndu-se punctul $N$ ($n_1'$). Mai departe se obțin proiecțiile corespunzătoare ale punctului $N$ pe vechile proiecții ale dreptei $D$, ca picior al perpendicularei dusă pe dreapta respectivă.

Adevărata mărime a distanței dintre punctele $M$ și $N$ se află în urma unei schimbări de plan orizontal. Cea de-a doua axă corespunzătoare schimbării de plan, axa $O_2x_2$, se ia perpendiculară pe direcția proiecției verticale $a_1'$, $b_1'$. În această situație, cele două proiecții orizontale $a_1$ și $b_1$ păstrînd aceeași depărtare, apar confundate, așa cum se observă în figură. Prin determinarea ultimei proiecții a punctului $M$ ($m_1$) s-a rezolvat problema.

Distanța de la proiecția $m_1$ la proiecția $a_1b_1n_1$ reprezintă adevărata mărime cerută în problemă.




44




45

Fig. 344. Schimbare de plan vertical pentru un segment de dreaptă dat (problemă).

Fig. 3.45. Determinarea prin schimbări succesive de plane a distanței de la un punct la un segment de dreaptă dat (problemă).

5) Se dau în spațiu și în epură proiecțiile unui punct $A$ situat în planul de nivel $H_1$ (fig. 3.46). Se cere să se rotească acest punct cu un unghi $\alpha$ dat ($\alpha=180°$). Coordonatele punctului și axei de rotație : $A$ (60, 10, 35) ; $\Omega$ (40, 20, 35); $H$ (40, 20, 0). Axa de rotație $H\Omega$ este perpendiculară pe planul orizontal de proiecție.

*Rezolvare :* Proiecția orizontală $a$, care mai întîi se unește cu $\omega$, se rotește apoi cu un unghi de 180° și descriind o traiectorie în arc de cerc trece din $a$ în $a_1$. În această situație, noua proiecție verticală se găsește la intersecția noii linii de ordine (ce pornește din $a_1$) cu urma verticală a planului de nivel $H_1$ (fig. 3.46, $b$).

6) Figura 3.47, $a$ reprezintă în spațiu și în epură proiecțiile unui punct $A$ situat în planul de front $F_1$. Axa de rotație $V\Omega$ este o dreaptă de capăt. Se cere, utilizîndu-se rotația de capăt, să se rotească punctul $A$ cu un unghi $\alpha$ dat ($\alpha=120°$). Coordonatele punctului și axei de rotație : $A$ (50, 40, 15) ; $\Omega$ (30, 40, 15), $V$ (30, 0, 15).

*Rezolvare :* Se procedează asemănător rotației de nivel din problema anterioară. Proiecția verticală $a'$ se unește cu $\omega'$ și, descriindu-se un arc de cerc corespunzător unghiului dat, trece din $a'$ în $a'_1$. Din $a'_1$ se duce noua linie de ordine care prin intersecție cu urma planului de front $F_1$ dă noua proiecție orizontală $a_1$ (fig. 3.47, $b$).

7) Epura din figura 3.48 reprezintă o dreaptă de poziție oarecare. Se cere să se afle adevărata mărime a segmentului de dreaptă $AB$. Coordonatele punctelor : $A$ (60, 5, 10) ; $B$ (20, 30, 40).

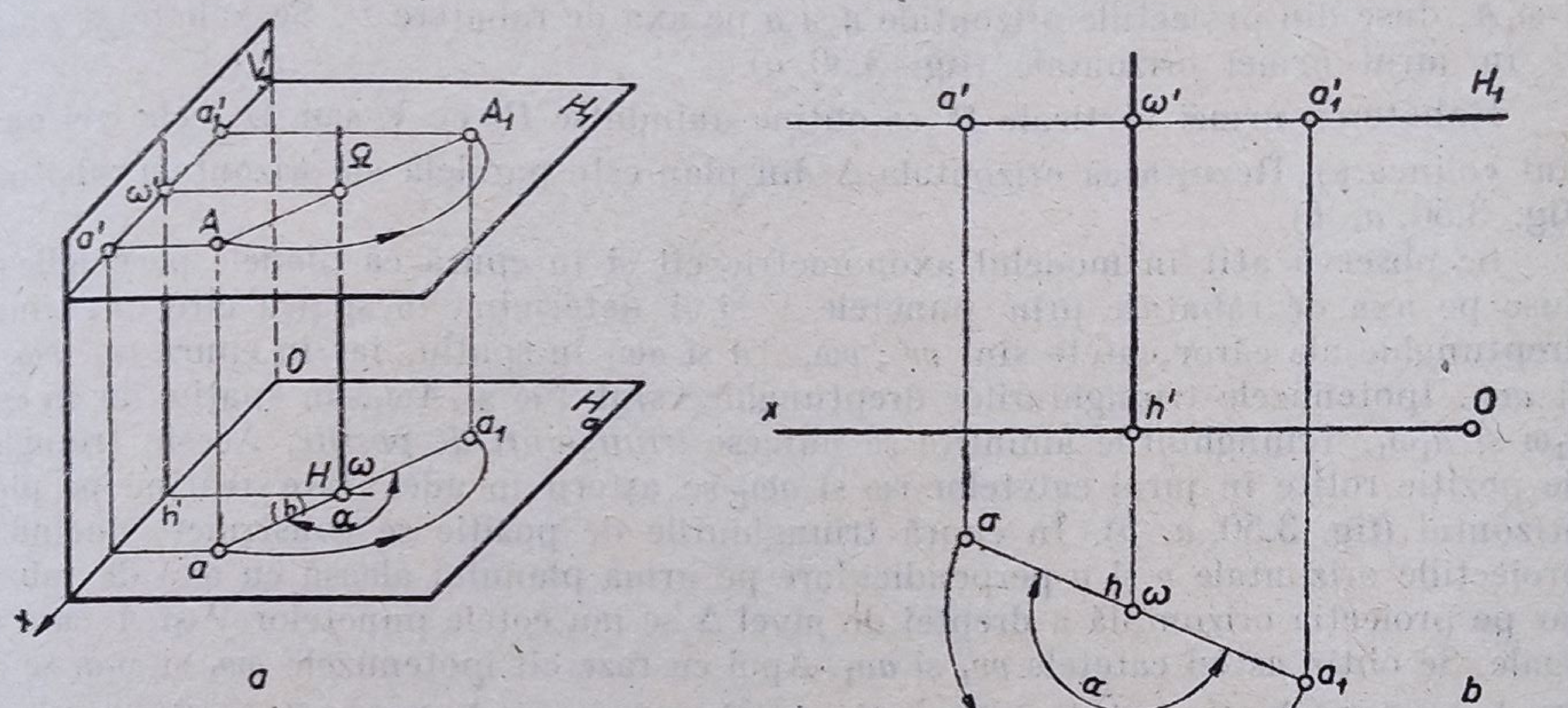
*Rezolvare :* Este necesar ca printr-o rotație de nivel dreapta dată să devină o frontală. Se consideră linia de ordine a proiecțiilor punctului $B$ ca axă de rotație. Se rotește apoi proiecția orizontală $a$ în jurul urmei $\omega$ pînă cînd noua proiecție va întîlni paralela la axa $Ox$ ce trece prin proiecția $b$, respectiv $\omega$. Rezultă noua proiecție $a_1$ a punctului rotit. În planul vertical se consideră cele două proiecții verticale $a'$ și $b'$ conținute în planele de nivel ale căror urme sînt notate cu $H'_1$ și $H'_2$. Rezultă că după rotire proiecția nouă verticală a punctului ($a'_1$) va fi la intersecția noii linii de ordine (ce pornește din $a_1$) cu urma $H'_1$. Segmentul de dreaptă $a'_1b'$ reprezintă adevărata mărime a segmentului din spațiu.

8) Se dau în dublă proiecție ortogonală (fig. 3.49) punctele $A$ și $B$ situate pe o dreaptă de poziție oarecare. Se cere ca dreapta ce conține aceste puncte să devină, prin rotații succesive, o dreaptă verticală. Coordonatele punctelor : $A$ (80, 40, 25) ; $B$ (50 ; 10, 5).

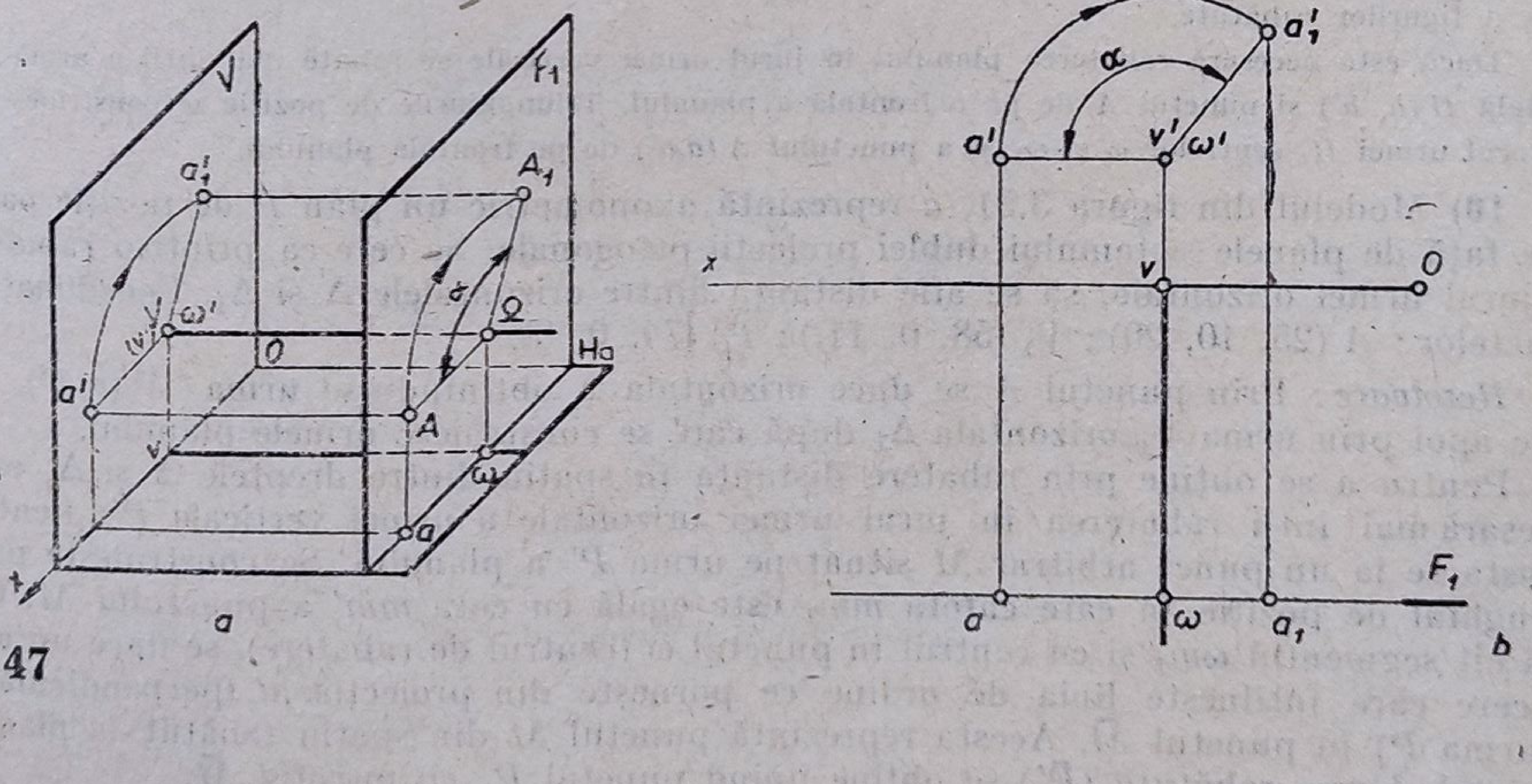
*Rezolvare :* După o rotație de nivel în care dreapta de poziție oarecare s-a transformat într-o dreaptă de front, urmează o rotație de front în care punctul $A$ din spațiu ajunge în poziția $A_1$, cu proiecția verticală $a'_1$ conținută în proiecția verticală a dreptei care din frontală se transformă în dreaptă verticală așa cum se observă în figura 3.49. Axele de rotație necesare sînt liniile de ordine ale proiecțiilor punctelor $A$ și $B_1$.

9) Modelul axonometric din figura 3.50, $a$ reprezintă un plan $P$ de poziție oarecare față de planele sistemului dublei proiecții ortogonale. Se cere să se rabată acest plan pe planul orizontal de proiecție. Coordonatele punctelor prin care este determinat planul $P$ : $A$ (25, 17, 20) ; $P_x$ (74, 0, 0) ; $\widehat{PP_xO}=30°$ ; $\widehat{P'P_xO}=45°$.

*Rezolvare :* Cu ajutorul elementelor date se construiesc urmele planului. Pentru a se rabate planul dat pe planul orizontal se alege ca axă de rabatere chiar urma orizontală a planului și un punct arbitrar $M$ situat pe urma $P'$. Se duce mai întîi prin punctul $A$ o orizontală $\Delta$ a planului $P$ și se obține urma verticală $V$ ($vv'$) a dreptei respective. Prin rabaterea planului $P$ în jurul urmei sale orizontale se rabate atît




46




47

Fig. 3.46. Rotație de nivel pentru un punct dat (problemă).
Fig. 3.47. Rotație de front pentru un punct dat (problemă).

punctul $A$ cît și urma $V$. Urma verticală $V$ ca și punctul $A$ din plan descriu cîte un arc de cerc situate în plane perpendiculare pe axa de rabatere stabilită. Deci rabaterea $\overline{V}$ a urmei verticale $V$ cît și rabaterea $\overline{A}$ a punctului $A$ se află pe perpendicularele $\omega\overline{V}$ și $\omega_1\overline{A}$, duse din proiecțiile orizontale $v$ și $a$ pe axa de rabatere $P$. Se rabate și punctul $M$ în jurul urmei orizontale (fig. 3.50, *a*).

Rabaterea urmei verticale $P'$ se obține unindu-se $P_x$ cu $\overline{V}$ sau $\overline{M}$ (cele trei puncte sînt colineare). Rezultă că orizontala $\Delta$ din plan este paralelă cu orizontala rabătută $\overline{\Delta}$ (fig. 3.50, *a*, *b*).

Se observă atît în modelul axonometric cît și în epură că planele perpendiculare duse pe axa de rabatare prin punctele $V$ și $A$ determină în spațiu cîte un triunghi dreptunghic ale căror catete sînt $vv'$, $v\omega$, $Aa$ și $a\omega_1$ în spațiu, iar în epură $vv_1$, $v\omega$, $aa_1$ și $a\omega_1$. Ipotenuzele triunghiurilor dreptunghice sînt $V\omega$ și $A\omega_1$, în spațiu, iar în epură $v_1\omega$ și $a_1\omega_1$. Triunghiurile amintite se numesc *triunghiuri de poziție*. Aceste triunghiuri de poziție rotite în jurul catetelor $v\omega$ și $a\omega_1$ se aștern în adevărate mărimi pe planul orizontal (fig. 3.50, *a*, *b*). În epură triunghiurile de poziție se construiesc ducînd din proiecțiile orizontale $v$ și $a$ perpendiculare pe urma planului aleasă cu axă de rabatere iar pe proiecția orizontală a dreptei de nivel $\Delta$ se iau cotele punctelor $V$ și $A$ care sînt egale. Se obțin astfel catetele $vv_1$ și $aa_1$. Apoi cu raze cît ipotenuzele $\omega v_1$ și $\omega_1 a_1$ se construiesc punctele $\overline{V}$ și $\overline{A}$ la intersecția arcelor de cerc de raze cît ipotenuza $\omega v_1$ cu perpendicularele duse pe axa de rabatere. Punctele $\overline{V}$ și $\overline{A}$ reprezintă în epură rabaterea în planul orizontal a punctelor $V$ și $A$ din spațiu. Urma rabatută $\overline{P'}$ se obține unind punctele $P_x$ și $\overline{V}$.

***Observație :***

De remarcat în epura din figura 3.50,*b* că punctul $\overline{V}$ rezultă și din intersecția perpendicularei $v\omega$ cu arcul de cerc de rază $P_xv'$ dus cu centrul în $P_x$, deoarece în rabatere distanța $P_xv'$ rămîne constantă.

Acest lucru este utilizat curent în operația inversă rabaterii și anume în problema ridicării în plan a figurilor rabătute.

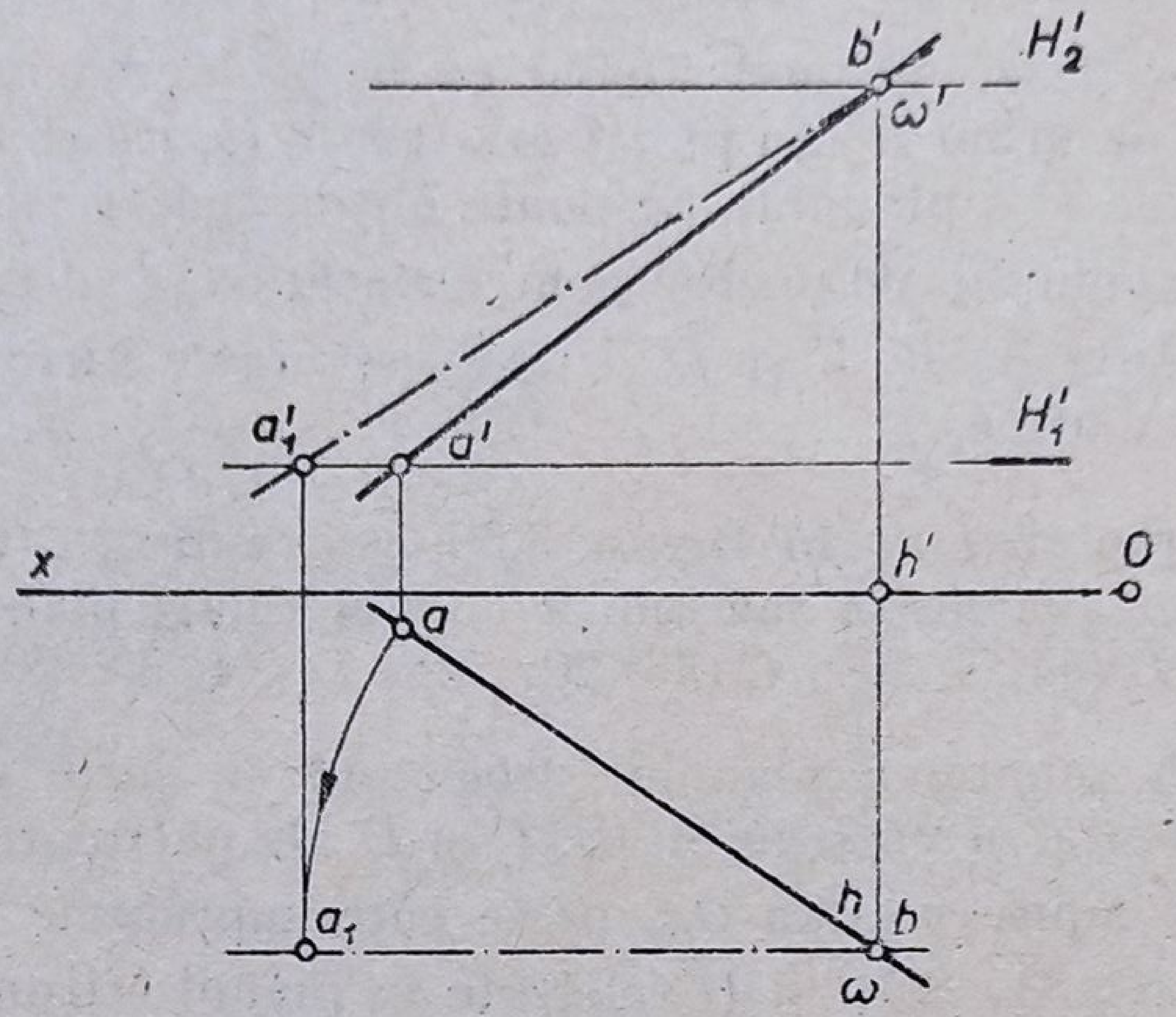
Dacă este necesară rabaterea planului în jurul urmei verticale se rabate mai întîi o urmă orizontală $H(h, h')$ și punctul $A$ de pe o frontală a planului. Triunghiurile de poziție se construiesc cu ajutorul urmei $H$, centrelor $\omega$ și $\omega_1$ și a punctului $A(a,a')$ de pe frontala planului.

**10)** Modelul din figura 3.51, *a* reprezintă axonometric un plan $P$ de poziție oarecare față de planele sistemului dublei proiecții ortogonale. Se cere ca, printr-o rabatere în jurul urmei orizontale, să se afle distanța dintre orizontalele $\Delta$ și $\Delta_1$. Coordonatele punctelor : $A$ (25, 10, 20) ; $V_1$ (58, 0, 11,) ; $P_x$ (74, 0, 0).

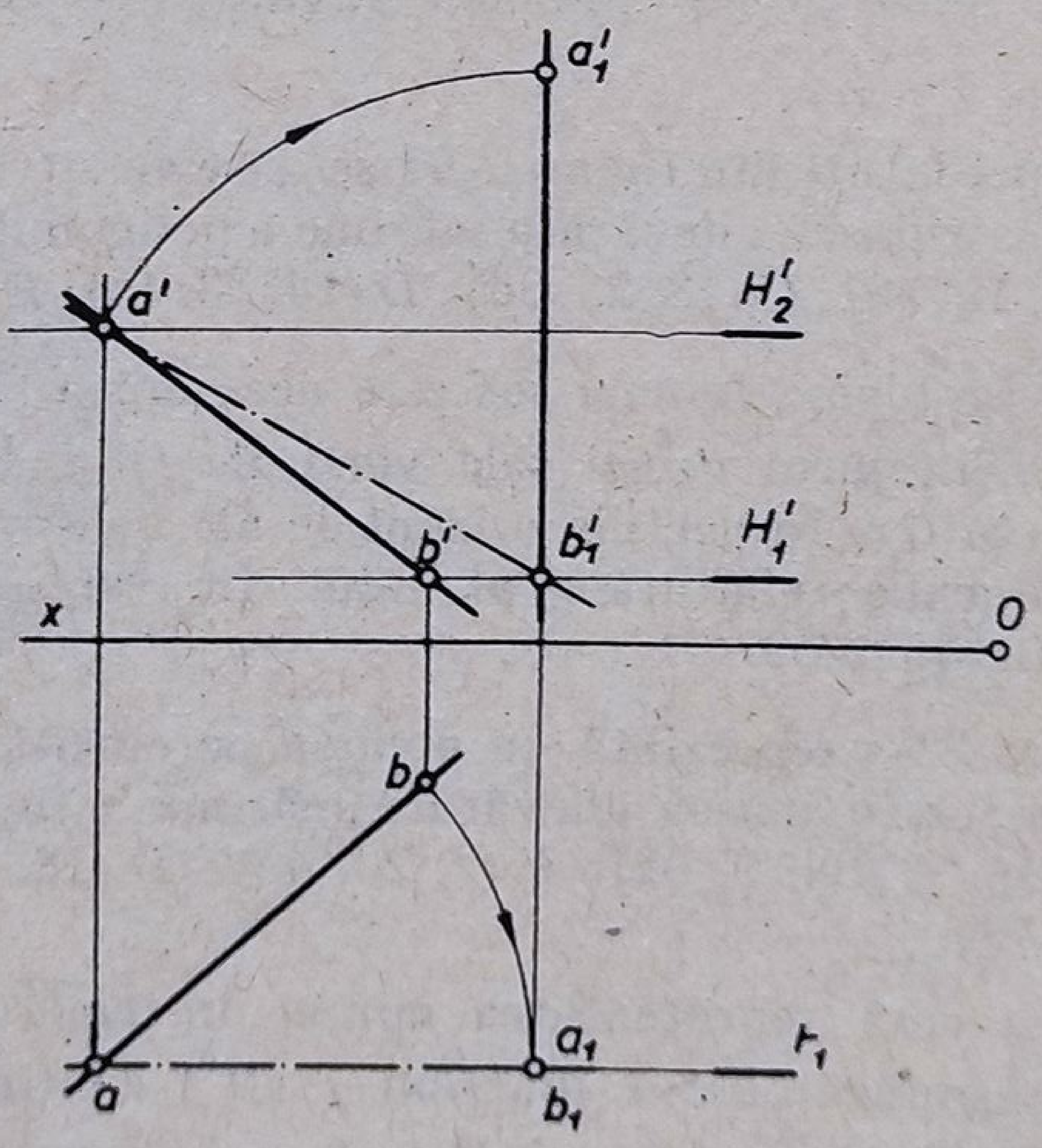
*Rezolvare :* Prin punctul $A$ se duce orizontala $\Delta$ obținîndu-se urma $V(v, v')$. Se duce apoi prin urma $V_1$ orizontala $\Delta_1$ după care se construiesc urmele planului.

Pentru a se obține prin rabatere distanța în spațiu dintre dreptele $\Delta$ și $\Delta_1$ este necesară mai întîi rabaterea în jurul urmei orizontale a urmei verticale $P'$. Pentru aceasta se ia un punct arbitrar $M$ situat pe urma $P'$ a planului. Se construiește deci triunghiul de poziție în care cateta $mm_1$ este egală cu cota $mm'$ a punctului $M$. Cu rază cît segmentul $\omega m_1$ și cu centrul în punctul $\omega$ (centrul de rabatere), se duce un arc de cerc care întîlnește linia de ordine ce pornește din proiecția $m$ (perpendiculară pe urma $P$) în punctul $\overline{M}$. Acesta reprezintă punctul $M$ din spațiu rabătut în planul orizontal. Urma rabătută ($\overline{P'}$) se obține unind punctul $P_x$ cu punctul $\overline{M}$.

Același procedeu se utilizează și pentru rabaterea celor două drepte orizontale $\Delta$ și $\Delta_1$. Se rabat cu ajutorul triunghiurilor de poziție punctul $A$ și urma verticală $V_1$. Aceste puncte permit trasarea dreptelor $\overline{\Delta}$ și $\overline{\Delta}$ paralele la rîndul lor cu urma orizontală a planului dat. Se observă că urmele $\overline{V}$ și $\overline{V_1}$ se găsesc pe urma verticală rabătută a planului ($\overline{P'}$). Poziția dreptelor rabătute $\overline{\Delta}$ și $\overline{\Delta_1}$ indică distanța dintre acestea în adevărata mărime, ele fiind aduse în același plan orizontal.




**48**




**49**

Fig. 3.48. Transformarea prin rotație de nivel a unei drepte oarecare într-o dreaptă de front (problemă).

Fig. 3.49. Transformarea prin rotații succesive a unei drepte oarecare într-o dreaptă verticală (problemă).

**11)** Planul de poziție oarecare din figura 3.52 conține patrulaterul *ABCD*. Se cere ca printr-o rabatere pe plan orizontal să se determine adevărata mărime a patrulaterului. Coordonatele punctelor : $A$ (50, 5, 25) ; $B$ (35, 10, 35) ; $C$ (20, 30, 20) ; $D$ (40, 22, 10) ;

*Rezolvare :* Se procedează în mod similar ca în problema nr. 9. După construirea urmelor planului se ia pe urma $P'$ un punct arbitrar $V$ $(v, v')$ și se rabate această urmă în jurul urmei orizontale $P$ a planului. Se poate obține astfel rabaterea urmei verticale $(\overline{P'})$. Prin folosirea triunghiului de poziție pentru fiecare vîrf al patrulaterului respectiv se obțin vîrfurile rabătute $\overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{C}$ și $\overline{D}$. Unindu-se aceste vîrfuri se determină patrulaterul în adevărată mărime.

**12)** Patrulaterul reprezentat în figura 3.53 este cuprins într-un plan de capăt. Se cere construcția, în adevărata mărime a acestei figuri plane. Coordonatele vîrfurilor : $A$ (55, 20, 10) ; $B$ (44, 5, 20) ; $C$ (33, 20, 32) ; $D$ (44, 35, 20) ; $P_x$ (64, 0, 0).

*Rezolvare :* Pentru rabaterea planului proiectant în jurul urmei sale orizontale, se rabat în planul orizontal și vîrfurile $A$, $B$, $C$ și $D$ ale patrulaterului. Cunoscînd noile proiecții ale punctelor aduse pe axa $Ox$, peste care suprapune urma rabătută, $\overline{P'}$ se pot determina și punctele $\overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{C}$ și $\overline{D}$ rabătute în planul orizontal de proiecție. Rabaterea vîrfurilor se face trasîndu-se arce de cerc cu rază din $P_x$ pînă în proiecția verticală a fiecărui vîrf, pînă se întîlnește axa $Ox$. Se formează pe axa $Ox$ proiecțiile $a_1'$, $b_1'$, $c_1'$ și $d_1'$. Din aceste puncte se duc linii de ordine perpendiculare pe axa $Ox$ pînă la intersecția cu liniile de ordine duse din proiecțiile orizontale respective, paralele la axa $Ox$. Se formează astfel vîrfurile rabătute $\overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{C}$ și $\overline{D}$.

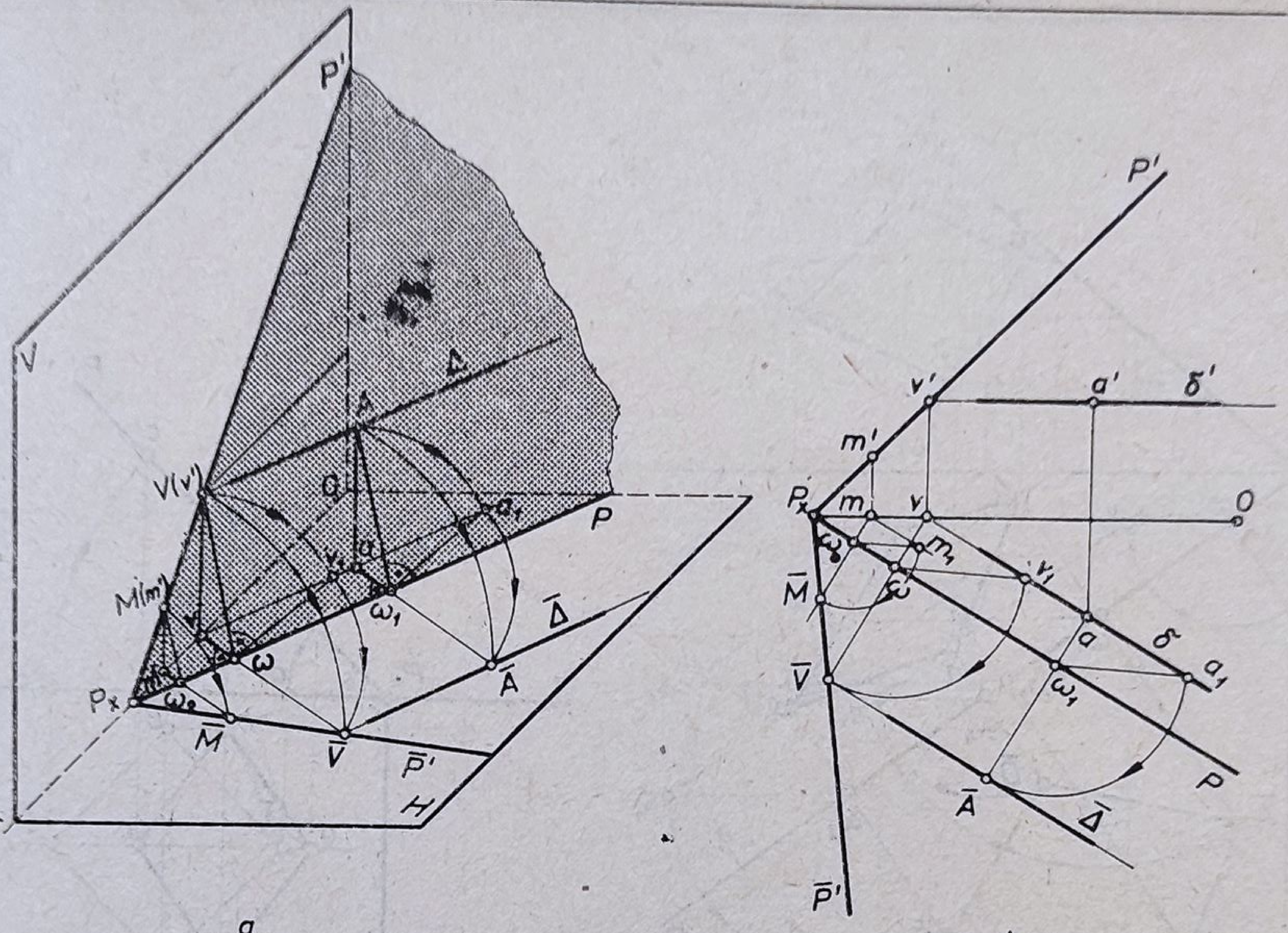
Unindu-se cu linie punct groasă punctele rabătute se obține adevărata mărime a patrulaterului.

**13)** Poligonul cu cinci laturi din figura 3.54 se găsește situat într-un plan proiectat vertical. Se cere să se construiască adevărata mărime a poligonului. Coordonatele punctelor : $A$ (38, 8, 13) ; $B$ (34, 12, 33) ; $C$ (18, 28, 36) ; $D$ (14, 33, 15) ; $E$ (25, 21, 4) ; $P_x$ (46, 0, 0).

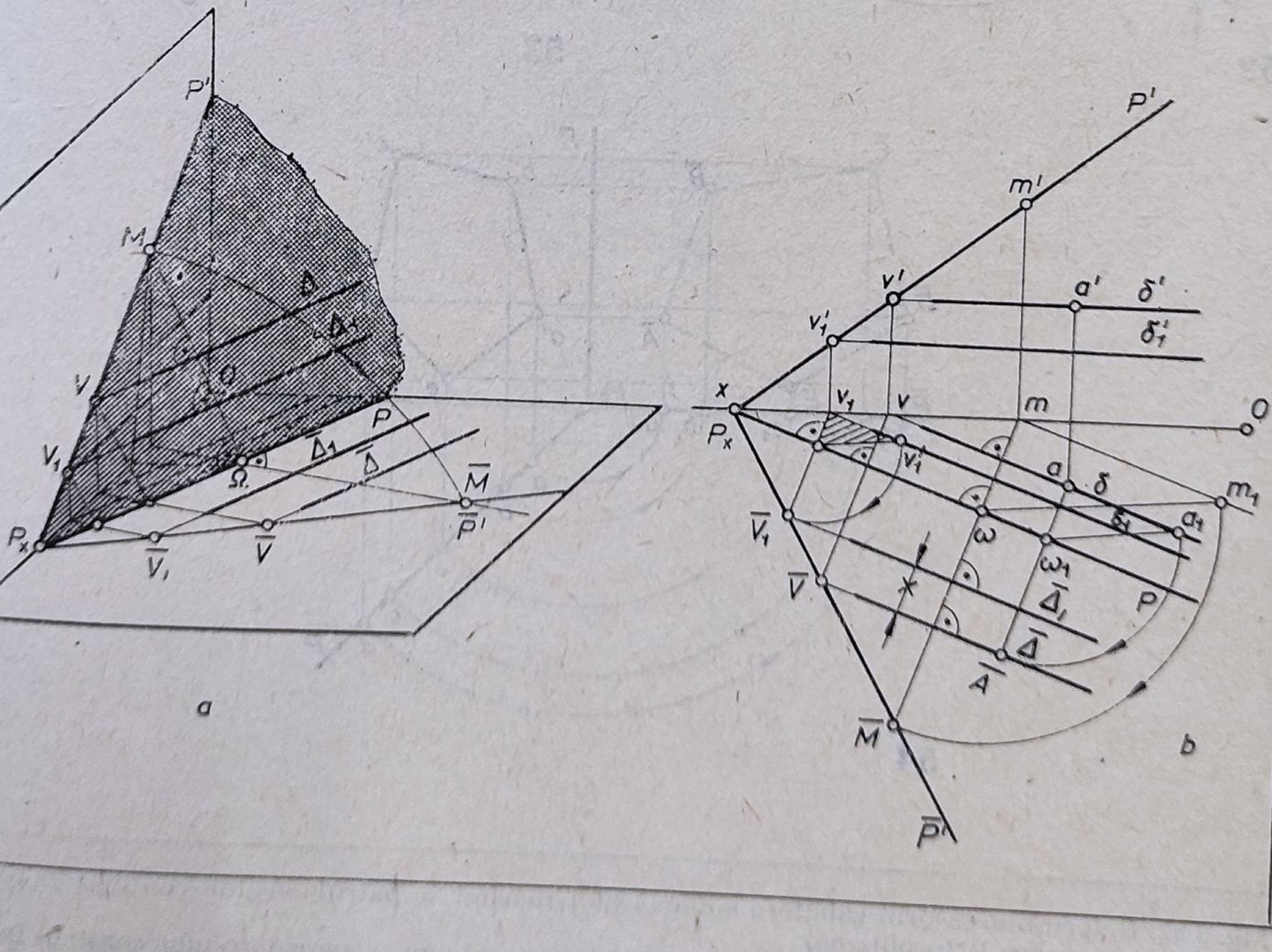
*Rezolvare :* Ca și în problema de mai sus este necesară o rabatare și anume rabaterea planului proiectant în jurul urmei sale verticale $(P')$. Urma orizontală rabătută $(P)$ se confundă cu axa $Ox$. Proiecțiile orizontale ale vîrfurilor poligonului se aduc pe axa $Ox$ împreună cu urma rabătută a planului. În rest construcția este analogă cu cea anterioară din figura 3.53.

**14)** Epura din figura 3.55 reprezintă un poligon cu cinci laturi situat într-un plan paralel cu axa $Ox$. Să se construiască adevărata mărime a figurii plane. Coordonatele punctelor : $A$ (65, 17, 50) ; $B$ (36, 9, 62) ; $C$ (7, 20, 45) ; $D$ (18, 36, 19) ; $E$ (52, 38, 15) ; $P_y$ (48, 0, 0) ; $P_z$ (0, 0, 77).

*Rezolvare :* Este necesară reprezentarea epurei în triplă proiecție orizontală. În planul lateral urma corespunzătoare a planului $P$ $(P'')$ conține proiecțiile celor cinci vîrfuri ale poligonului. Rabaterea planului $P$ se face în jurul urmei sale orizontale și anume pe un plan de front $F_1$ a cărei urmă orizontală coincide cu urma $P$. În acest caz, urma rabătută $\overline{P''}$ din planul lateral coincide cu urma laterală a unui plan de front $F_1$. Procedeul de obținere a vîrfurilor rabătute pe acest plan este analog cu cazurile anterioare. Astfel din punctul $P_{y_1}$ ca centru se trasează arce de cerc de rază $P_{y_1}a''$, $P_{y_1}b''$ etc. pînă la urma rabătută $\overline{P''}$. Se obțin astfel pe această urmă proiecțiile $a_1''$, $b_1''$ etc. Se reia procedeul cunoscut de construcție și se obțin în final vîrfurile rabătute $\overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{C}$, $\overline{D}$ și $\overline{E}$ ale poligonului în adevărată mărime.

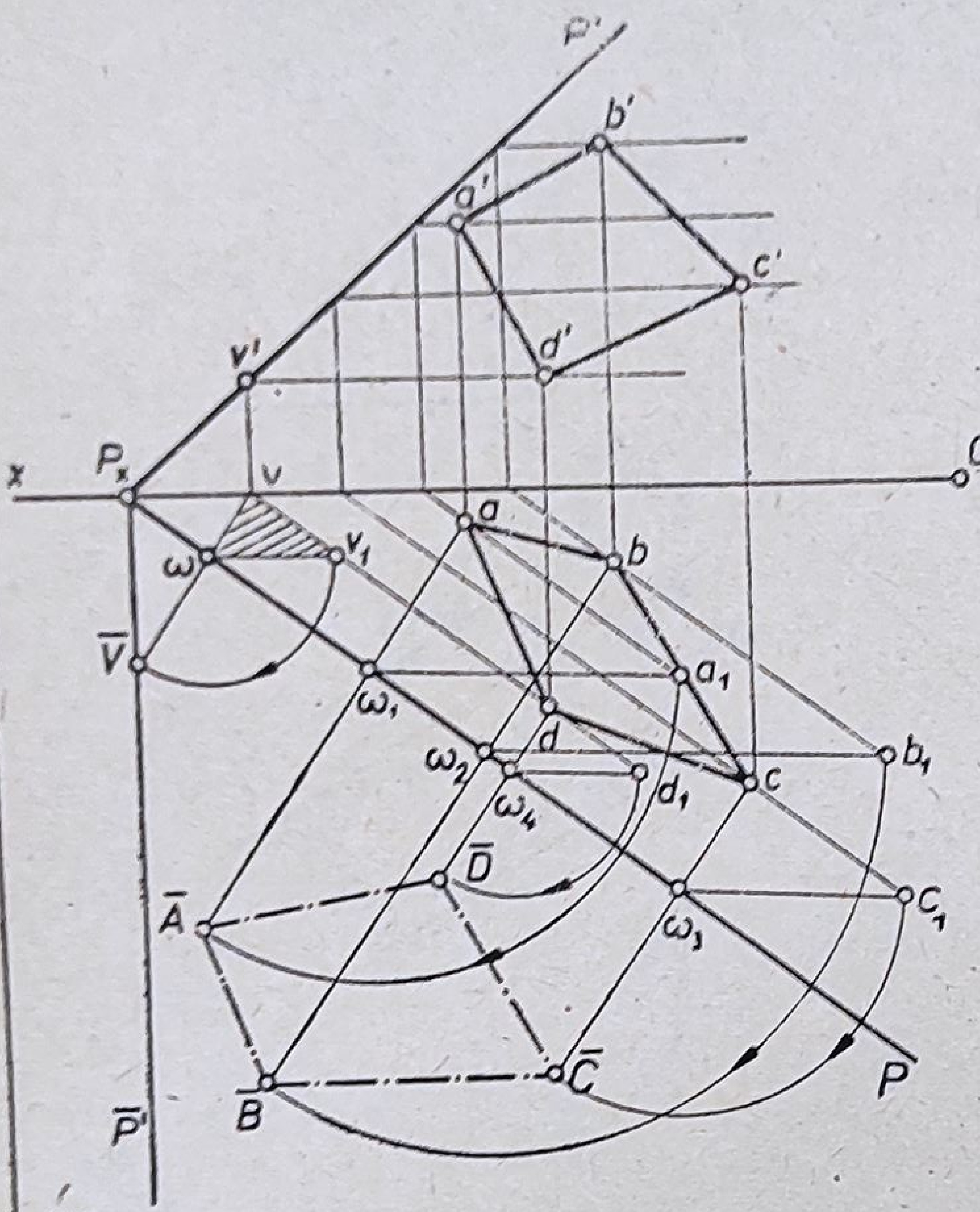



50

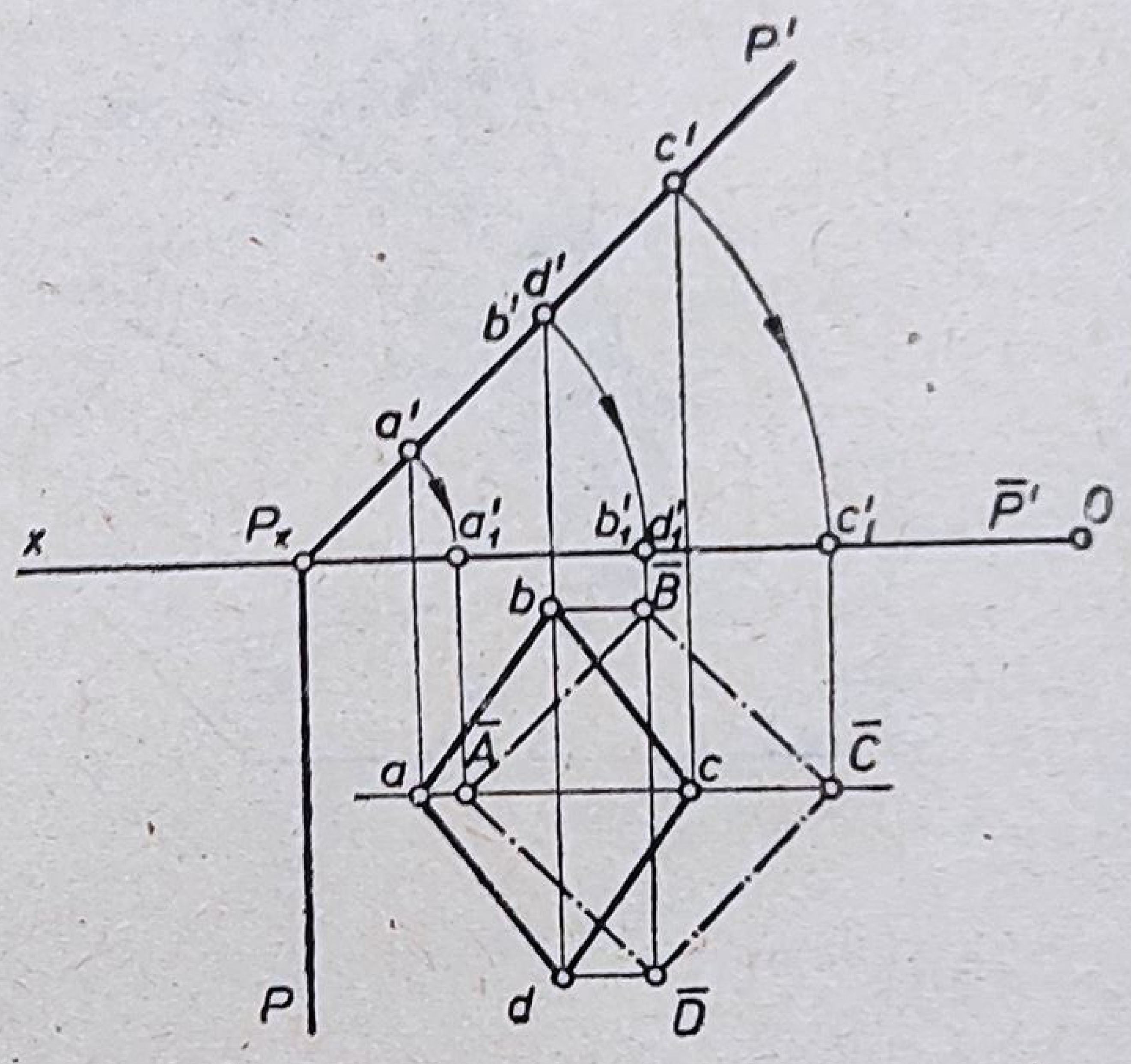



51

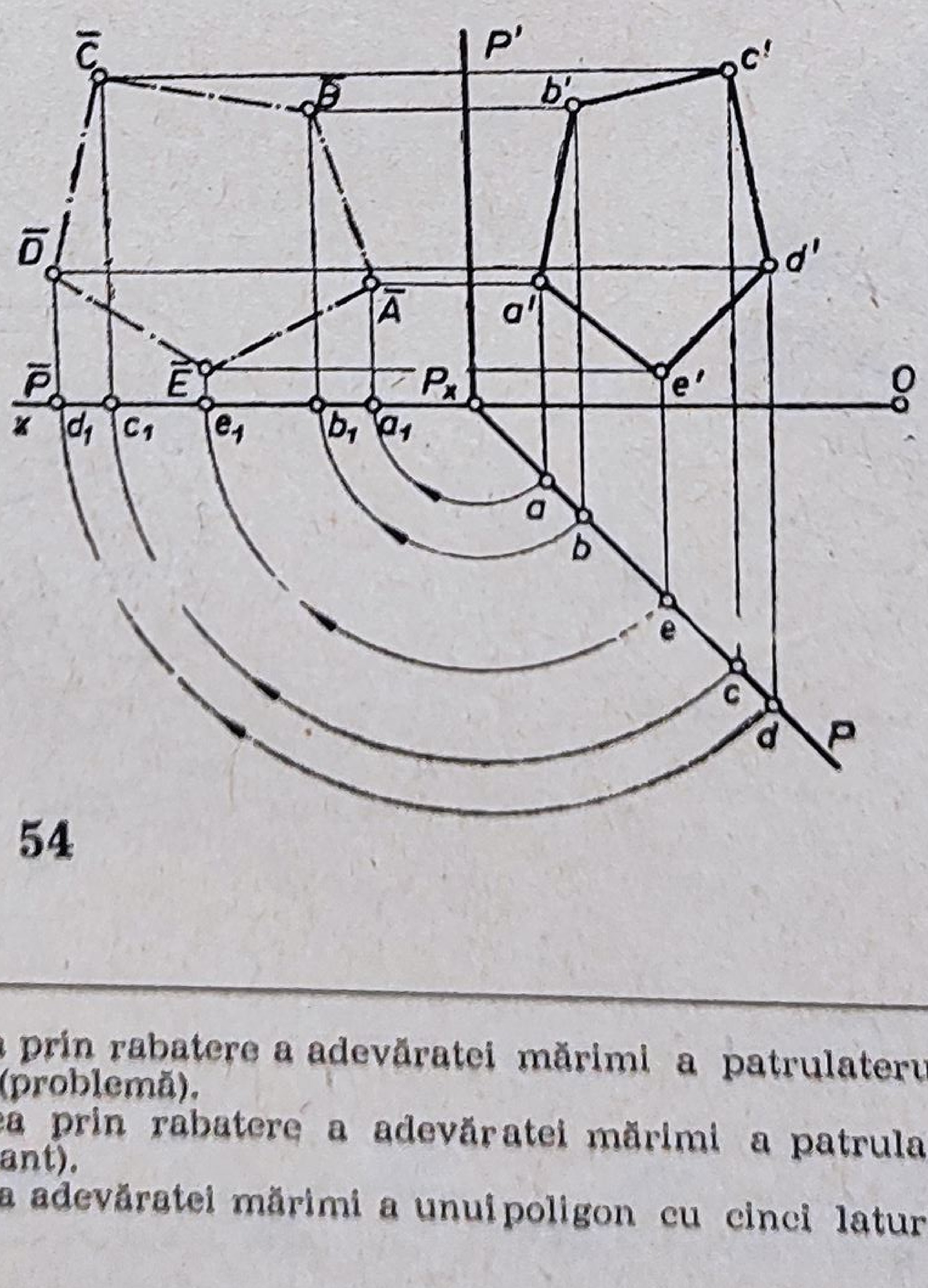
Fig. 3.50. Rabatarea unui plan de poziție oarecare în jurul urmei sale orizontale (problemă).
Fig. 3.51. Determinarea prin metoda rabaterii a distanței dintre orizontalele $\Delta$ și $\Delta_1$ (problemă).




52

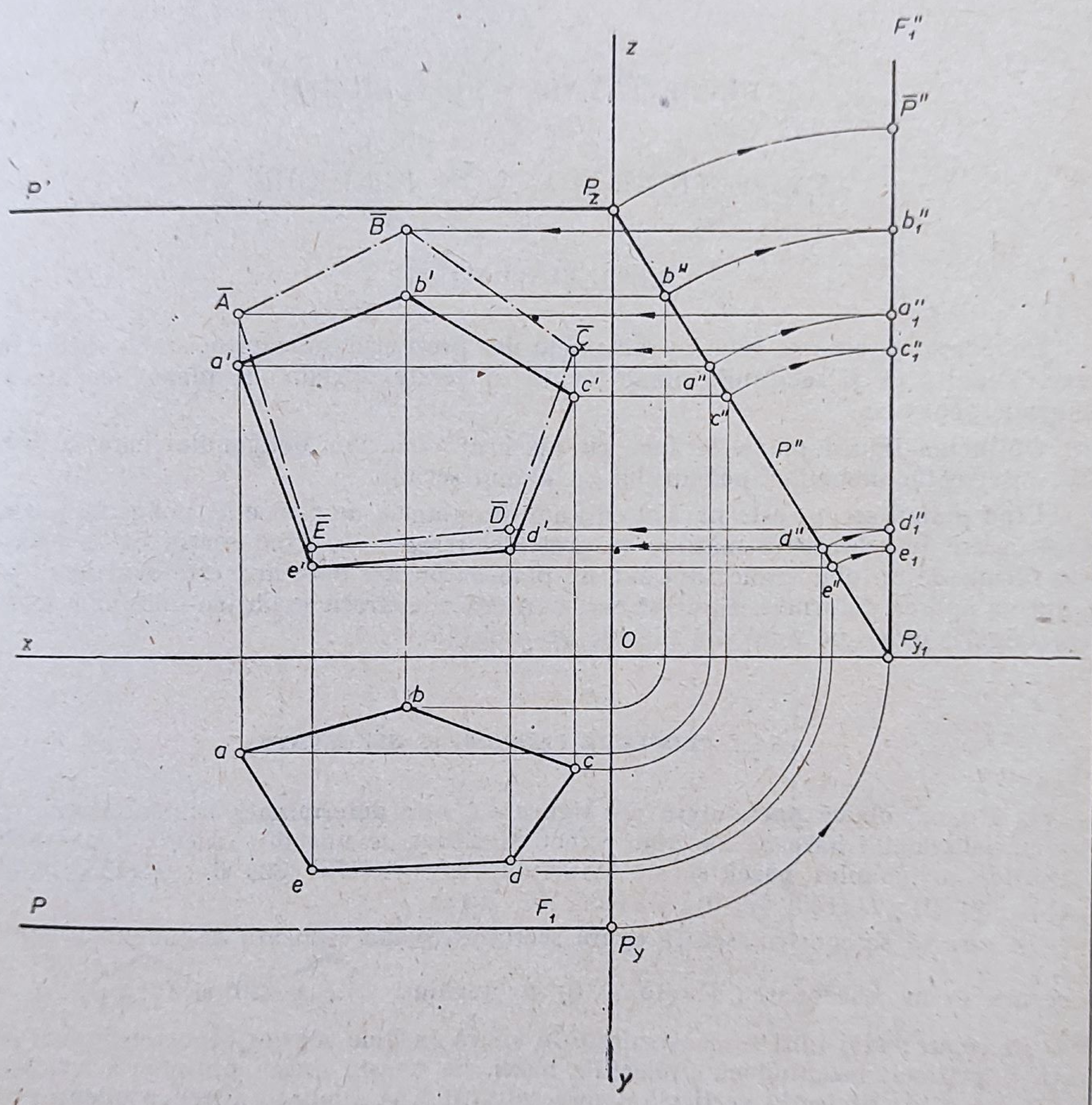



53




54

**Fig. 3.52.** Determinarea prin rabatere a adevăratei mărimi a patrulaterului conținut în planul de poziție oarecare P (problemă).
**Fig. 3.53.** Determinarea prin rabatere a adevăratei mărimi a patrulaterului conținut într-un plan de capăt (proiectant).
**Fig. 3.54.** Determinarea adevăratei mărimi a unui poligon cu cinci laturi conținut într-un plan vertical (proiectant).




55

Fig. 3.55. Construcţia în adevărată mărime a poligonului cu cinci laturi conţinut într-un plan paralel cu axa Ox (problemă).

*Capitolul 4*

# REPREZENTAREA POLIEDRELOR, A SUPRAFEȚELOR CILINDRICE, CONICE ȘI DE ROTAȚIE

## 4.1. REPREZENTAREA POLIEDRELOR

### 4.1.1. SECȚIUNI PLANE ÎN POLIEDRE

#### 4.1.1.1. GENERALITĂȚI

Poliedrele la care se referă problemele din prezentul subcapitol sînt poliedre convexe. Rezultă că și secțiunile plane făcute în aceste poliedre de plane secante sînt poligoane convexe.

Obținerea figurii plane se face cu ajutorul vîrfurilor poligonului care ia naștere prin intersecția muchiilor poliedrului cu planul secant.

Cînd planul secant este paralel cu unul din planele de proiecție, poligonul secțiunii plane apare în adevărată mărime în proiecția respectivă. Cînd secțiunea în poliedru este făcută de un plan proiectant sau un plan de poziție oarecare, este evident că poligonul va apărea deformat. În acest caz mărimea adevărată se obține folosindu-se rabaterea figurii plane pe unul din planele de proiecție.

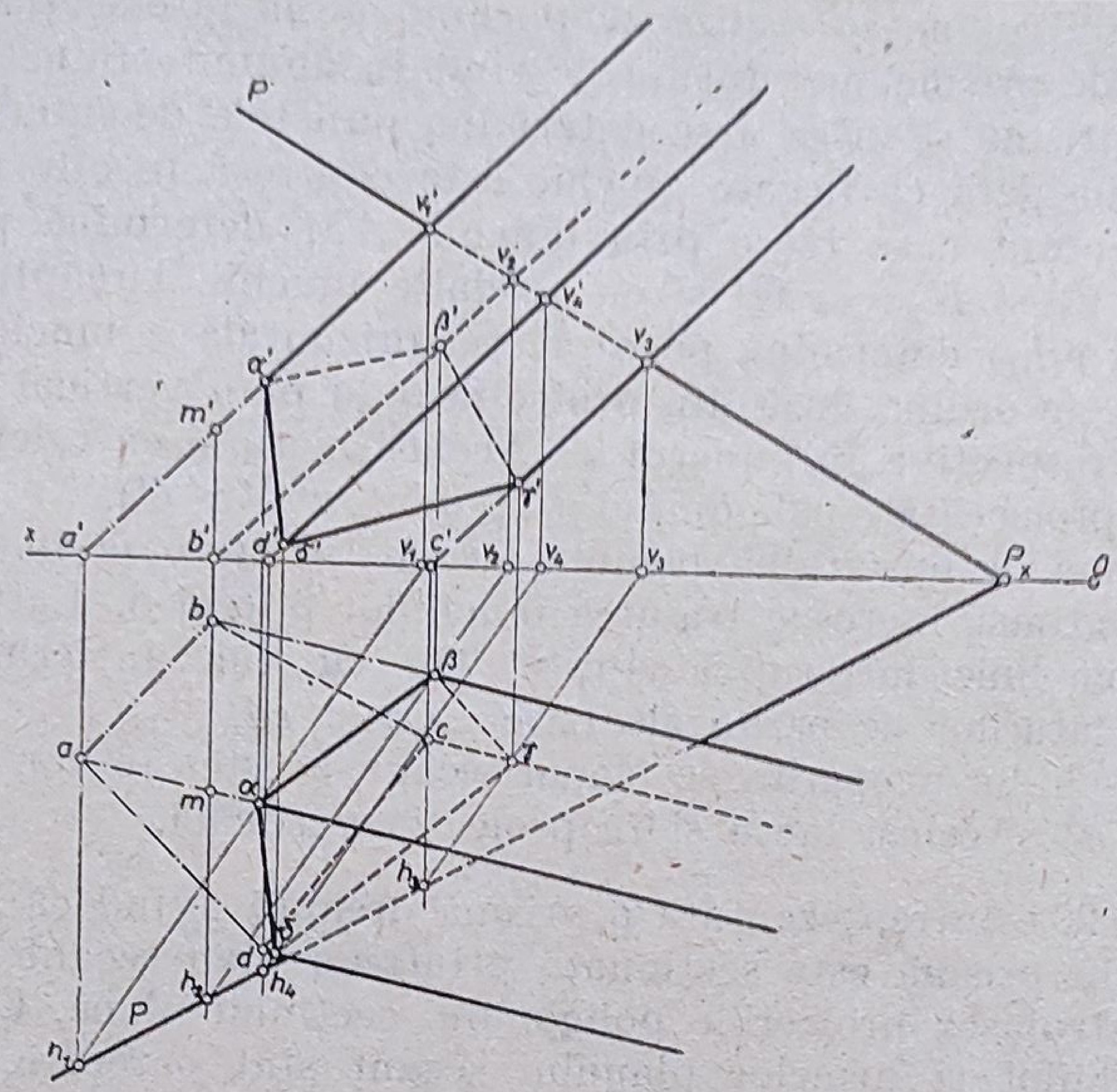
#### 4.1.1.2. PROBLEME PROPUSE ȘI REZOLVATE

1) Prisma oblică patrulateră din figura 4.1 este determinată prin proiecțiile vîrfurilor poligonului bazei și ale unui punct $M$ situat pe una din muchii. Coordonatele vîrfurilor poligonului bazei și ale punctului $M$: $A$ (175, 30, 0); $B$ (153, 10, 0); $C$ (115, 30, 0); $D$ (143, 67, 0); $M$ (153, 40, 70);

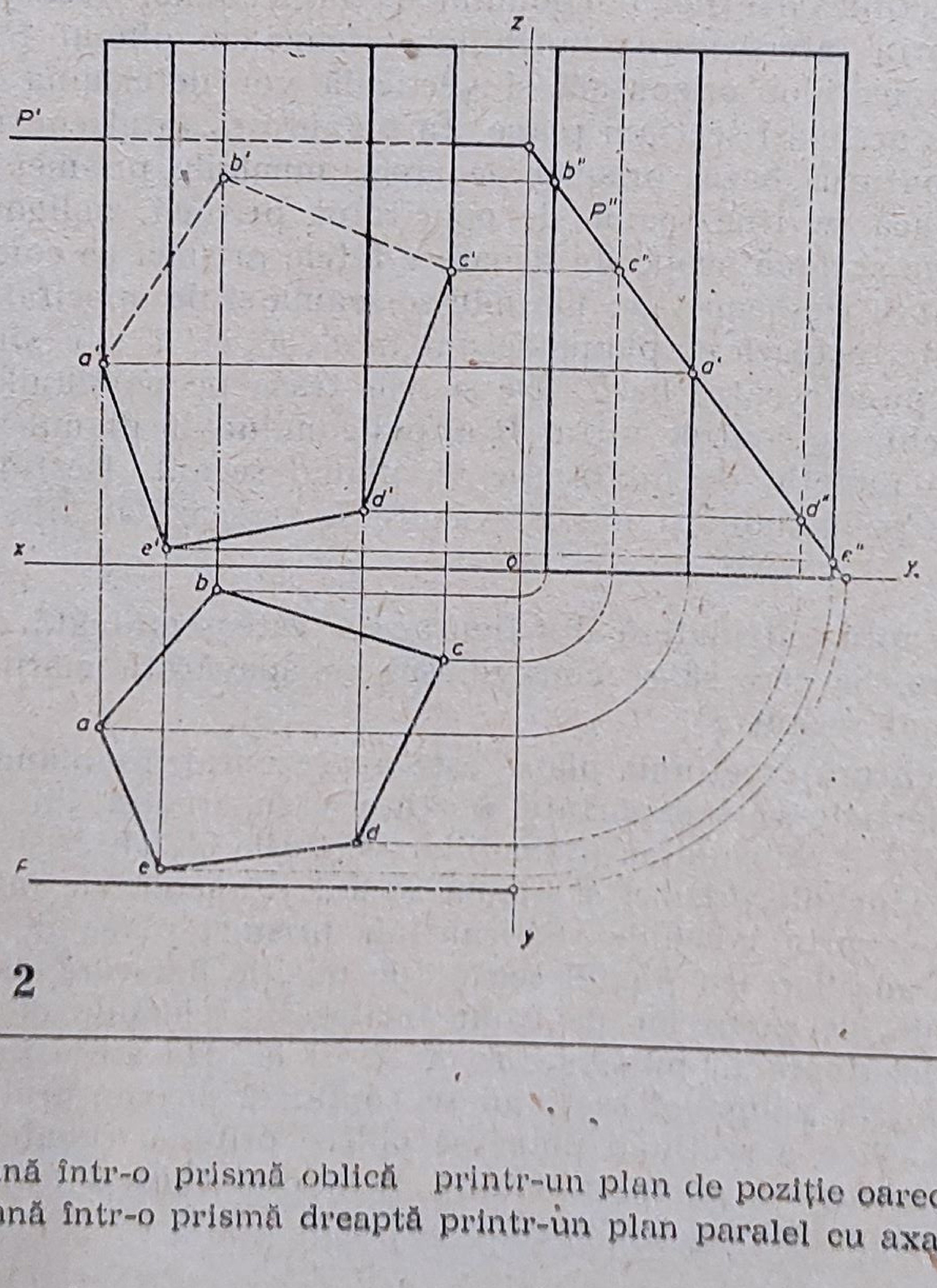
Se cere să se construiască în epură secțiunea plană realizată de planul de poziție oarecare $P$ de coordonate: $Px$ (15, 0, 0) și unghiuri $\widehat{P'P_x x}=30°$ și $\widehat{PP_x x}=35°$.

*Rezolvare:* Mai întîi se construiește în epură cu linie subțire conturul fiecărei proiecții a prismei, începînd cu proiecțiile bazei. Se unește astfel proiecția verticală a punctului $A$ cu proiecția verticală a punctului $M$, obținîndu-se astfel în planul vertical proiecția unei muchii. Prin proiecția verticală a punctului $C$ se duce o paralelă la proiecția verticală a primei muchii trasate. Se obține astfel în proiecție verticală conturul aparent al prismei. Proiecția verticală a muchiei ce pornește din punctul $B$ este acoperită și se trasează cu linie întreruptă subțire iar proiecția verticală a muchiei ce pornește din punctul $D$ este văzută și se trasează cu linie continuă (tot subțire).

În proiecția orizontală conturul aparent este determinat de proiecțiile orizontale ale laturilor $AB$ și $AD$. Muchia care pornește din punctul $C$ în proiecție orizontală este acoperită iar muchia care pornește din punctul $A$ este văzută. Muchiile ce pornesc din punctele $B$ și $D$ sînt văzute (contur aparent). De remarcat că, în planul orizontal, muchia ce pornește din punctul $A$, în proiecție orizontală, este definită ca și în planul vertical de proiecția punctului $M$.



1



2

Fig. 4.1. Secţiune plană într-o prismă oblică printr-un plan de poziţie oarecare (problemă).
Fig. 4.2. Secţiune plană într-o prismă dreaptă printr-un plan paralel cu axa $Ox$ (problemă).

Conturul secțiunii plane se realizează pornind de la intersecția unei drepte cu un plan. Astfel, muchiile prismei vor întîlni pe rînd în anumite puncte planul de poziție oarecare secant la prismă. Pentru a se determina punctele de intersecție ale muchiilor cu planul dat se consideră că fiecare muchie este cuprinsă în cîte un plan proiectant. Astfel, planul proiectant care trece prin muchia $AM$ determină prin intersecția cu planul dat urmele $V_1$ și $H_1$; la fel și cu celelalte muchii. Dreapta de intersecție (în proiecție orizontală $v_1h_1$) determină pe proiecția orizontală a muchiei ce pornește din $A$ punctul $\alpha$. Linia de ordine dusă din proiecția $\alpha$ în plan vertical întîlnește proiecția verticală a muchiei respective în punctul $\alpha'$. Același lucru și cu celelalte muchii. Astfel, se obțin cele două proiecții ale poligonului ($\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta$ și $\alpha'\,\beta'\,\gamma'\,\delta'$).

Ținîndu-se seama de opacitatea planului secant, se îngroașe în plan orizontal conturul $\delta\,\alpha\,\beta$ și se continuă îngroșat trasarea muchiilor $\beta$, $\alpha$ și $\delta$. Laturile acoperite $\beta$, $\gamma$ și $\gamma\,\delta$ se trasează cu linie întreruptă subțire. Tot cu linie întreruptă subțire se trasează și proiecțiile laturilor acoperite ale bazei: **bc** și **cd**.

În privința muchiilor acoperite pe planul secant, acestea se vor trasa cu linie-punct subțire: $b\beta$, $a\alpha$ și $d\delta$. Același lucru și în proiecția verticală.

**2)** În figura 4.2. este reprezentată o prismă dreaptă avînd ca bază un poligon cu cinci laturi. Această prismă este secționată printr-un plan secant paralel cu axa $Ox$. Se cere să se construiască proiecțiile poligonului secțiunii plane. Coordonatele pentru determinarea muchiilor și urmelor planului secant sînt oarecare.

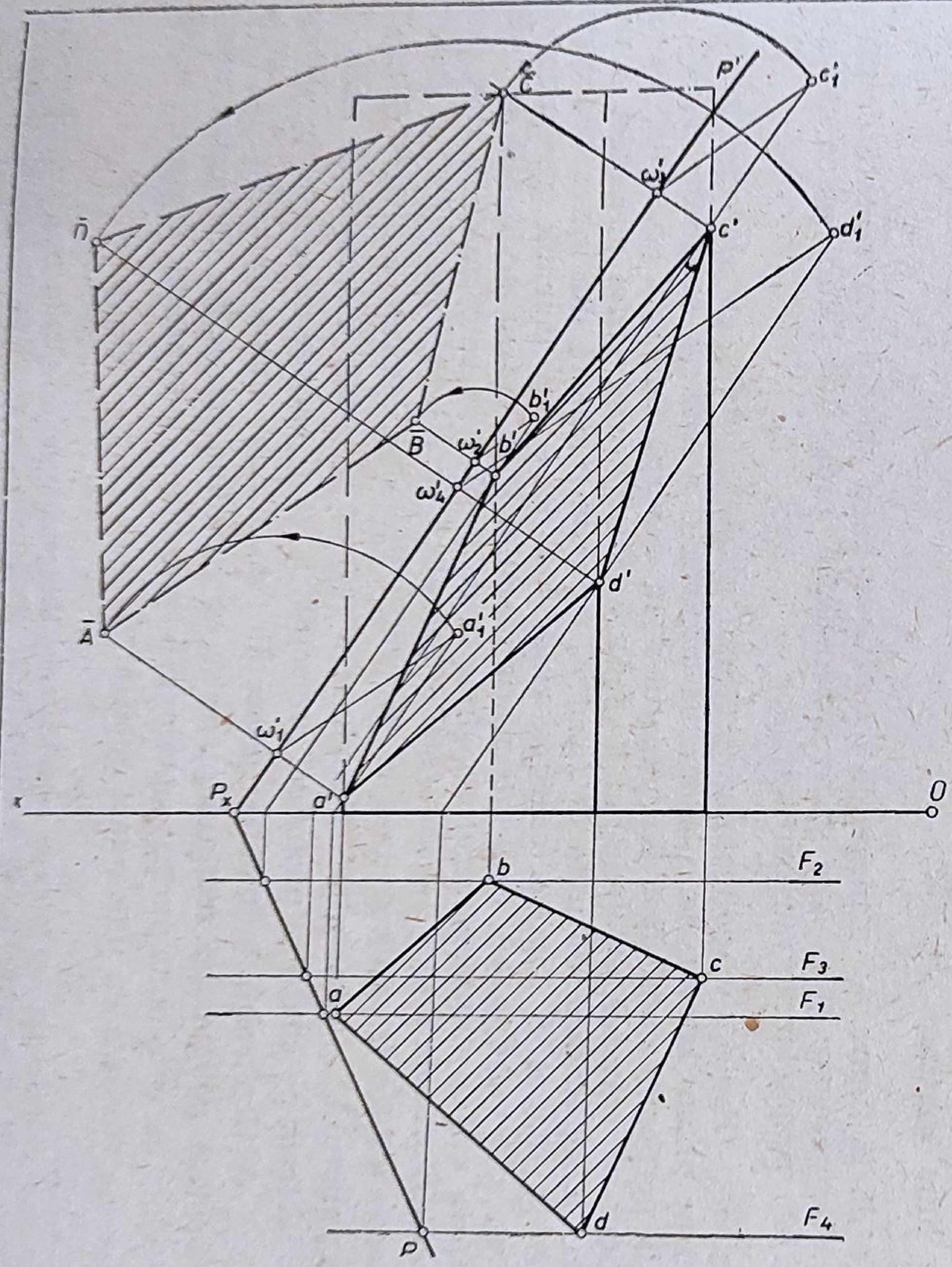
*Rezolvare:* Se determină mai întîi prisma în triplă proiecție ortogonală.

Se trasează la proporțiile din figura 4.2 urmele $P$, $P'$ și $P''$. Urma $P''$ conține în planul lateral proiecțiile vîrfurilor poligonului secțiunii plane. Aceste proiecții ($a'' \ldots e''$) sînt determinate prin intersectarea muchiilor prismei cu planul $P$. Liniile de ordine corespunzătoare proiecțiilor orizontală și verticală vor determina contururile proiecțiilor respective ale aceleiași secțiuni plane. În planul orizontal, conturul secțiunii plane se confundă cu conturul bazei prismei deoarece muchiile prismei sînt verticale. În planul vertical, dacă se ține seama de opacitatea prismei, poligonul secțiunii apare cu trei laturi văzute și două acoperite deoarece fețele prismei ce conțin laturile respective $AB$ și $BC$ sînt și ele acoperite. Ținîndu-se seama și de opacitatea planului secant, muchiile care se intersectează cu planul secant în $a'$, $b'$, $c'$, $d'$ și $e'$ sînt de asemenea acoperite de la aceste puncte către bază. Ele se vor trasa pe porțiunile amintite cu linie-punct subțire. Muchia ce conține vîrful $B$ al poligonului, în planul vertical, se va trasa întreruptă pînă la punctul de intersecție cu planul secant. Restul liniilor de contur aparent, laturi ale poligonului și muchii văzute se trasează în final cu linie continuă groasă.

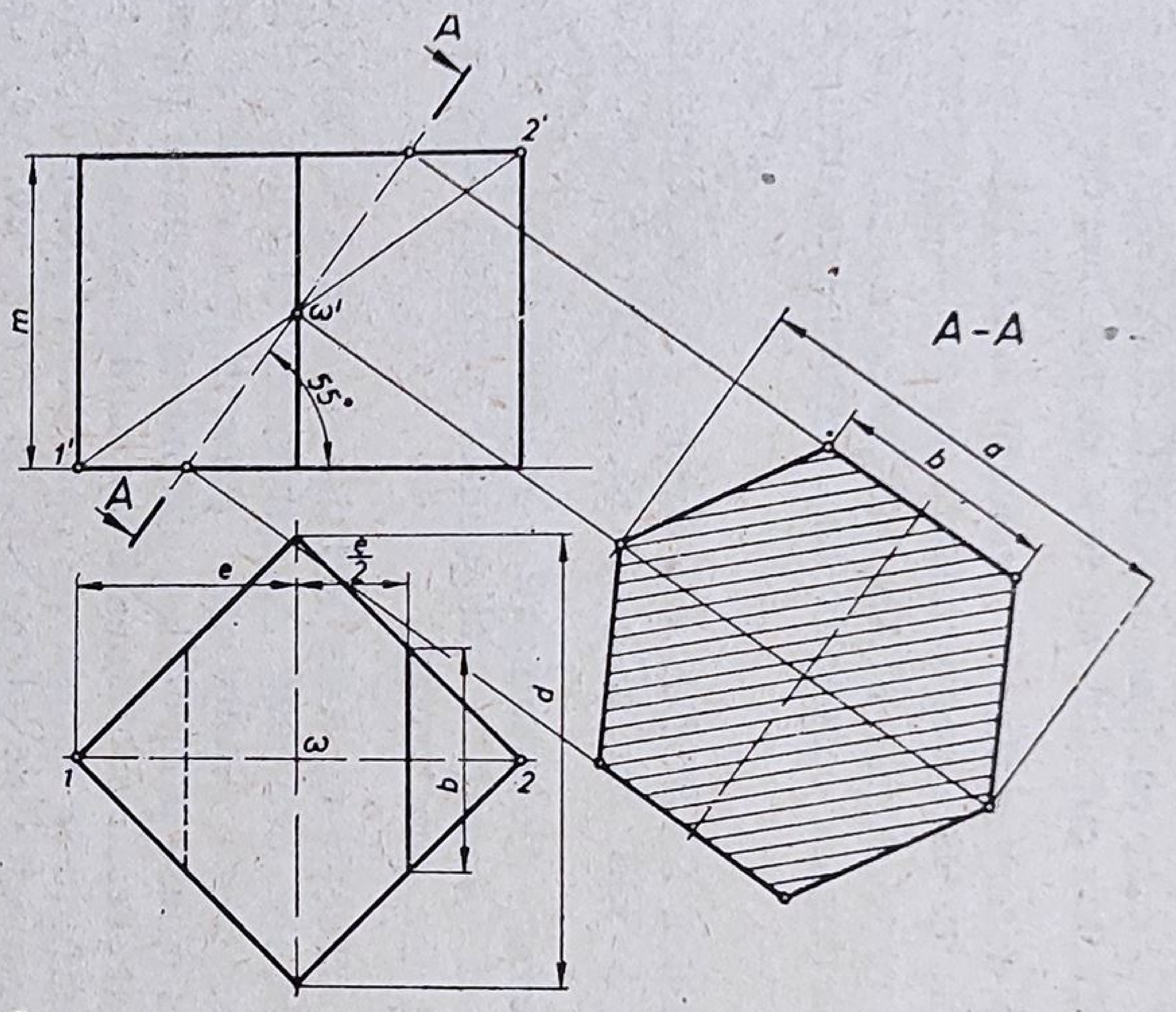
**3)** Prisma dreaptă patrulateră din figura 4.3 este secționată de planul secant $P$ de poziție oarecare. Se cere să se construiască în adevărata mărime secțiunea plană executată de planul secant $P$.

*Rezolvare:* Conturul secțiunii plane este reprezentat în planul vertical complet în vedere, considerîndu-se îndepărtată porțiunea superioară din prisma secționată. Acest contur se obține prin unirea proiecțiilor verticale $a'$, $b'$, $c'$ și $d'$ ale punctelor de intersecție dintre muchiile prismei și planul secant. Punctele de intersecție din spațiu se obțin ducîndu-se prin muchiile verticale ale prismei plane de front. Intersecțiile planelor de front auxiliare cu planul secant de poziție oarecare dau drepte de front. Proiecțiile verticale ale dreptelor de front întîlnesc proiecțiile de același nume ale muchiilor corespunzătoare în punctele $a'$, $b'$, $c'$ și $d'$. Deoarece prisma este dreaptă, în proiecție orizontală poligonul secțiunii se confundă cu conturul bazei.

Adevărata mărime a secțiunii plane se obține printr-o rabatere pe plan vertical (în jurul urmei verticale a planului secant). Poligonul obținut astfel se notează ca și în exemplele anterioare (v. fig. 3.52, 3.53, 3.54).




3




4

Fig. 4.3. Adevărata mărime a secţiunii plane într-o prismă dreaptă printr-un plan de poziţie oarecare (problemă).
Fig. 4.4. Secţiune plană într-un cub (hexaedru) printr-un plan de capăt (traseul de secţionare *A—A*) (problemă).

4) Cubul reprezentat în figura 4.4 este așezat astfel încît diagonala acestuia este o dreaptă de front. Considerîndu-se planul secant (reprezentat prin traseul de secționare $A-A$) înclinat la 55° și care conține centrul $\Omega$ al cubului, se cere să se construiască conturul secțiunii plane. Muchia cubului ($m$) se ia de mărime cuprinsă între 50 și 60 mm.

*Rezolvare:* Secțiunea determinată în proiecție orizontală este un hexagon. Adevărata mărime a hexagonului este reprezentată în secțiunea propriu-zisă * alăturată.

În conformitate cu prevederile STAS 105-76 se notează secțiunea cu inscripția $A-A$ după traseul de secționare respectiv care înlocuiește urma verticală a planului de capăt secant.

5) Se dă piramida oblică $SABCDE$ din figura 4.5 determinată în dublă proiecție orizontală prin punctele $S$ (138, 58, 15); $A$ (13, 35, 0); $B$ (50, 5, 0); $C$ (80, 30, 0); $D$ (70, 60, 0) și planul secant $P$ determinat de: $P_x$ (150, 0, 0); $\widehat{P'P_xO}=30°$; $\widehat{PP_xO}=35°$. Se cere să se construiască proiecțiile poligonului rezultat din secționarea piramidei cu planul secant $P$ (secțiune prin bază).

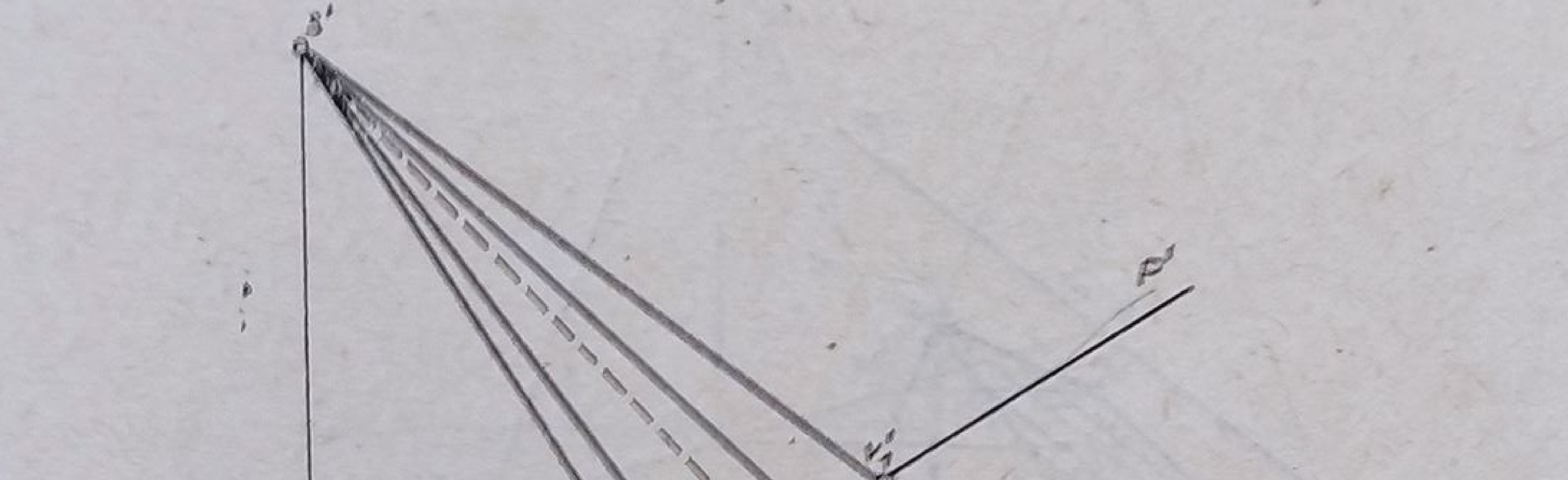
*Rezolvare:* După construcția cu linie subțire (continuă și întreruptă) a celor două proiecții ale piramidei oblice urmează determinarea urmelor verticale și orizontale ale muchiilor care intersectează planul dat. Procedîndu-se ca și în cazul problemei nr. 1 (v. fig. 4.1) se construiesc proiecțiile poligonului secțiunii plane, cunoscînd că în cazul din figura 4.5 planul secant secționează piramida, intersectînd și baza în punctele $I$ (1, 1') și $II$ (2, 2'). Ținîndu-se seama de opacitatea planului, proiecțiile orizontale ale părților din muchii acoperite de către planul $P$ ($\alpha a$, $\beta b$, $\gamma c$) ca și cele verticale ($\alpha' a'$, $\beta' b'$, $\gamma' c'$) se vor trasa ca și în figura 4.1 cu linie-punct subțire. În planul orizontal și vertical laturile acoperite ale poligonului secțiunii se trasează cu linie întreruptă subțire, iar laturile văzute ale poligonului și muchiile din afara planului secant se trasează cu linie continuă groasă.

6) Se dă în figura 4.6 o piramidă dreaptă cu baza pătrată intersectată de planul $P$ de poziție oarecare, și se cere să se construiască proiecțiile figurii plane obținute. Coordonatele punctelor se iau oarecare.

*Rezolvare:* Proiecțiile poligonului secțiunii plane se obțin cu ajutorul proiecției piramidei pe planul lateral. Se consideră că originea $O$ a axei $xy_1$ se găsește situată la intersecția perpendicularei dusă din punctul $s'$ cu axa $xy_1$. Conturul proiecției laterale a piramidei se trasează cu linie-punct subțire. Dacă prin vîrful piramidei și prin diagonala bazei se duce un plan de front $F$, frontala rezultată din intersecția dintre planul $P$ și planul $F$ intersectează la rîndul ei două din muchiile piramidei în punctele $A$ ($a$, $a'$) și $C$ ($c$, $c'$). Prin intersecția planului $P$ cu planul auxiliar $R$ de profil ce trece prin vîrful piramidei rezultă o dreaptă de profil care este cuprinsă între proiecțiile urmei verticale $V$ ($v$, $v'$) și ale urmei orizontale $H$ ($h$, $h'$). Punctul $I$ ($i$, $i'$) se găsește la intersecția dintre frontală și dreapta de profil. Proiecția laterală a dreptei de profil cuprinde punctul $i''$ și punctul $h''$. Unindu-se $v'$ ($v''$) cu $h''$ printr-o dreaptă se obțin în proiecția laterală pe conturul piramidei proiecțiile $b''$ și $d''$ care se aduc apoi în planele orizontal și vertical, obținîndu-se pe proiecțiile de același nume punctele $b$, $b'$ și $d$, $d'$. Proiecțiile poligonului secțiunii plane se obțin unind proiecțiile de același nume ale punctelor. Se consideră partea superioară a piramidei îndepărtată. Conturul părții îndepărtate se trasează cu linie-punct subțire.

---

* Prin secțiune propriu-zisă se înțelege reprezentarea ortogonală pe un plan a figurii obținute prin intersectarea unui corp geometric cu o suprafață de secționare (în cazul de față planul secant).



5

Fig. 4.5. Secțiune plană într-o piramidă oblică printr-un plan de poziție oarecare (problemă).

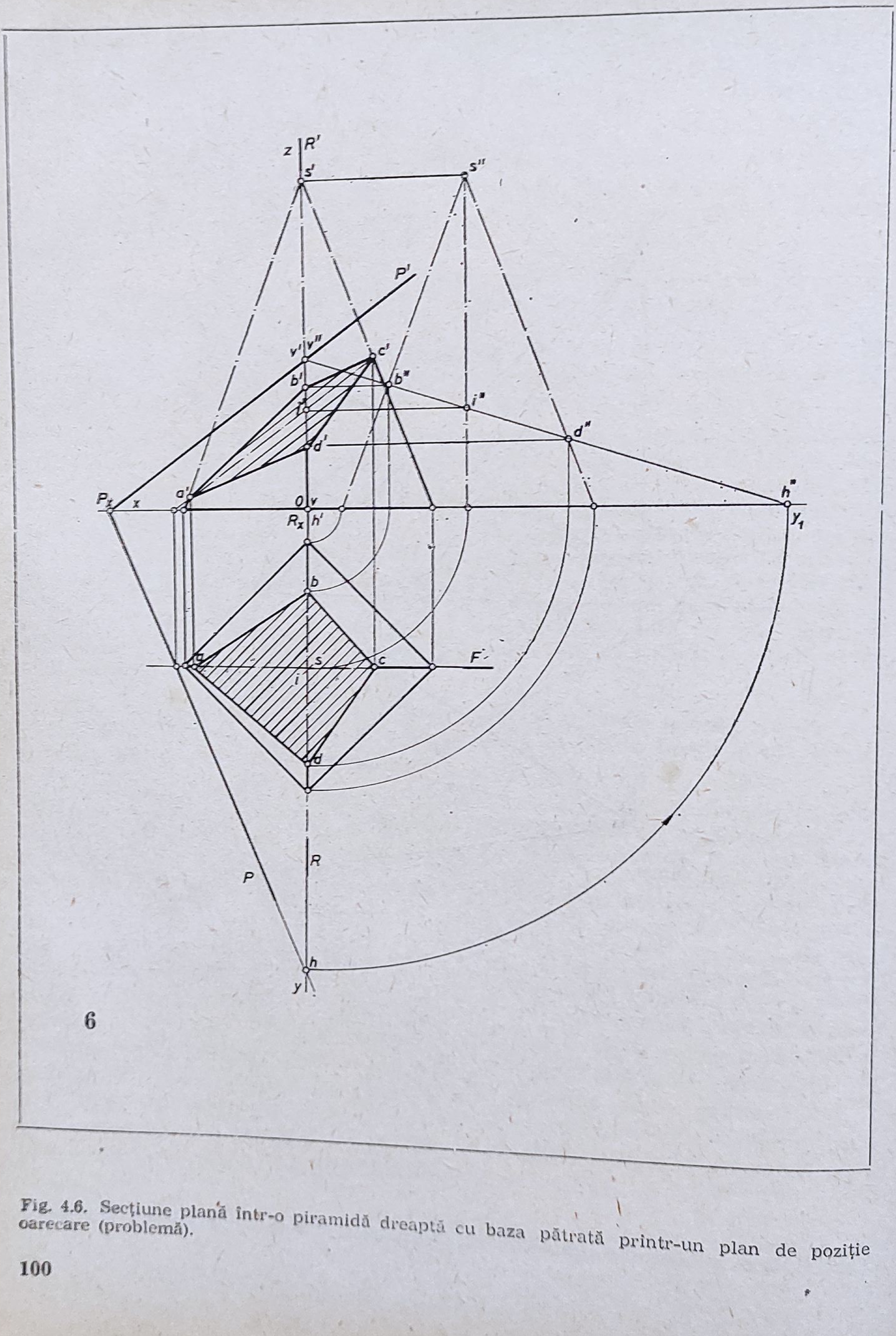
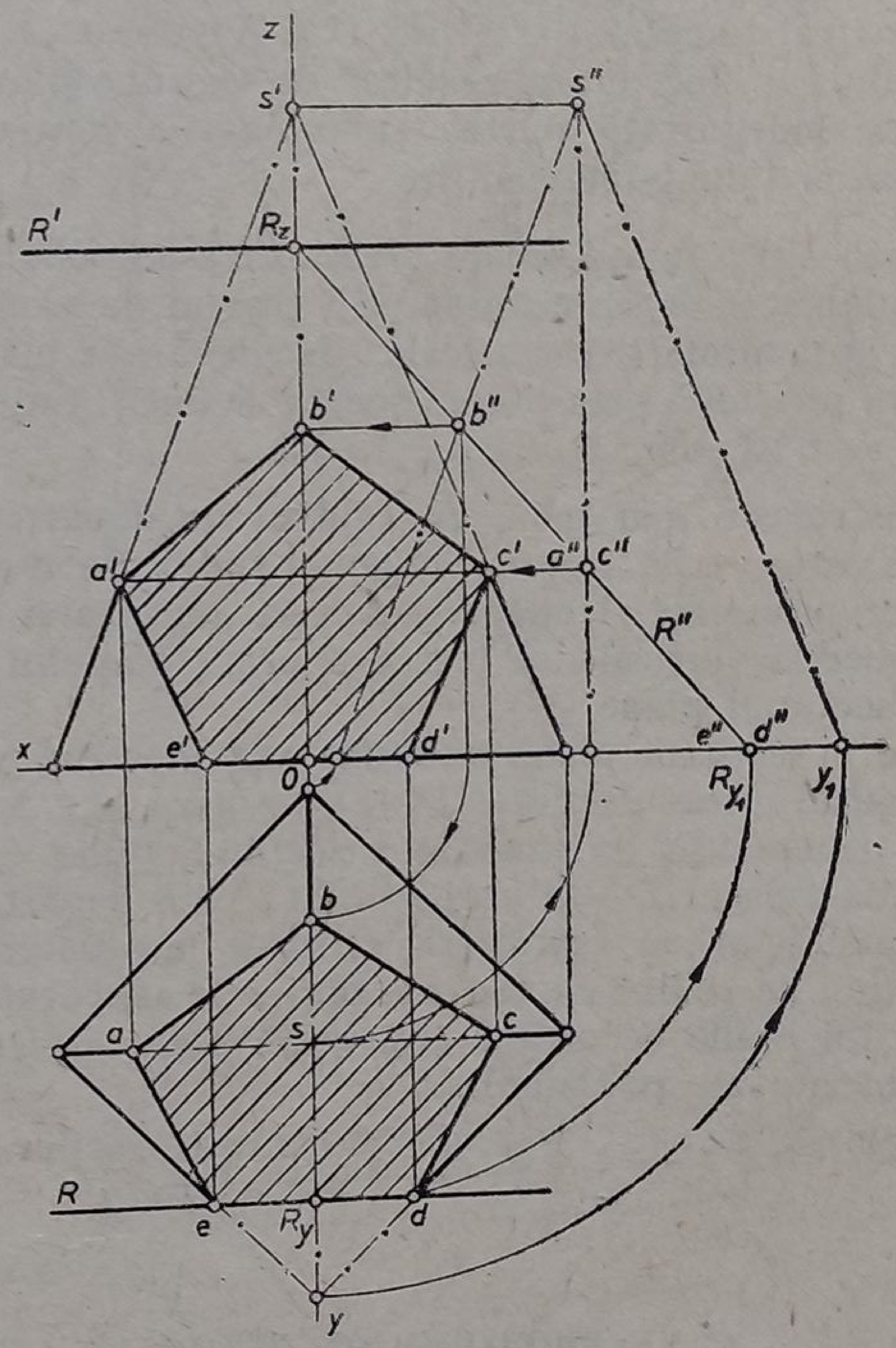



**Fig. 4.6.** Secţiune plană într-o piramidă dreaptă cu baza pătrată printr-un plan de poziţie oarecare (problemă).




7

Fig. 4.7. Secţiune plană într-o piramidă dreaptă cu baza pătrată printr-un plan paralel cu axa $Ox$ (problemă).

7) Figura 4.7 reprezintă o piramidă dreaptă cu bază pătrată, secționată prin bază de către un plan R, paralel cu axa $Ox$. Se cere să se construiască proiecțiile secțiunii plane. Coordonatele punctelor se iau oarecare (se respectă proporțiile modelului).

*Rezolvare :* Se consideră originea axei $xOy_1$, la intersecția perpendicularei dusă prin vîrful $s'$ al piramidei pe respectiva axă. Planul $R$ intersectează axele $Oy$ și $Oz$ în punctele $Ry$ și $Rz$. Se aduce punctul $Ry$ pe axa $xOy_1$ și apoi se unește cu punctul $Rz$ de pe axa $Oz$, obținîndu-se astfel urma laterală $R''$. Planul $R$ intersectează piramida trecînd prin bază. Astfel, în planul lateral, prin intersecția planului $R$ cu piramida dată, se obțin pe muchiile acesteia punctele de vîrf ale poligonului secțiunii plane. Poligonul secțiunii plane este conținut în urma laterală a planului secant $R$. Dacă se aduc în planele orizontal și vertical punctele $A$, $B$, $C$, $D$ și $E$ și se unesc, se obțin proiecțiile respective ale poligonului cu cinci laturi rezultat ca secțiune plană. Ca și în problema anterioară se consideră îndepărtată partea superioară a piramidei ; muchiile părții superioare se vor trasa cu linie-punct subțire.

8) Piramida dreaptă din figura 4.8 care are ca bază un poligon cu șapte laturi egale este secționată de un plan secant reprezentat prin traseul de secționare $D-D$. Se cere să se reprezinte în dreapta proiecției verticale, în adevărată mărime, pe baza cotelor de mai sus, secțiunea în piramidă prin planul secant amintit. Cotele pentru construcția epurei piramidei sînt : $e=5$ ; $f=55$ ; $h=120$ ; $\varnothing=95$.

*Rezolvare :* Se construiește mai întîi, cu centrul de depărtare egală cu $f$, cercul cu diametrul $\varnothing=95$ în care se află înscris poligonul bazei. Se trasează apoi proiecțiile orizontale ale muchiilor piramidei. După construcția conturului aparent al piramidei și ale muchiilor în proiecție verticală se trasează urma planului secant $D-D$ și se construiesc proiecțiile secțiunii plane.

Adevărata mărime a secțiunii plane se realizează printr-o rabatere a conturului secțiunii respective în jurul urmei verticale $D-D$. Se duce axa $\Delta\Delta_1$ paralelă la traseul de secționare, care va deveni axa de simetrie a secțiunii plane în adevărata mărime. Poziția axei $\Delta\Delta_1$ față de traseul $D-D$ este stabilită prin depărtarea $f=55$. Din proiecțiile verticale ale punctelor ce reprezintă vîrfurile poligonului conținut în planul secant amintit se duc linii de ordine în vederea obținerii adevăratei mărimi a secțiunii plane. Acestea vor întîlni liniile de ordine aduse din planul orizontal în puncte care reprezintă vîrfurile rabătute ale poligonului.

Prin unirea punctelor $\overline{1}$, $\overline{2}$ . . . . $\overline{7}$ se obține conturul secțiunii plane în adevărata mărime.

### 4.1.1.3. PROBLEME DE REZOLVAT

1) Prisma dreaptă hexagonală din figura 4.9 este secționată prin planul secant $P$ de poziție oarecare. Să se construiască proiecțiile secțiunii plane și adevărata mărime a poligonului corespunzător.

2) Prisma dreaptă cu baza pătrată din figura 4.10, este secționată de un plan paralel cu axa $Ox$. Se cere să se construiască cu ajutorul triplei proiecții ortogonale, proiecțiile secțiunii plane și adevărata mărime a acesteia.

3) Piramida dreaptă cu baza un triunghi echilateral (fig. 4.11) este secționată printr-un plan secant de front. Să se construiască în planul vertical conturul secțiunii plane.

*Indicație :* Printr-o rotație de nivel dreapta $SA$ din spațiu va deveni dreaptă de front. Punctul 3 rotit se va așeza în proiecție verticală pe muchia $SA_1$ ($3'_1$), iar de aici va fi adus pe muchia $SA$ ($3'$). Cele trei puncte vor determina conturul secțiunii plane.

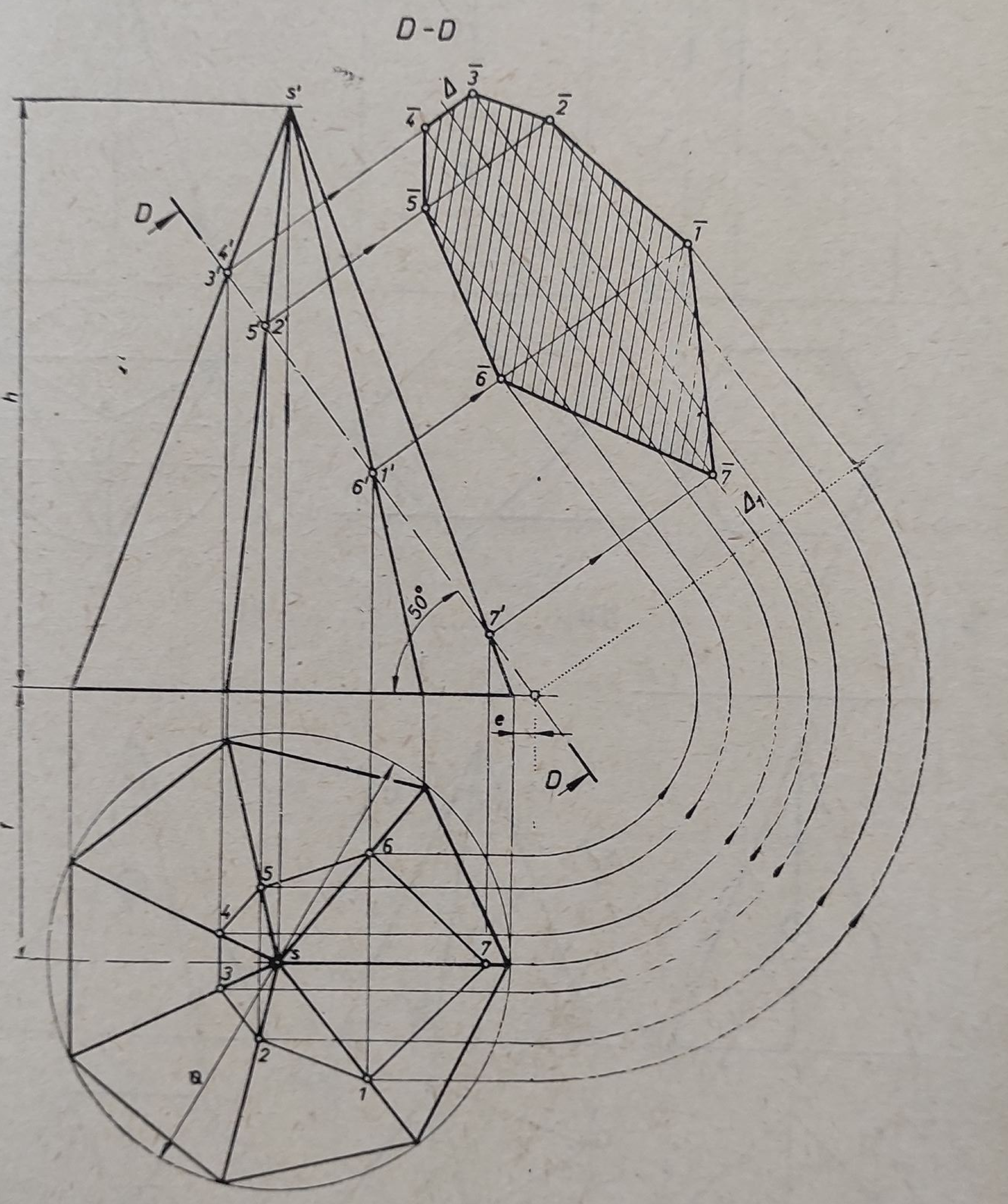
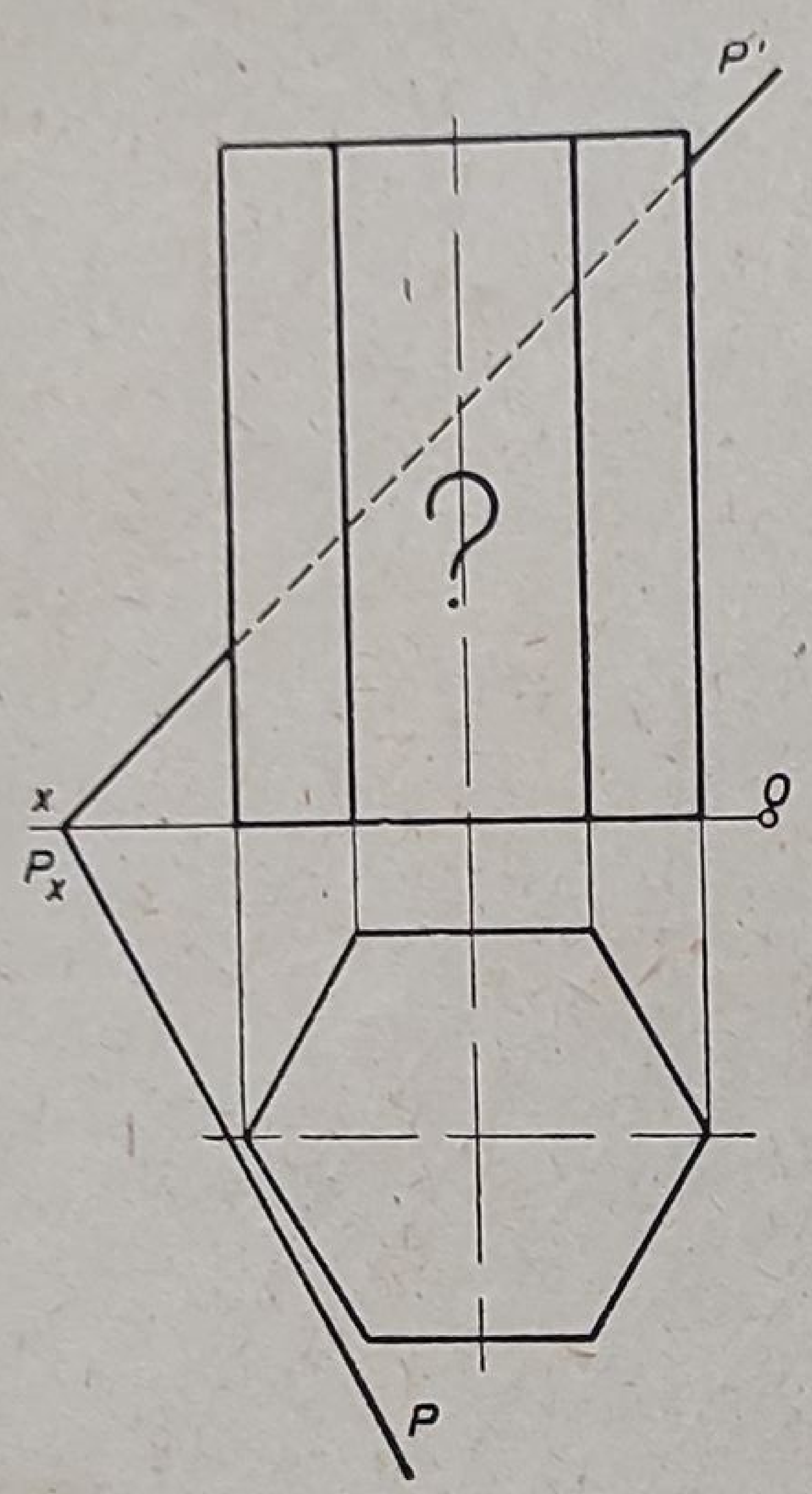
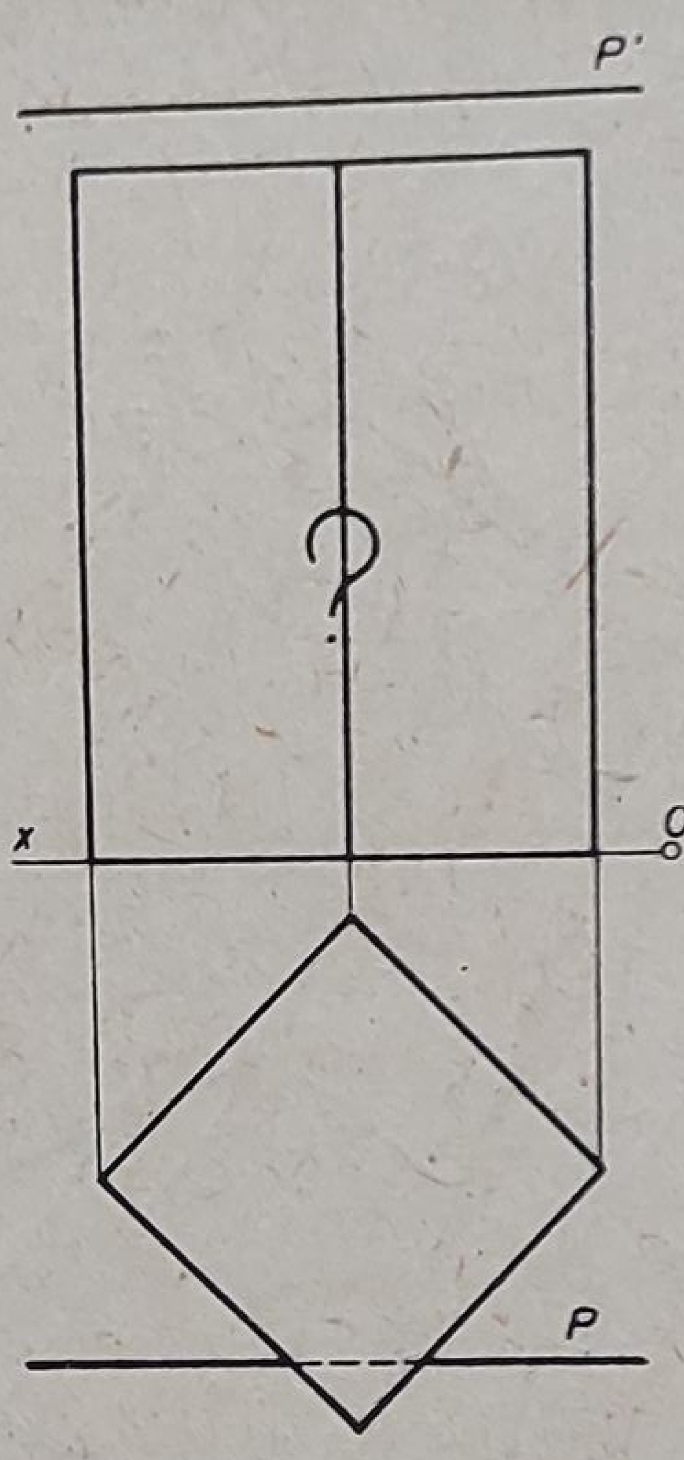


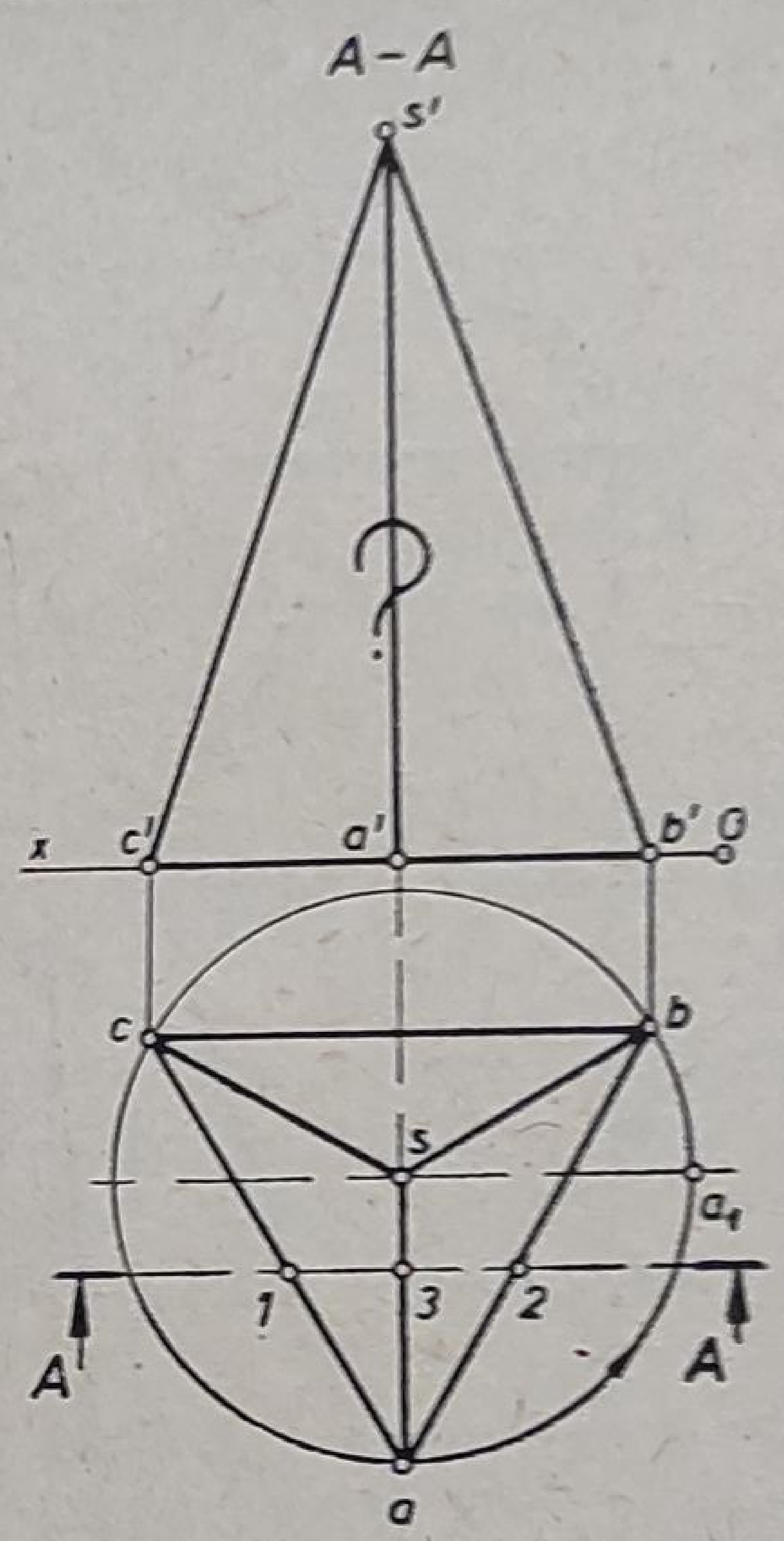

Fig. 4.8. Secţiune plană într-o piramidă dreaptă printr-un plan de capăt (traseul de secţionare D—D problemă).



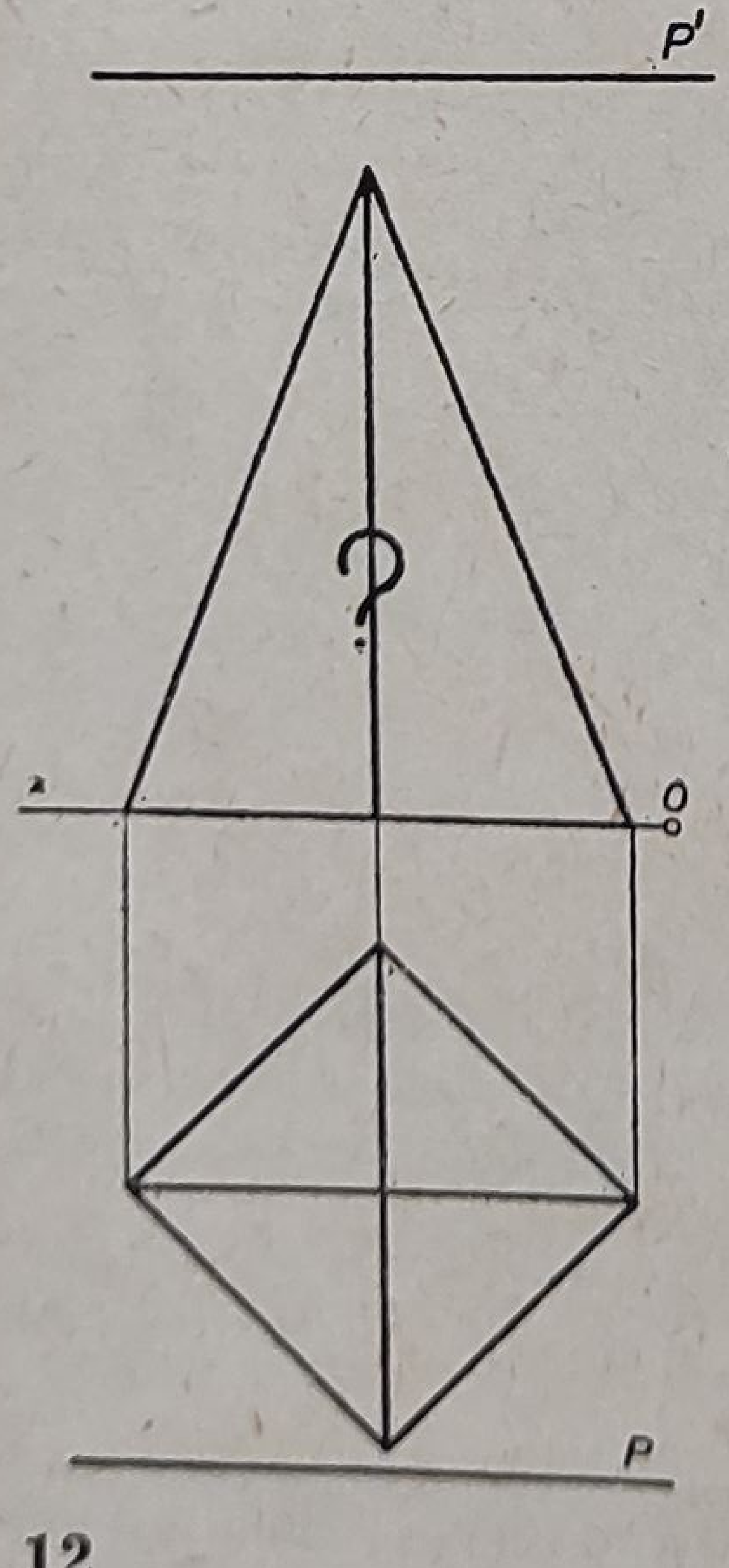

9



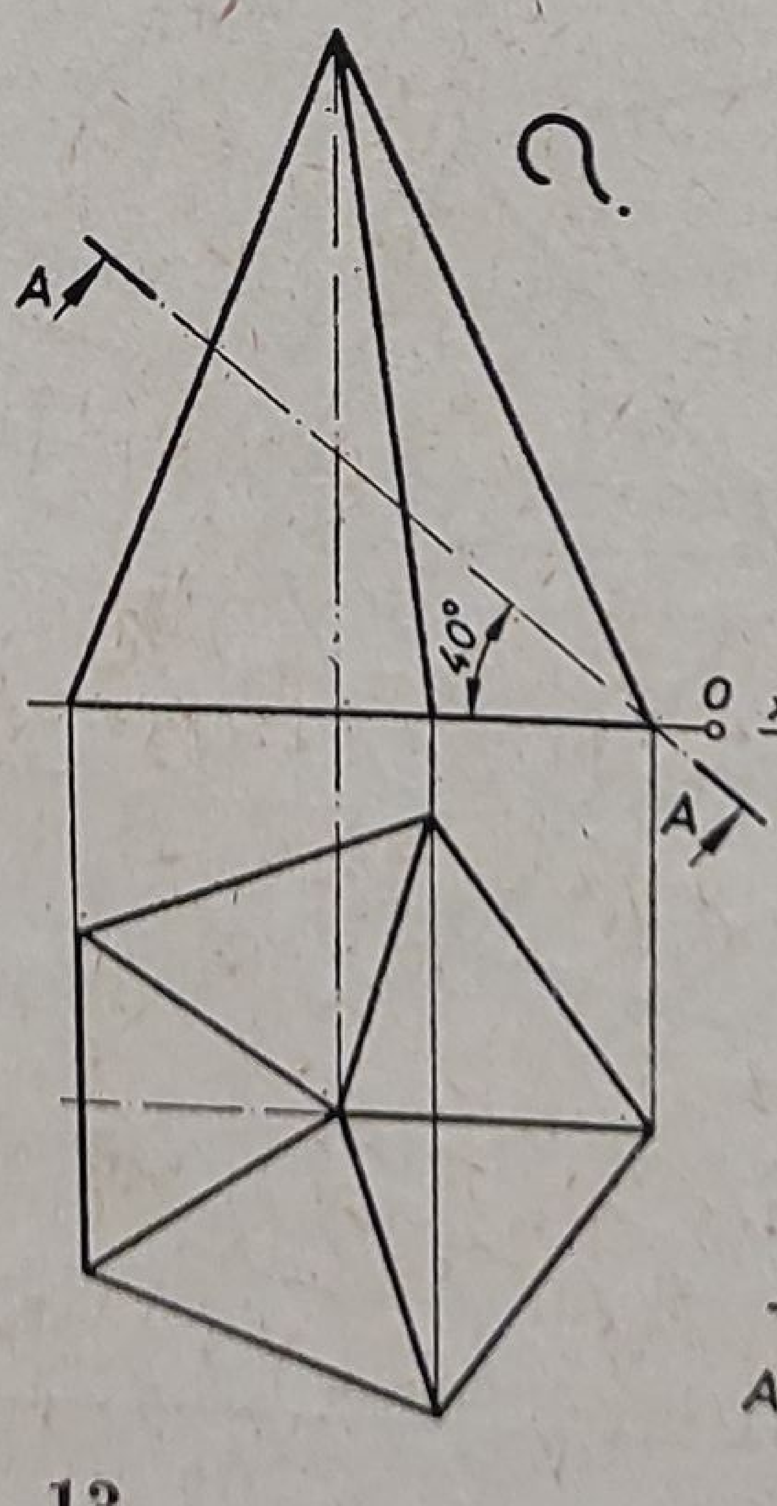

10



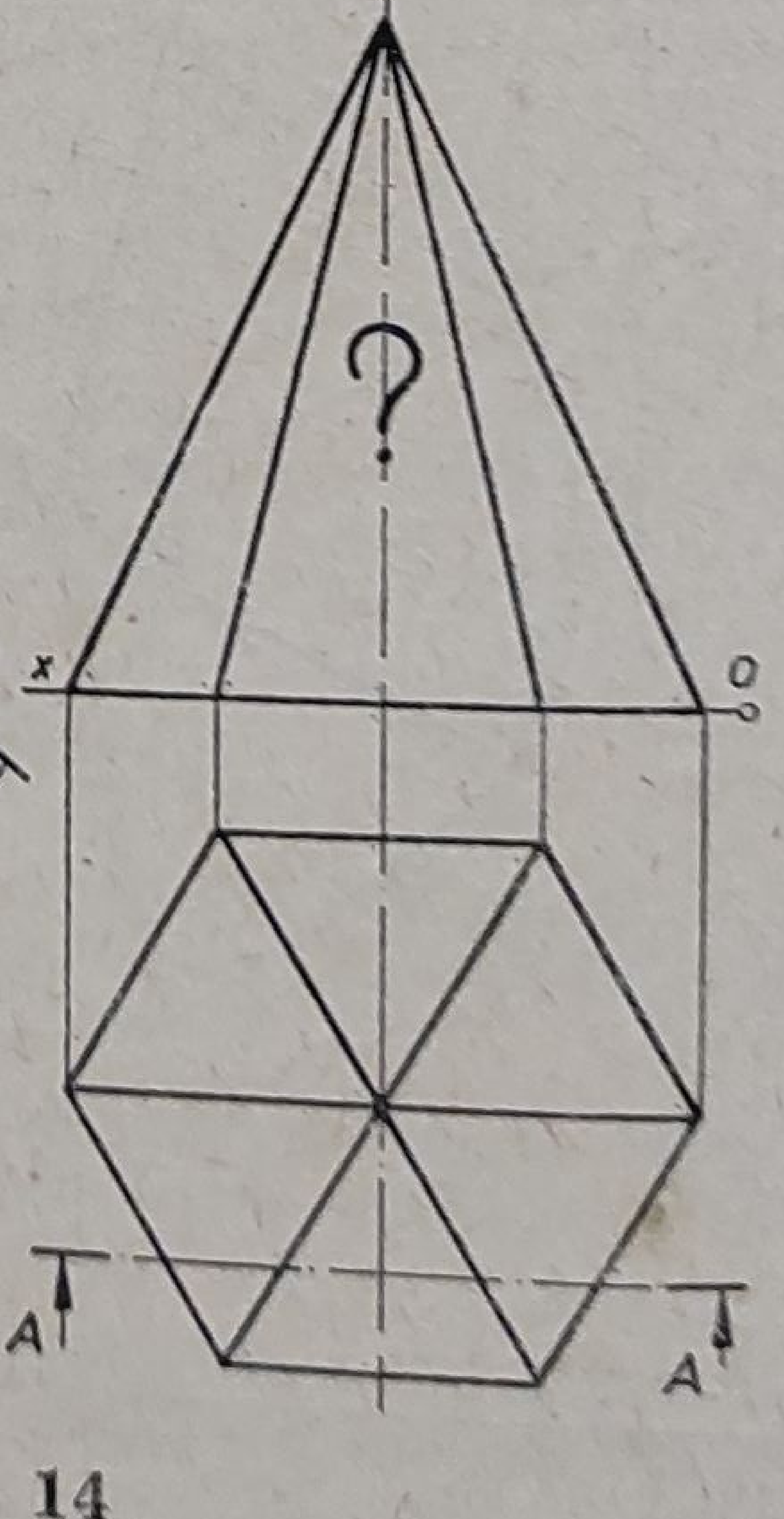

11




12

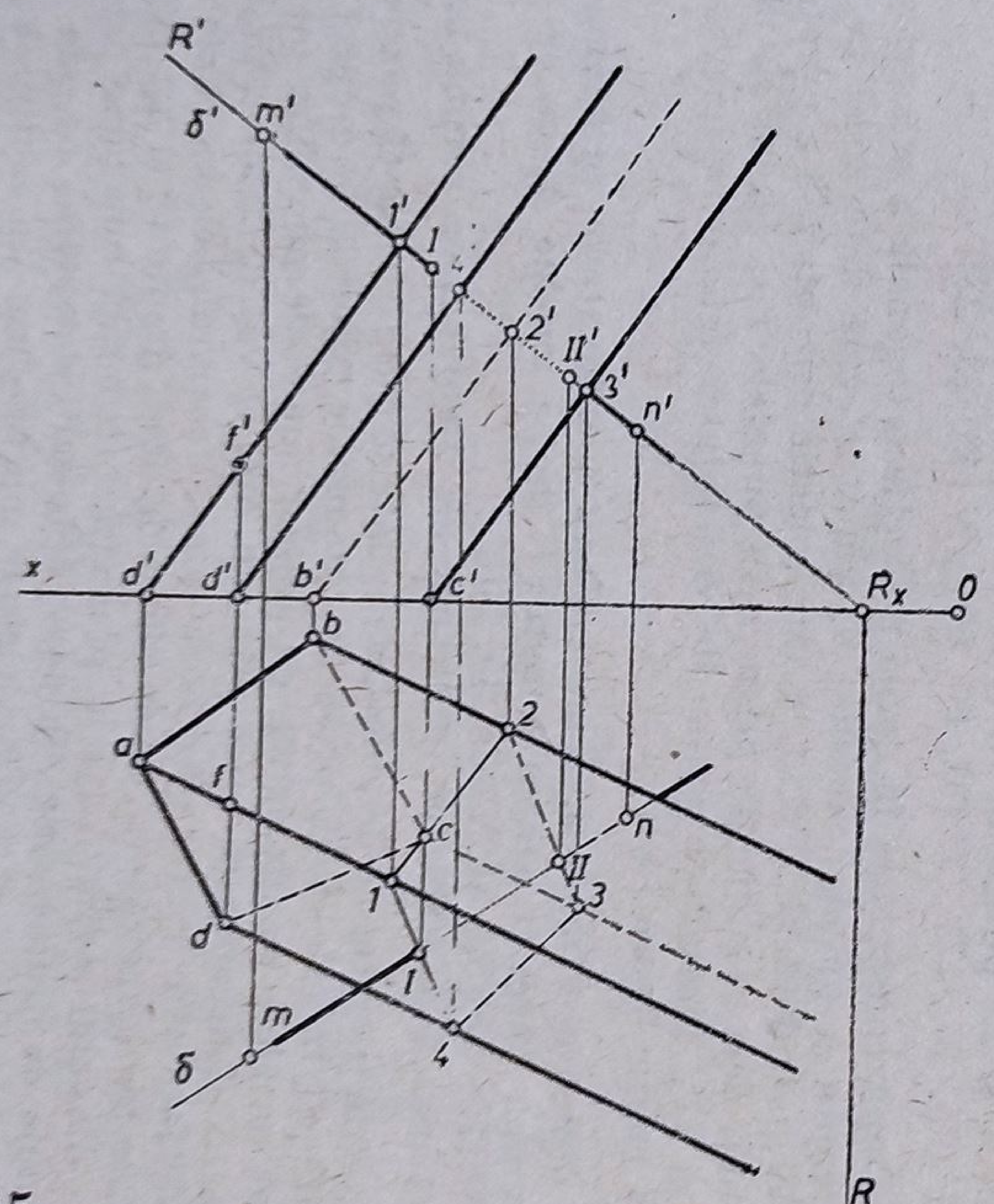



13

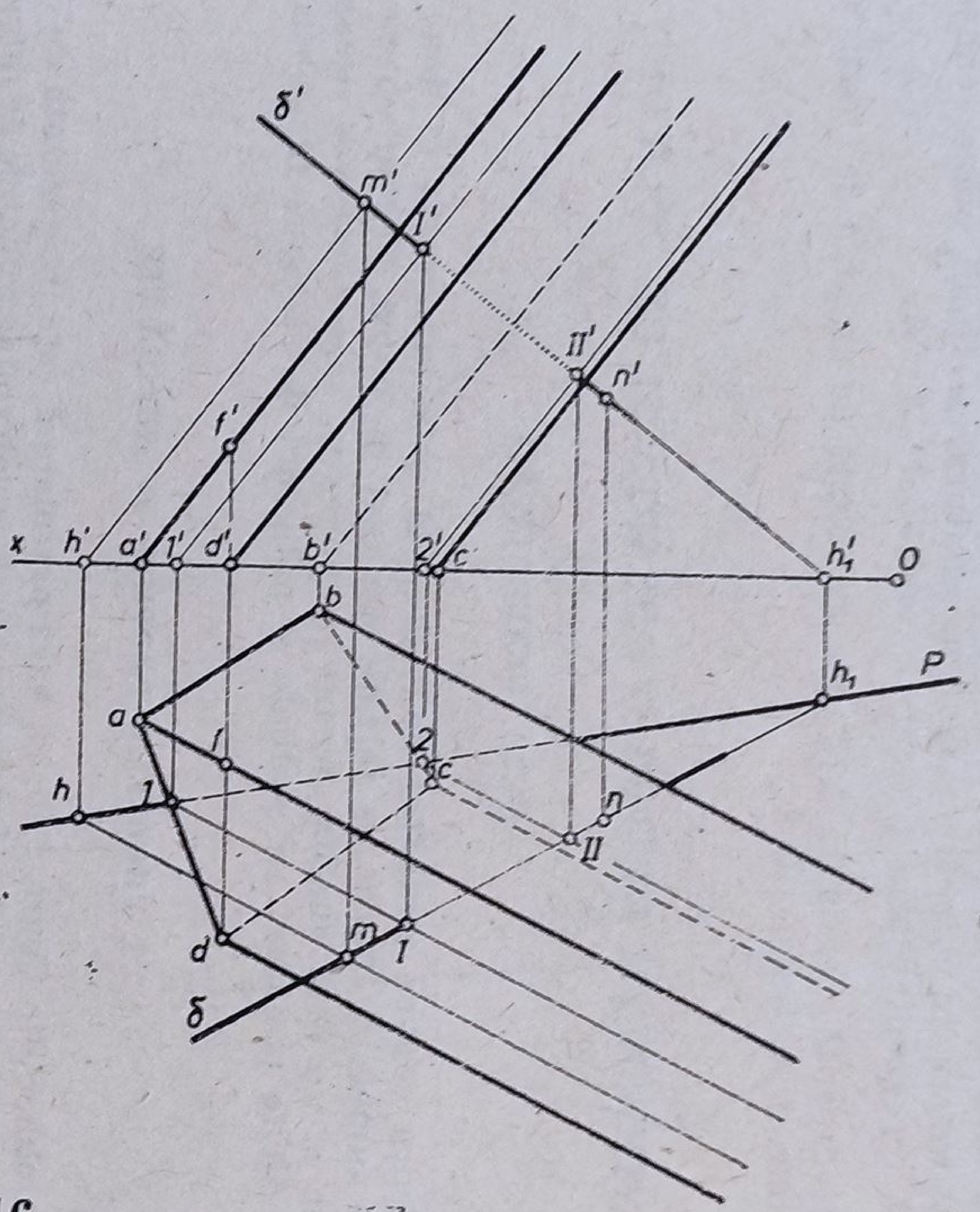



14

Fig. 4.9. Fig. 4.10. Fig. 4.11. Fig. 4.12. Fig. 4.13. Fig. 4.14. Probleme de rezolvat.




15




16

Fig. 4.15. Intersecția unei drepte de poziție oarecare cu o prismă oblică (problemă).
Fig. 4.16. Idem.

4) Să se construiască proiecțiile secțiunii plane realizată de planul $P$ paralel cu axa $Ox$ în piramida dreaptă cu bază pătrată din figura 4.12.

5) În figura 4.13 este reprezentată o piramidă dreaptă cu baza pentagonală. Se cere să se construiască în adevărata mărime conturul secțiunii plane realizată prin planul de capăt reprezentat prin traseul de secționare $A-A$.

6) Piramida dreaptă din figura 4.14 este secționată de un plan de front. Să se afle adevărata mărime a secțiunii plane.

## 4.1.2. INTERSECȚII DINTRE O DREAPTĂ ȘI UN POLIEDRU

### 4.1.2.1. GENERALITĂȚI

Orice poliedru convex străbătut de o dreaptă este intersectat în două puncte, cunoscute sub numele de punct de intrare și punct de ieșire. Pentru obținerea celor două puncte se ia un plan auxiliar secant în poliedru, care conține și dreapta dată. Dreapta ce străbate poliedrul va străbate și poligonul de secțiune în aceleași puncte.

### 4.1.2.2. PROBLEME PROPUSE ȘI REZOLVATE

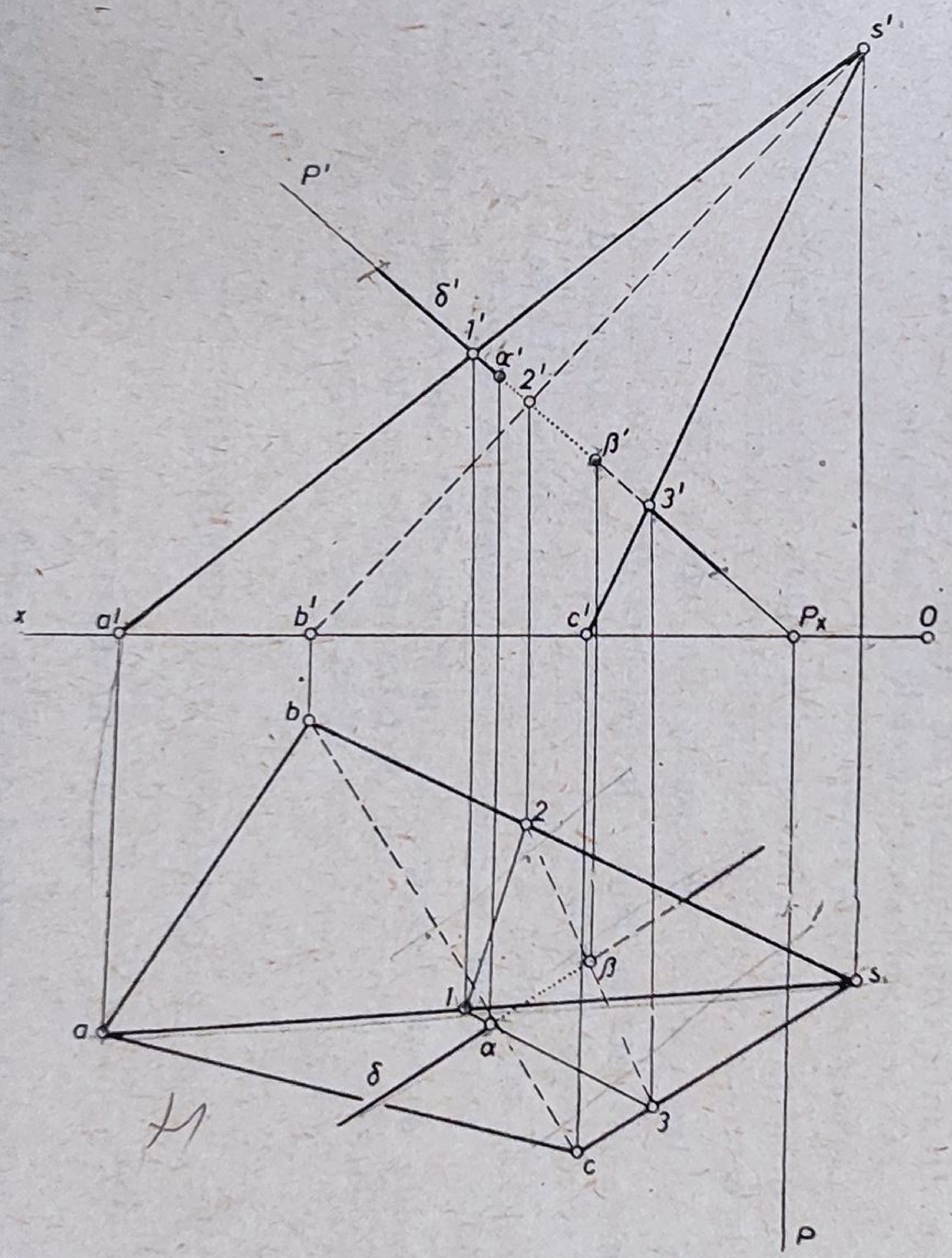
**1)** Prisma oblică din figura 4.15, cu baza patrulateră, este intersectată de o dreaptă oarecare $\Delta$ care conține punctele $M$ și $N$. Se cere să se determine punctele de intersecție ale dreptei cu prisma dată. Coordonatele vîrfurilor poligonului bazei, ale unui punct $F$ situat pe muchia $A$ și ale punctelor $M$ și $N$: $A$ (110, 20, 0); $B$ (85, 5, 0); $C$ (70, 30, 0); $D$ (95, 45, 0); $F$ (95, 27, 17); $M$ (92, 60, 60); $N$ (43, 28, 23).

*Rezolvare:* După construcția în dublă proiecție ortogonală a prismei și a dreptei $\Delta$ se duce prin dreapta $\Delta$ un plan auxiliar de capăt $R$, care determină în proiecție orizontală a prismei patrulaterul *1, 2, 3, 4*, iar proiecția orizontală $\delta$ a dreptei date intersectează poligonul, deci și proiecția prismei, în punctele $I$ și $II$, iar în planul vertical în punctele $I'$ și $II'$. Ținîndu-se seama de vizibilitatea fețelor prismei și a muchiilor, epura va arăta ca în figura 4.15.

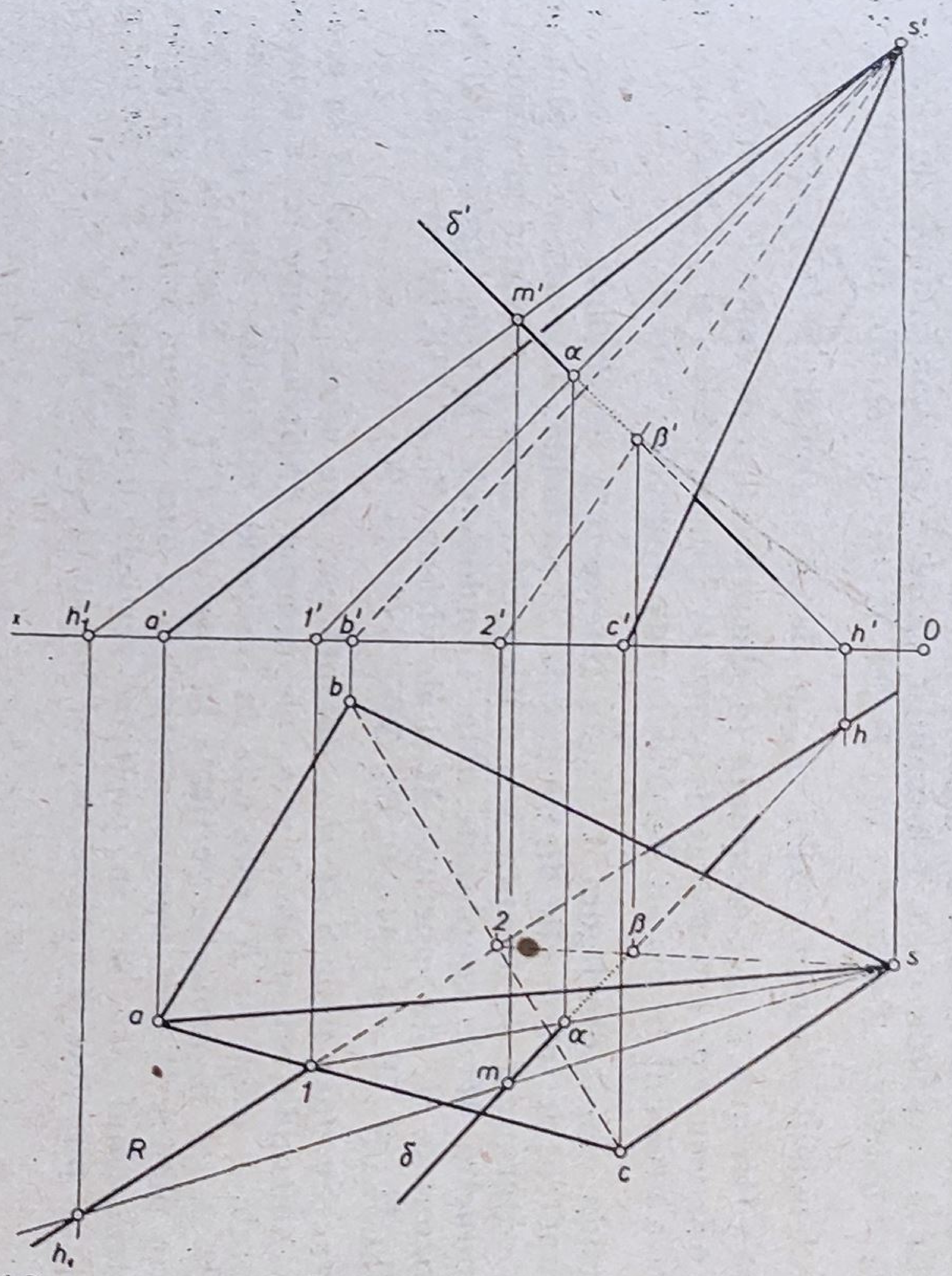
**2)** Prisma oblică din figura 4.16 are aceleași coordonate ca problema nr. 1 pentru vîrfurile poligonului bazei și pentru punctul $F$ de pe muchia $A$, cu excepția punctelor $M$ și $N$; $M$ (75, 55, 50) și $N$ (40, 35, 25).

Să se construiască punctele de intersecție ale dreptei $\Delta$ cu prisma dată.

*Rezolvare:* Prin punctul $M$ de coordonate date se duce o dreaptă paralelă la muchiile prismei. Rezultă că în cele două proiecții ortogonale, proiecțiile dreptei ce trece prin punctul $M$ sînt paralele cu proiecțiile de același nume ale muchiilor prismei. Rezultă apoi că dreapta $\Delta$ și dreapta ce trece prin punctul $M$ vor determina planul auxiliar $P$, care în cazul de față este secant prin baza prismei și paralel cu muchiile acesteia. Proiecțiile orizontale ale urmelor orizontale ale celor două drepte ($h$ și $h_1$) determină urma orizontală $P$ a planului secant, care în proiecția orizontală taie baza prismei în punctele *1* și *2*. Liniile de ordine duse din aceste proiecții determină pe axa $Ox$ proiecțiile verticale corespunzătoare *1'* și *2'*. Paralelele la muchii duse din aceste puncte în ambele proiecții, care dealtfel reprezintă conturul secțiunii plane în prismă, intersectează proiecțiile de același nume ale dreptei în punctele $I$, $II$ și $I'$, $II'$. Dreapta intră deci în prismă în punctul $\overline{I}$ și iese prin punctul $\overline{II}$.




17




18

Fig. 4.17. Intersecţia unei drepte de poziţie oarecare cu o piramidă oblică (problemă).
Fig. 4.18. Idem.

3) Piramida oblică cu baza triunghiulară, reprezentată dublu ortogonal în figura 4.17, este intersectată de o dreaptă $\Delta$ de poziție oarecare. Se cere determinarea intersecției dintre dreapta și piramida dată, folosindu-se ca plan auxiliar planul de capăt $P$. Coordonatele punctelor : $A$ (120, 58, 0) ; $B$ (90, 12, 0) ; $C$ (50, 75, 0) ; $S$ (10, 50, 85) ; $P_x$ (20, 0, 0). Unghiul planului auxiliar $P$, cu planul orizontal : $\widehat{P'P_xx}=40°$.

*Rezolvare :* Dreapta $\Delta$ este conținută în planul auxiliar de capăt $P$. Poligonul *1, 2, 3* din planul orizontal este intersectat de proiecția $\delta$ în punctele $\alpha$ și $\beta$. Liniile de ordine duse din aceste proiecții în planul vertical vor da proiecțiile $\alpha'$ și $\beta'$.

4) Piramida oblică din figura 4.18 este intersectată de dreapta $\Delta$. Se cere să se determine punctele de intersecție dintre dreaptă și piramidă, folosindu-se ca plan auxiliar un plan determinat de dreapta $\Delta$ și o dreaptă ce trece prin vîrful piramidei concurentă în punctul $M$ de coordonate date. Coordonatele vîrfurilor poligonului bazei, ale urmei orizontale $H$, ale punctului $M$ și ale vîrfului $S$: $A$ (113, 60, 0) ; $B$ (85, 10, 0) ; $C$ (45, 75, 0) ; $H$ (10, 10, 0) ; $M$ (60, 65, 50) ; $S$ (3, 45, 90).

*Rezolvare* : Se duce prin $S$ și $M$ o dreaptă care are urma orizontală în punctul $H_1$ ($h_1$, $h_1'$). Proiecțiile orizontale $h$ și $h_1$ ale urmelor dreptelor concurente determină urma orizontală a planului $R$ care taie în proiecție orizontală baza piramidei în punctele *1* și *2*, iar în proiecție verticală în punctele *1'* și *2'*. Secțiunea realizată în piramidă prin planul $R$ care trece prin vîrful $S$ și bază este un triunghi (în proiecție orizontală triunghiul *1s2* iar în proiecție verticală triunghiul *1's'2'*). Se obțin în planul orizontal punctele de intersecție $\alpha$ și $\beta$ și în planul vertical $\alpha'$ și $\beta'$.

#### 4.1.2.3. PROBLEME DE REZOLVAT

1) Prisma dreaptă triunghiulară din figura 4.19 este intersectată de o dreaptă de front. Se cere să se stabilească punctele de intersecție.

*Indicație :* Se folosește un plan auxiliar de front.

2) Prisma dreaptă cu baza pătrată din figura 4.20 este intersectată de o dreaptă de poziție oarecare. Să se stabilească punctele de intersecție.

3) Idem pentru prisma hexagonală din figura 4.21.

4) Piramida dreaptă cu baza triunghiulară din figura 4.22 este intersectată de o frontală. Să se stabilească punctele de intersecție dintre dreapta de front și poliedru

5) Figura 4.23 reprezintă o piramidă dreaptă intersectată de o dreaptă verticală. Se cere stabilirea punctului de intersecție al dreptei $D$ cu piramida respectivă.

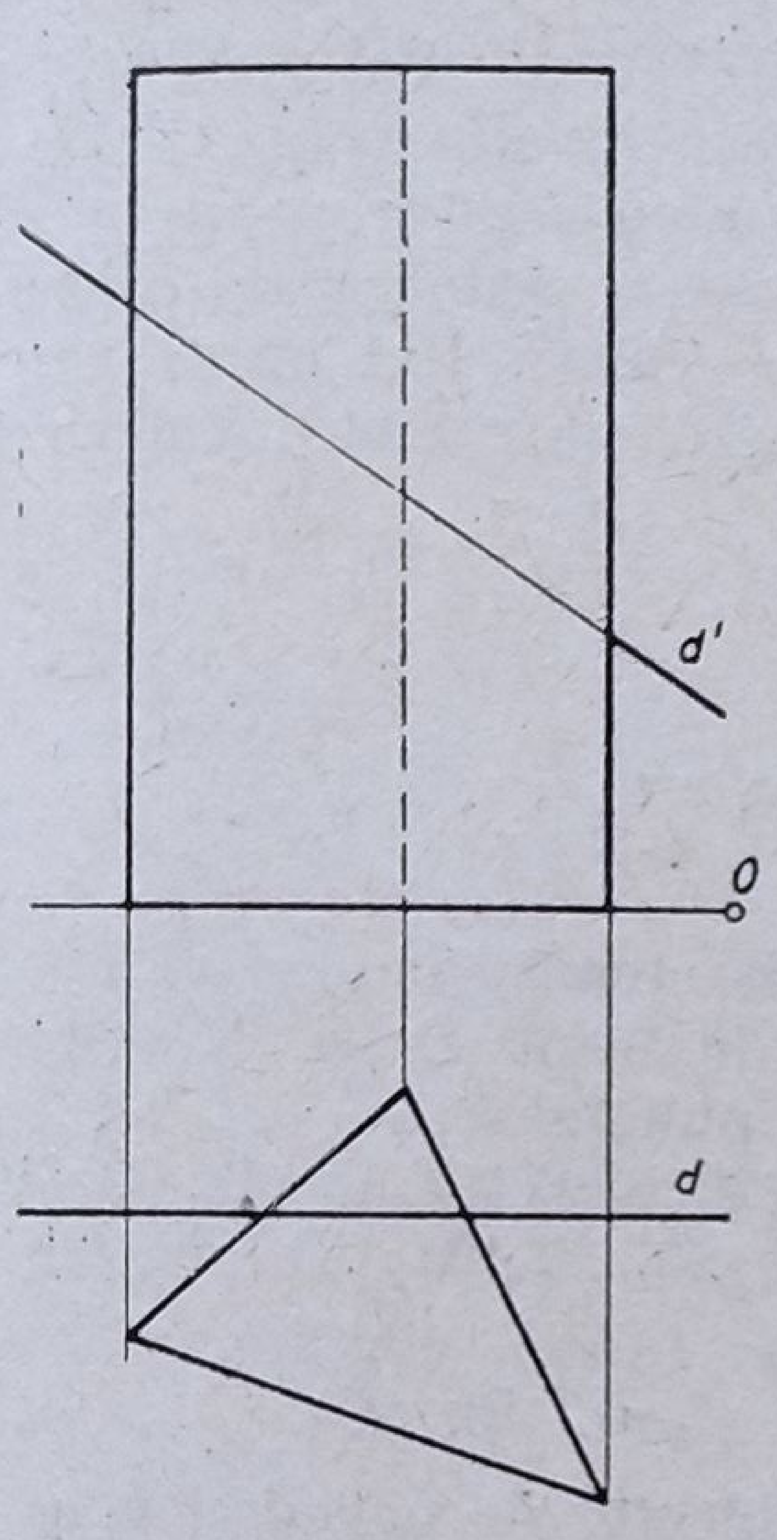
6) Piramida dreaptă hexagonală din figura 4.24 este intersectată de o dreaptă de nivel. Se cere să se afle punctele de intersecție dintre dreapta de nivel și piramidă.

*Indicație* : Se folosește ca plan auxiliar planul de nivel $H_1$, care conține dreapta de nivel.

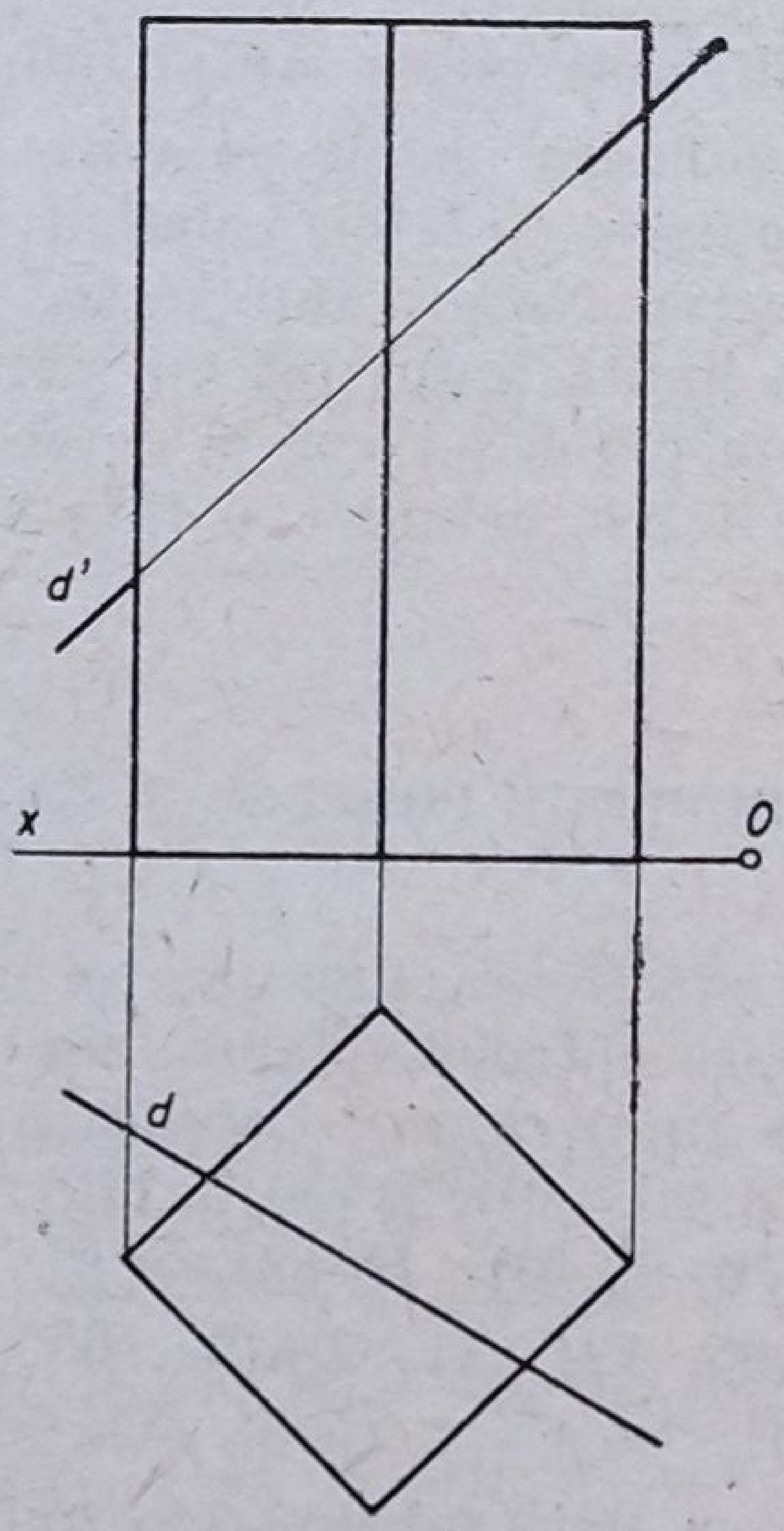
## 4.1.3. INTERSECȚII DE POLIEDRE

### 4.1.3.1. GENERALITĂȚI

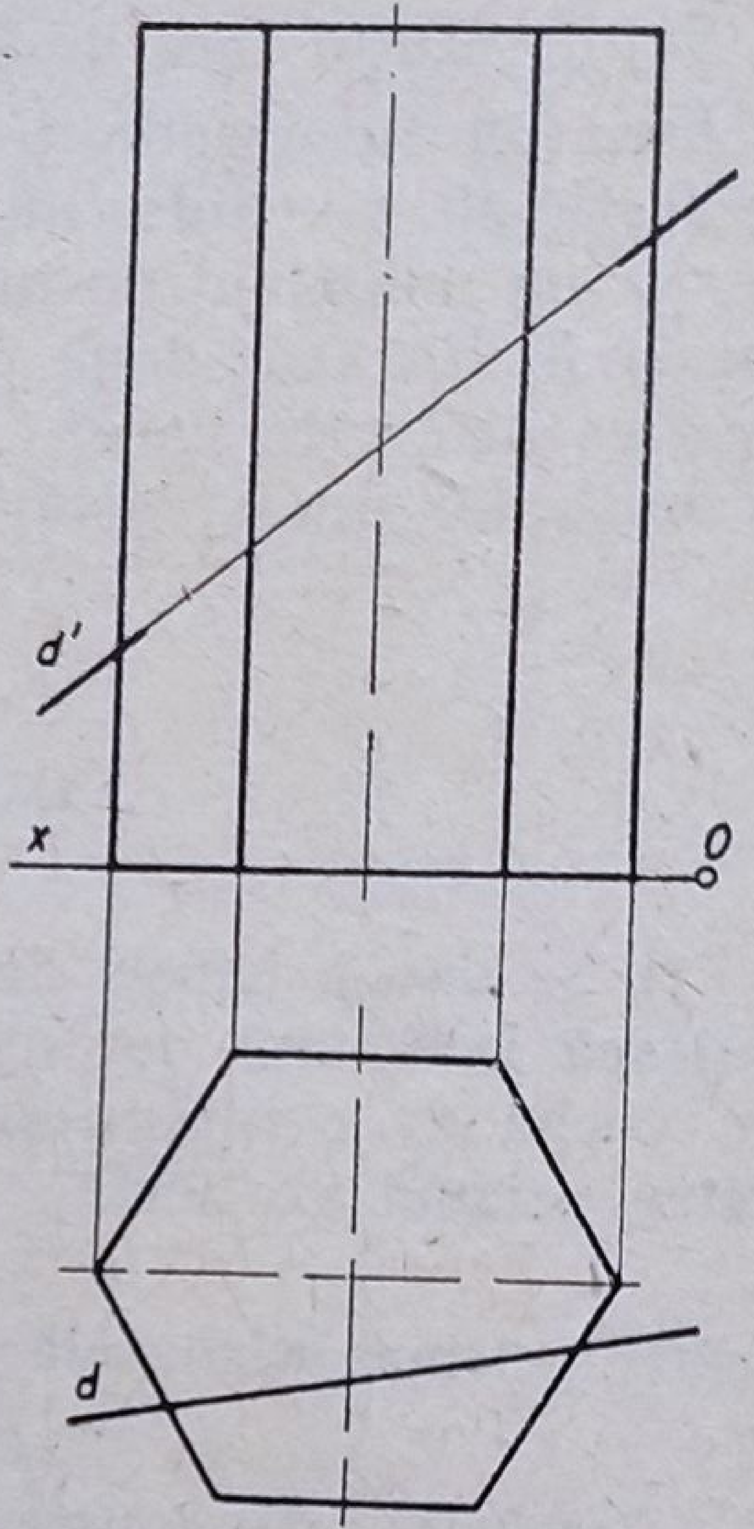
Două poliedre se intersectează după un poligon strîmb sau după două poligoane plane sau strîmbe. Poligoanele plane sau strîmbe provin din intersecția muchiilor unui poliedru cu fețele sau muchiile celuilalt poliedru și reciproc.



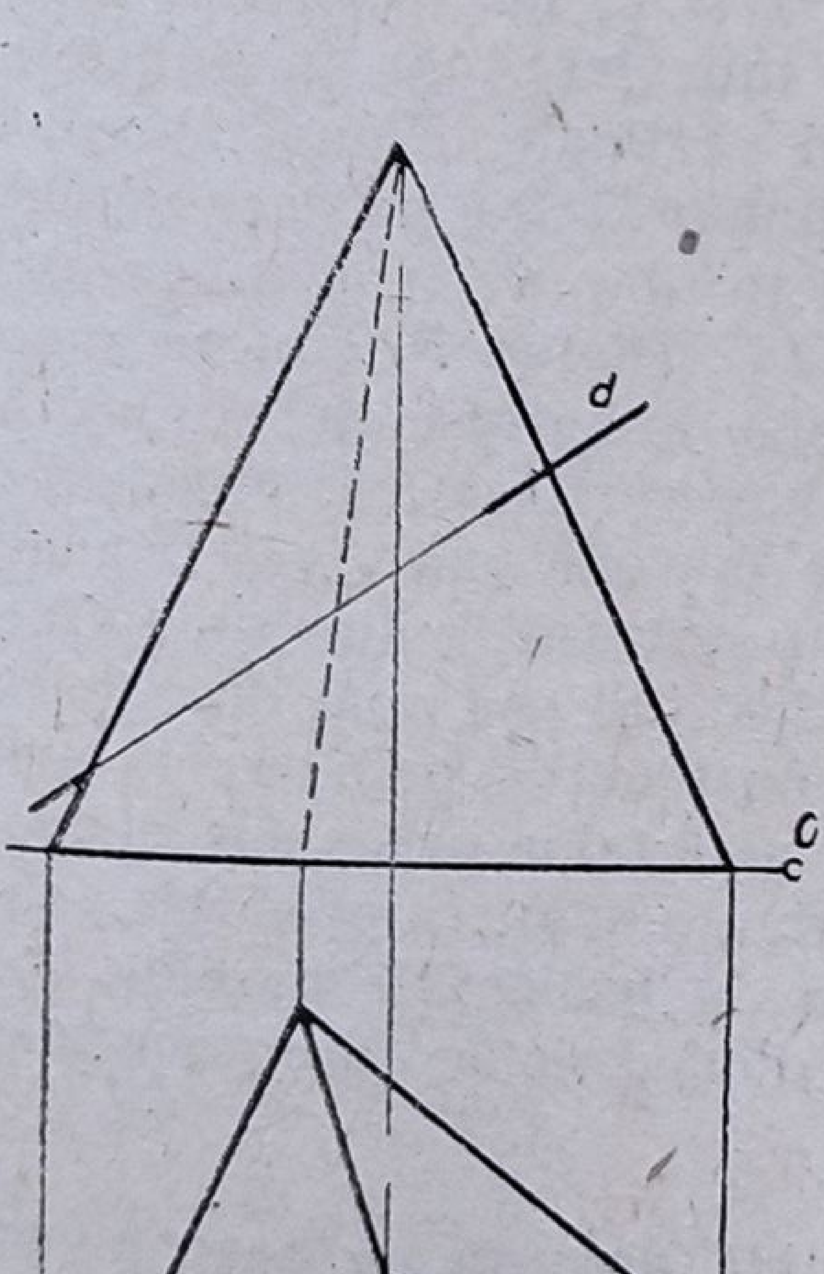

19



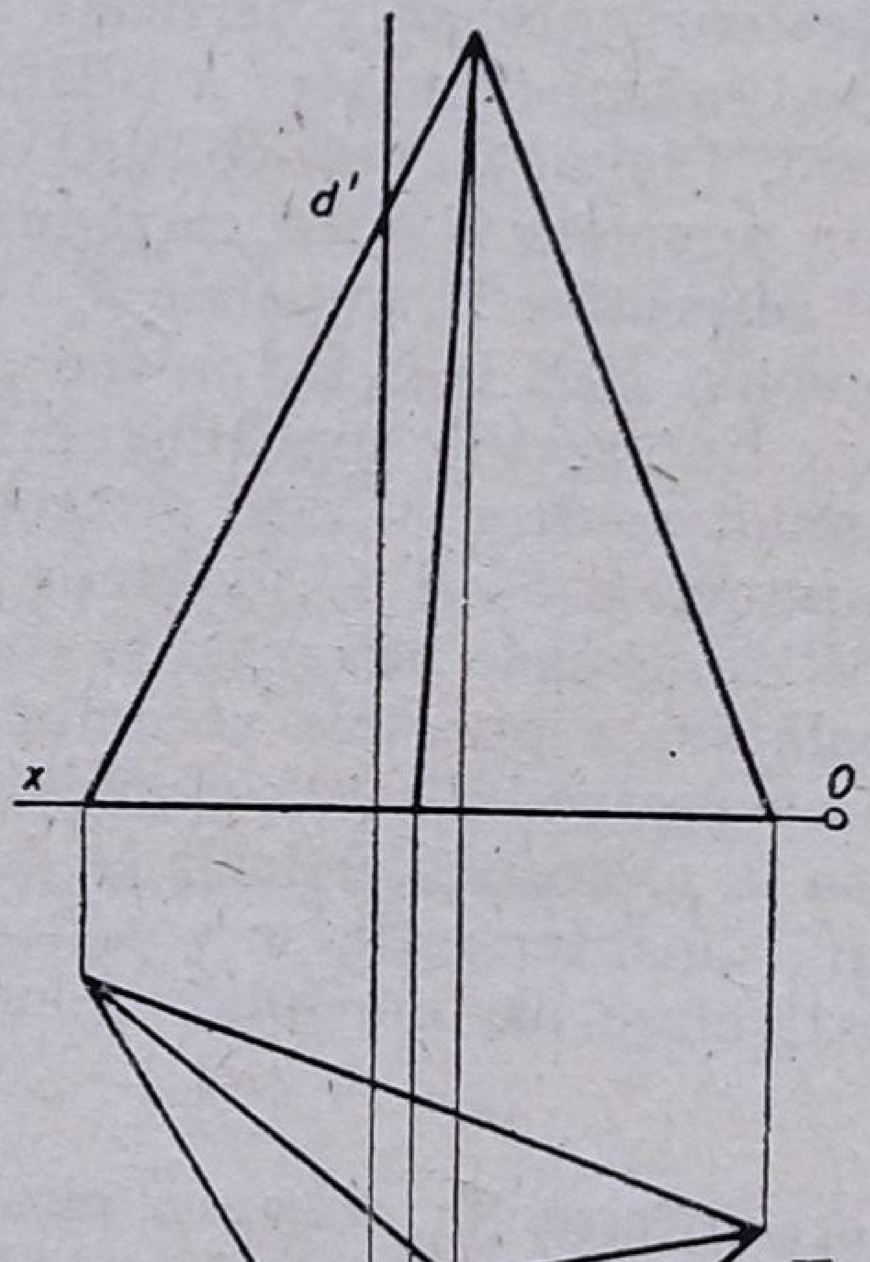

20



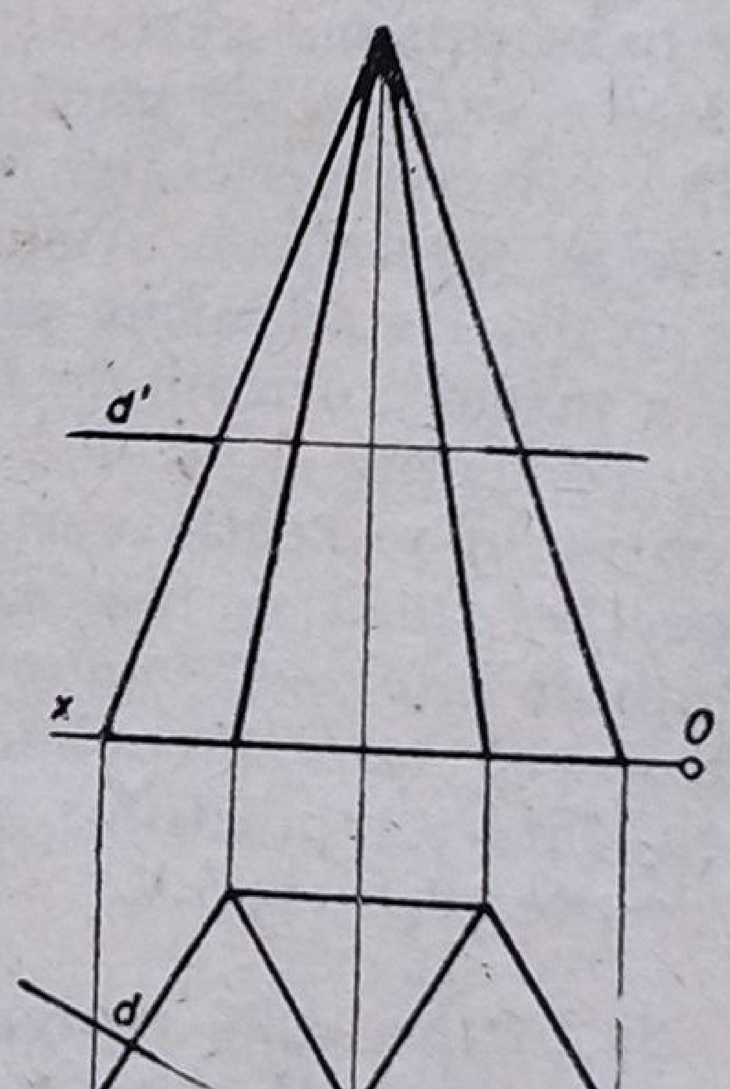

21




22




23




24

Fig. 4.19. Fig. 4.20. Fig. 4.21. Fig. 4.22. Fig. 4.23. Fig. 4.24. (probleme de rezolvat).

Dacă cele două poliedre se intersectează după un poligon strîmb, intersecția este o *rupere*.

Dacă rezultă însă două poligoane plane sau strîmbe, intersecția este o *pătrundere*.

Dealtfel intersecția unui poliedru cu alt poliedru constă în aflarea punctelor de intersecție ale muchiilor unui poliedru cu fețele celuilalt și unirea acestor puncte pentru a se forma poligonul de intersecție. Natura intersecției se poate stabili prin utilizarea *planelor limită*. Cele două plane limită împreună cu altele auxiliare sînt plane secante care trec deci prin baze*. Aceste plane servesc la determinarea punctelor de intersecție ale muchiilor unui poliedru cu fețele celuilalt și invers.

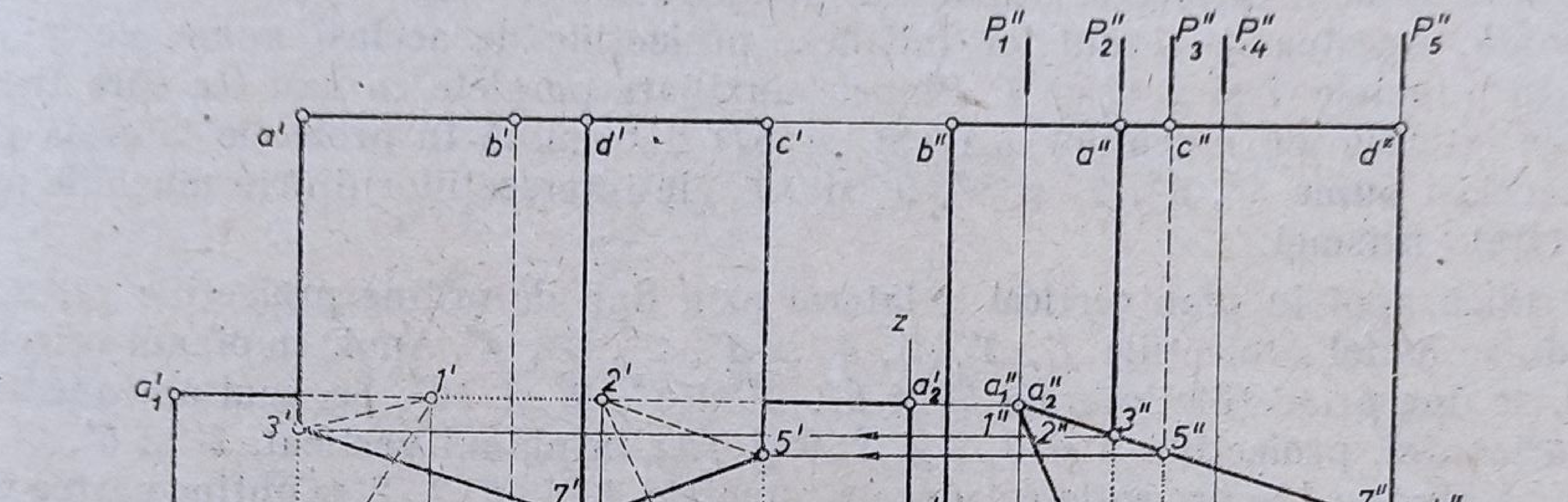
### 4.1.3.2. PROBLEME PROPUSE ȘI REZOLVATE

1) Se dau prismele drepte din figura 4.25 care se intersectează. Se cere să se construiască poligonul de intersecție întrucît planele limită de front $P_1$ și $P_5$ arată că este vorba de o intersecție de tipul *rupere*. Coordonatele punctelor:
pentru prisma verticală: $A$ (76, 25, 110); $B$ (50, 5, 110); $C$ (20, 32, 110); $D$ (42, 60, 110);
$A_0$ (76, 25, 0); $B_0$ (50, 5, 0); $C_0$ (20, 32, 0); $D_0$ (42, 60, 0).
pentru prisma orizontală: $A_1$ (95, 12, 82); $B_1$ (95, 65, 65); $C_1$ (95, 40, 27).
$A_2$ (0, 12, 82); $B_2$ (0, 65, 65); $C_2$ (0, 40, 27).

*Rezolvare:* Se construiesc cu linie subțire cele trei proiecții ale poliedrelor ce se intersectează. Se duc planele limită $P_1$ și $P_5$ care așa cum s-a mai arătat stabilesc natura intersecției, și anume: *rupere*. Planul de front $P_1$ care conține muchia $A_1A_2$ taie în proiecție orizontală baza $a_0$ $b_0$ $c_0$ $d_0$ în punctele *1* și *2*, iar în planul vertical liniile de ordine duse intersectează proiecția verticală a muchiei $A_1A_2$ în punctele *1'* și *2'*. Planul de front $P_2$ conține muchia $AA_0$ a prismei verticale. Planul $P_3$ conține muchia $C_0C$ a prismei verticale. Planul $P_4$ care conține muchia $C_1C_2$ a prismei orizontale taie baza prismei verticale în punctele *9* și *10*, care duse în plan vertical intersectează proiecția verticală a muchiei respective în punctele *9'* și *10'*. Planul $P_5$ conține muchia $D_0D$ a prismei verticale. Muchiile $B_0B$ și $B_1B_2$ nu iau parte la intersecție. Cu ajutorul proiecției laterale se urmăresc intersecțiile muchiilor prismei verticale cu fețele prismei orizontale. Astfel, urma planului de front $P_2$ în proiecție laterală taie baza triunghiulară a prismei orizontale în punctele *3"* și *4"*, de unde cu ajutorul liniilor de ordine se obțin proiecțiile *3*, *4* și *3'*, *4'* în planele orizontal și vertical. Și așa mai departe pînă se obțin în proiecție verticală toate punctele necesare construcției poligonului strîmb respectiv. Dacă se ține seama de vizibilitatea muchiilor și fețelor prismelor poligonul strîmb de intersecție va arăta în proiecție verticală ca în figura 4.25. În proiecția orizontală și cea laterală poligonul de intersecție se confundă cu proiecțiile bazelor. Acest lucru datorită pozițiilor particulare ale muchiilor celor două prisme (drepte verticale și drepte de capăt).

2) Figura 4.26 reprezintă intersecția dintre o piramidă dreaptă cu baza patrulateră cu o prismă dreaptă cu baza triunghiulară, avînd muchiile paralele cu axa $Ox$. Intersecția este o rupere. Se cere să se construiască poligonul strîmb în proiecție orizon-

* În cazul intersecției a două prisme, planele auxiliare se duc prin muchii, paralele cu cele două direcți ale muchiilor.
În cazul intersecției a două piramide, planele auxiliare se duc prin muchii și prin dreapta ce unește vîrfurile celor două piramide.
În cazul intersecției dintre o prismă și o piramidă, planele auxiliare se duc prin muchii, paralele cu direcția muchiilor prismei (deci prin paralela dusă la muchiile prismei prin vîrful piramidei).




25

Fig. 4.25. Intersecţia unei prisme drepte verticale cu o prismă dreaptă orizontală (rupere).

tală și verticală. Coordonatele punctelor bazei și vîrfului piramidei: $A$ (105, 32, 0); $B$ (82, 5, 0); $C$ (55, 43, 0); $D$ (95, 70, 0); $S$ (76, 38, 105). Coordonatele muchiilor prismei: $A_1$ (128, 25, 47); $A_2$ (33, 25, 47); $B_1$ (128, 67, 33); $B_2$ (33, 67, 33); $C_1$ (128, 46, 18); $C_2$ (33, 46, 18).

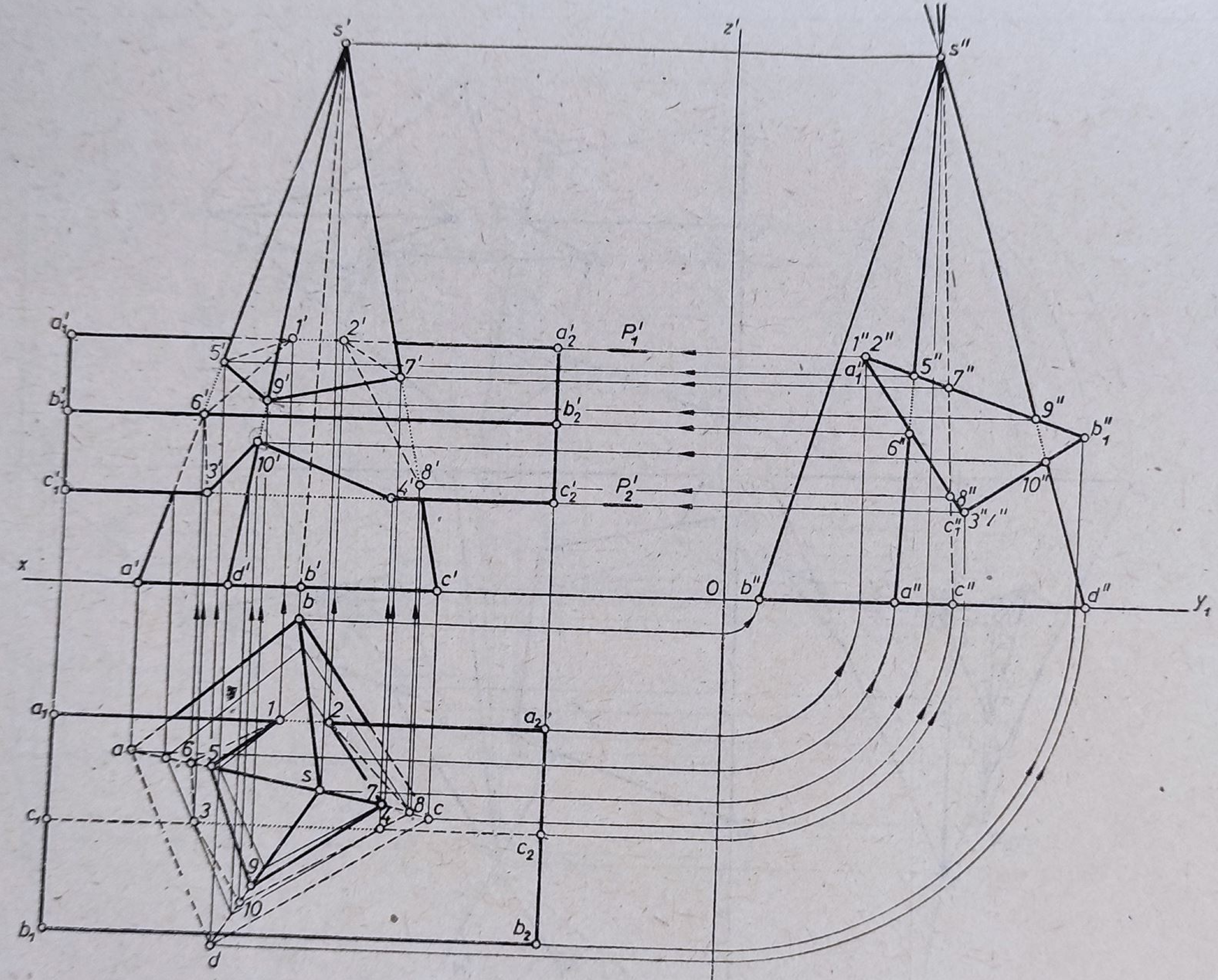
*Rezolvare:* Se trasează cu linie continuă subțire în triplă proiecție ortogonală cele două poliedre care se intersectează. Planele auxiliare de nivel $P_1$ și $P_2$ duse prin muchiile prismei determină în proiecție orizontală poligoanele secțiunilor plane corespunzătoare în piramidă. Acestea la rîndul lor întîlnesc proiecțiile de același nume ale muchiilor prismei în punctele *1* și *2*, *3* și *4*. Planele auxiliare paralele cu axa $Ox$ care trec prin proiecțiile laterale ale muchiilor $SA$, $SC$ și $SD$ determină în proiecție laterală proiecțiile de același nume $5''$, $6''$, $7''$ și $8''$, $9''$ și $10''$ ale intersecțiilor dintre muchiile piramidei cu fețele prismei.

Se ridică apoi în plan vertical și lateral prin linii de ordine proiecțiile *1*, *2*, *3*, *4*, obținîndu-se astfel proiecțiile $1'$, $2'$, $3'$, $4'$ și $1''$, $2''$, $3''$, $4''$. Apoi, în planul orizontal și vertical, se duc proiecțiile laterale $5''$ și $6''$, $7''$ și $8''$, $9''$ și $10''$. Se mai obțin astfel: în planul orizontal, proiecțiile *5* și *6*, *7* și *8*, *9* și *10*; în planul vertical, $5'$ și $6'$, $7'$ și $8'$, $9'$ și $10'$. Unindu-se în proiecție orizontală punctele *1*, *5*, *9*, *7*, *2* se obține partea văzută a poligonului strîmb de intersecție iar prin unirea proiecțiilor nevăzute ale punctelor acoperite *6*, *3*, *10*, *4*, *8* cu punctele văzute *1* și *2* se obține partea acoperită a respectivului poligon. În planul vertical se procedează identic, ținîndu-se seama de vizibilitatea fețelor poliedrelor intersectate. În proiecție laterală poligonul strîmb al ruperii este confundat cu proiecția de același nume a prismei.

**3)** Se dau cele două piramide din figura 4.27 care se intersectează. Coordonatele punctelor bazelor și ale vîrfurilor piramidelor: $A$ (100, 45, 0); $B$ (54, 6, 0); $C$ (7, 45, 0); $D$ (60, 80, 0); $S$ (48, 43, 0); $A_1$ (0, 10, 20); $B_1$ (0, 51, 71); $C_1$ (0, 72, 8); $S_1$ (112, 53, 30). Se cere să se construiască poligoanele de intersecție, fiind vorba de o pătrundere.

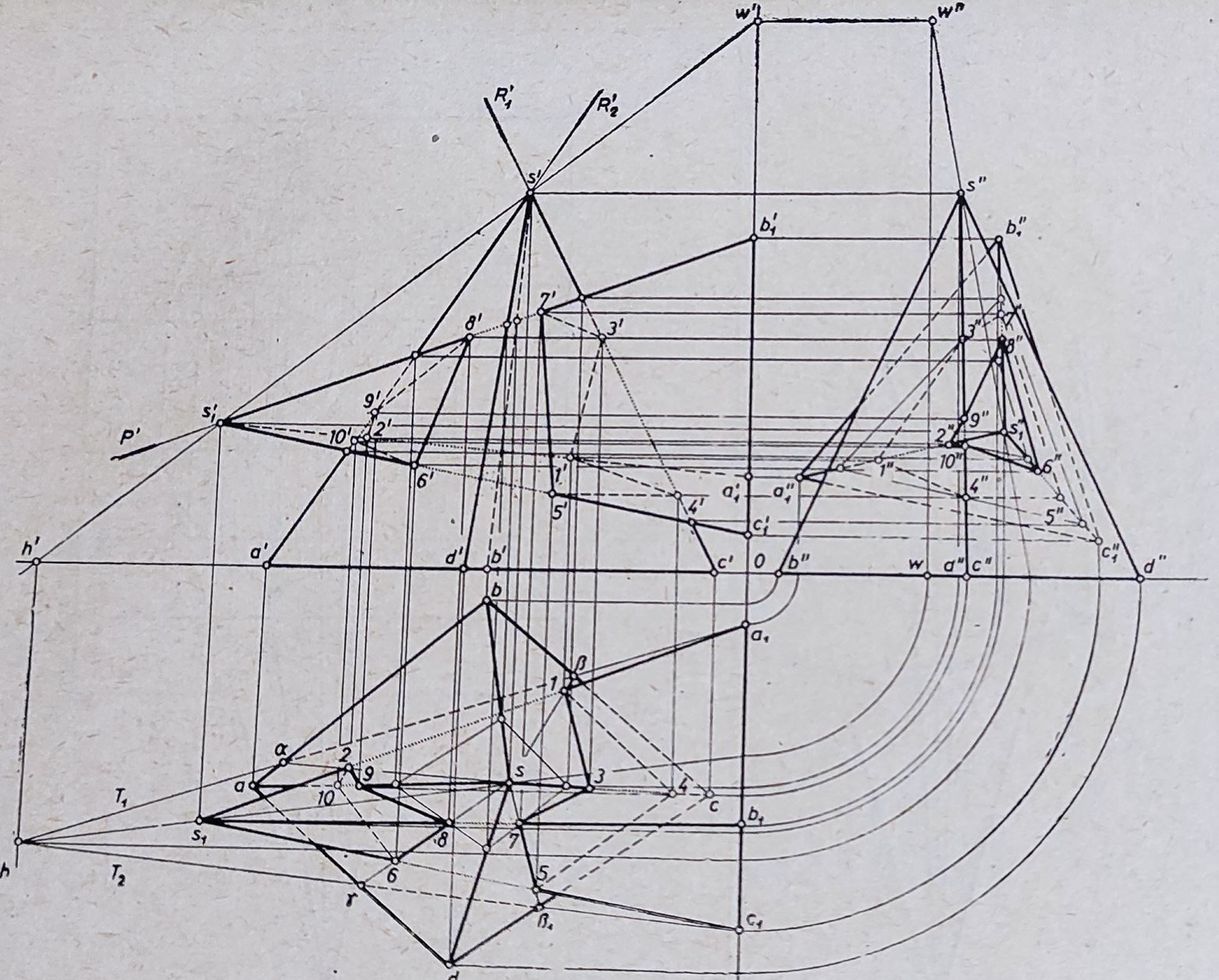
*Rezolvare:* Este necesară reprezentarea piramidelor în triplă proiecție ortogonală.

Planele auxiliare prin care se obțin punctele de intersecție dintre muchiile unei piramide cu fețele celeilalte sînt planele $P'$, $R_1'$, $R_2'$, $T_1$ și $T_2$. Planul de capăt $P'$ determină în proiecție orizontală un patrulater care taie muchia $s_1b_1$ în punctele *7* și *8*. Planele $R_1'$ și $R_2'$ determină în proiecție laterală două poligoane care vor tăia muchia $s''a''$ în punctele $9''$ și $10''$ iar muchia $s''c''$ (confundată cu $s''a''$) în punctele $3''$ și $4''$. Se aduc în planul vertical proiecțiile *7* și *8*, $9''$ și $10''$ și $3''$ și $4''$. Planele $T_1$ și $T_2$ care trec prin bazele și vîrfurile celor două piramide și ale căror urme orizontale pornesc din proiecția orizontală a urmei $H$ sînt planele limită ale intersecției. Acestea stabilesc de la început tipul de intersecție: *pătrundere*. Urma $H$ a fost determinată de dreapta care trece prin cele două vîrfuri ale piramidelor și care este dreapta de intersecție a planelor care trec prin vîrfurile și prin bazele piramidelor. Urmele orizontale ale planelor $T_1$ și $T_2$ taie în plan orizontal piramida $SABCD$ după triunghiurile $\alpha s\beta$ și $\beta_1 s\gamma$. Aceste triunghiuri întîlnesc muchiile $s_1a_1$ și $s_1c_1$ în punctele *1*, *2* și *5*, *6*. Se aduc în planul vertical și în cel lateral proiecțiile punctelor determinate în planul orizontal. Se unesc punctele văzute în proiecția orizontală ale poligonului strîmb din stînga: *2*, *9*, *8*, *6* și cele văzute ale poligonului strîmb din dreapta: *1*, *3*, *7*, *5*. Apoi cu linie întreruptă se unesc vîrfurile care dau laturile nevăzute ale celor două poligoane strîmbe: *6*, *10* *2* și *5*, *4*, *1*. S-au obținut în planul orizontal contururile văzute și acoperite ale celor două poligoane de intersecție. Ținîndu-se seama de vizibilitatea muchiilor și fețelor, se obțin cu ușurință și celelalte două proiecții (verticală și laterală) ale celor două poligoane de intersecție.




26

Fig. 4.26. Intersecţia unei piramide drepte verticale cu o prismă dreaptă orizontală (rupere).



27

Fig. 4.27. Intersecția unei piramide drepte verticale cu o piramidă dreaptă orizontală (pătrundere).

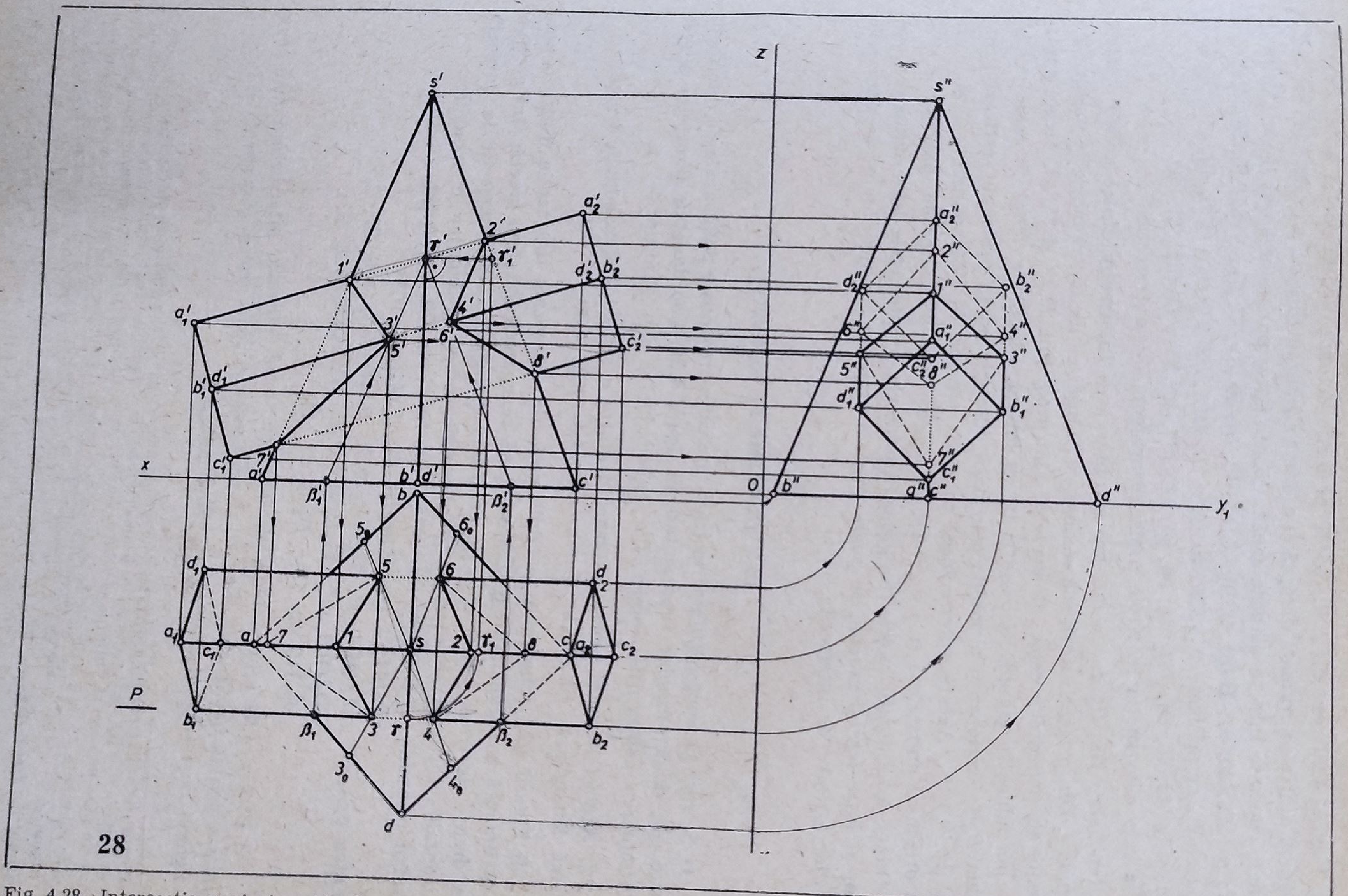


Fig. 4.28. Intersecția unei piramide drepte verticale cu o prismă dreaptă înclinată (pătrundere).

4) Figura 4.28 reprezintă în triplă proiecție ortogonală intersecția sub formă de pătrundere dintre o piramidă dreaptă și o prismă dreaptă cu baza pătrată care are două diagonale cuprinse într-un plan de capăt. Coordonatele punctelor bazei și vîrfului piramidei: $A$ (118, 40, 0); $B$ (81, 2, 0); $C$ (43, 40, 0); $D$ (81, 77, 0); $S$ (81, 40, 94). Coordonatele muchiilor prismei : $A_1$ (136, 40, 37) ; $B_1$ (131, 56, 21) ; $C_1$ (126, 40, 5) ; $D_1$ (131, 23, 21) ; $A_2$ (43, 40, 64) ; $B_2$ (39, 56, 50) ; $C_2$ (34, 40, 33) ; $D_2$ (39, 23, 50).

Se cere construcția în triplă proiecție ortogonală a intersecției.

*Rezolvare :* Din figura de mai sus se observă că intersecția dintre poliedre este *o pătrundere*. Din proiecția verticală se observă că intersecțiile dintre muchiile contururilor aparente ale poliedrelor ce se intersectează sînt proiecțiile *1'*, *2'* și *7'*, *8'*. Aceste puncte sînt apoi aduse în planul orizontal și în cel lateral. Planul de front $P$ care conține muchia $B_1B_2$ secționează piramida prin bază determinînd în proiecție verticală triunghiul $\beta_1' \gamma' \beta_2'$ *. Acesta intersectează proiecția muchiei $b_1' b_2'$ în punctele *3'* și *4'*. În plan orizontal punctele *5* și *6* se găsesc pe aceeași linie de ordine cu punctele *3* și *4*.

Odată determinate în cele trei proiecții punctele de intersecție între muchiile poliedrelor și între fețe și muchii, se poate trece la trasarea contururilor proiecțiilor poligoanelor strîmbe de intersecție.

### 4.1.3.3. PROBLEME DE REZOLVAT

1) Se cere să se construiască în triplă proiecție ortogonală poligoanele de intersecție dintre cele două piramide reprezentate în figura 4.29. Coordonatele punctelor pentru determinarea contururilor proiecțiilor poliedrelor se iau oarecare.

2) Același lucru și pentru intersecția dintre o piramidă hexagonală dreaptă și o prismă hexagonală cu muchii fronto-orizontale (fig. 4.30).

3) Figura 4.31 reprezintă în triplă proiecție ortogonală intersecția dintre o piramidă dreaptă hexagonală dreaptă și o prismă hexagonală ale cărei muchii sînt porțiuni din drepte de front. Se cere să se determine poligoanele de intersecție în proiecție orizontală, verticală și laterală. Coordonatele punctelor bazelor și muchiilor :

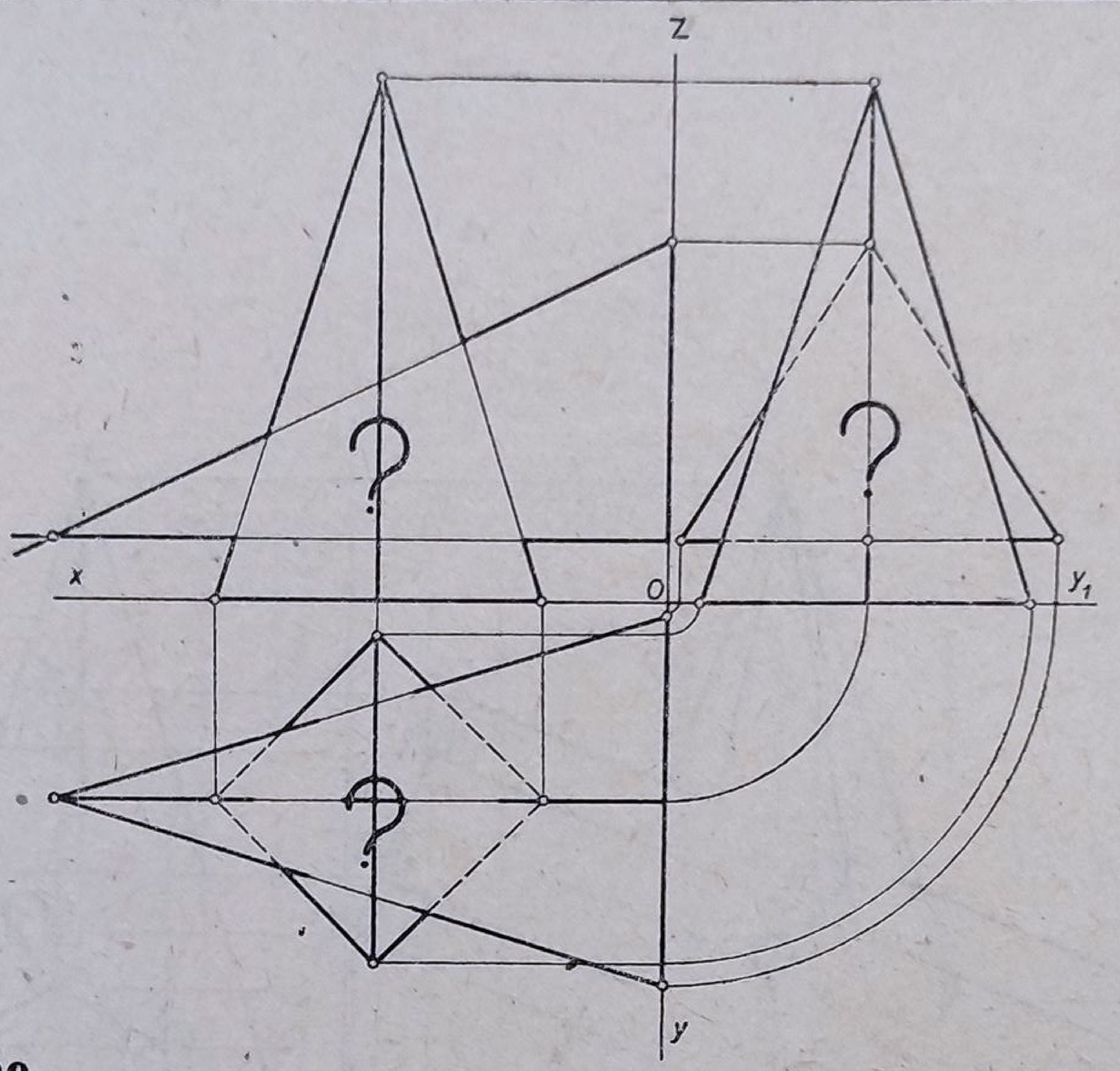
Pentru piramidă : $A$ (101, 38, 0) ; $B$ (82, 72, 0) ; $C$ (41, 72, 0) ; $D$ (21, 38, 0) $E$ (41, 4, 0) ; $F$ (82, 4, 0) ; $S$ (61, 38, 108).

Pentru prismă : $A_1$ (121, 42, 35) ; $B_1$ (117, 57, 27) ; $C_1$ (110, 57, 9) ; $D_1$ (107, 42, 1) ; $E_1$ (110, 26, 9) ; $F_1$ (117, 26, 27). $A_2$ (15 42, 78) ; $D_2$ (1, 42, 44).

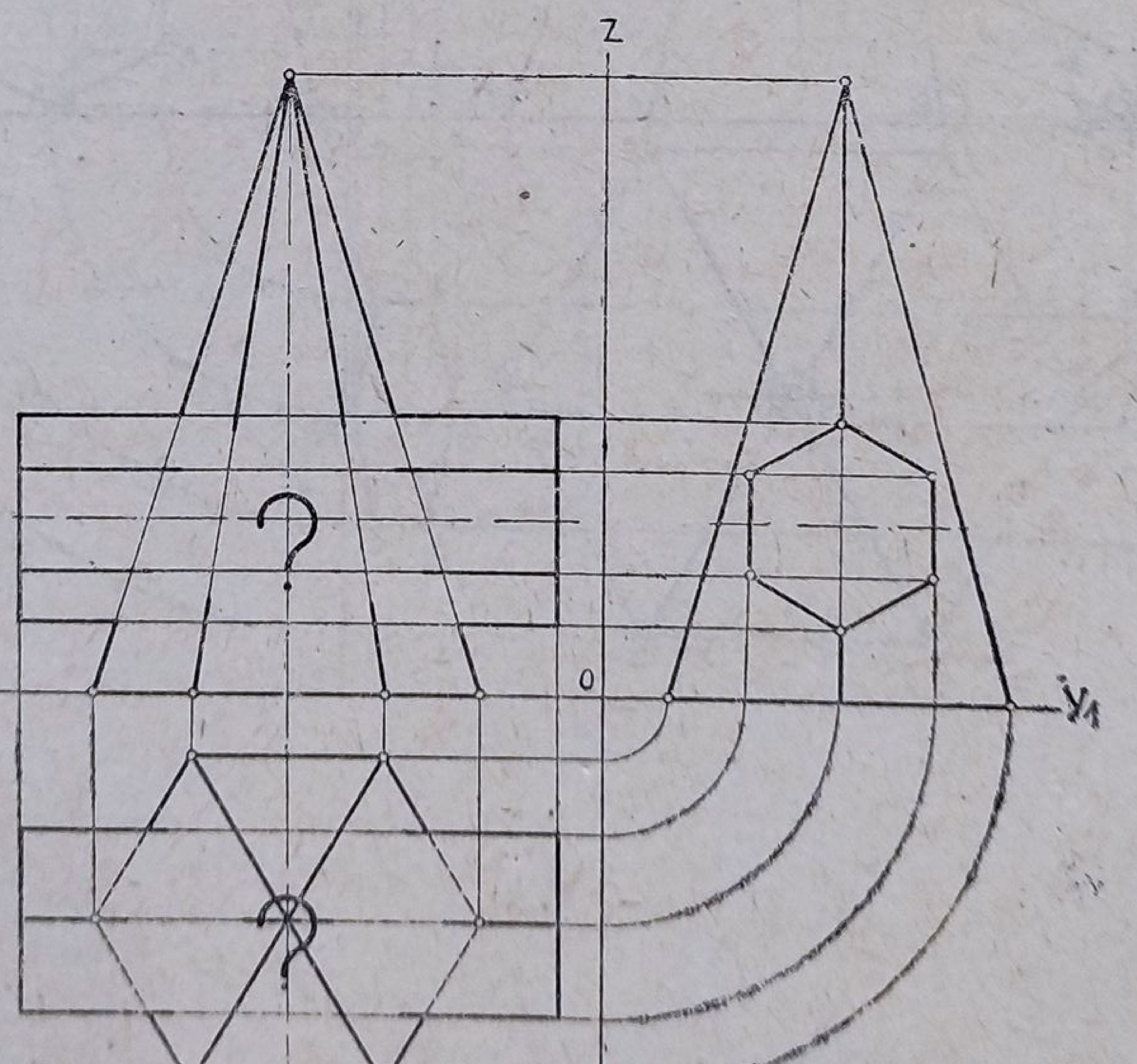
4) Figura 4.32 reprezintă o piramidă cu baza pătrată, intersectată prin bază printr-o prismă hexagonală. Se cere să se construiască în proiecție verticală și laterală poligonul de intersecție dintre cele două poliedre.

---

* Planul secant de front $P$(fig. 4.28) secționează piramida după un triunghi isoscel ale cărei laturi în proiecție orizontală ($\beta_1 \gamma \beta_2$) sînt conținute în urma orizontală a planului de front. Prin rotirea segmentului $S\Gamma$ pe un plan de nivel se obțin proiecțiile $s\gamma_1$ și $s'\gamma_1'$. Apoi, ducîndu-se din $\gamma_1'$ o perpendiculară pe proiecțiile confunate $s'b'$ și $s'd'$ se obține proiecția verticală $\gamma'$. Unindu-se $\gamma'$ cu $\beta_1'$ și $\beta_2'$ de pe conturul bazei piramidei se obține proiecția verticală $\beta_1' \gamma' \beta_2'$ a triunghiului rezultat din secționarea piramidei prin planul de front dat.




**29**




**30**

Fig. 4.29. Fig. 4.30. (probleme de rezolvat.)

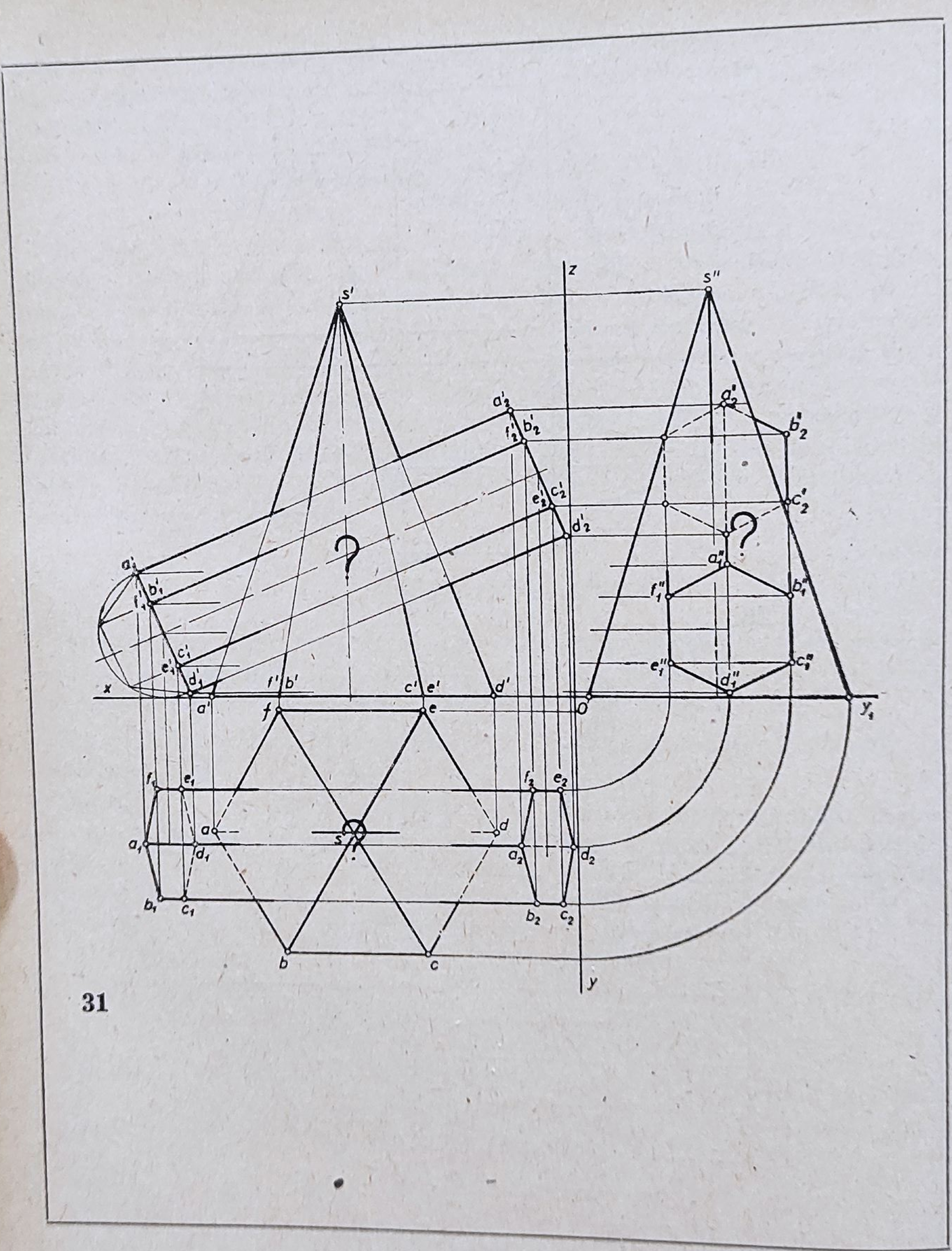
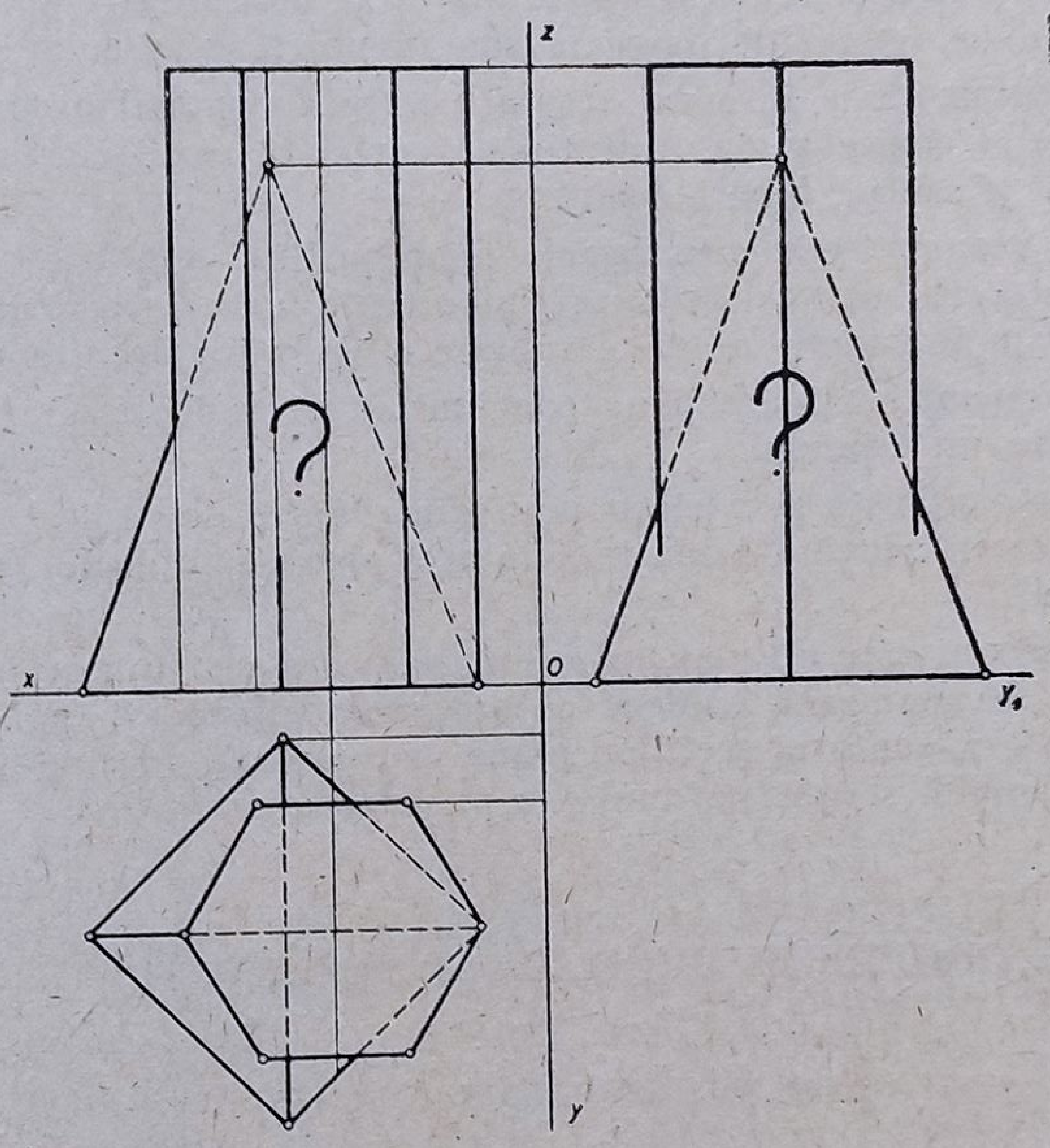



Fig. 4.31 (problemă de rezolvat).




32

Fig. 4.32 (problemă de rezolvat).

# 4.2. REPREZENTAREA CORPURILOR CU SUPRAFEȚE CILINDRICE, CONICE ȘI DE ROTAȚIE. SECȚIUNI PLANE ÎN CORPURI CU SUPRAFEȚE CILINDRICE, CONICE ȘI DE ROTAȚIE

## 4.2.1. GENERALITĂȚI

Ca și în cazul poliedrelor, corpurile cu suprafețe cilindrice, conice și de rotație pot fi secționate de plane în poziție oarecare sau în poziții particulare.

Conturul secțiunii plane în cazul acestor corpuri poate fi o curbă conică în cazul formelor cilindrice și conice sau un alt tip de curbă în cazul corpurilor cu suprafețe de rotație, cum ar fi : torul, hiperboloidul etc.

Dacă planul secant trece prin bazele unei porțiuni limitate dintr-un cilindru, paralel cu generatoarea, conturul secțiunii plane este în această situație un dreptunghi sau un paralelogram în funcție de tipul suprafeței (cilindru drept sau oblic).

Dacă planul secant secționează un con limitat, trecînd prin bază și vîrf, conturul secțiunii plane este un triunghi.

Cînd planul secant este paralel cu unul din planele de proiecție, este evident că secțiunea va apărea în adevărată mărime pe acel plan de proiecție față de care planul secant este paralel.

Cînd planul secant este un plan în poziție oarecare sau proiectant față de un plan de proiecție, este de asemenea evident că secțiunea plană va apărea deformată în proiecție. În acest caz, conturul secțiunii plane va apărea în mărime adevărată în urma unei rabateri a planului secant pe unul din planele de proiecție.

## 4.2.2. PROBLEME PROPUSE ȘI REZOLVATE

### 4.2.2.1. SECȚIUNI PLANE ÎN CILINDRU

1) Cilindrul circular oblic din figura 4.33 este secționat printr-un plan de capăt înclinat cu 20° (față de planul orizontal) și a cărui urmă verticală este reprezentată de traseul de secționare $F-F$. Se cere să se construiască în proiecție orizontală conturul secțiunii plane și separat, deasupra proiecției verticale, conturul secțiunii în adevărata mărime. Coordonatele punctelor prin care se definesc proiecțiile cilindrului : $\Omega$ (130, 48, 0) ; $\Omega_1$ (40, 48, 62) ; $\Gamma$ (156, 48, 0) ; $\Delta$ (104, 48, 0) ; $F_x$ (165, 0, 0).

*Rezolvare :* Conturul secțiunii plane care este o elipsă se construiește în proiecție orizontală cu ajutorul proiecțiilor verticale ale punctelor de intersecție dintre planul secant de capăt și generatoarele conturului aparent al cilindrului. Astfel, din proiecțiile verticale $a'$, $b'$ și $c'$, $d'$ (confundate) se duc linii de ordine în planul orizontal și se obțin pe proiecția orizontală a cilindrului proiecțiile $a$, $b$, $c$ și $d$.

Cunoscîndu-se proiecțiile axelor elipsei, se construiește curba secțiunii plane printr-una din construcțiile cunoscute sau folosindu-se o serie de puncte ce se obțin în proiecție orizontală cu ajutorul planelor auxiliare de front secante $P_1 \ldots P_n$.

Planele auxiliare de front, trasate la depărtări diferite prin bazele cilindrului reprezentat în figura 4.33, determină secțiuni plane limitate de generatoare și baze. Rezultă deci în cele două proiecții perechi de drepte de front paralele cu generatoarele de contur.

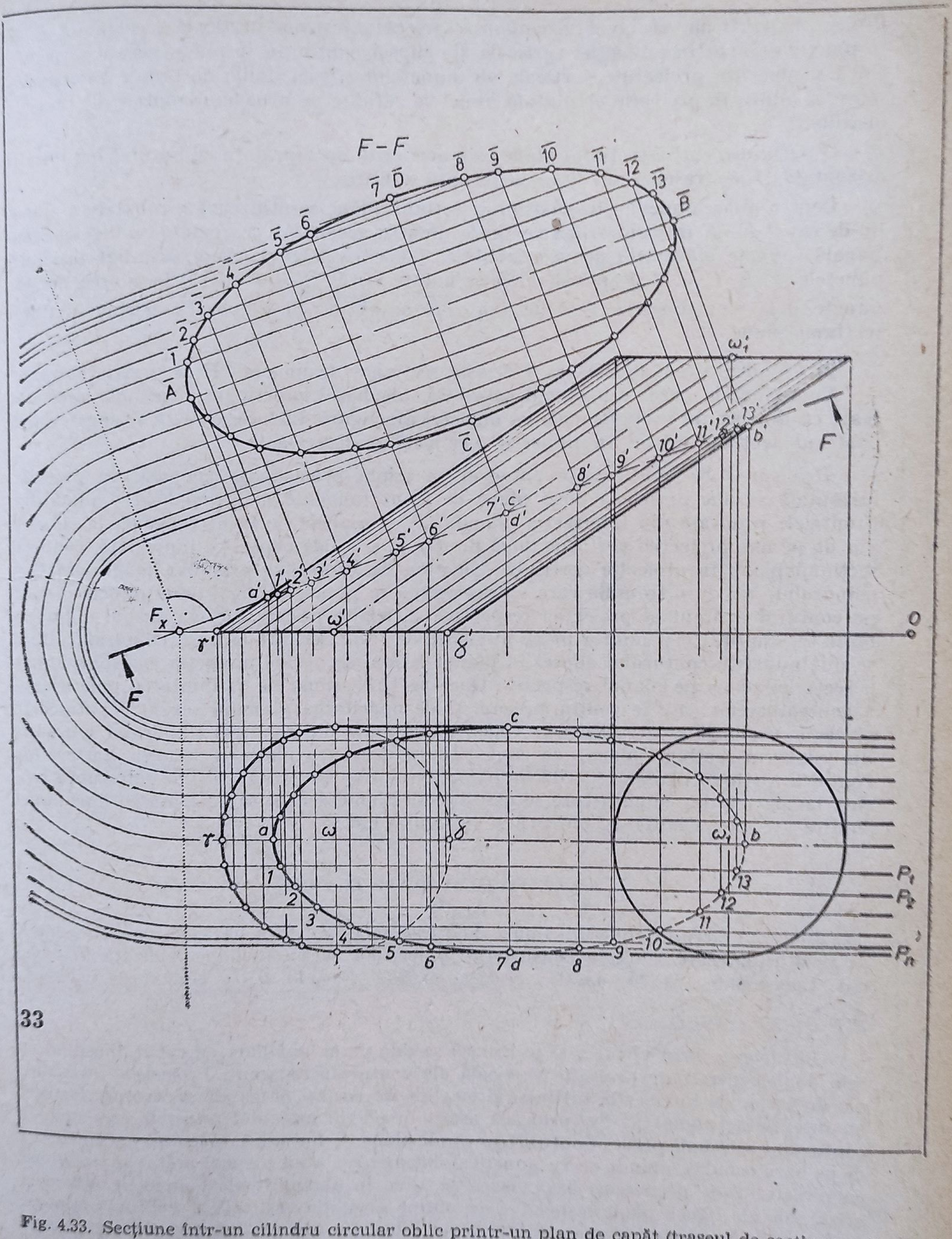



Fig. 4.33. Secţiune într-un cilindru circular oblic printr-un plan de capăt (traseul de secţionare *F—F*).

Proiecţiile verticale ale generatoarelor intersectează urma verticală a planului $F-F$ în puncte ce aparţin proiecţiei verticale ale elipsei, conţinută în planul secant respectiv. Dacă se duc din proiecţiile verticale ale punctelor elipsei liniile de ordine corespunzătoare, se obţin în proiecţie orizontală punctele situate pe urmele orizontale ale planelor auxiliare.

O parte din curba secţiunii plane este acoperită de suprafaţa cilindrului în proiecţie orizontală şi se trasează cu linie întreruptă subţire.

Pentru aflarea adevăratei mărimi a secţiunii plane se utilizează o rabatere a planului de capăt $F-F$ în jurul urmei verticale. Pentru aceasta se reprezintă cu linie convenţională (puncte alăturate) urma orizontală şi urma rabătută. Apoi, se rabat mai întîi punctele $A$, $B$, $C$ şi $D$ şi apoi şi celelalte notate cu *1*, *2*, *3*, *4* etc. Prin unirea acestor puncte şi a celor simetrice faţă de axa $\overline{AB}$ se obţine în adevărată mărime conturul secţiunii plane.

**2)** Cilindrul drept din figura 4.34 este secţionat de un plan $P$ de poziţie oarecare. Coordonatele bazei din planul orizontal, ale bazei superioare şi ale planului sînt luate cu dimensiuni proporţionale cu modelul din figura 4.34. Se cere să se construiască conturul secţiunii plane în proiecţie verticală şi laterală.

*Rezolvare:* Se construieşte cilindrul în triplă proiecţie ortogonală. În proiecţie orizontală se duc urmele a două plane de front tangente la cercul bazei cilindrului. Frontalele rezultate din intersecţia planului $P$ cu planele de front tangente la cilindru vor da pe axa proiecţiei verticale două puncte $a'$ şi $b'$ ale elipsei ce reprezintă conturul secţiunii plane în proiecţie verticală. Un plan de front, dus prin axa longitudinală a cilindrului, va da o frontală care va determina în planul vertical două puncte $c'$ şi $d'$ pe conturul aparent al proiecţiei respective. Celelalte puncte ale conturului elipsei se obţin cu ajutorul mai multor plane auxiliare de front secante la baza cilindrului. Dacă se duc punctele conturului elipsei în planul lateral se obţine proiecţia corespunzătoare a secţiunii plane pe planul respectiv. Dacă se ţine seama de vizibilitatea punctelor şi a generatoarelor care le conţin, precum şi de opacitatea planului secant $P$, atunci în proiecţie verticală şi laterală se va vedea clar o parte din conturul cilindrului şi o parte din conturul secţiunii plane, ca zonă situată deasupra planului secant. Partea din conturul secţiunii plane acoperită de planul secant se va trasa cu linie întreruptă subţire, iar partea din cilindru care se găseşte sub planul secant se va trasa cu linie-punct subţire aşa cum dealtfel se observă şi în figura 4.34.

### 4.2.2.2. SECŢIUNI PLANE ÎN CON

**3)** Conul circular oblic din figura 4.35 este secţionat prin bază de planul secant $P$ de poziţie oarecare. Se cere construcţia proiecţiilor secţiunii plane realizată în conul dat. Coordonate: $\Omega$ (45, 45, 0); $S$ (110, 85, 95); $P_x$ (145, 0, 0). Unghiurile urmelor: $\widehat{P'P_xO}=35°$; $\widehat{PP_xO}=35°$.

*Rezolvare:* Prin vîrful $S$ şi prin bază se duc plane auxiliare de capăt, începînd cu cele două generatoare proiecţie verticală ale conturului aparent. Proiecţiile orizontale ale dreptelor de intersecţie întîlnesc proiecţiile de acelaşi nume ale generatoarelor care au intersectat planul $P$. Se formează astfel în planul orizontal punctele care aparţin conturului secţiunii plane. Conturul secţiunii plane se formează începînd cu punctul *1* de pe baza conului, unindu-se cu punctele obţinute aşa cum s-a mai arătat şi terminînd cu punctul *2* de pe aceeaşi bază. Dacă se aduc în planul vertical punctele proiecţiei orizontale ale figurii plane respective, se obţine proiecţia verticală a secţiunii amintite. În figura 4.35 s-a considerat îndepărtată porţiunea din con de deasupra planului secant.

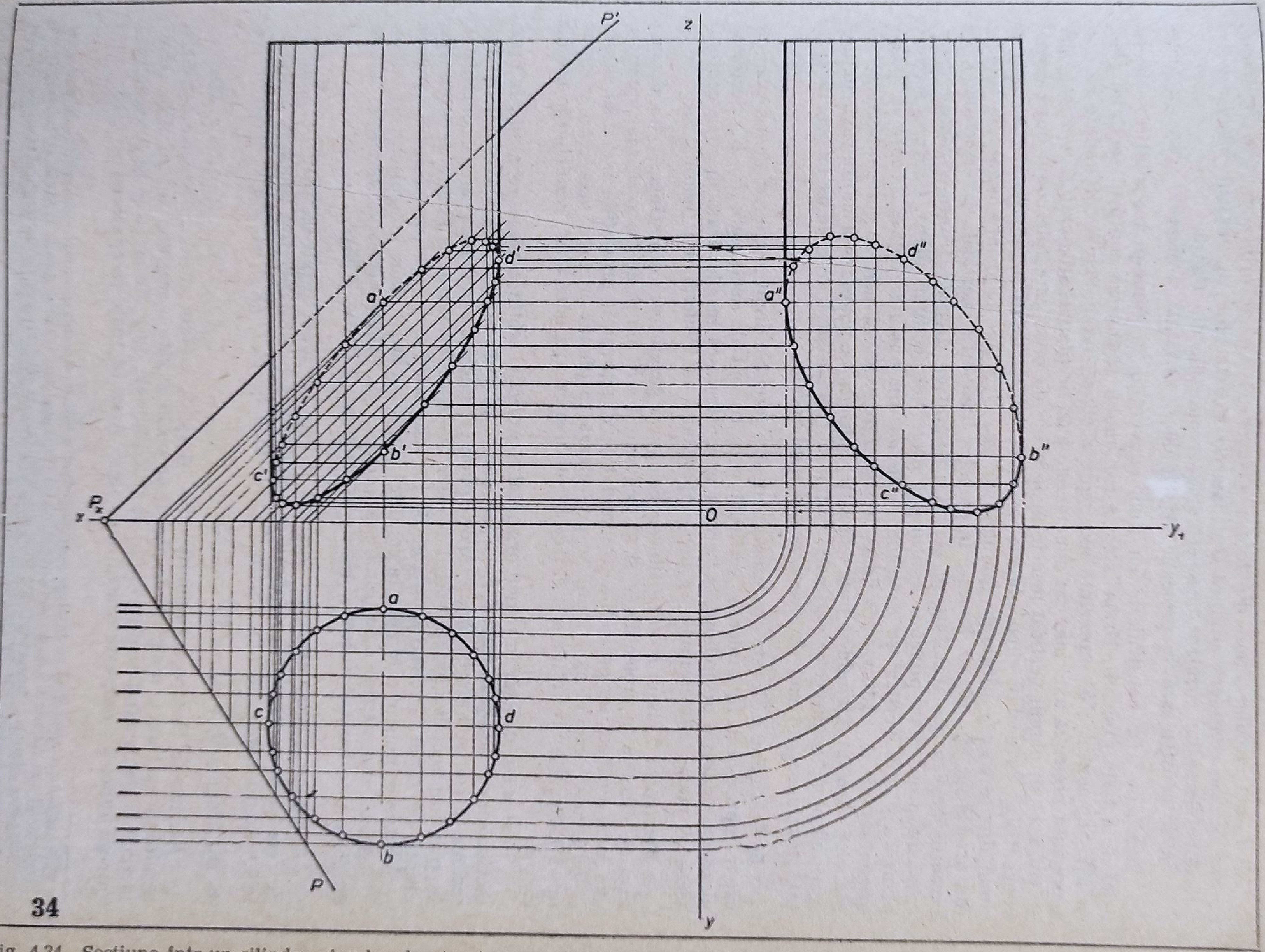



Fig. 4.34. Secţiune într-un cilindru circular drept printr-un plan de poziţie oarecare (problemă).

4) Conul circular drept din figura 4.36 este secționat printr-un plan $R$, paralel cu axa $Ox$. Se consideră originea $O$ a axei $Ox$ situată chiar în centrul bazei conului. Coordonatele se iau arbitrar, respectîndu-se proporțiile din figură.

Să se construiască în proiecție orizontală și verticală proiecțiile secțiunii plane.

*Rezolvare:* Se construiește cu linie convențională (linie-punct subțire) conturul celei de a treia proiecții. Urma laterală a planului $R$ conține conturul secțiunii plane ($a''b''$). Segmentul $a''b''$ reprezintă axa mare a elipsei iar punctele confundate $c''$ și $d''$ reprezintă proiecția axei mici. Se aduc aceste axe în planul orizontal și vertical, apoi se trasează în planul vertical urmele unor plane de nivel care taie conul după cercuri concentrice. În același timp, planele de nivel intersectează planul paralel cu axa $Ox$ după drepte fronto-orizontale (paralele cu axa $Ox$). Aceste fronto-orizontale se aduc din urmele lor, din planul lateral, la planele orizontal și vertical. Intersecțiile dintre cercurile concentrice rezultate în planul orizontal cu dreptele fronto-orizontale determină în acest plan punctele conturului proiecției secțiunii plane. Conturul secțiunii plane în planul vertical se determină ridicînd din punctele elipsei situate în planul orizontal linii de ordine pînă unde acestea intersectează urmele corespunzătoare ale planelor de nivel. Unindu-se punctele astfel obținute, se poate trasa cu ușurință conturul secțiunii plane în proiecție verticală. În figura 4.36 s-a considerat, de asemenea, îndepărtată porțiunea din con de deasupra planului secant.

5) În figura 4.37 este reprezentat un con circular drept secționat de un plan de capăt reprezentat în proiecție verticală prin traseul de secționare $F-F$. Secțiunea plană are conturul unei elipse. Se cere să se construiască în adevărată mărime conturul secțiunii plane. Dimensiunile se iau proporțional cu modelul din figura 4.37.

*Rezolvare:* Traseul $F-F$ întîlnește cele două generatoare din stînga și din dreapta axei de simetrie în proiecțiile $a'$ și $b'$. Segmentul $a'b'$ din proiecția verticală reprezintă axa mare a elipsei, iar proiecțiile (confundate) $c'd'$ reprezintă proiecțiile axei mici, situate la mijlocul proiecției axei mari. Se proiectează în planul orizontal axa mare a elipsei ($a'$, $b'$). Rezultă proiecțiile $a$ și $b$. Același lucru și cu axa mică $c'$ $d'$, rezultînd proiecțiile $c$ și $d$.

Pentru construcția în planul orizontal a proiecției secțiunii plane rezultată în urma secționării conului prin traseul $F-F$, se duc în planul vertical plane auxiliare de nivel secante la con și la traseul $F-F$. Aceste plane secționează conul după cercuri concentrice, iar prin intersectarea lor cu traseul de capăt $F-F$ se formează, ca drepte de intersecție, drepte de capăt. Proiecțiile orizontale ale dreptelor de capăt intersectează cercurile respective în puncte care aparțin conturul eliptic secțiunii plane în proiecție orizontală.

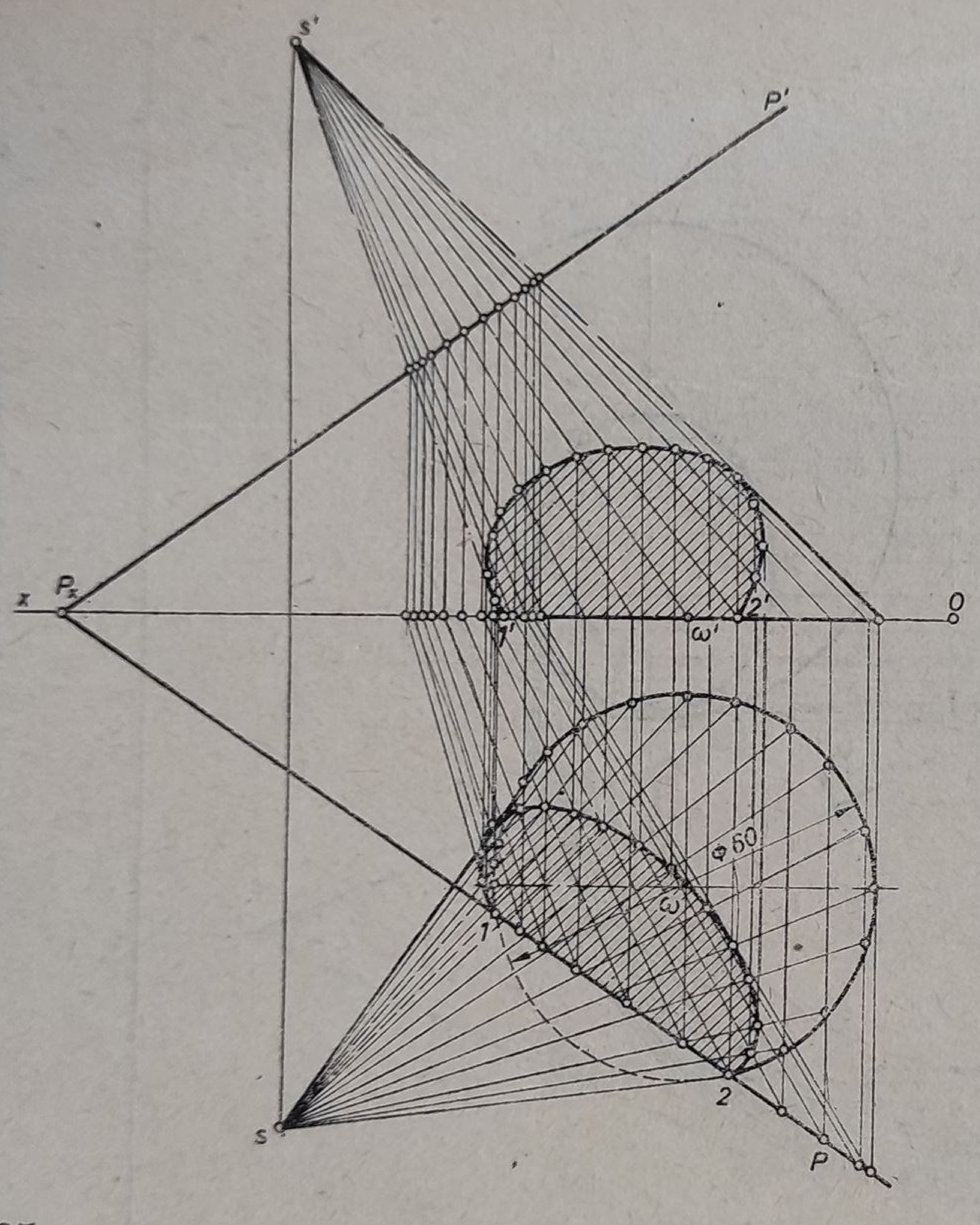
Adevărata mărime a secțiunii care se așază în stînga proiecției verticale, se construiește prin același procedeu descris în problema 1 (v. fig. 4.33).

6) Conul circular oblic din figura 4.38 este secționat printr-un plan de profil $P$. Se cere să se construiască conturul secțiunii plane realizat printr-o secțiune antiparalelă.* Coordonatele: $\Omega$ (55, 45, 0); $S$ (152, 45, 92); $P_x$ (100, 0, 0); $E$ (93, 45, 0); $F$ (17, 45, 0). Unghiuri: $\widehat{s'f'e'} = \widehat{s'd'c'} = \alpha' = 34°$.

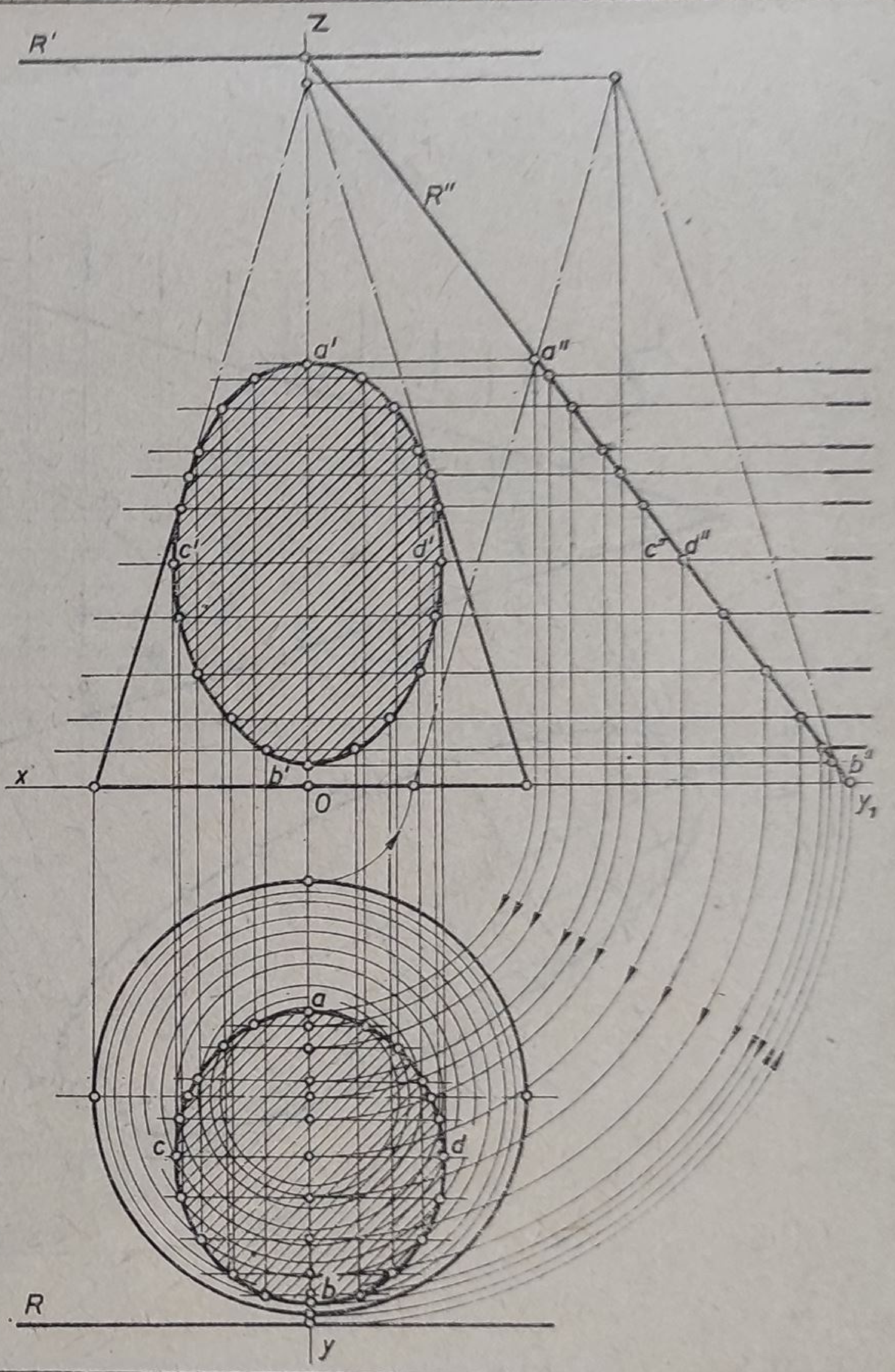
*Rezolvare:* Deoarece unghiurile $s'f'e'$ și $s'd'c'$, notate cu $\alpha'$, sînt egale între ele, rezultă că secțiunea realizată de planul de profil $P$ este o secțiune antiparalelă. Acest lucru este demonstrat și prin faptul că proiectantele duse din $\omega'$ și $\varphi'$ se intersectează într-un punct $\psi'$, care este centrul unei sfere. Aceasta apare în epură ca un cerc.

---

* Prin *secțiune antiparalelă* se înțelege secțiunea realizată într-un con circular oblic printr-un plan proiectant în așa fel încît acesta secționează conul după un cerc. Planul secant trebuie să îndeplinească următoarea condiție: urma verticală $P'P_x$ (fig. 4.38) face cu generatoarea $s'e'$ un unghi $\alpha'$ egal cu unghiu dintre generatoarea $s'f'$ și diametrul $e'f'$.




35




36

Fig. 4.35. Secțiune într-un con circular oblic printr-un plan de poziție oarecare
Fig. 4.36. Secțiune într-un con circular drept printr-un plan fronto-orizontal (problemă).

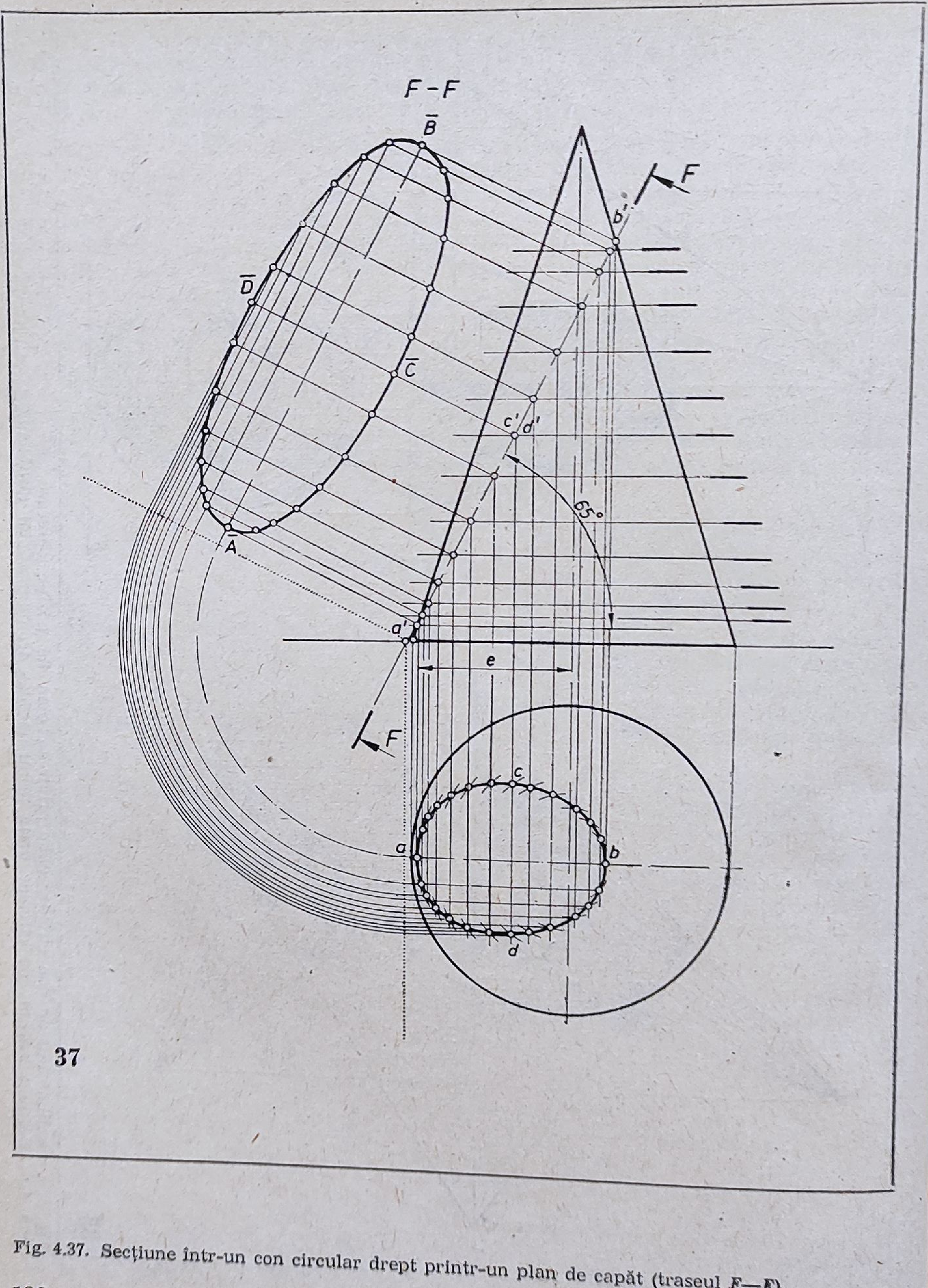
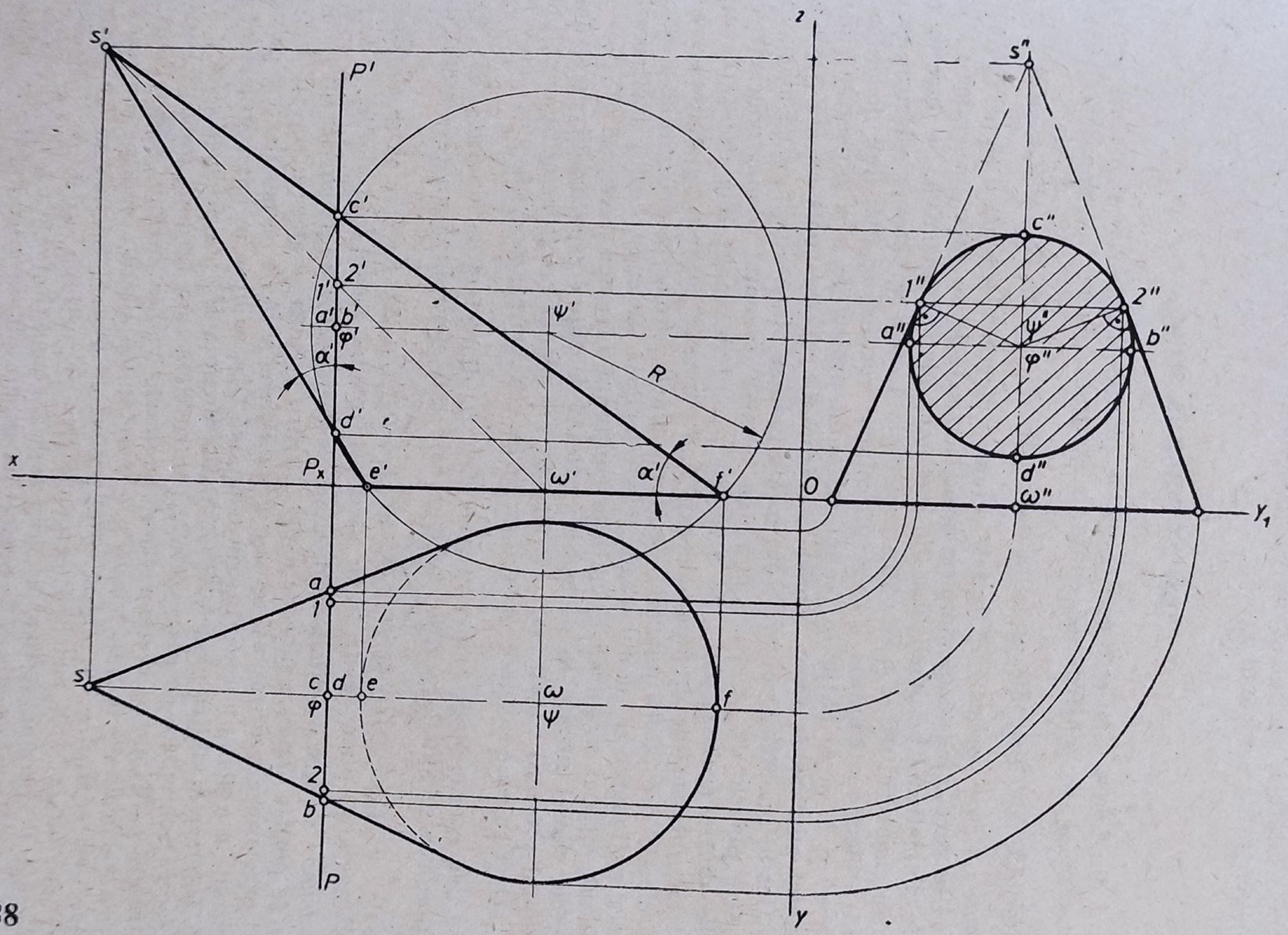



Fig. 4.37. Secțiune într-un con circular drept printr-un plan de capăt (traseul *F—F*).




38

Fig. 4.38. Secţiune antiparalelă într-un con circular oblic printr-un plan de profil (problemă).

În situația aceasta rezultă că sfera intersectează pînza conului după cercuri, unul cu diametrul $CD$ și altul cu diametrul $EF$ (baza conului). În proiecția laterală s-a considerat înlăturată partea superioară a conului și s-a reprezentat îngroșat trunchiul de con rezultat din secțiunea antiparalelă realizată prin planul de profil dat. Se observă că în proiecția laterală, secțiunea antiparalelă apare ca un cerc tangent în punctele $1''$ și $2''$ la generatoarele conului.

### 4.2.2.3. SECȚIUNI PLANE ÎN SFERĂ

**7)** Sfera din figura 4.39 este secționată de planul de capăt $P$ și are diametrul de 80 mm. Se cere să se construiască conturul secțiunii plane. Coordonatele centrului sferei : $\Omega$ (65, 45, 50). Pozițiile planului de capăt : $P_x$ (90, 0, 0) ; $\widehat{P'P_x x}=65°$.

*Rezolvare :* Urma verticală $P'P_x$ taie cercul proiecției verticale a sferei în $a'$ și $b'$. Dacă din $\omega'$ se duce o perpendiculară pe urma verticală $P'$ se obțin proiecțiile $c'd'$ (confundate) ale diametrului perpendicular din secțiunea plană respectivă. Se duce un plan de nivel prin ecuatorul sferei și se obțin proiecțiile a două puncte pe conturul aparent al sferei în proiecție orizontală. Direct din planul vertical se duc linii de ordine ale proiecțiilor $a'$ și $b'$ și se obțin în planul orizontal proiecțiile $a$ și $b$ așezate chiar pe urma planului auxiliar de front. Proiecția orizontală $cd$ este egală cu $a'b'$ (axa mare a elipsei). Restul punctelor elipsei se obțin folosindu-se plane auxiliare de nivel. Intersecțiile dintre planele de nivel cu sfera dau în plan orizontal cercuri concentrice, iar intersecțiile dintre aceleași plane de nivel cu planul de capăt dau drepte de capăt. La rîndul lor, intersecțiile dreptelor de capăt cu cercurile concentrice corespunzătoare dau în proiecție orizontală punctele secțiunii plane. Proiecția orizontală a cercului rezultat din secționarea cu planul secant $P$ este o elipsă așa cum rezultă din figura 4.40, iar în planul vertical secțiunea plană este conținută în urma verticală $P'$.

Punctele elipsei situate în proiecție verticală deasupra ecuatorului sferei dau în plan orizontal proiecții văzute, iar cele situate sub planul ecuatorului apar ca puncte acoperite. Deci curba $cad$ apare văzută iar curba $cbd$ apare acoperită.

**8)** Se dau coordonatele centrului unei sfere cu diametrul de 86 mm : (85, 50, 50). Urmele planului secant de poziție oarecare care taie sfera după un cerc sînt date de urmele sale : $P_x$ (155, 0, 0) și $\widehat{P'P_x O}=40°$ iar $\widehat{PP_x O}=45°$. Se cere să se construiască proiecțiile secțiunii plane realizată în sferă prin planul secant (fig. 4.40).

*Rezolvare :* Se face o schimbare de plan vertical pentru ca planul secant să devină din plan de poziție oarecare plan de capăt. Pentru aceasta se alege noua axă $O_1x_1$ care să treacă prin proiecția orizontală ($\omega$) a centrului sferei și să fie perpendiculară pe vechea urmă orizontală a planului secant. Prin noua axă $O_1x_1$ se duce un plan proiectant (vertical) $R$. Intersecția dintre planele $P$ și $R$ este dreapta $HV$ cu proiecțiile $hv$ și $h'v'$.

Se face o schimbare de plan vertical pentru sferă care în noua proiecție verticală are centrul în $\omega_1'$. Noua proiecție verticală a sferei (trasată cu linie subțire) întîlnește noua urmă verticală $P_1'$ în punctele $a_1'$ și $b_1'$ care sînt proiectate apoi pe noua axă $O_1x_1$ care trece prin centrul $\omega$. Se obțin astfel proiecțiile $a$ și $b$. Segmentul $ab$ reprezintă proiecția orizontală a diametrului perpendicular al secțiunii circulare realizată prin planul secant $P$. În plan vertical îi corespunde segmentul $a'b'$ situat pe proiecția verticală a dreptei de intersecție $HV$. Segmentul $ab$ din planul orizontal devine axa mică a elipsei (care reprezintă în proiecție orizontală secțiunea plană). Proiecțiile confundate $c_1'd_1'$ reprezintă proiecțiile segmentului de capăt $C_1D_1$, rezultat prin schimbarea planului. În plan orizontal, acestui segment îi corespunde proiecția $cd$ drept axă mare a elipsei. Considerîndu-se că axa mare $CD$ în proiecție orizontală aparține unei drepte

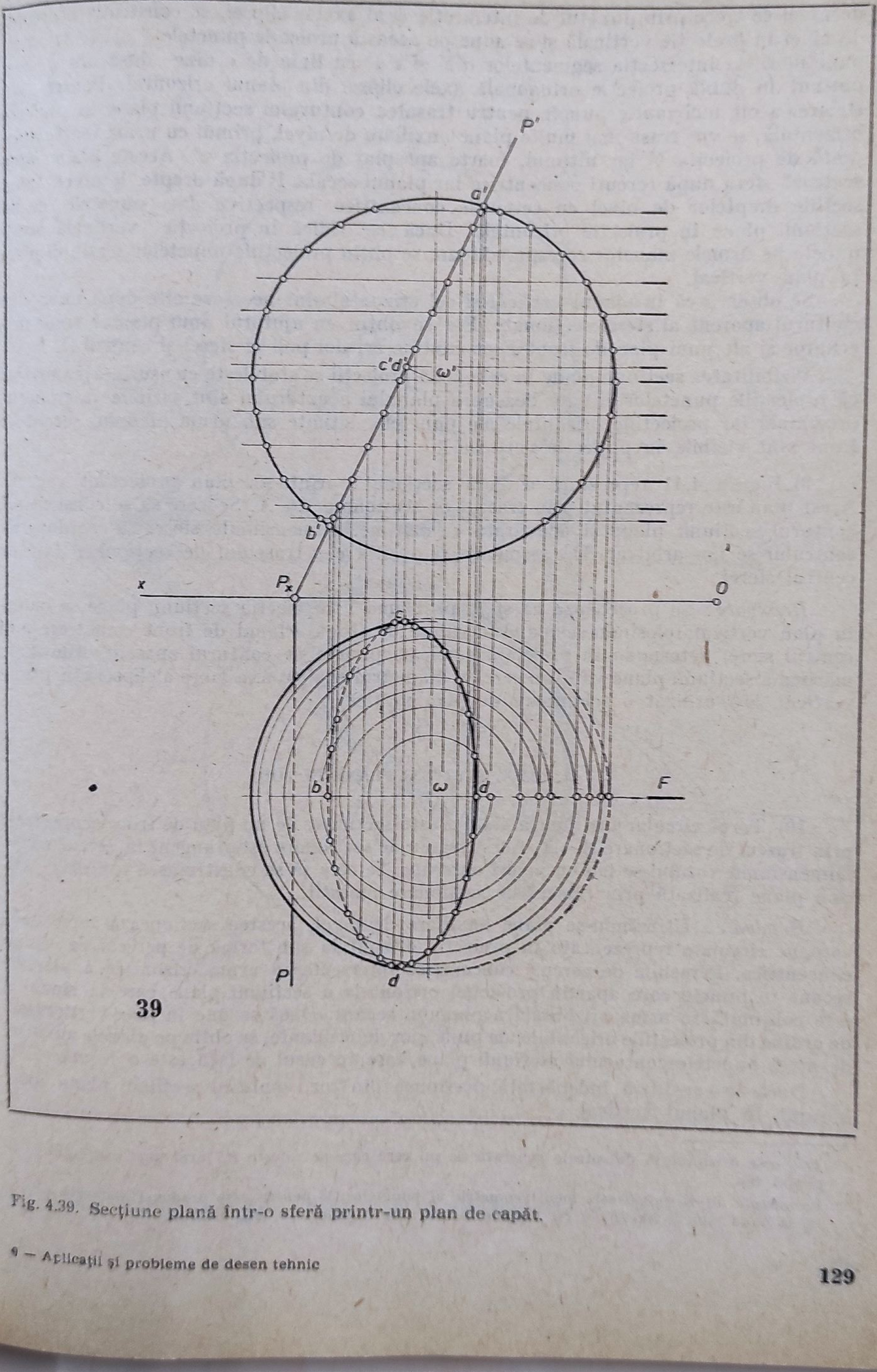



Fig. 4.39. Secţiune plană într-o sferă printr-un plan de capăt.

de nivel ce trece prin punctul de intersecție $\psi$ al axelor elipsei, se construiește dreapta de nivel în proiecție verticală și se aduc pe această proiecție punctele $c'$ și $d'$. Se obține punctul $\psi'$ la intersecția segmentelor $a'b'$ și $c'd'$ cu linia de ordine dusă din $\psi$. S-au obținut în dublă proiecție ortogonală axele elipsei din planul orizontal. Pentru construirea a cît mai multe puncte pentru trasarea conturului secțiunii plane în proiecție orizontală, se vor trasa mai multe plane auxiliare de nivel, primul cu urma foarte apropiată de proiecția $b'$, iar ultimul, foarte apropiat de proiecția $a'$. Aceste plane intersectează sfera după cercuri concentrice iar planul secant $P$ după drepte de nivel. Intersecțiile dreptelor de nivel cu cercurile concentrice respective dau punctele curbei secțiunii plane în proiecție orizontală. Dacă se ridică în proiecție verticală aceste puncte pe urmele planelor corespunzătoare se obțin proiecțiile punctelor secțiunii plane în plan vertical.

Se observă că în planul vertical și cel orizontal sînt necesare cîte două puncte pe conturul aparent al sferei secționate. Ele se obțin cu ajutorul unui plan ce trece prin ecuator și ale unui plan de front $F$ ce conține cei doi poli ai sferei și centrul $\Omega$.

Vizibilitatea secțiunii plane în cele două proiecții se stabilește cu ușurință, cunoscînd că proiecțiile punctelor situate deasupra planului ecuatorului sînt vizibile în proiecție orizontală iar proiecțiile orizontale ale punctelor situate sub urma planului secant de front sînt vizibile în proiecție verticală.

9) Figura 4.41 reprezintă o sferă secționată printr-un plan proiectant vertical. Acest plan este reprezentat prin traseul de secționare $A-A$. Se cere să se construiască conturul secțiunii plane și adevărata ei mărime. Dimensiunile sferei și coordonatele centrului se iau arbitrar. De asemenea și poziția $e$ a traseului de secționare față de centrul sferei.

*Rezolvare:* Se procedează ca și în problema 7. Proiecția secțiunii plane se obține în plan vertical, folosindu-se plane auxiliare de front. Planul de front care trece prin centrul sferei determină în proiecția verticală puncte pe conturul aparent. Adevărata mărime a secțiunii plane va fi un cerc cu diametrul egal cu axa mare a elipsei din planul vertical. S-a utilizat o schimbare de plan vertical.

#### 4.2.2.4. SECȚIUNI PLANE ÎN TOR*

10) Torul circular din figura 4.42, $a$ este secționat de un plan de front reprezentat prin traseul de secționare $A-A$. Acest traseu de secționare este tangent la cercul colier. Dimensiunile torului se iau cu valori oarecare. Se cere să se construiască conturul secțiunii plane realizată prin traseul de secționare amintit.

*Rezolvare:* Utilizîndu-se plane auxiliare de nivel, acestea secționează torul după coroane circulare reprezentate în proiecția orizontală sub formă de perechi de cercuri concentrice. Perechile de cercuri concentrice intersectează urma orizontală a planului secant în puncte care aparțin proiecției orizontale a secțiunii plane, care, la rîndul ei este conținută în urma orizontală a planului secant. Dacă se duc în plan vertical linii de ordine din proiecțiile orizontale ale punctelor determinate, se obțin pe planele auxiliare de nivel punctele conturului secțiunii plane, care, în cazul de față, este o *lemniscată***.

Dacă se consideră îndepărtată porțiunea din tor, conturul secțiunii plane apare hașurat în planul vertical.

---

* *Torul* este o suprafață de rotație generată de un cerc care se rotește în jurul unei axe cuprinse în planul său.

** *Lemniscata lui Bernoulli* este locul geometric al punctelor $M$ pentru care produsul distanțelor $R_1$ și $R_2$ la două puncte fixe $F_1$ și $F_2$, numite focare, este constant (v. fig. 4.42, $b$).

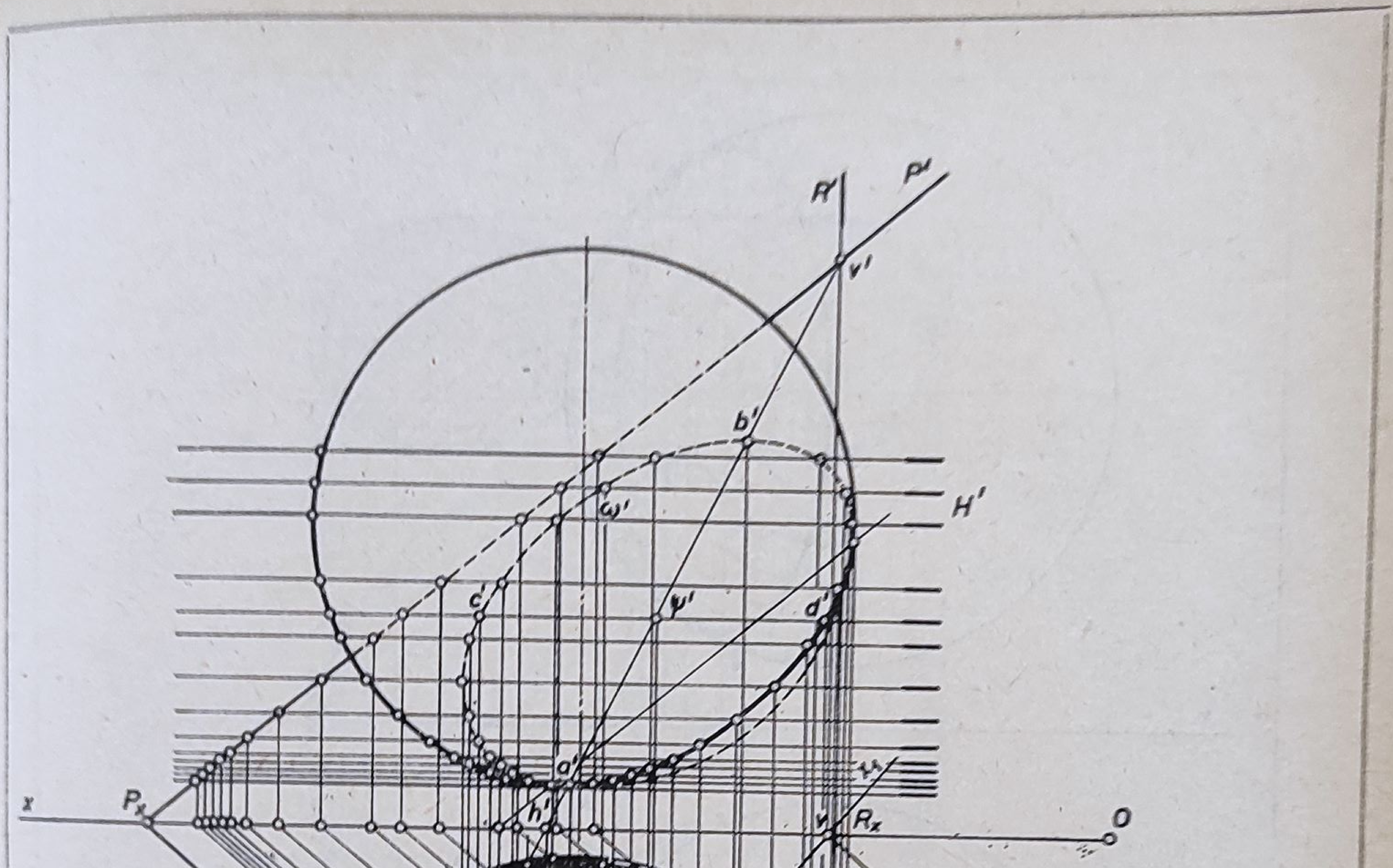



Fig. 4.40. Secţiune plană într-o sferă printr-un plan de poziţie oarecare (problemă).

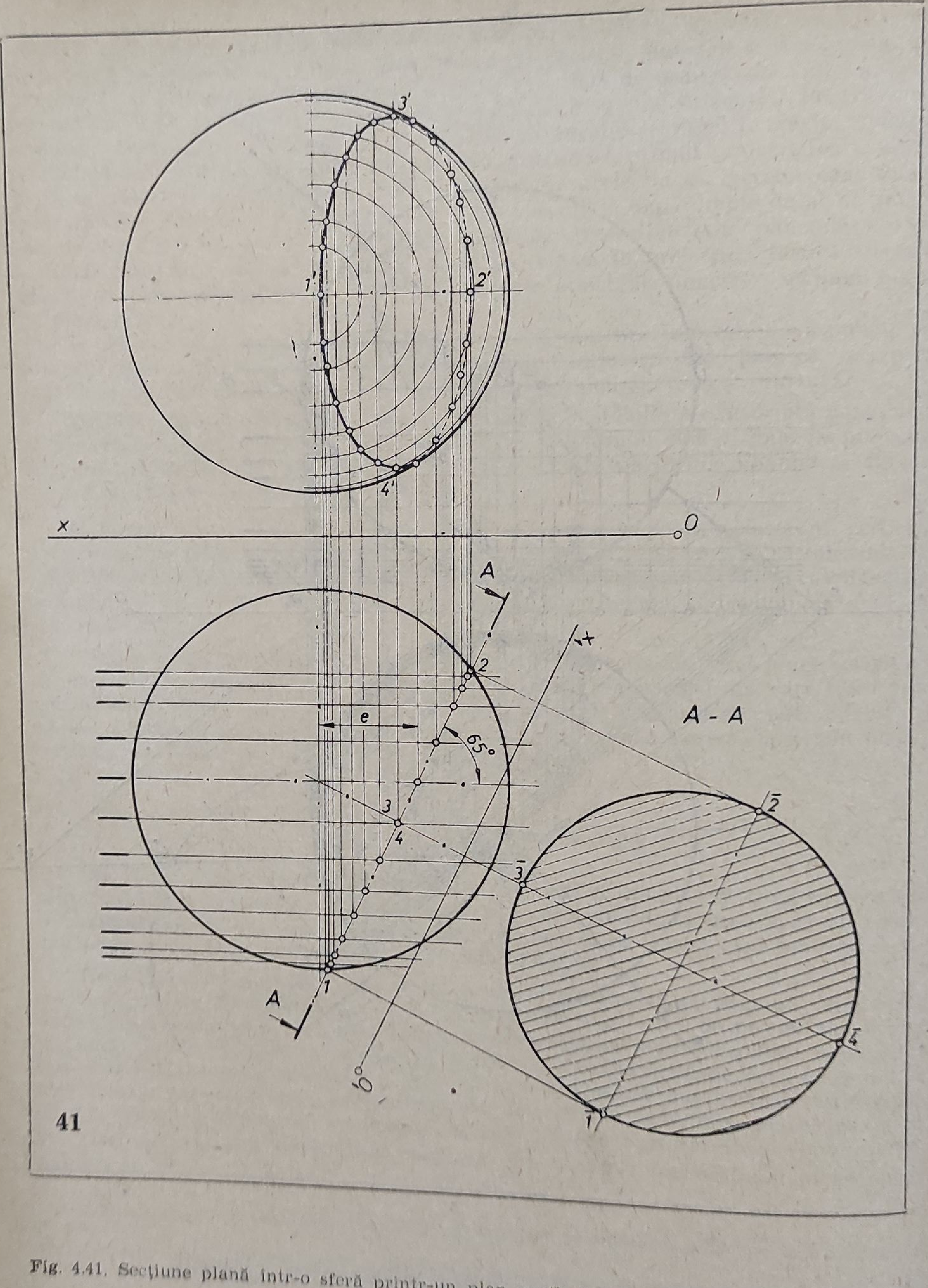



Fig. 4.41. Secţiune plană într-o sferă printr-un plan vertical (traseul de secţionare *A—A*).

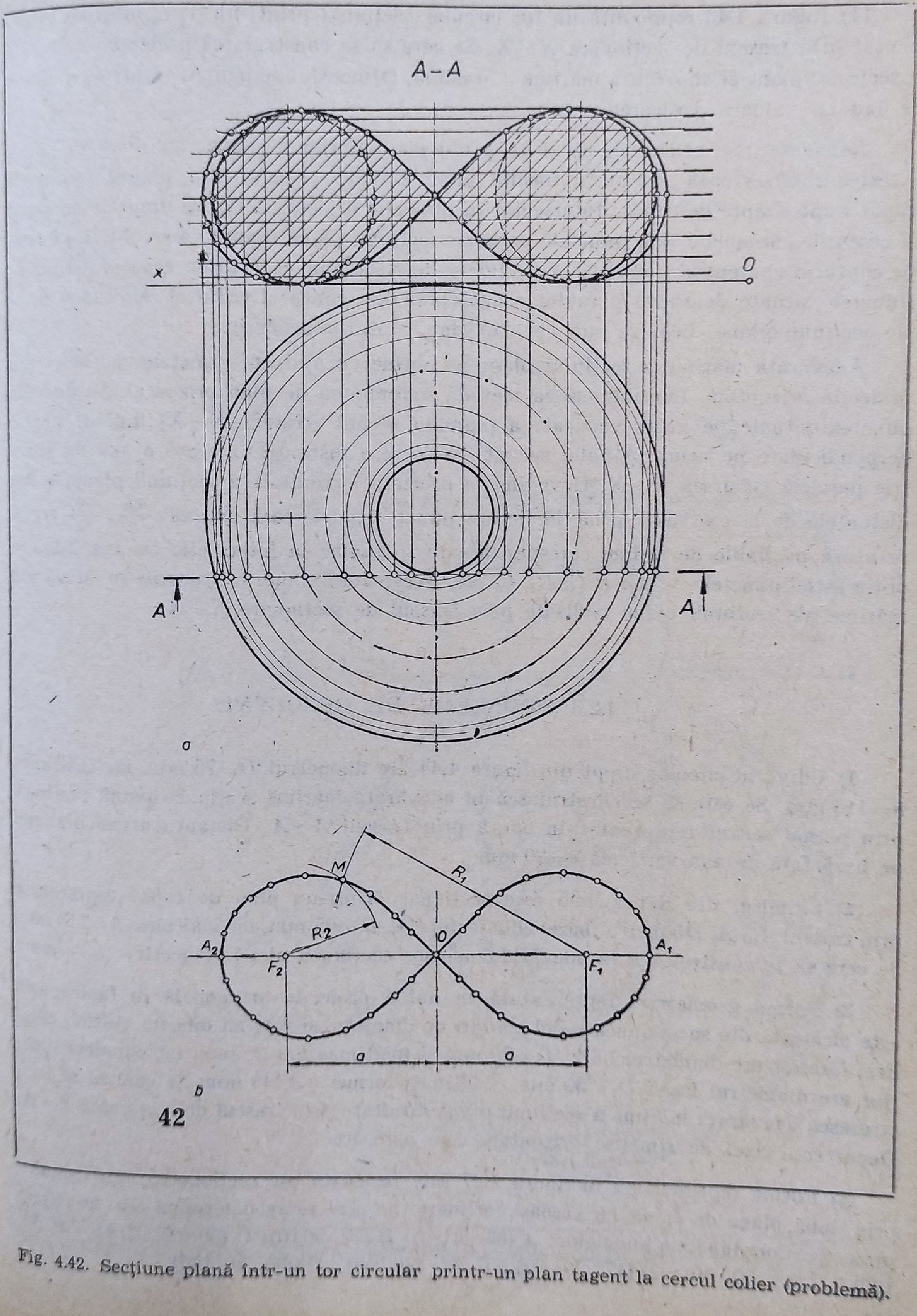



Fig. 4.42. Secţiune plană într-un tor circular printr-un plan tagent la cercul colier (problemă).

11) Figura 4.43 reprezintă un tor circular secționat printr-un plan de capăt reprezentat prin traseul de secționare X–X. Se cere să se construiască proiecția orizontală a secțiunii plane și adevărata mărime a acesteia. Dimensiunile pentru construcția epurei se iau cu valoare oarecare.

*Rezolvare :* Se utilizează ca și în problema anterioară plane auxiliare de nivel. Acestea intersectează suprafața torului după coroane circulare iar planul secant de capăt după drepte de capăt. Intersecția în proiecție orizontală dintre dreptele de capăt și cercurile coroanelor dau punctele curbelor secțiunii plane. Pentru a se obține puncte, pe conturul aparent al proiecției orizontale se duce și planul ce conține ecuatorul torului. Punctele situate deasupra planului ecuatorului dau conturul văzut al celor două curbe ale secțiunii plane. Cele de sub ecuator dau conturul acoperit.

Adevărata mărime a secțiunii plane se obține cu ajutorul punctelor curbelor din proiecția orizontală, folosindu-se ca metodă schimbarea de plan orizontal. Se duc din punctele situate pe urma verticală a planului secant (traseul X–X) linii de ordine perpendiculare pe urma planului secant. Se ia la o distanță oarecare o axă de simetrie paralelă cu urma X–X. Revenind la proiecția orizontală a secțiunii plane, se iau distanțele de la axa $\omega\omega_1$ pînă la fiecare punct simetric față de axă : $\frac{aa_1}{2}$, $\frac{bb_1}{2}$ etc. și se așază pe liniile de ordine corespunzătoare și anume la intersecție cu axa $\Delta\Delta_1$. Se obțin astfel punctele $\overline{A}$, $\overline{A_1}$, $\overline{B}$ $\overline{C}$, $\overline{B_1}$, $\overline{C_1}$ etc. Acestea unite dau contururile în adevărata mărime ale secțiunii plane realizate prin traseul de secționare X–X.

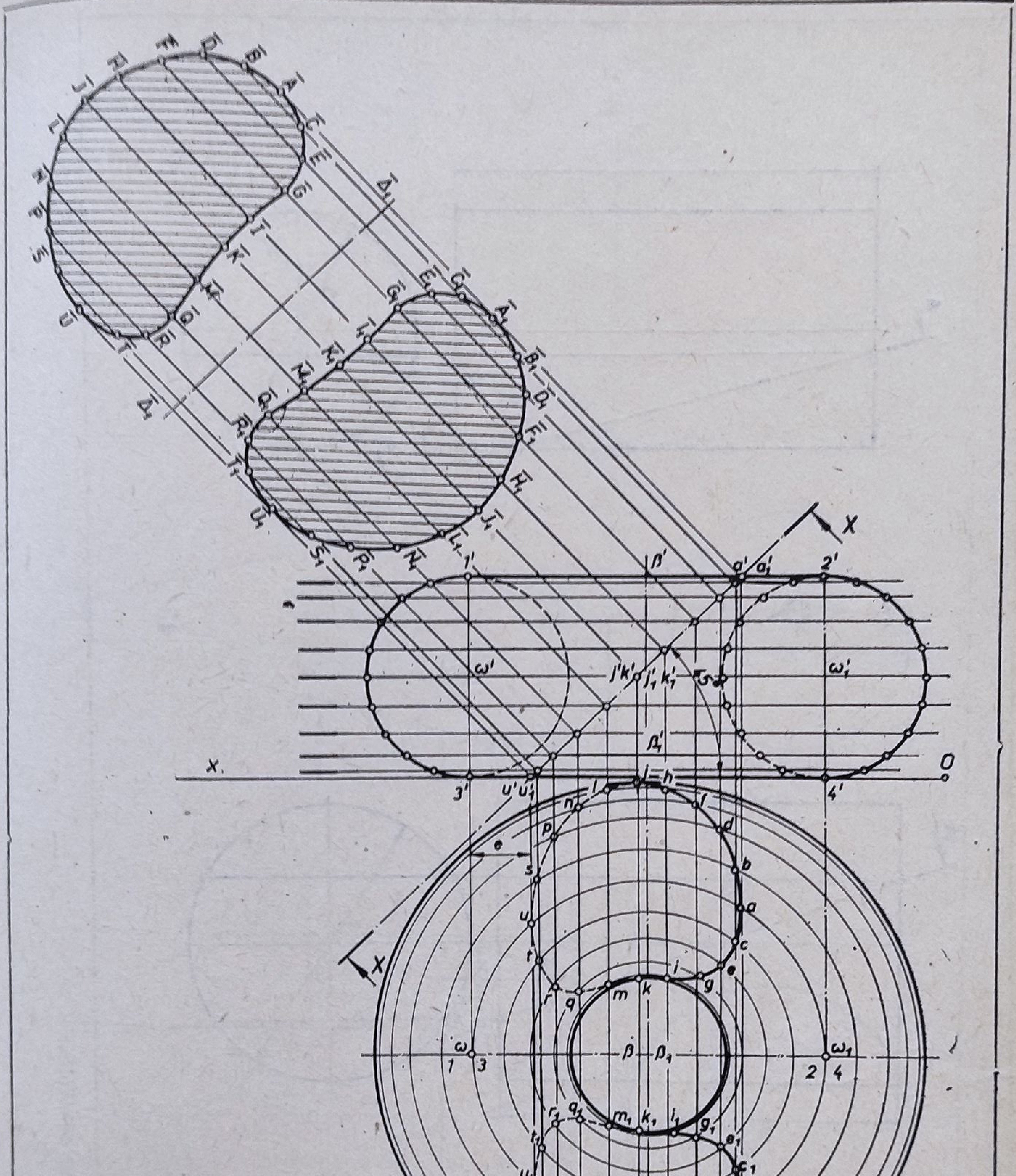
## 4.2.3. PROBLEME DE REZOLVAT

**1)** Cilindrul circular drept din figura 4.44 are diametrul $D=75$ mm, iar înălțimea $h=110$ mm. Se cere să se construiască în adevărata mărime secțiunea plană realizată prin planul secant reprezentat în epură prin traseul $A-A$. Distanța urmei planului pe bază față de axa verticală $e=20$ mm.

**2)** Cilindrul din figura 4.45 este secționat printr-un plan de capăt reprezentat prin traseul $A-A$. Diametrul bazei cilindrului este $D=65$ mm, iar înălțimea $h=110$ mm. Se cere să se construiască în adevărata mărime secțiunea plană respectivă ($e=5$ mm).

**3)** Forma geometrică reprezentată în dublă proiecție ortogonală în figura 4.46 este alcătuită din succesiunea a doi cilindri de diametre și mărimi diferite. Astfel, cilindrul inferior are diametrul bazei $D=75$ mm și înălțimea $h_1=35$ mm, iar cilindrul superior are diametrul bazei $D_1=50$ mm. Înălțimea formei $h=140$ mm. Se cere să se construiască adevărata mărime a secțiunii plane rezultate prin traseul de secționare $A-A$. Depărtarea axei de simetrie orizontale este oarecare.

**4)** Forma reprezentată în figura 4.47 este rezultată din secționarea unui cilindru prin două plane de capăt cu aceeași înclinare. Se cere să se determine cea de-a treia proiecție. Coordonatele punctelor: $A$ (83, 50, 0); $B$ (17, 50, 0); $\Omega$ (50, 50, 0); $\Omega_1$ (50, 50, 140); $C$ (83, 50, 30); $D$ (17, 50, 30); $E$ (56, 50 140); $F$ (44, 50, 140).



43

Fig. 4.43. Secţiune plană într-un tor circular printr-un plan de capăt (traseul de secţionare $X-X$).

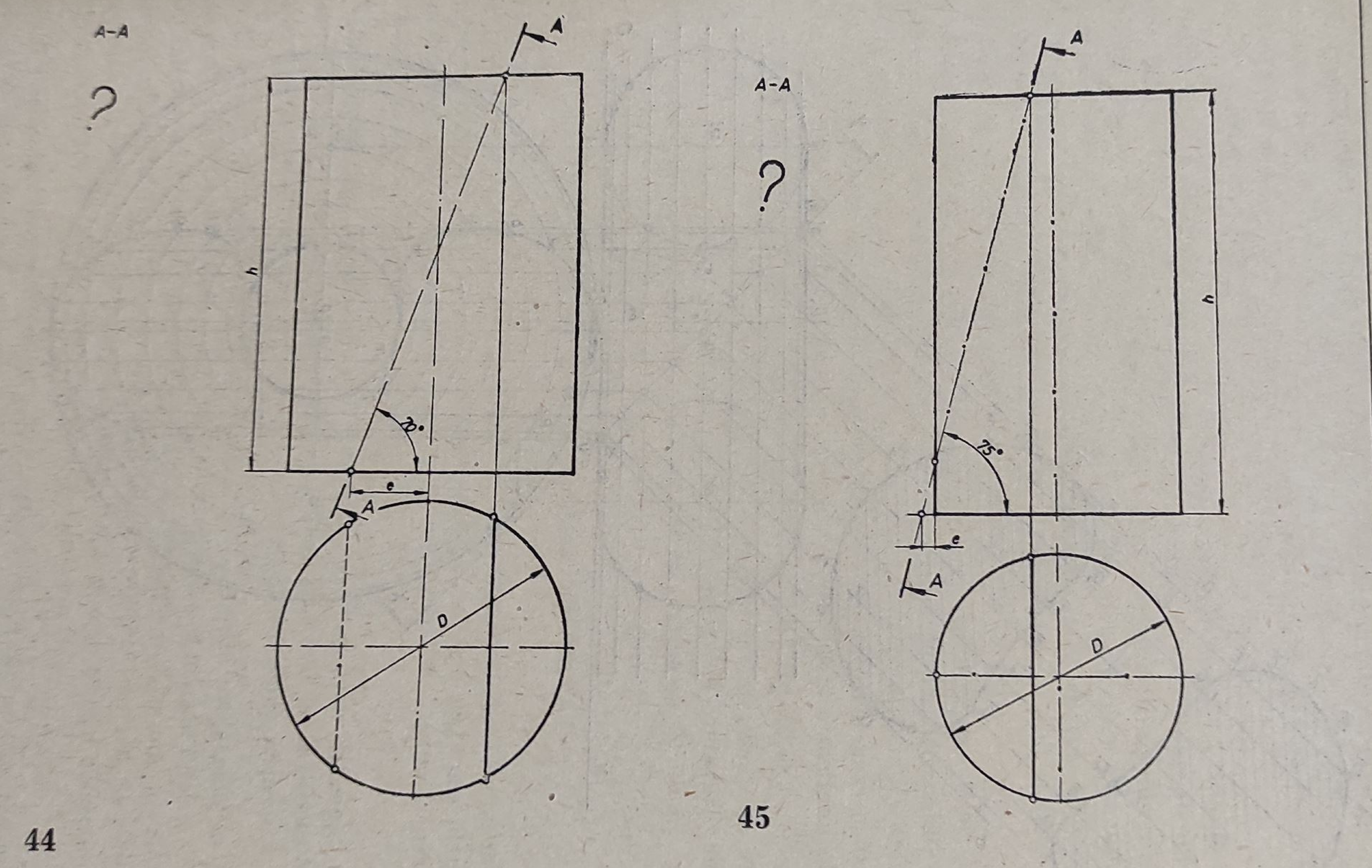
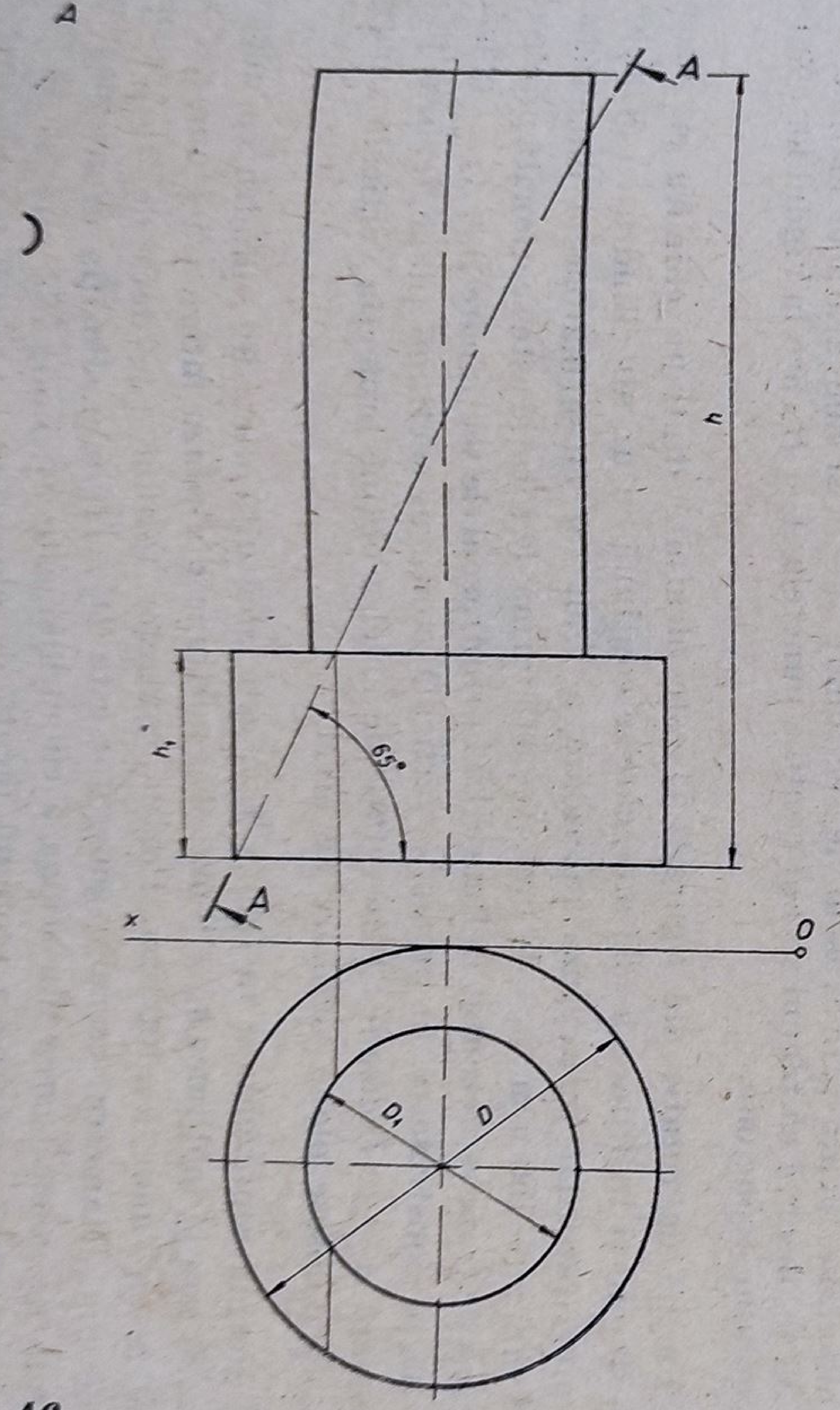
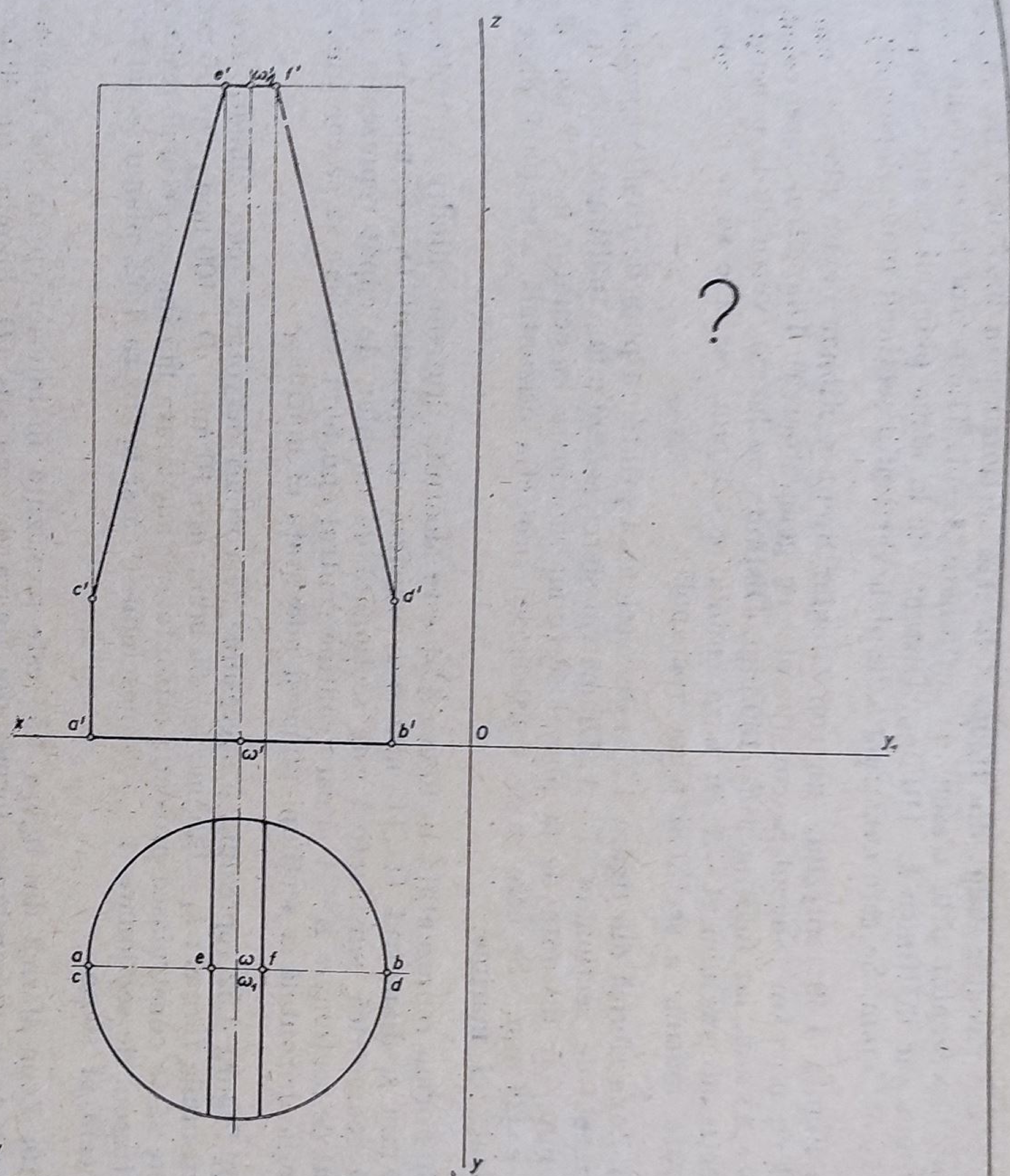



Fig. 4.44. Fig.4.45. Probleme de rezolvat.




46




47

Fig. 4.46. Fig. 4.47. Probleme de rezolvat.

5) Conul circular drept din figura 4.48 este secționat prin bază de către un plan de front reprezentat prin traseul de secționare $A-A$. Diametrul bazei conului este $D=75$ mm, iar înălțimea $h=110$ mm. Distanța de la urma planului secant la axa orizontală $e=15$ mm. Se cere construcția în plan vertical a secțiunii plane (hiperbolă).

6) Figura 4.49 reprezintă un con circular drept secționat de un plan de capăt paralel cu un plan tangent la con (paralel cu generatoarea). Diametrul bazei conului este $D=85$ mm, iar înălțimea $h=130$ mm. Distanța de la axa verticală la punctul de intersecție al traseului $A-A$ cu baza conului $e=26$ mm. Se cere să se construiască adevărata mărime a secțiunii plane (parabolă).

7) Zona sferică din figura 4.50 este secționată printr-un plan de capăt reprezentat prin traseul de secționare $A-A$. Diametrul sferei $D=90$ mm; înălțimea zonei sferice $h=55$ mm, iar distanța de la planul secțiunii inferioare la ecuator $h_1=15$ mm; distanța $e=28$ mm. Se cere să se construiască proiecția orizontală a secțiunii plane și adevărata ei mărime.

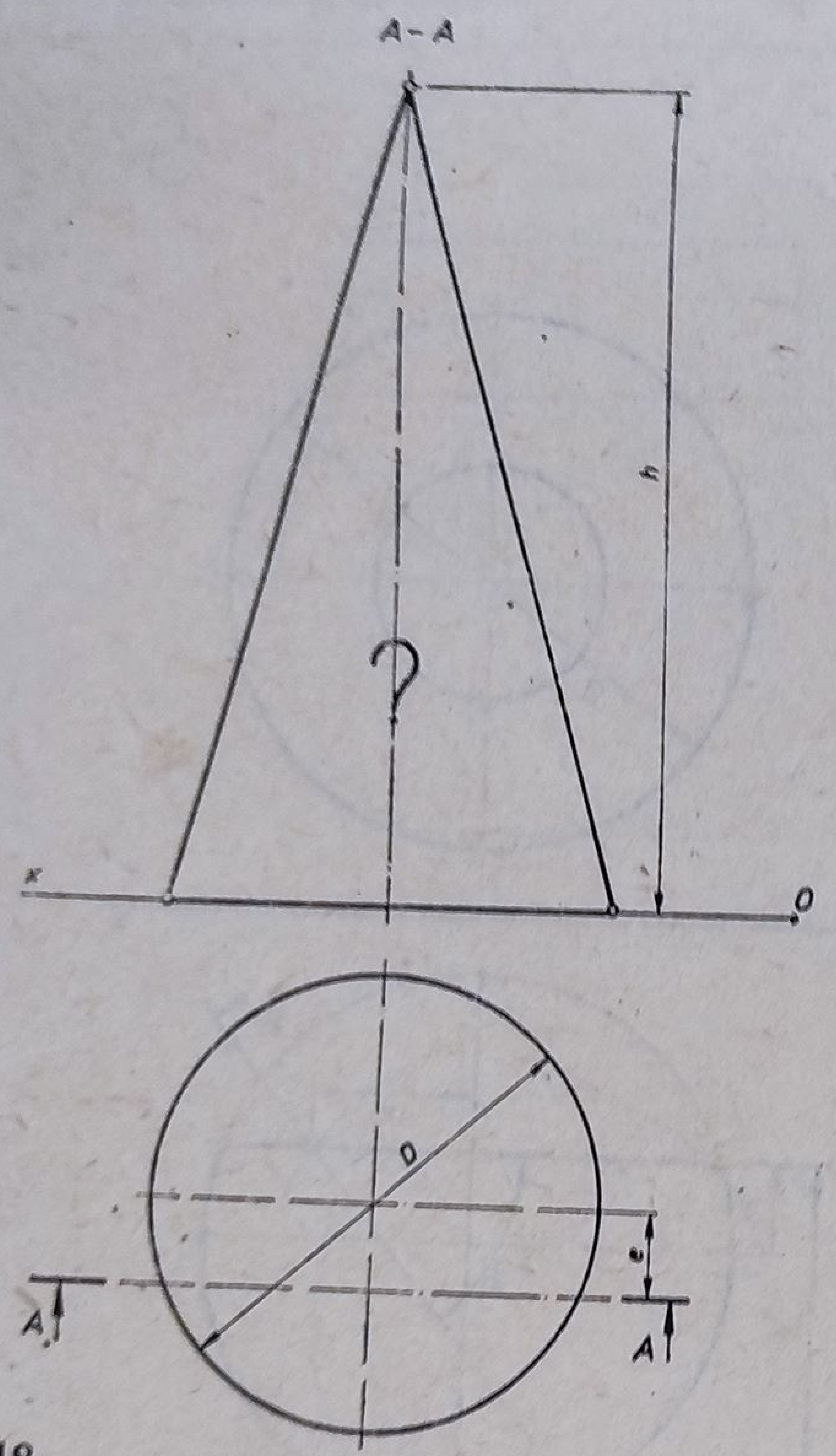
8) Forma reprezentată în figura 4.51 este alcătuită dintr-un cilindru cu înălțimea $h=20$ mm și diametrul $D=115$ mm și o emisferă cu diametrul $D_1=85$ mm. Această formă geometrică constructivă este secționată de un plan de capăt reprezentat prin traseul de secționare $A-A$ și care conține centrul emisferei. Se cere să se construiască proiecția orizontală a secțiunii plane și adevărata ei mărime.

9) Figura 4.52 reprezintă o succesiune de corpuri de rotație: con, cilindru, sferă. Dimensiunile formei: $h_1=42$ mm; $h_2=66$ mm; $h_3=10$ mm; $D=100$ mm; $D_1=76$ mm. Se cere să se construiască proiecția orizontală și adevărata mărime a secțiunii realizate prin traseul de secționare $A-A$, cunoscîndu-se că și în figura 4.52, planul secant conține centrul sferei.

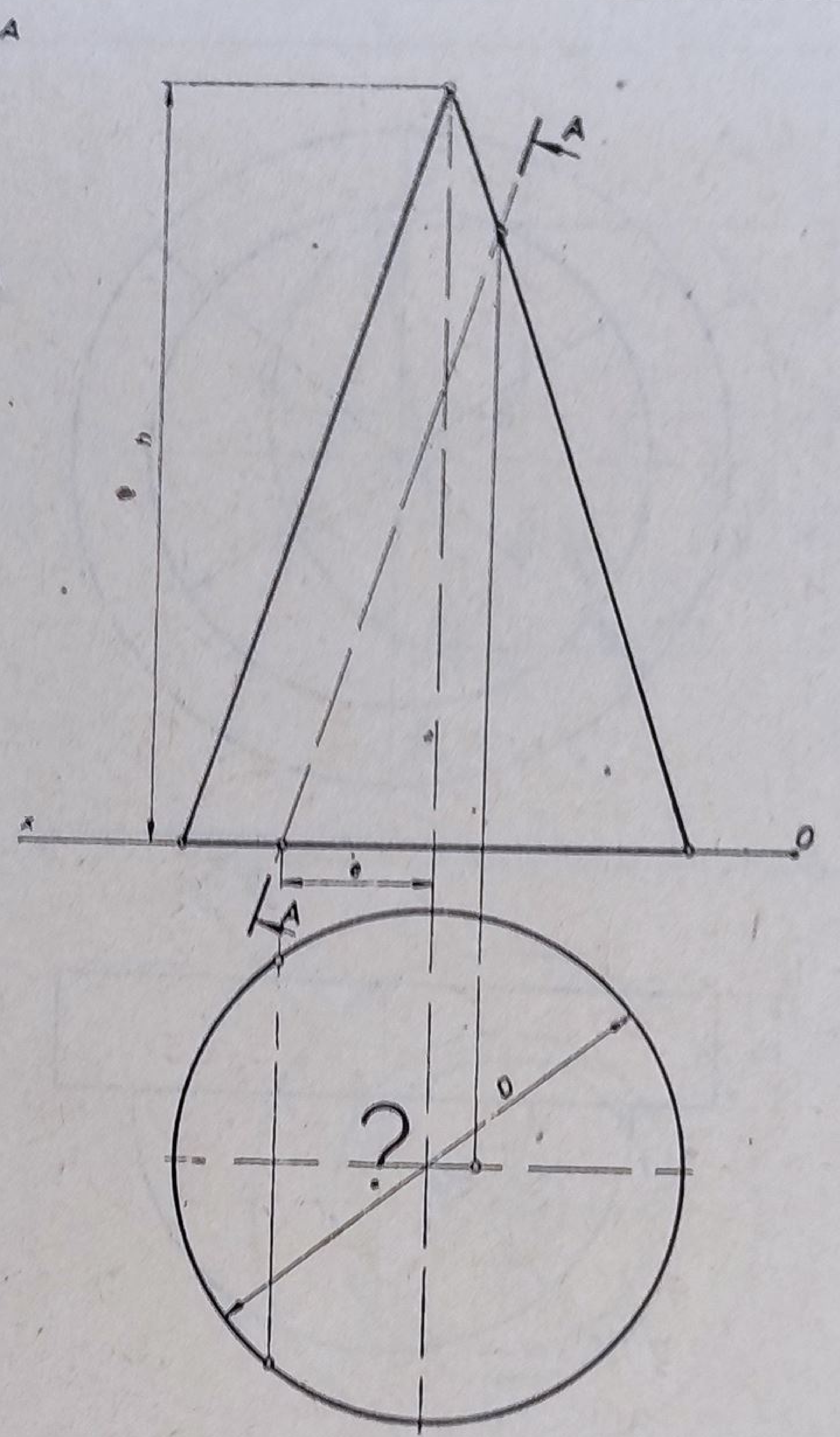
10) Zona sferică din figura 4.53 este prevăzută în interior cu un gol tronconic. Cunoscîndu-se dimensiunile formei din figura de mai sus ($D=86$ mm; $h_1=40$ mm; $h_2=30$ mm; $D_1=50$ mm; $D_2=20$ mm), se cere să se construiască proiecția ortogonală a secțiunii plane făcută prin traseul de secționare $A-A$ și adevărata ei mărime. Din figura 4.53 se observă că planul secant conține punctele $A$ și $B$ care la rîndul lor aparțin bazelor golului tronconic.

11) Forma de rotație din figura 4.54 este alcătuită dintr-un cilindru cu diametrul $D=88$ mm și înălțimea $h=38$ mm, care se continuă cu un alt cilindru cu diametrul $D_1=32$ mm, racordat prin pînza interioară a unui tor cu următoarele dimensiuni: $D_2=118$ mm; $a=150$ mm; $h_1=88$ mm. Această formă de rotație este secționată printr-un plan secant de front reprezentat în figura 4.54 prin traseul de secționare $A-A$; $e=18$ mm. Se cere să se construiască în proiecție verticală conturul secțiunii plane realizat prin planul secant $A-A$. *Indicație*: Prin rotație de nivel se obține proiecția verticală a punctului $\Delta$. Se folosesc plane auxiliare de nivel.

12) Forma reprezentată în figura 4.55 este alcătuită dintr-un cilindru cu diametrul $D=90$ mm și înălțimea $h_1=19$ mm și o porțiune din pînza interioară a unui tor cu înălțime $h-h_1$ unde $h=100$ mm. Poziția centrelor torului este dată de $a=154$ mm și $h_2=66$ mm. Diametrul cercului generator este $D_2=116$ mm. Poziția urmei planului $A-A$ față de generatoarea din stînga a cilindrului este $e=5$ mm. Se cere să se construiască adevărata mărime a secțiunii făcută de planul secant reprezentat prin traseul de secționare $A-A$.

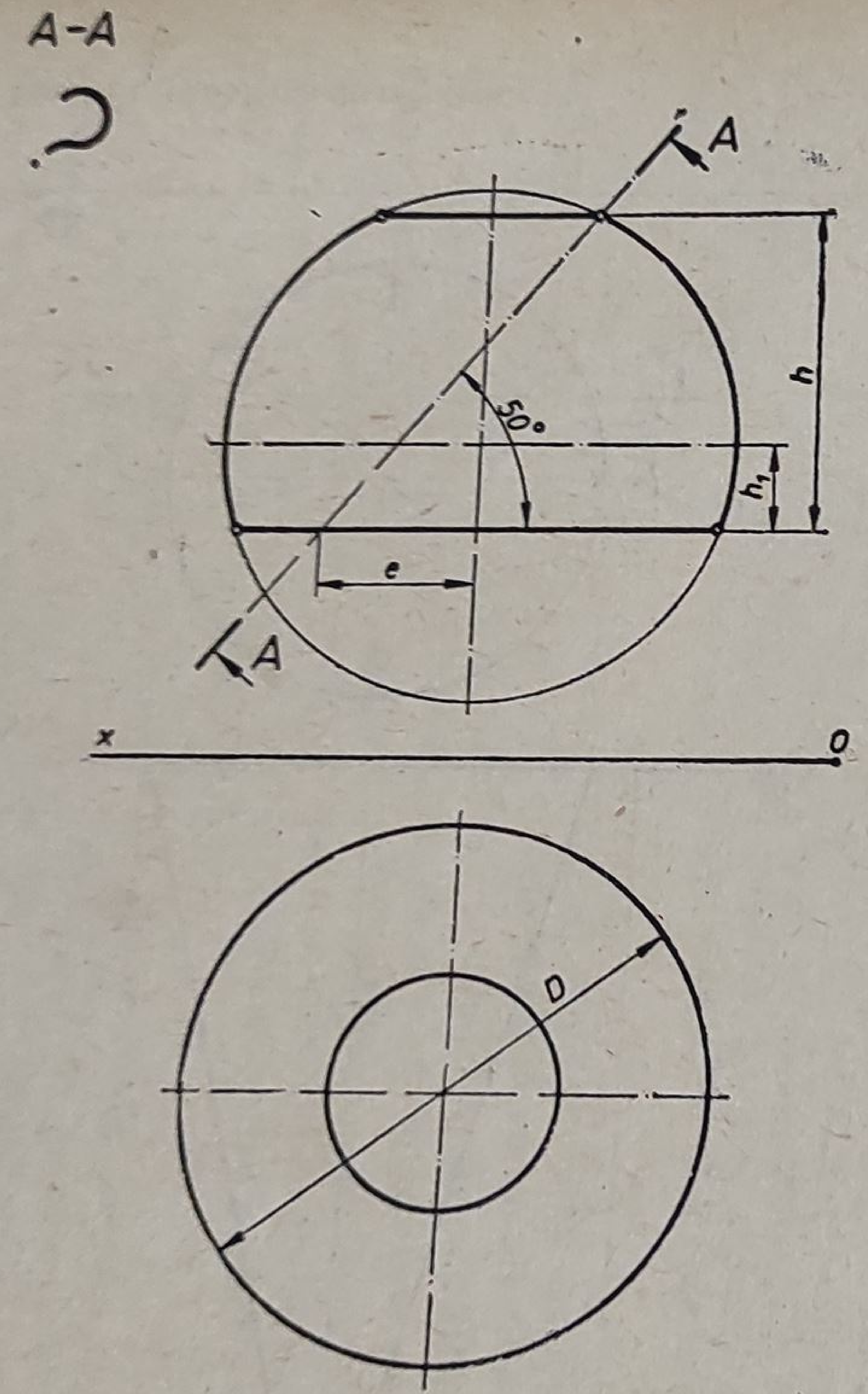



48

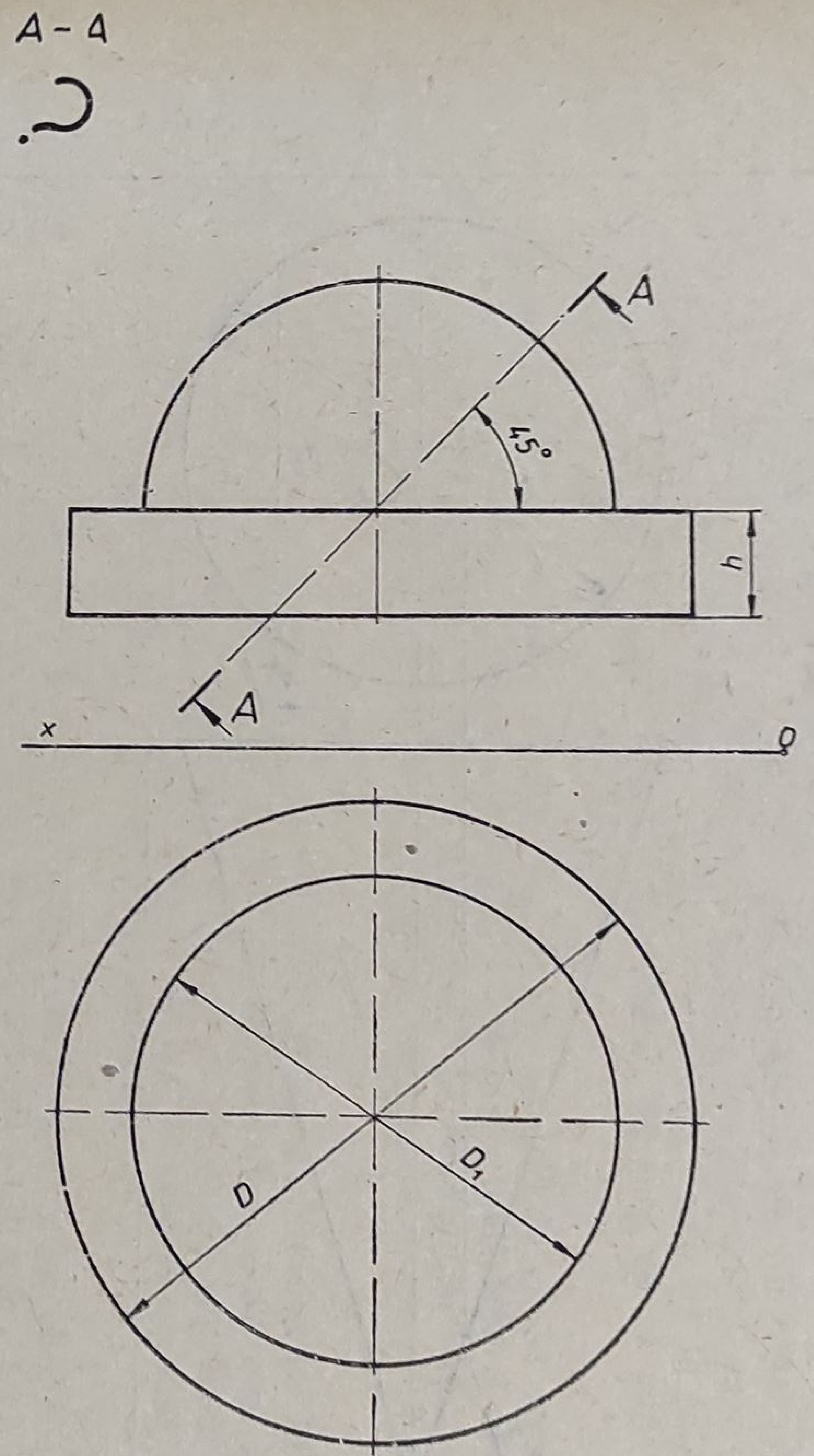



49

Fig. 4.48. Fig. 4.49. Probleme de rezolvat.

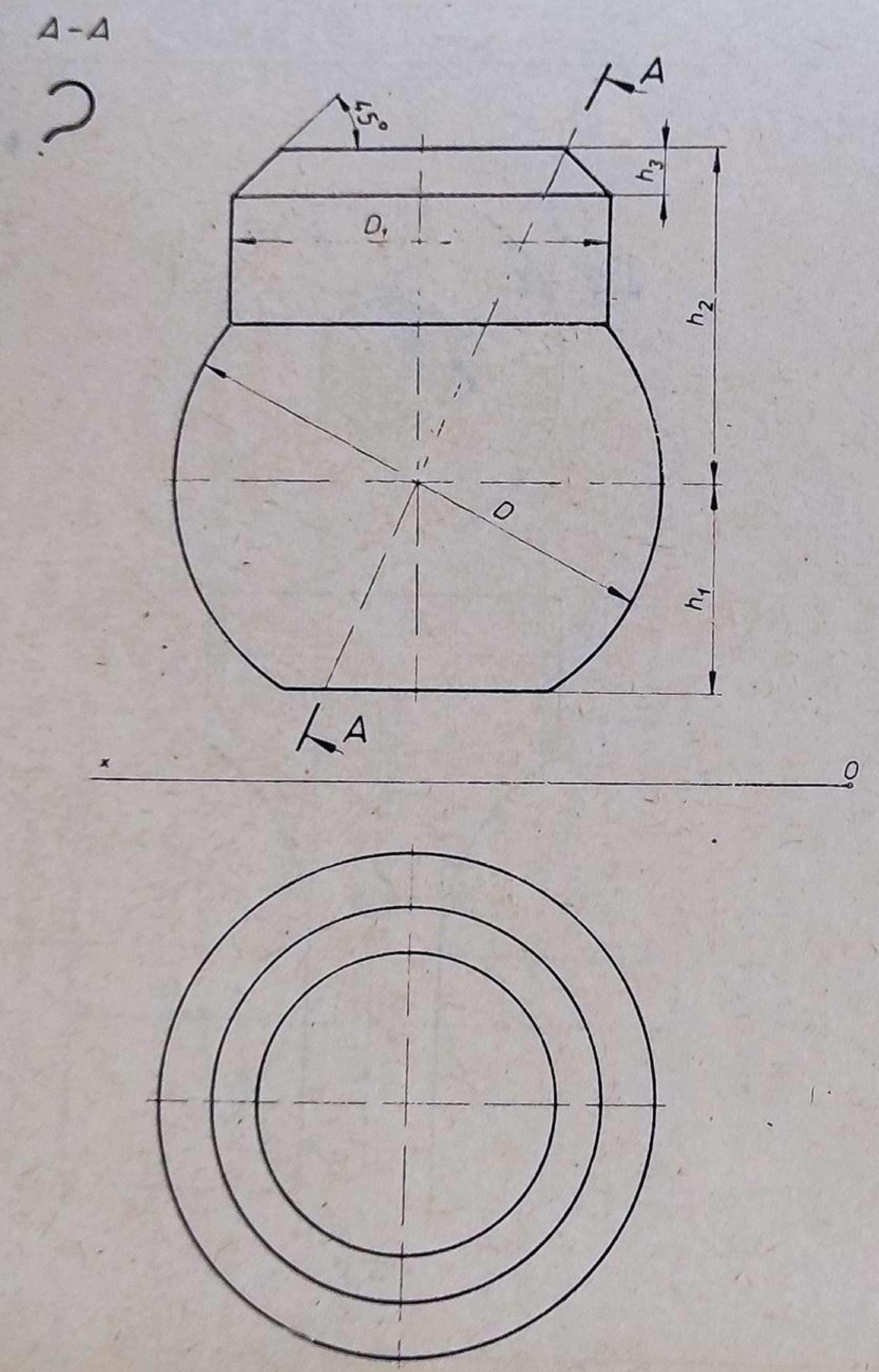



50

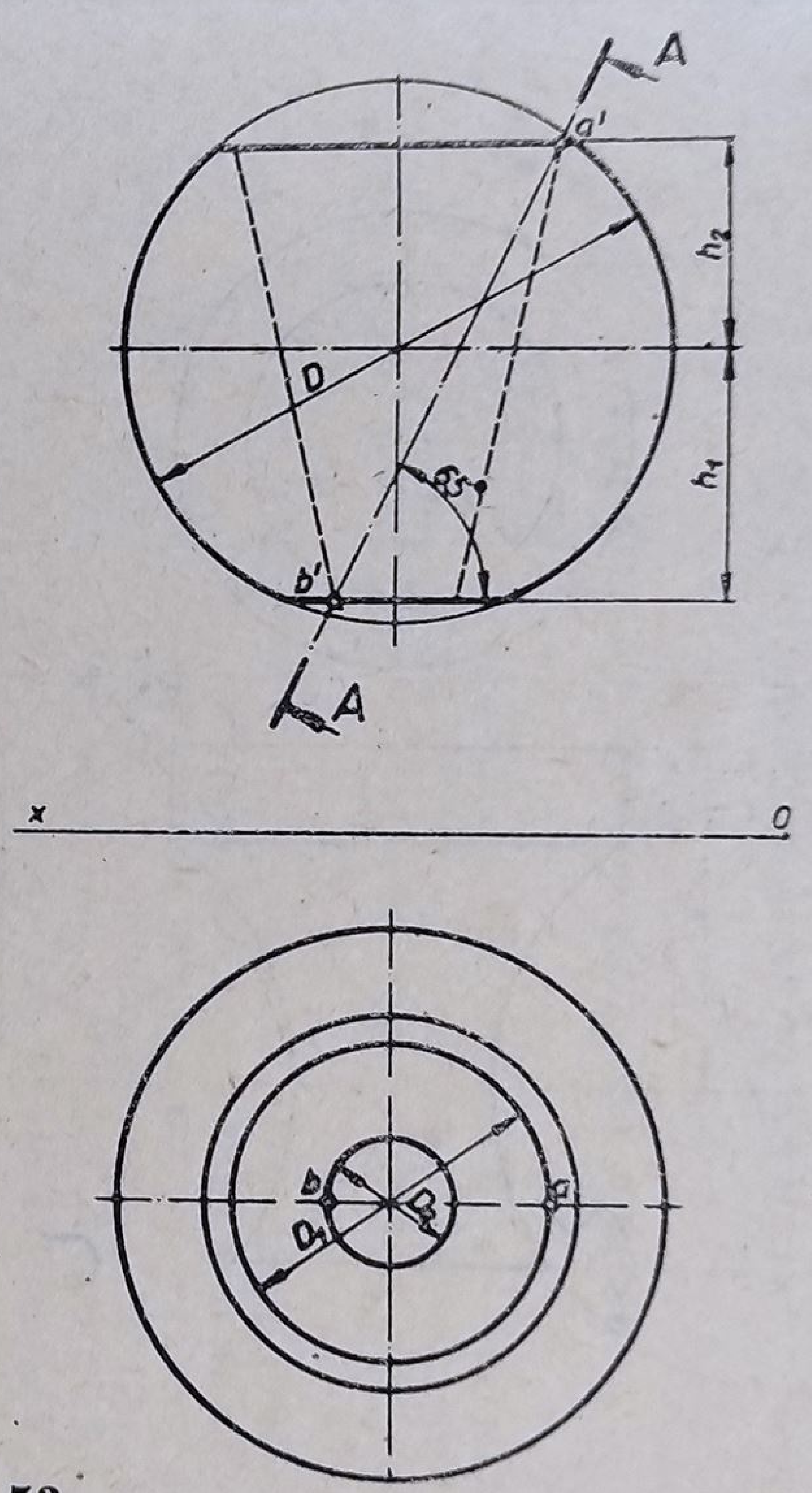



51

Fig. 4.50. Fig. 4.51. Probleme de rezolvat.

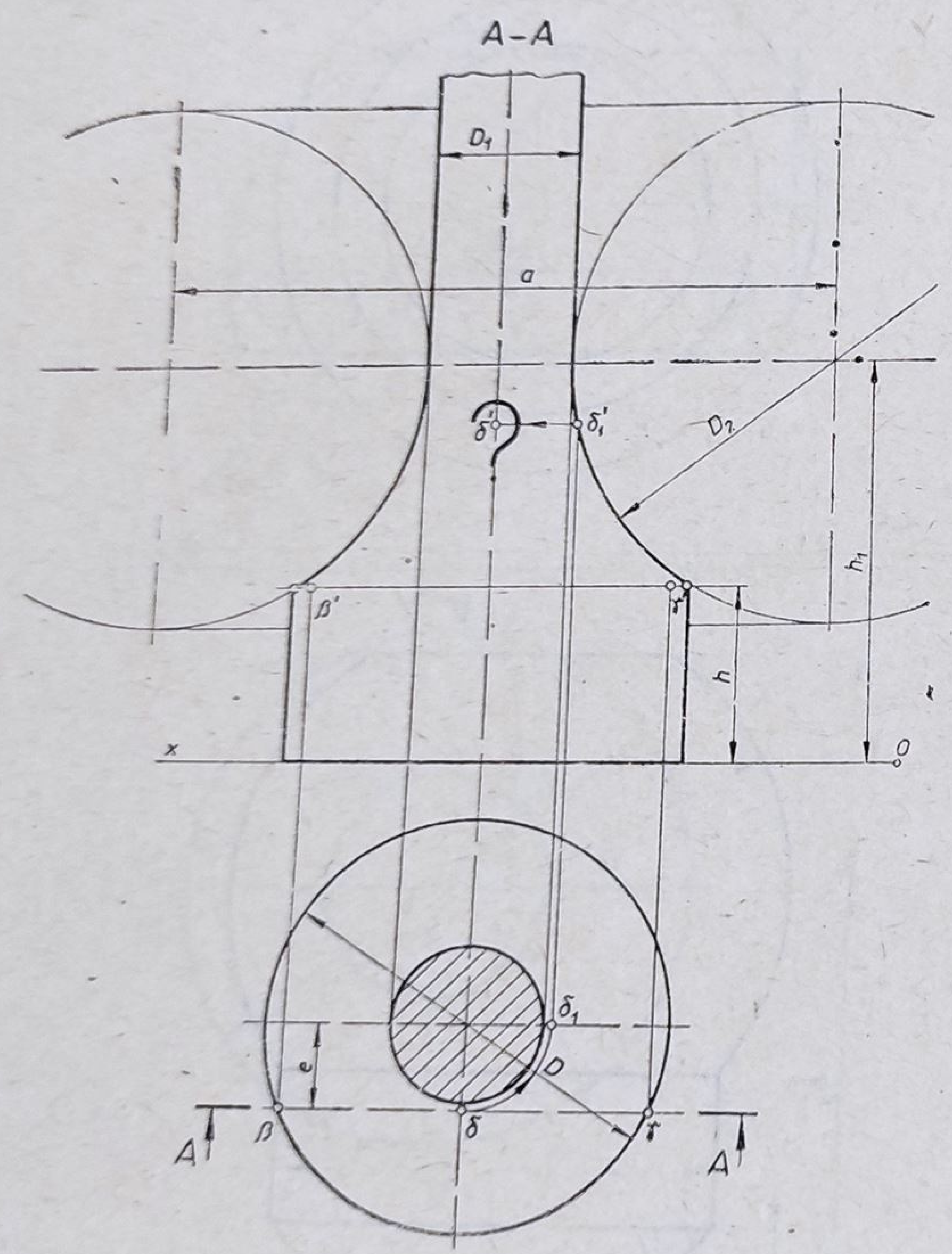



52

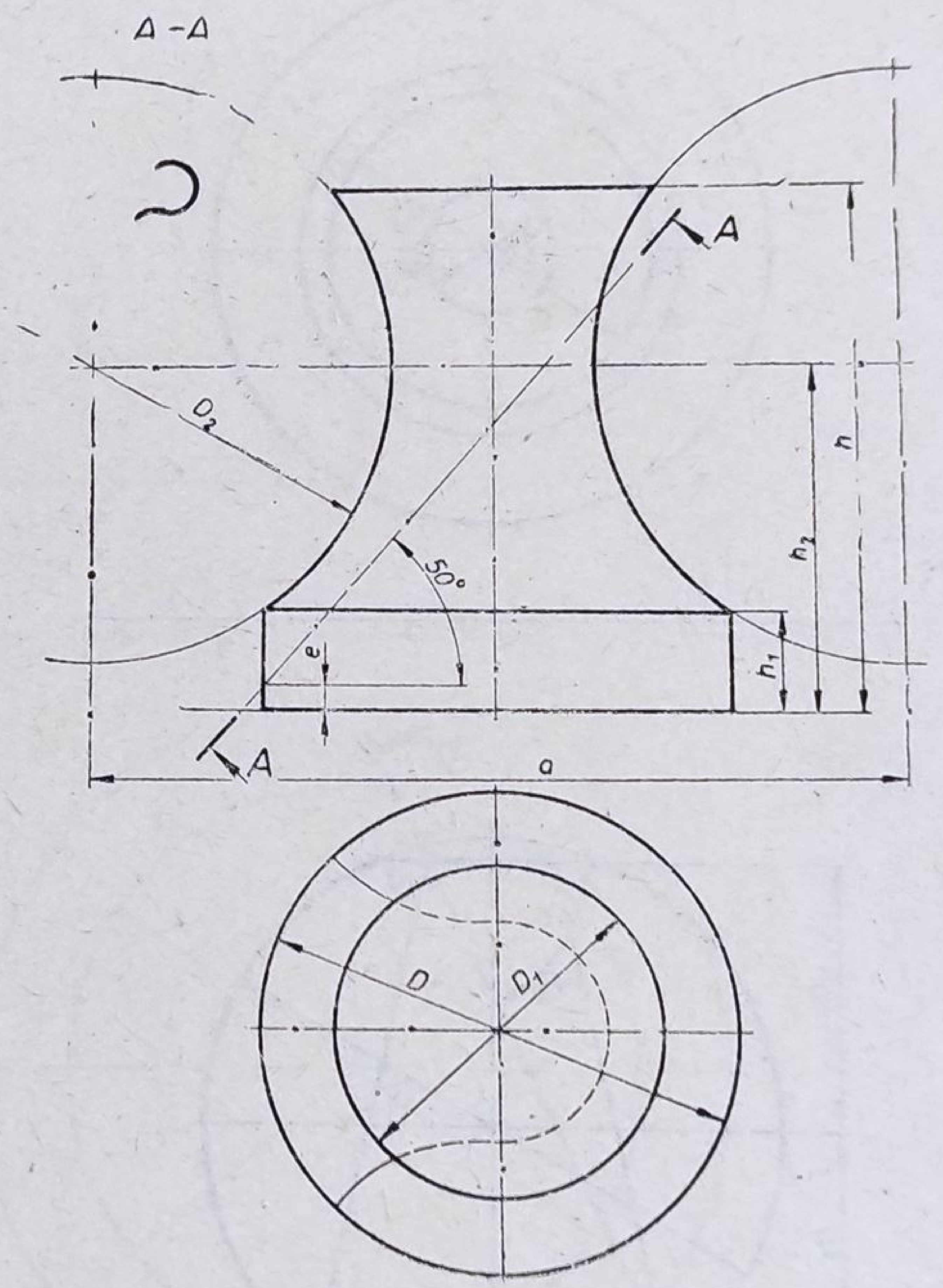



53

Fig. 4.52. Fig. 4.53. Probleme de rezolvat.




54




55

Fig. 4.54. Fig. 4.55. Probleme de rezolvat.

## 4.3. REPREZENTAREA FORMELOR CONSTRUCTIVE SIMPLE. SECȚIUNI PLANE ÎN FORME CONSTRUCTIVE SIMPLE

### 4.3.1. PROBLEME PROPUSE ȘI REZOLVATE

#### 4.3.1.1. SECȚIUNI PLANE ÎN FORME CONSTRUCTIVE POLIEDRALE

**1)** Forma tehnică constructivă din figura 4.56 reprezintă un fragment dintr-o bară profilată (oțel cornier laminat cu aripi egale). Se cere să se construiască în adevărată mărime conturul secțiunii plane făcute de planul proiectant reprezentat prin traseul de secționare $A-A$.

*Rezolvare:* Proiecțiile barei profilate se construiesc cu ajutorul cotelor literale din figura 4.56: $b=58$ mm; $c=10$ mm. Cunoscîndu-se poziția $e=5$ mm și unghiul de 35° se poate construi traseul de secționare în planul orizontal. Punctele de intersecție ale traseului $A-A$ cu conturul proiecției orizontale servesc la obținerea adevăratei mărimi a conturului secțiunii plane respective, cunoscînd că înălțimea $b$ a aripii verticale a barei profilate și grosimea aripii orizontale rămîn neschimbate. Conturul racordat al secțiunii plane are aceiași rază $R=3$ mm cu care s-au racordat colțurile proiecțiilor barei profilate.

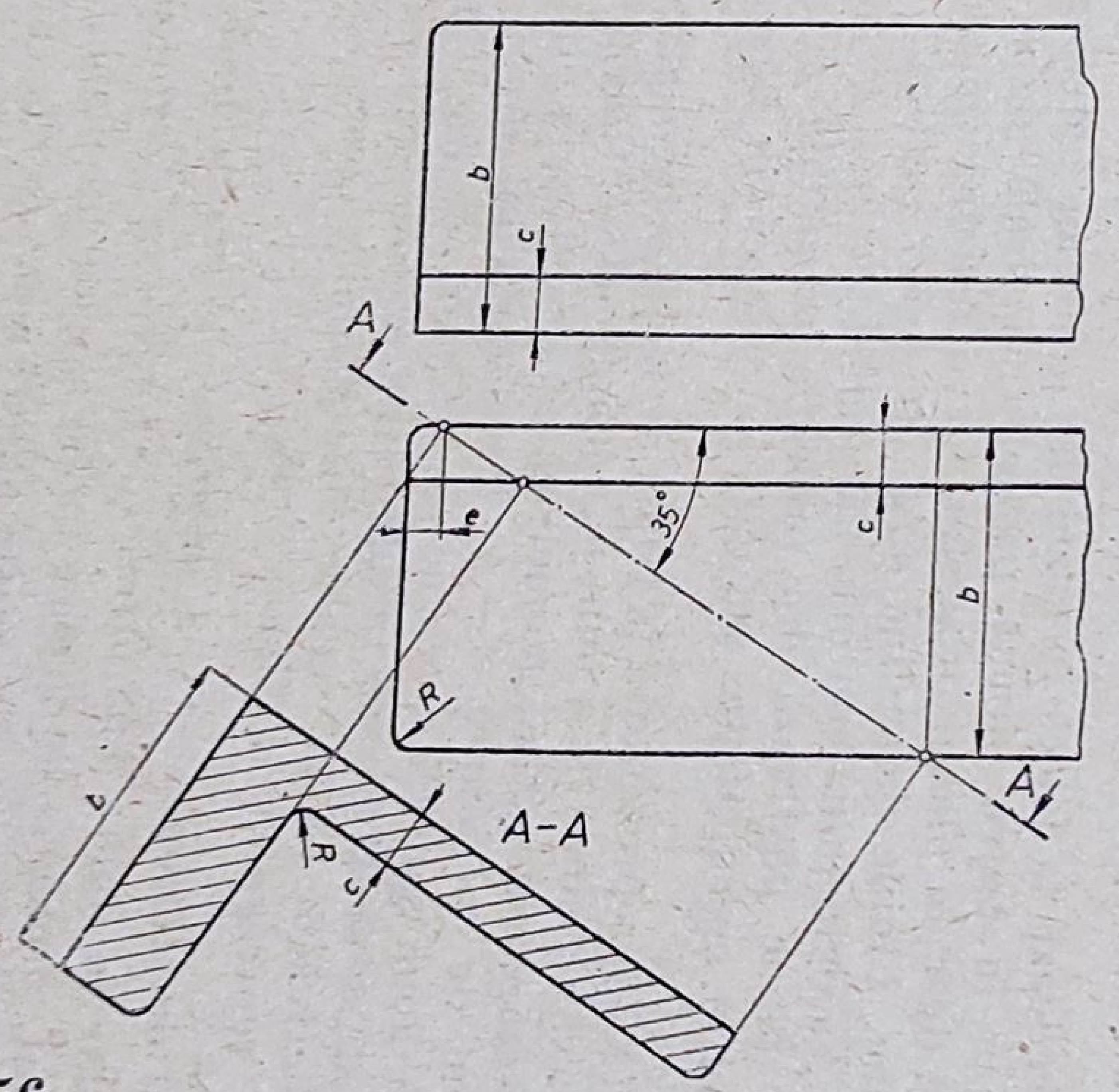
**2)** Bara profilată din figura 4.57 este secționată printr-un plan de capăt reprezentat prin traseul de secționare $A-A$. Date: $b=130$ mm; $c=65$ mm; $d=10$ mm; $e=75$ mm; $f=15$ mm. Se cere să se reprezinte în plan orizontal proiecția secțiunii plane și apoi să se construiască deasupra proiecției verticale conturul hașurat al secțiunii plane în adevărata mărime, unde razele de racordare au valoarea $R=3$ mm.

*Rezolvare:* Se procedează la fel ca în cazul din problema anterioară. Urma verticală $A-A$ intersectează în patru puncte proiecția verticală respectivă. Din aceste puncte liniile de ordine duse în planul orizontal vor determina conturul proiecției orizontale a secțiunii plane. Liniile de ordine duse din urma verticală $A-A$ perpendiculare pe această urmă va determina conturul hașurat al secțiunii în adevărata mărime.

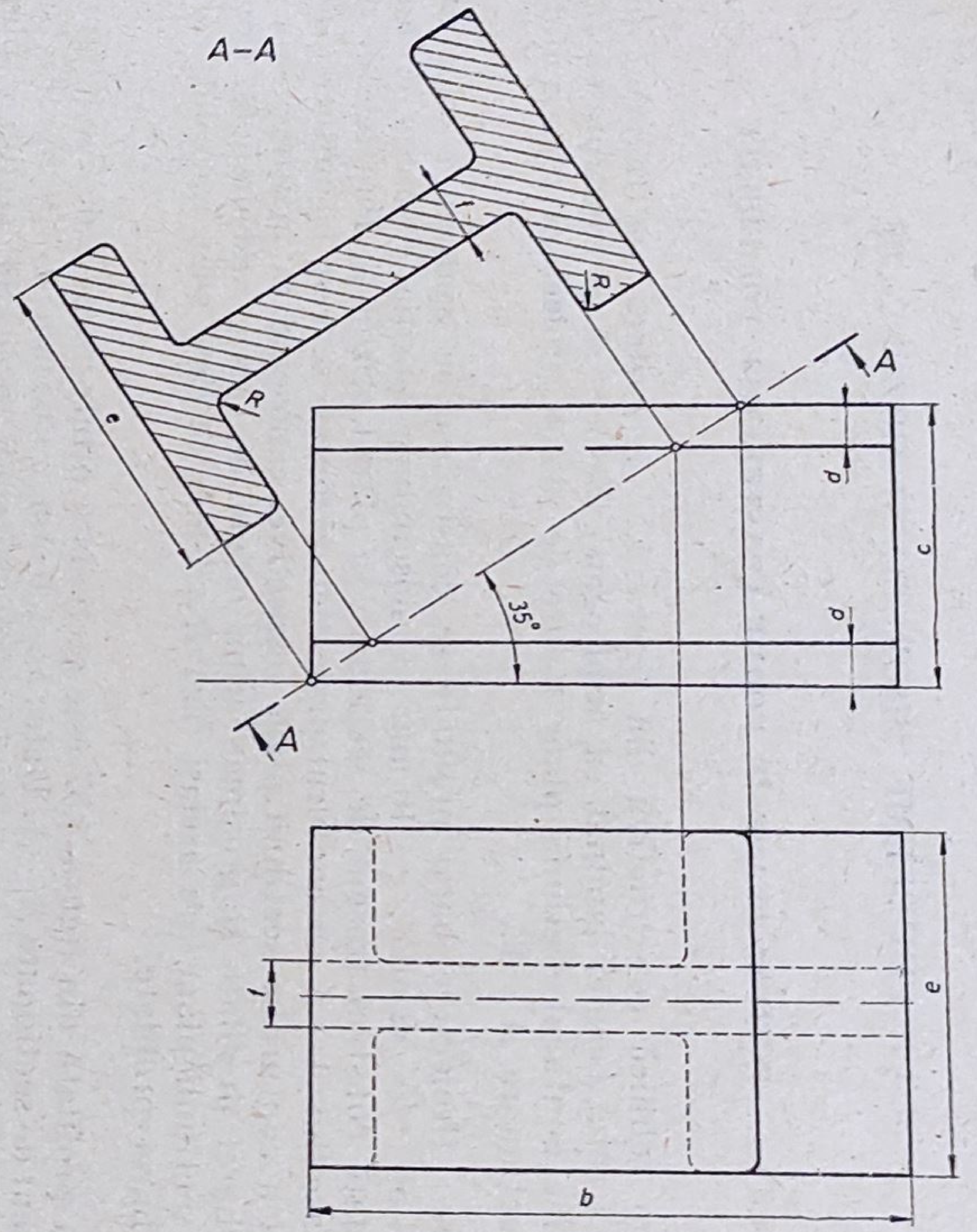
Conturul secțiunii plane păstrează din proiecția orizontală numai dimensiunile $e$ și $f$, elemente care rămîn neschimbate, așa cum se observă în figura 4.57.

**3)** Piesa din figura 4.58, reprezentată în triplă proiecție ortogonală, este alcătuită din succesiunea pe aceiași axă de simetrie a unui paralelipiped dreptunghic și a unei prisme octogonale. Această formă constructivă geometrică este secționată prin planul de capăt reprezentat prin traseul de secționare $A-A$. Paralelipipedul dreptunghic de la baza piesei este prevăzut cu două șanțuri verticale dintre care cel din stînga este prins de planul secant. Se cere să se construiască în adevărata mărime conturul secțiunii plane realizată în piesa respectivă de planul secant. Dimensiunile piesei se iau proporțional cu cele ale modelului reprezentat în figura 4.58.

*Rezolvare:* Traseul de secționare $A-A$ determină la intersecția cu proiecția verticală a formei reprezentate în figura 4.58 o serie de puncte care reprezintă, confundată cu urma planului secant, proiecția de același nume a secțiunii plane. Liniile de ordine duse perpendicular pe traseul $A-A$ din aceste puncte vor servi la construirea în adevărată mărime a conturului secțiunii plane, cu ajutorul dimensiunilor piesei din proiecția orizontală.

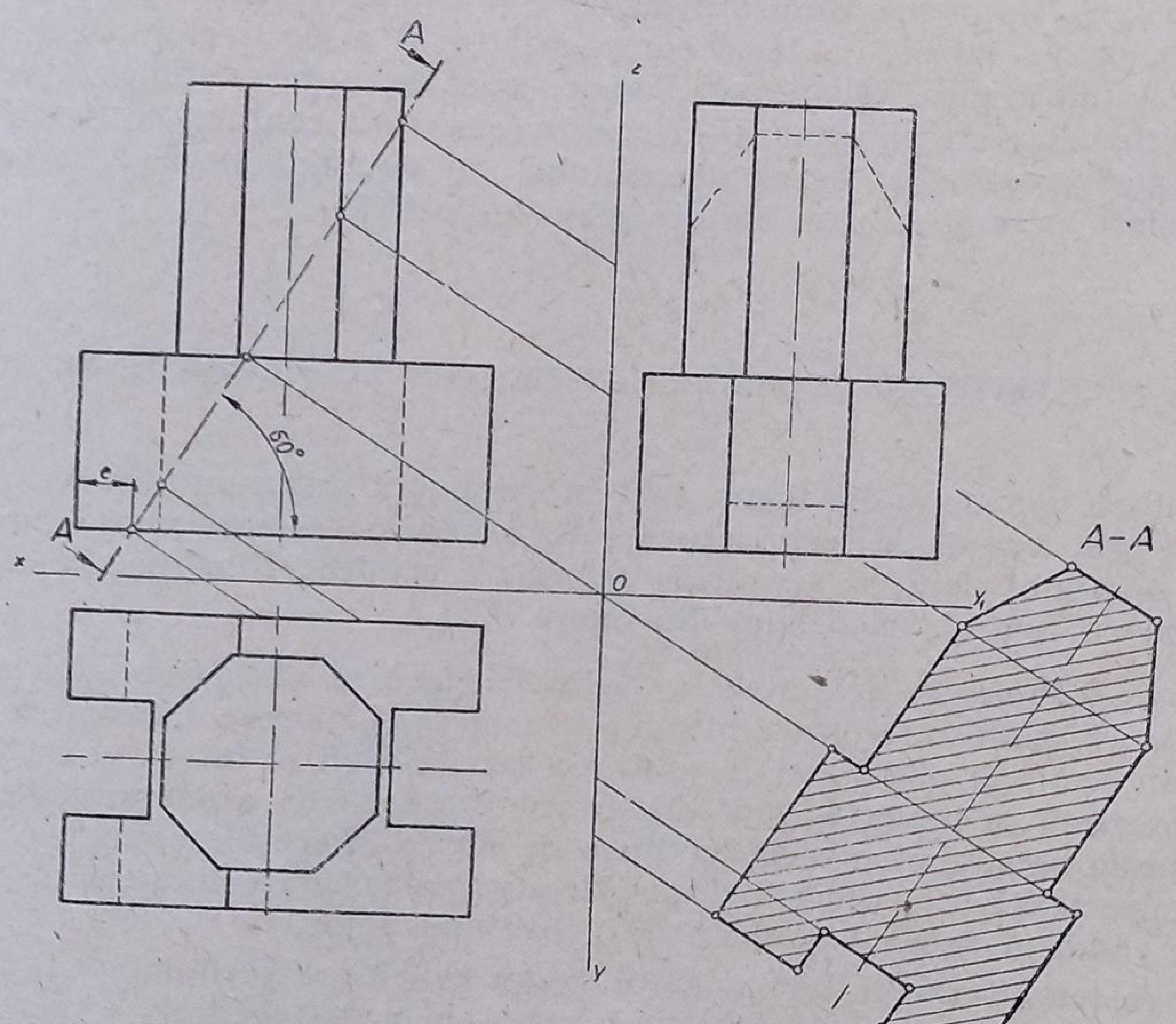



56




57

Fig. 4.56. Secţiune plană într-un profil cornier (traseul de secţionare $A$—$A$).
Fig. 4.57. Secţiune plană într-o bară profilată I (traseul de secţionare $A$—$A$).




58

Fig. 4.58. Formă constructivă secționată printr-un plan secant (traseul de secționare *A—A*).

4) Forma constructivă tehnică reprezentată în figura 4.59 se compune dintr-un paralelipiped dreptunghic și un trunchi de piramidă cu baza pătrată. Această piesă, în care partea superioară este prevăzută cu două canale ce se întretaie, este secționată printr-un plan de capăt reprezentat în figură prin traseul de secționare $A-A$.

Se cere : a) reprezentarea secțiunii plane în proiecție orizontală și laterală ;
b) reprezentarea secțiunii plane în adevărata mărime.

*Rezolvare :* Ca și în problemele precedente, urma $A-A$ determină la intersecție cu liniile de contur ale proiecției verticale punctele corespunzătoare ale secțiunii plane. De aici, cu linii de ordine, în planul orizontal se obține proiecția de același nume a secțiunii plane. Liniile de ordine duse din punctele proiecției verticale paralele cu axa $Ox$ determină în planul lateral conturul corespunzător al respectivei secțiuni. Adevărata mărime a secțiunii în piesă, făcută prin planul secant de capăt, se află cu ajutorul liniilor de ordine perpendiculare pe urma $A-A$. Se trasează apoi conturul secțiunii, cunoscînd lățimea paralelipipedului și bazele trunchiului de piramidă luate din proiecția orizontală. Același lucru și cu canalele din piesa respectivă.

#### 4.3.1.2. SECȚIUNI PLANE ÎN FORME CONSTRUCTIVE CU SUPRAFEȚE DE ROTAȚIE

5) Nitul cu cap sferic din figura 4.60 este secționat printr-un plan secant de capăt reprezentat prin traseul de secționare $A-A$. Se cere să se construiască proiecția orizontală a secțiunii plane și adevărata mărime a acesteia. Dimensiunile nitului se iau proporțional cu cele ale modelului din figura 4.60.

*Rezolvare :* Proiecția orizontală a secțiunii plane se obține cu ajutorul planelor auxiliare de nivel ale căror urme întîlnesc traseul de secționare într-o serie de puncte care aparțin secțiunii plane atît în proiecția verticală cît și în cea orizontală. Aceste puncte reprezintă în proiecție verticală urmele dreptelor de capăt rezultate din intersecția planului secant cu planele auxiliare de nivel. Proiecțiile orizontale ale acestor drepte intersectează conturul cilindrului și cercurile rezultate în sferă în puncte care unite dau conturul proiecției orizontale a secțiunii plane.

Din punctele situate pe traseul $A-A$ se duc în stînga figurii linii de ordine perpendiculare pe traseu și o axă de simetrie paralelă cu urma verticală a planului secant. Se iau pe aceste linii de ordine (cu excepția celor extreme), de o parte și de alta a axei de simetrie, distanțele corespunzătoare punctelor din proiecție orizontală. Unindu-se punctele determinate astfel se obține conturul secțiunii plane în adevărata mărime.

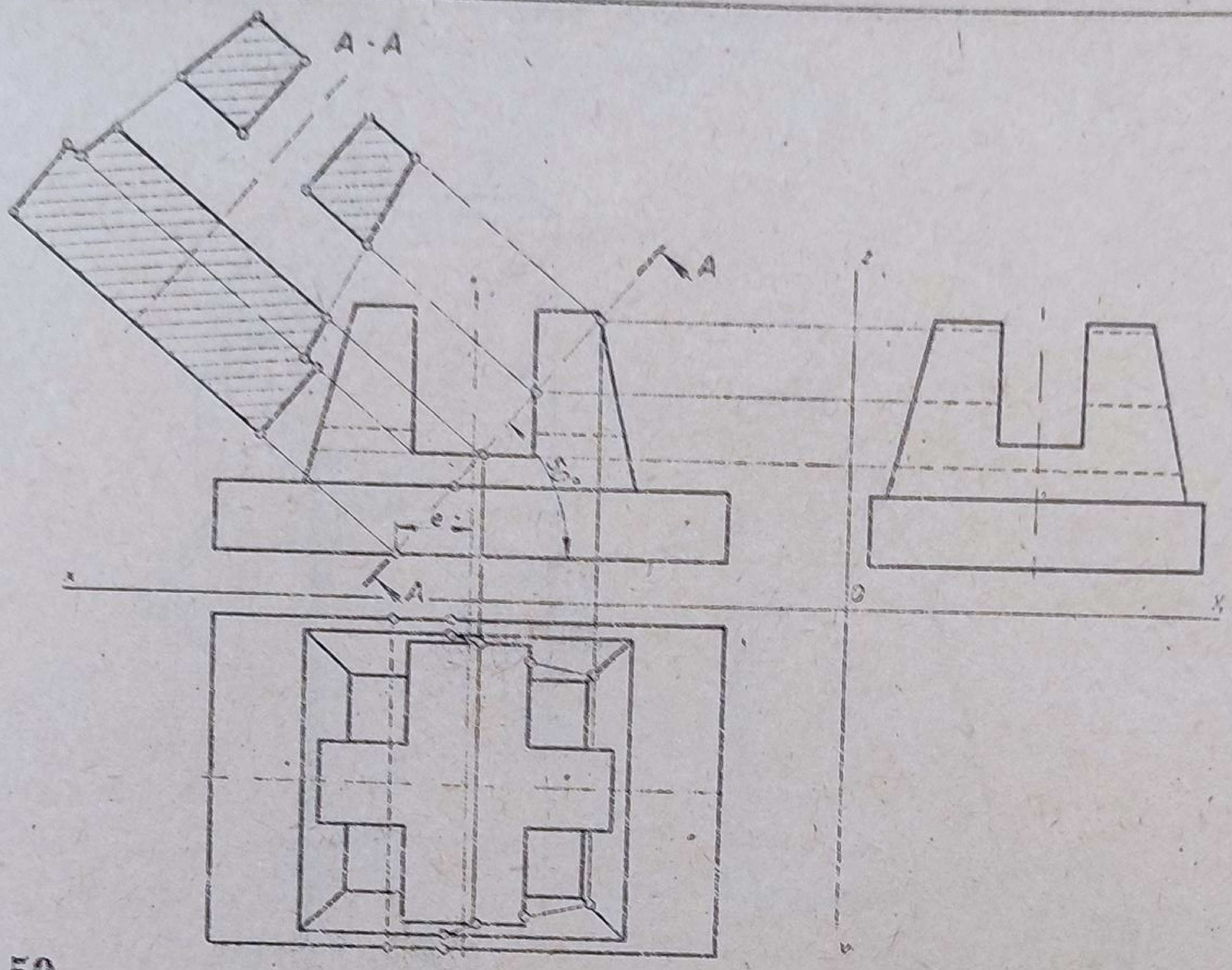
6) Boltul cu cap hexagonal din figura 4.61 este secționat printr-un plan de capăt reprezentat pe traseul de secționare $A-A$.

Să se construiască proiecția orizontală a secțiunii plane și adevărata mărime a acesteia. Dimensiunile se iau proporțional cu cele ale modelului.

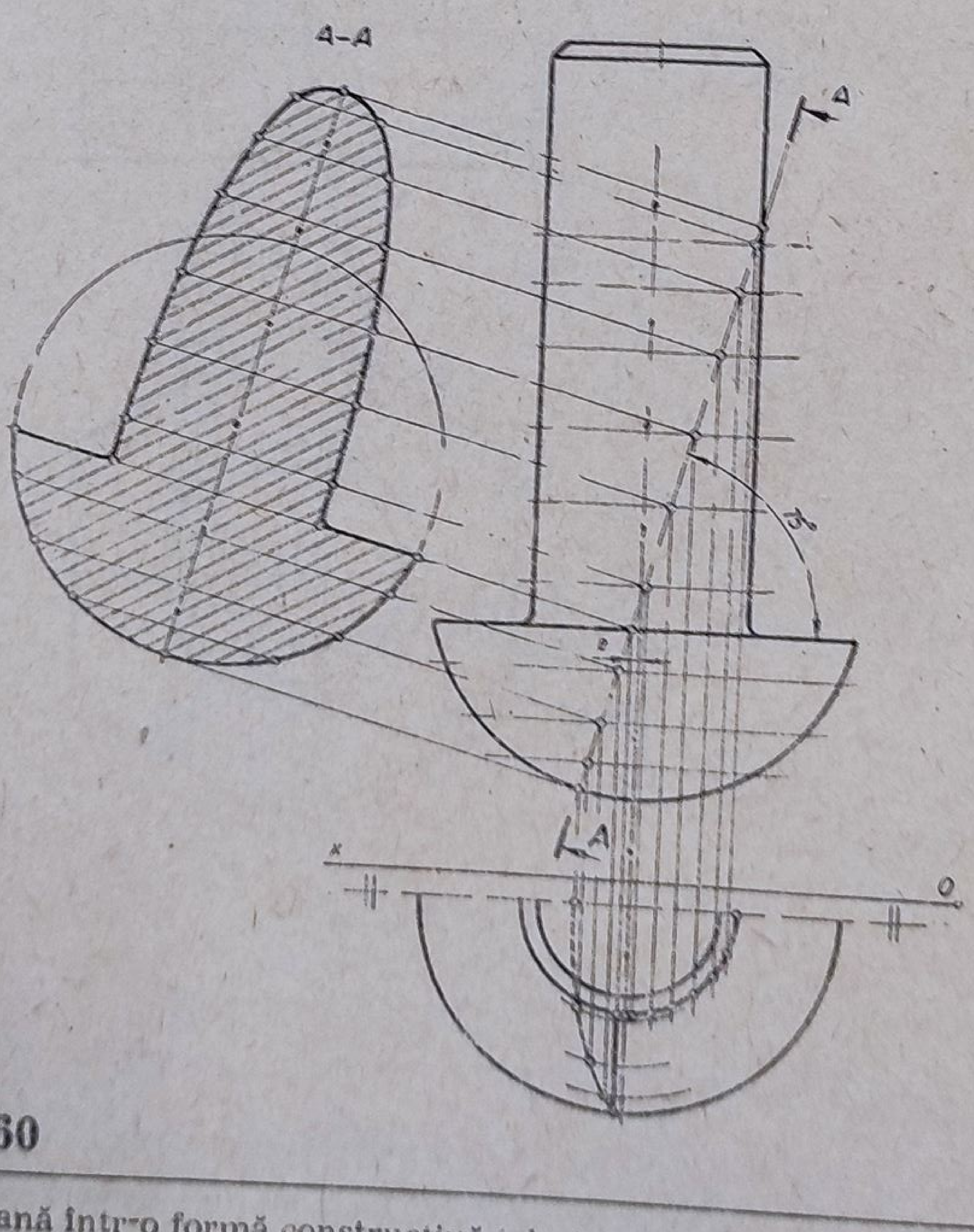
*Rezolvare:* Prin folosirea planelor auxiliare de nivel se ajunge la determinarea în proiecție orizontală a punctelor conturului secțiunii plane. Procedînd ca în cazul anterior se obține conturul secțiunii plane în mărime adevărată.

7) Piesa din figura 4.62 alcătuită din doi cilindri cu diametre și înălțimi diferite, avînd un gol interior de diametru constant pe toată adîncimea, este secționată prin planul secant reprezentat de traseul de secționare $A-A$.

Se cere să se construiască proiecția orizontală a secțiunii plane și mărimea ei adevărată.




59




60

Fig. 4.59. Secţiune plană într-o formă constructivă tehnică (traseul $A—A$).
Fig. 4.60. Secţiune plană într-un nit cu cap sferic (traseul $A—A$).

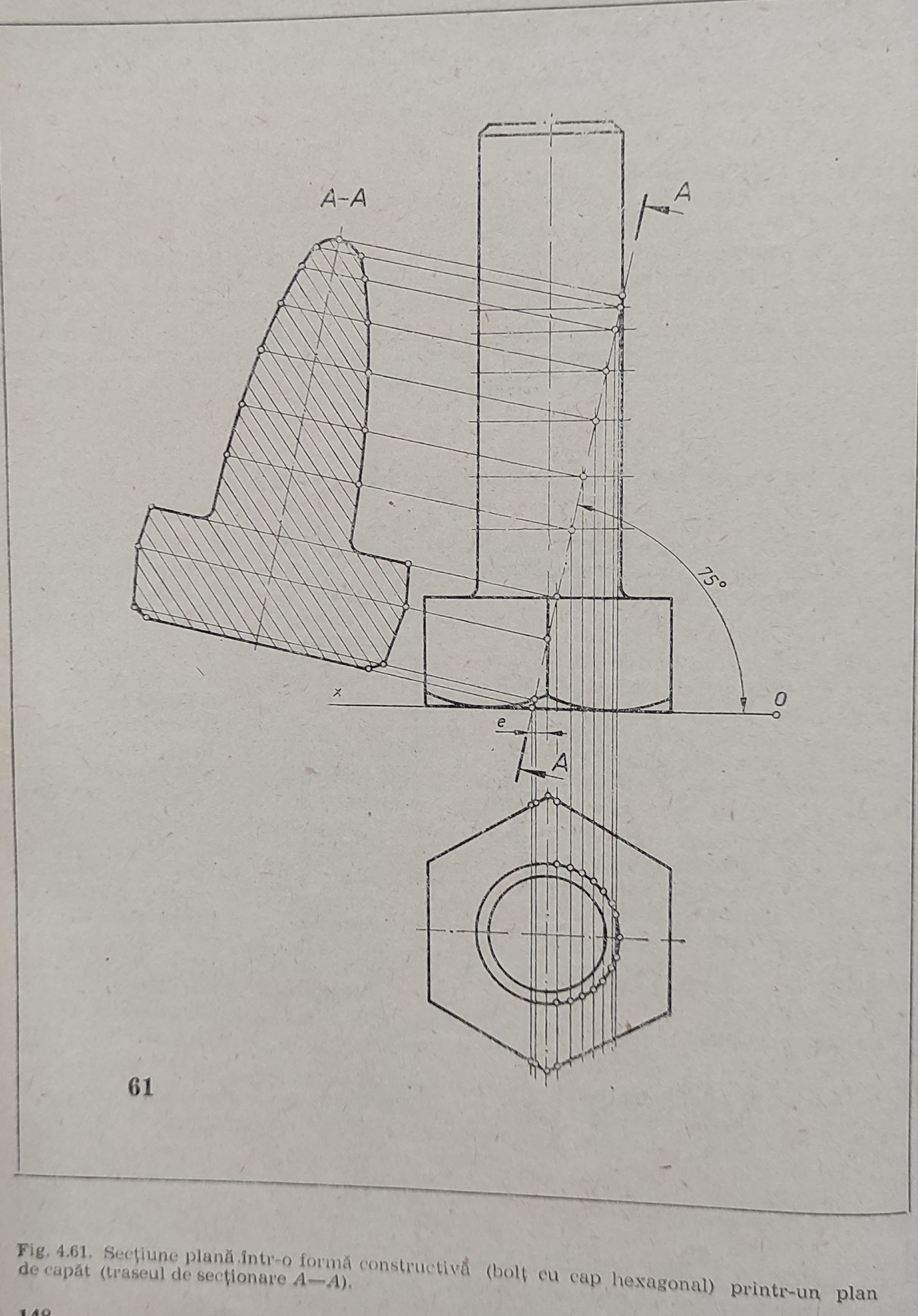



Fig. 4.61. Secţiune plană într-o formă constructivă (bolţ cu cap hexagonal) printr-un plan de capăt (traseul de secţionare $A—A$).

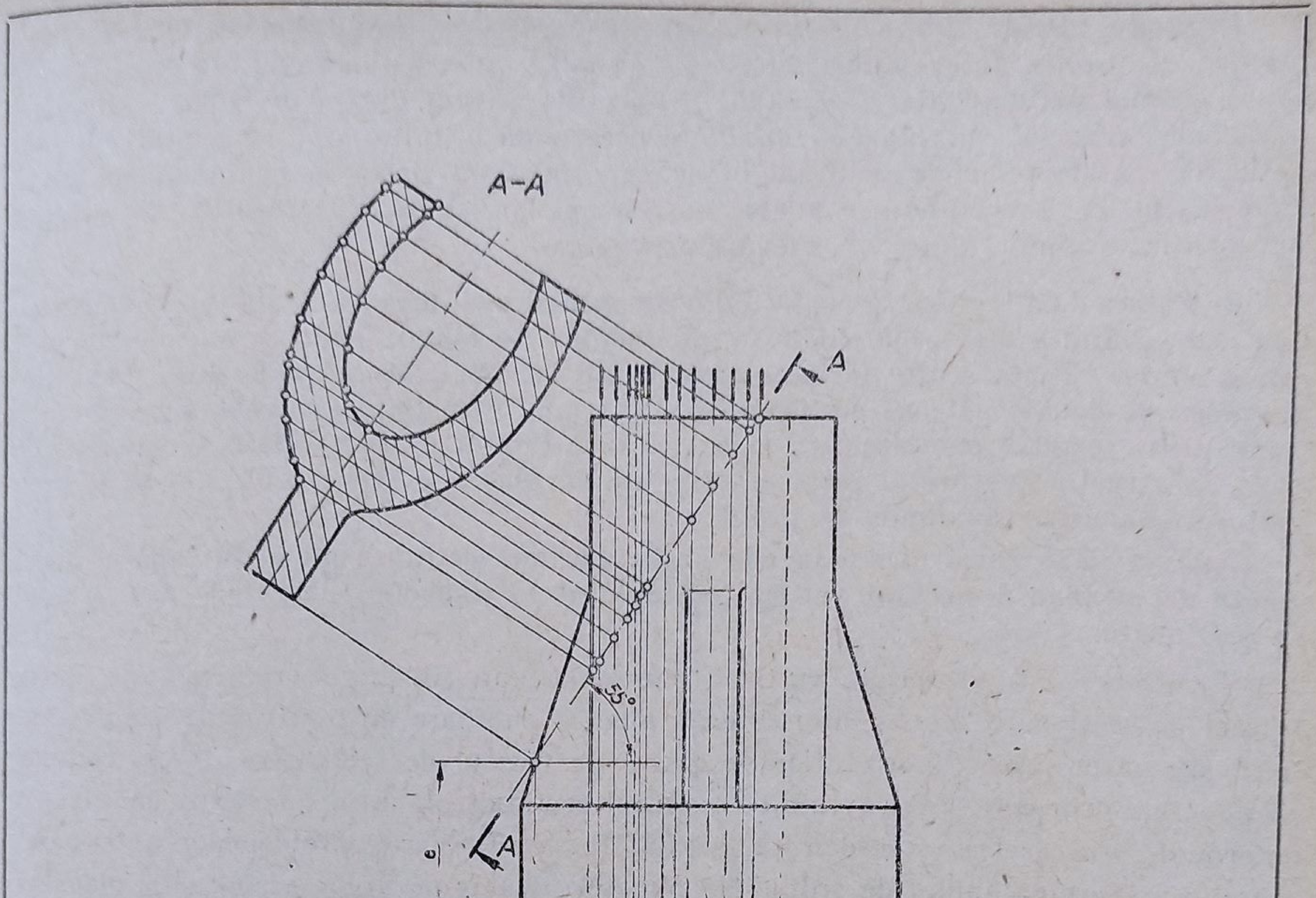



Fig. 4.62. Secţiune plană într-o formă constructivă printr-un plan de capăt (traseul de secţionare A—A).

*Rezolvare :* Pentru obținerea proiecției orizontale a secțiunii plane se folosesc plane auxiliare de profil. Intersecțiile acestor plane de profil cu planul secant de capăt din figura de mai sus dau drepte de capăt. Proiecțiile acestor drepte de capăt confundate cu urmele orizontale ale planelor auxiliare determină la intersecția cu contururile proiecției orizontale punctele secțiunii plane care în mare parte se confundă cu însăși proiecția piesei. Procedîndu-se analog cu exemplele anterioare, se obțin cu ușurință contururile secțiunii plane în adevărată mărime.

**8)** Figura 4.63 reprezintă capătul din dreapta al unei biele. Această formă constructivă este alcătuită din următoarele forme simple : un cilindru, un trunchi de con și o calotă sferică. Toate aceste forme simple la un loc sînt teșite plan prin prelucrare mecanică pe două părți, așa cum rezultă din tripla proiecție ortogonală. Conturul secțiunii plane rezultat prin așchiere mecanică este format dintr-o hiperbolă și un arc de cerc. Construcția conturului rezultat prin teșirea plană se realizează, cum se știe, cu ajutorul planurilor auxiliare de profil.

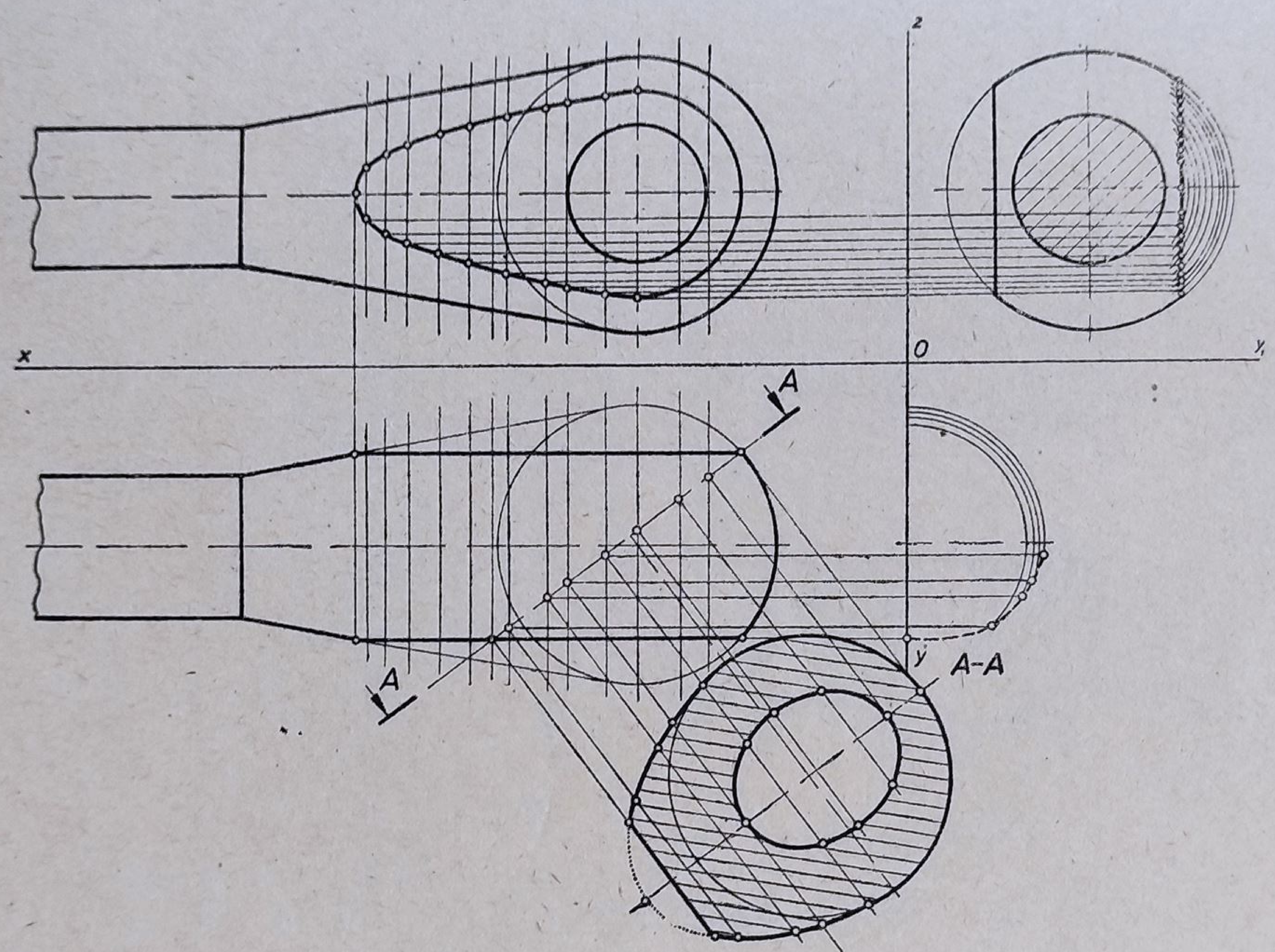
Se cere să se construiască în adevărata mărime secțiunea plană în capătul bielei făcută de un plan proiectant vertical reprezentat în proiecție orizontală prin traseul de secționare $A-A$.

*Rezolvare :* Planul secant vertical, reprezentat în proiecție orizontală de către traseul de secționare $A-A$, intersectează planele auxiliare de profil după drepte verticale ale căror proiecții orizontale se găsesc pe traseul de secționare $A-A$. Rezultă că punctele prin care se construiește conturul secțiunii plane în adevărata mărime se determină prin același procedeu ca cel folosit în rezolvarea problemelor anterioare. Astfel prin ducerea liniilor de ordine din punctele situate pe urma orizontală a planului secant, prin trasarea axei de simetrie paralelă cu urma $A-A$ și prin așezarea pe liniile de ordine a distanțelor corespunzătoare față de axă din proiecția alăturată reprezentată pe jumătate, se obțin punctele contururilor secțiunii plane reprezentate în mărime adevărată. Conturul secțiunii plane este format dintr-un arc de hiperbolă și un arc de cerc.

**9)** Forma constructivă din figura 4.64 reprezintă un cot la 90° echivalent cu un sfert dintr-un tor. Se cere să se reprezinte acest cot secționat în planul vertical și lateral, cunoscînd că proiecțiile se vor executa proporțional cu modelul reprezentat.

*Rezolvare :* Cunoscîndu-se diametrele cercurilor ce limitează golul interior al cotului, se poate construi cu ușurință secțiunea în planul vertical realizată prin planul de front (plan de simetrie), reprezentat pe desen prin traseul de secționare $A-A$. În ceea ce privește secțiunea în planul lateral făcută printr-un plan de profil (traseul $B-B$), punctele curbelor secțiunii plane se determină cu ajutorul unor plane auxiliare de front. Aceste plane de front secționează sfertul de tor (în exterior și în interior) sub forma unor contururi curbe limitate de perechi de arce de cerc. Aceste contururi sînt sferturi de coroane circulare.

Intersecțiile unora dintre arcele ce mărginesc aceste contururi curbe cu urma planului secant (traseul $B-B$) dau puncte care în plan vertical aparțin curbelor secțiunii plane, confundată în proiecție verticală cu urma planului secant de profil. Aceste puncte apar în planul lateral la intersecția liniilor de ordine corespunzătoare cu urmele laterale ale planelor de front auxiliare. Unind aceste puncte se obțin contururile curbei secțiunii plane în adevărata mărime.




63

Fig. 4.63. **Secțiune plană într-o formă constructivă de rotație (cap de bielă) printr-un plan secant vertical (traseul de secționare *A—A*) și adevărata mărime a secțiunii.**

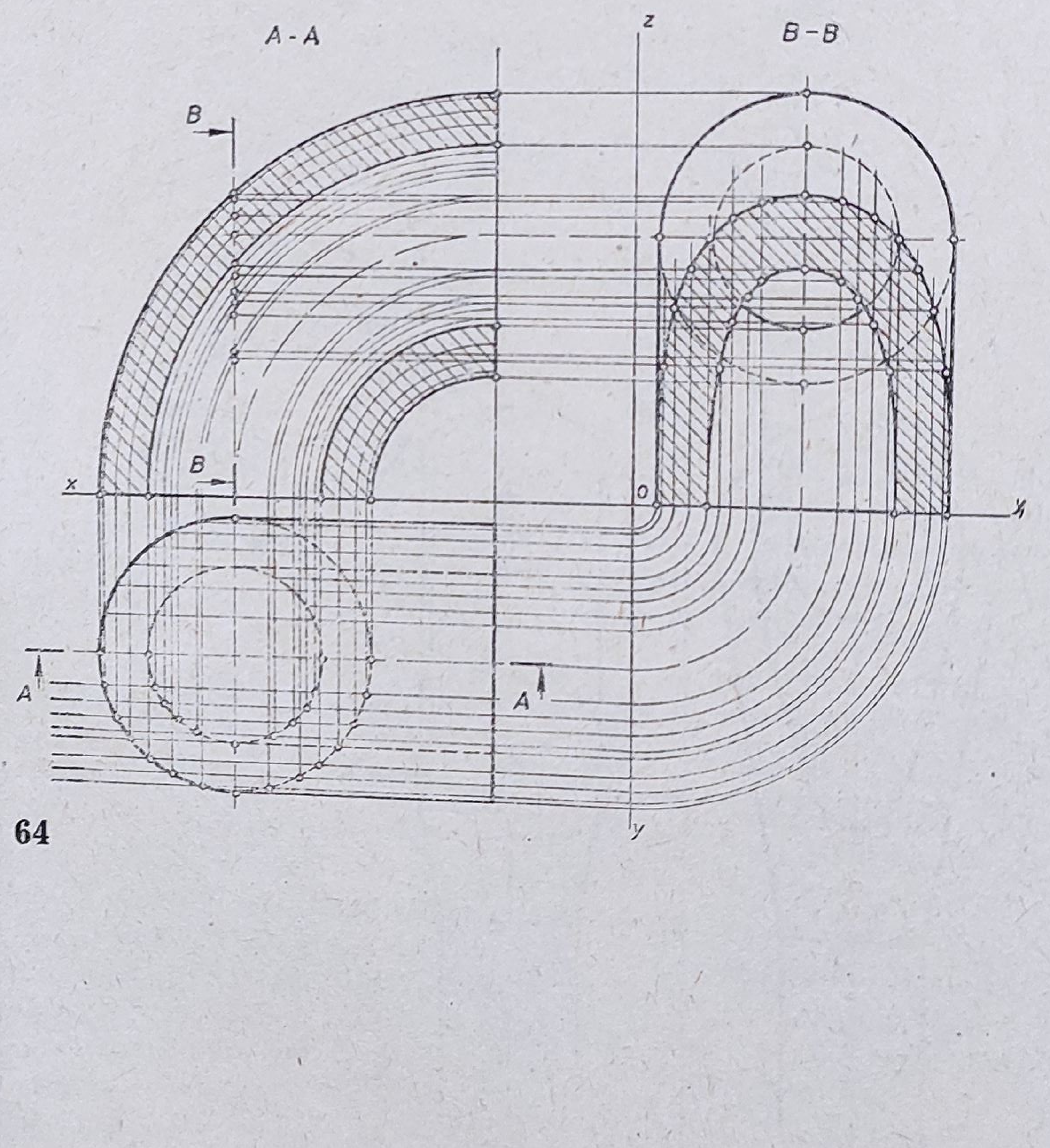



Fig. 4.64. Secţiuni plane într-o piesă de forma unui sfert de tor. (Secţiune printr-un plan de front şi secţiune printr-un plan de profil).

## 4.3.2. PROBLEME DE REZOLVAT

### 4.3.2.1. SECȚIUNI PLANE ÎN FORME CONSTRUCTIVE POLIEDRALE

**1)** Forma constructivă poliedrală din figura 4.65 este determinată în dublă proiecție ortogonală. Ca formă de bază piesa este alcătuită dintr-un paralelipiped dreptunghic peste care se așază un alt paralelipiped dreptunghic cu aceeași lățime. Ambele forme sînt străbătute de la o față la cealaltă de un gol paralelipipedic.

Se cere să se construiască în adevărata mărime secțiunea plană realizată de un plan proiectant vertical, reprezentat prin traseul $A-A$. Dimensiunile piesei, în mm : $a=120$ ; $b=70$ ; $c=40$ ; $d=15$ ; $e=5$ ; $f=54$ ; $h=55$ ; $h_1=15$ ; $R=3$.

**2)** Să se construiască secțiunea plană în adevărata mărime pentru forma constructivă paralelipipedică crestată din figura 4.66, cunoscînd că piesa poliedrală respectivă este secționată de un plan proiectant vertical, reprezentat în proiecție orizontală prin traseul de secționare $A-A$. Dimensiuni : $a=65$ ; $b=45$ ; $c=80$ ; $d=40$ ; $e=10$ ; $f=20$ ; $g=25$ ; $h=44$.

**3)** Forma paralelipipedică din figura 4.67 este secționată de un plan proiectant vertical, reprezentat prin urma orizontală $A-A$. Să se construiască în adevărata mărime secțiunea plană respectivă. Dimensiuni proporționale cu cele din figura dată.

**4)** În figura 4.68 este reprezentată o formă poliedrală secționată printr-un plan de capăt reprezentat prin traseul de secționare $A-A$. Se cere să se construiască în adevărata mărime secțiunea plană rezultată, respectîndu-se proporțiile proiecțiilor din figura dată.

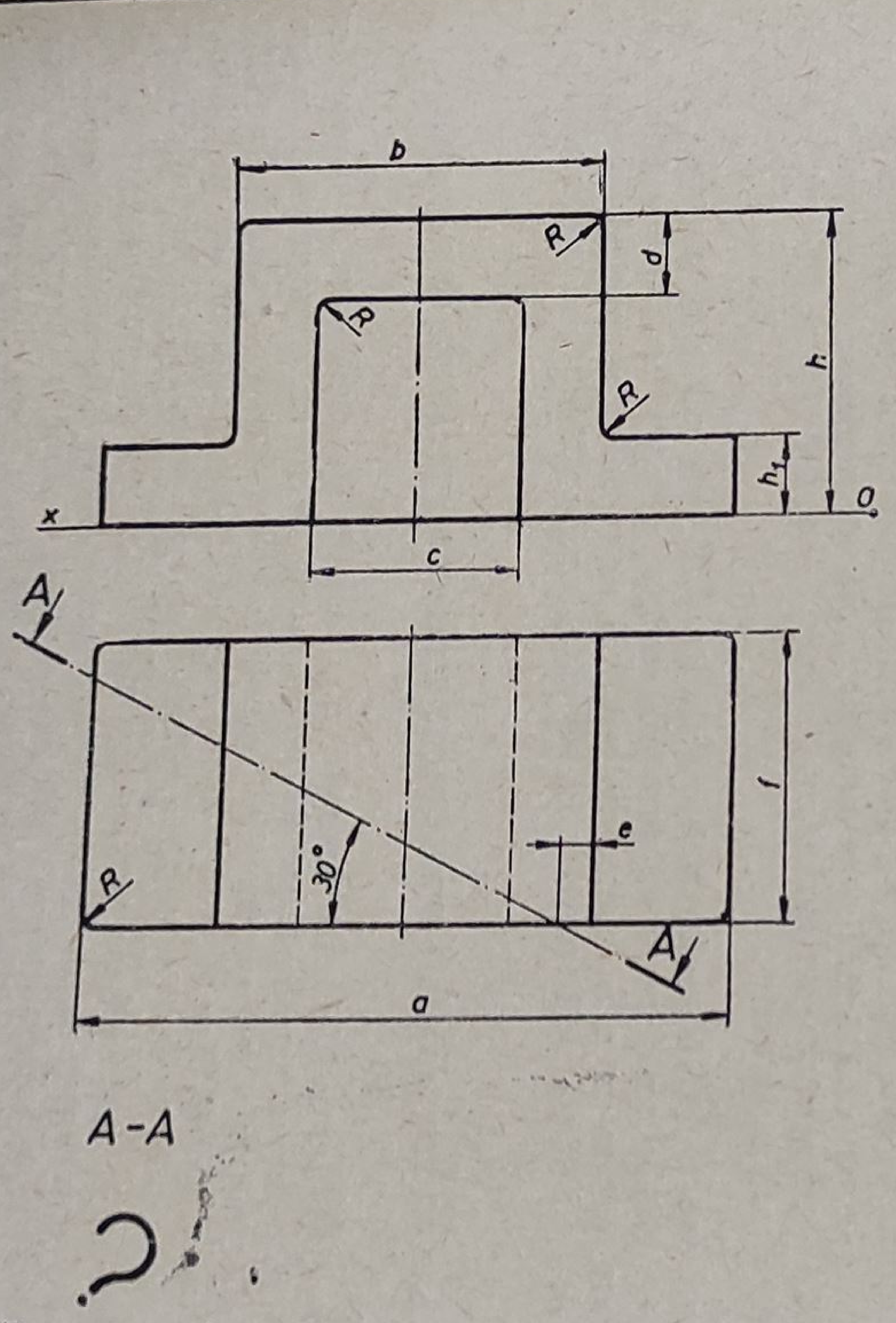
**5)** Piesa din figura 4.69 a avut ca formă fundamentală un paralelipiped dreptunghic. Prin modificări ulterioare (teșiri plane înclinate și canale), această piesă are forma finală așa cum se reprezintă în figura amintită. Respectiva piesă este secționată de un plan de capăt reprezentat în figură prin traseul $A-A$. Se cere construcția secțiunii plane în adevărata mărime.

**6)** Forma constructivă geometrică din figura 4.70 este alcătuită dintr-un paralelipiped dreptunghic și un trunchi de piramidă cu baza dreptunghiulară. Această formă este secționată printr-un plan proiectant vertical, reprezentat în proiecție orizontală prin urma $A-A$. Să se construiască în adevărată mărime conturul secțiunii plane.

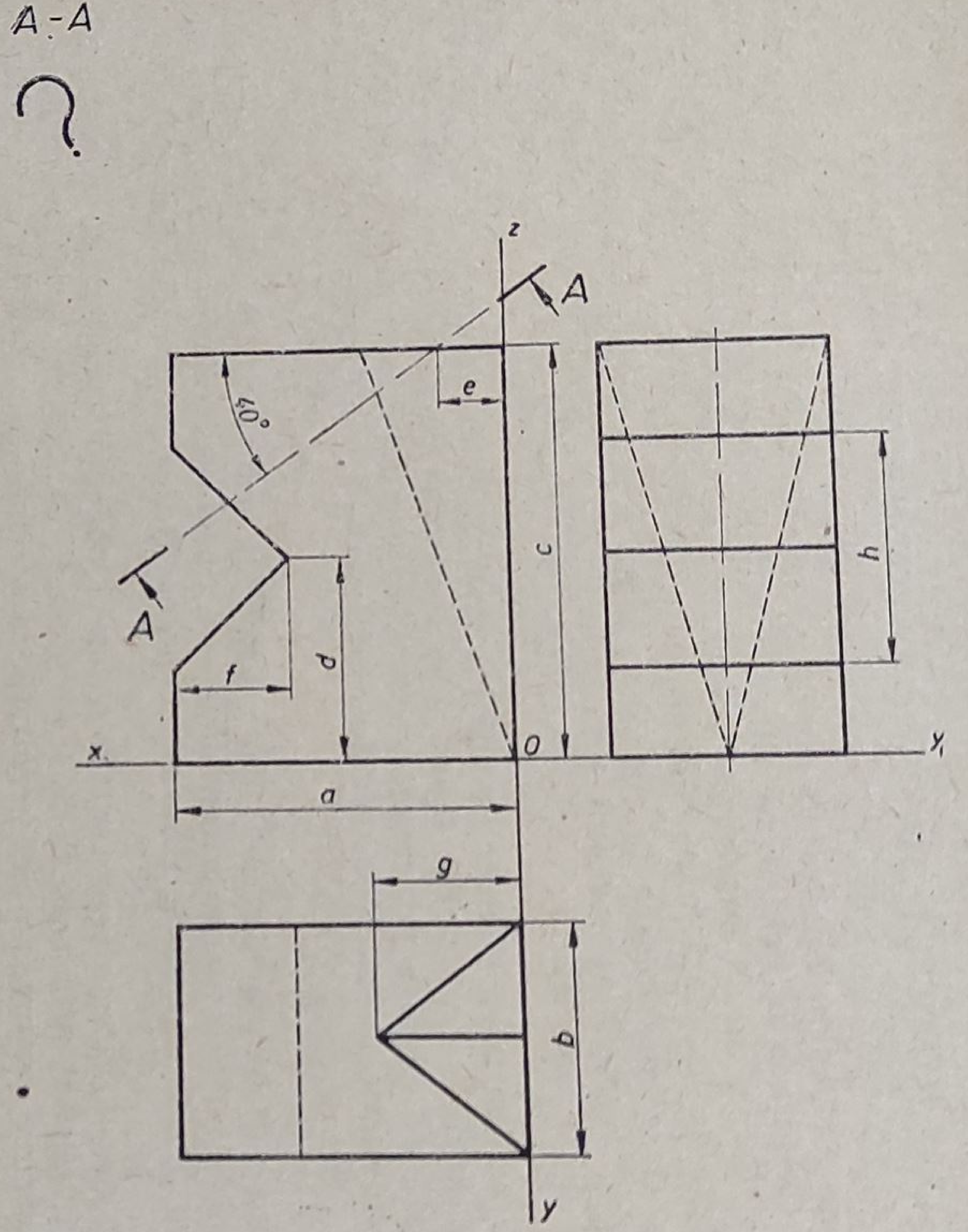
### 4.3.2.2. SECȚIUNI PLANE ÎN FORME CONSTRUCTIVE CU SUPRAFEȚE DE ROTAȚIE

**7)** Piesa din figura 4.71 este formată din succesiunea următoarelor corpuri cu suprafețe de rotație : o calotă sferică peste care este așezat un cilindru cu diametrul mai mare și de înălțime redusă ; apoi un trunchi de con așezat peste cilindrul amintit, un alt cilindru cu același diametru cu al bazei mici a trunchiului de con dar cu înălțime mai mare și un trunchi de con cu înălțime redusă și cu baza egală cu a ultimului cilindru.

Această piesă formată din corpuri cu suprafețe de rotație este secționată printr-un plan de capăt reprezentat în proiecție verticală prin traseul de secționare $A-A$. Se cere să se construiască în adevărată mărime secțiunea plană realizată prin planul secant. Reprezentarea se va face cu păstrarea proporțiilor modelului reprezentat în figura 4.71. Se va utiliza o rabatere înj urul urmie verticale $A-A$.




65




66

Fig. 4.65. Fig. 4.66. Probleme de rezolvat.

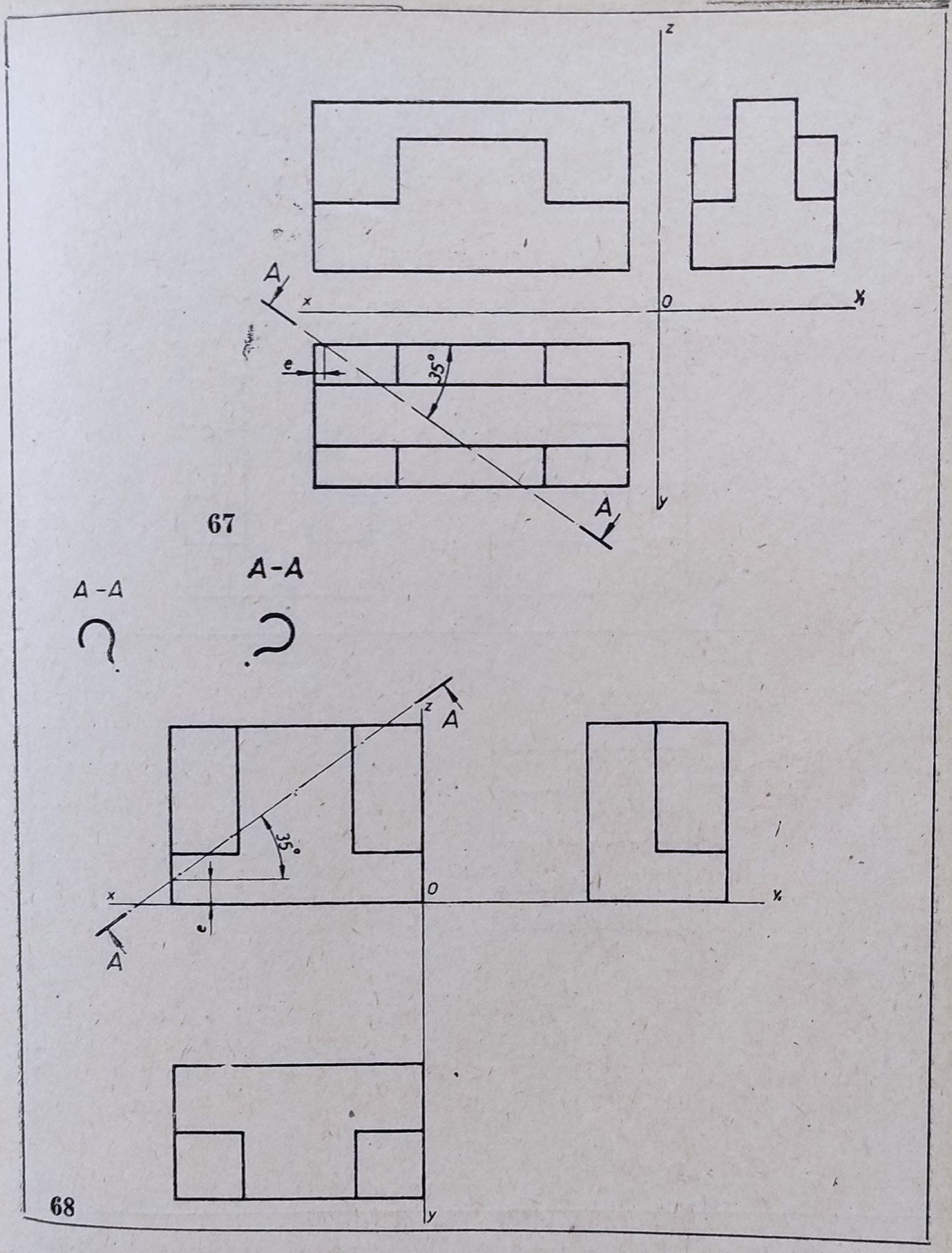
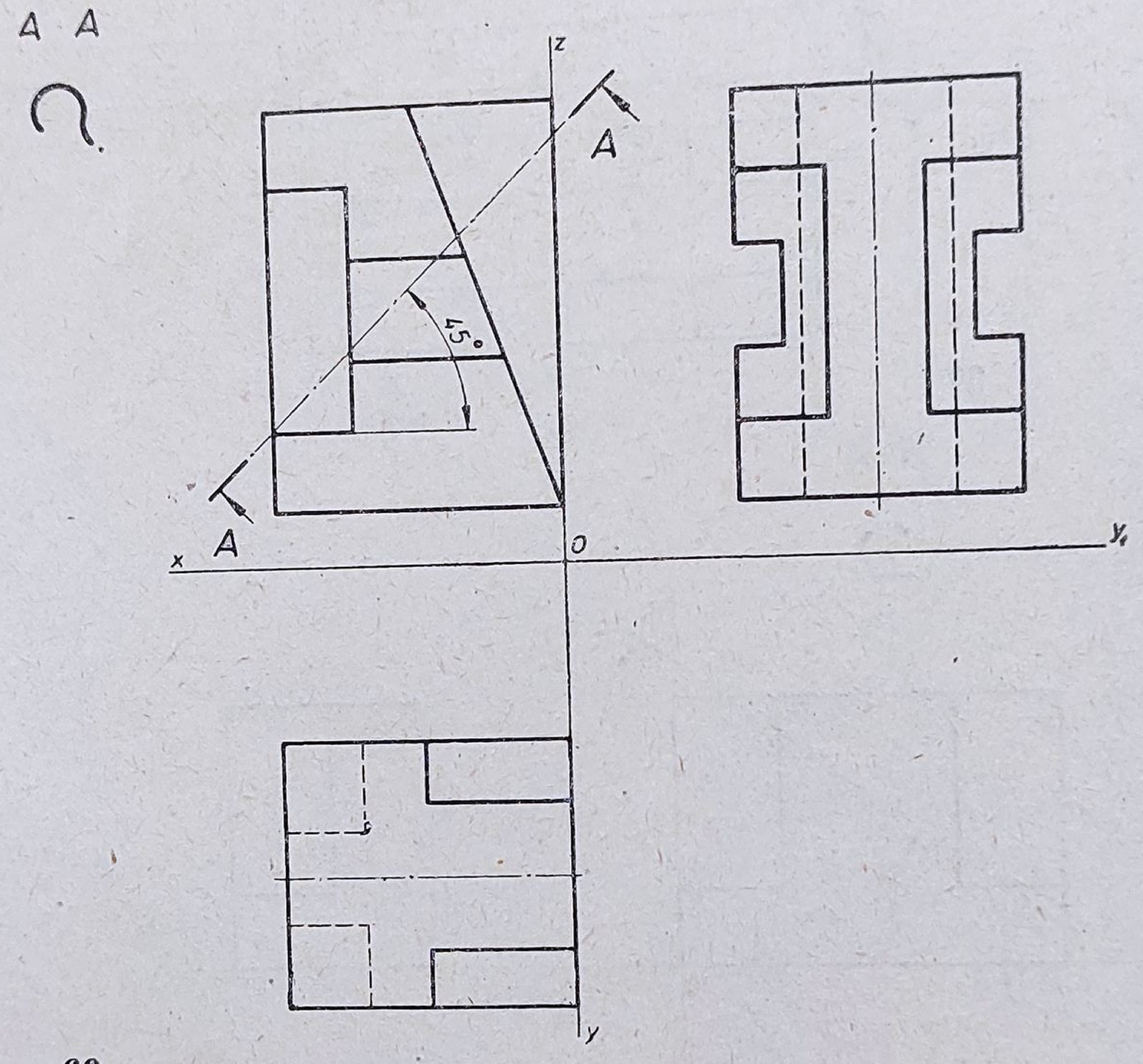
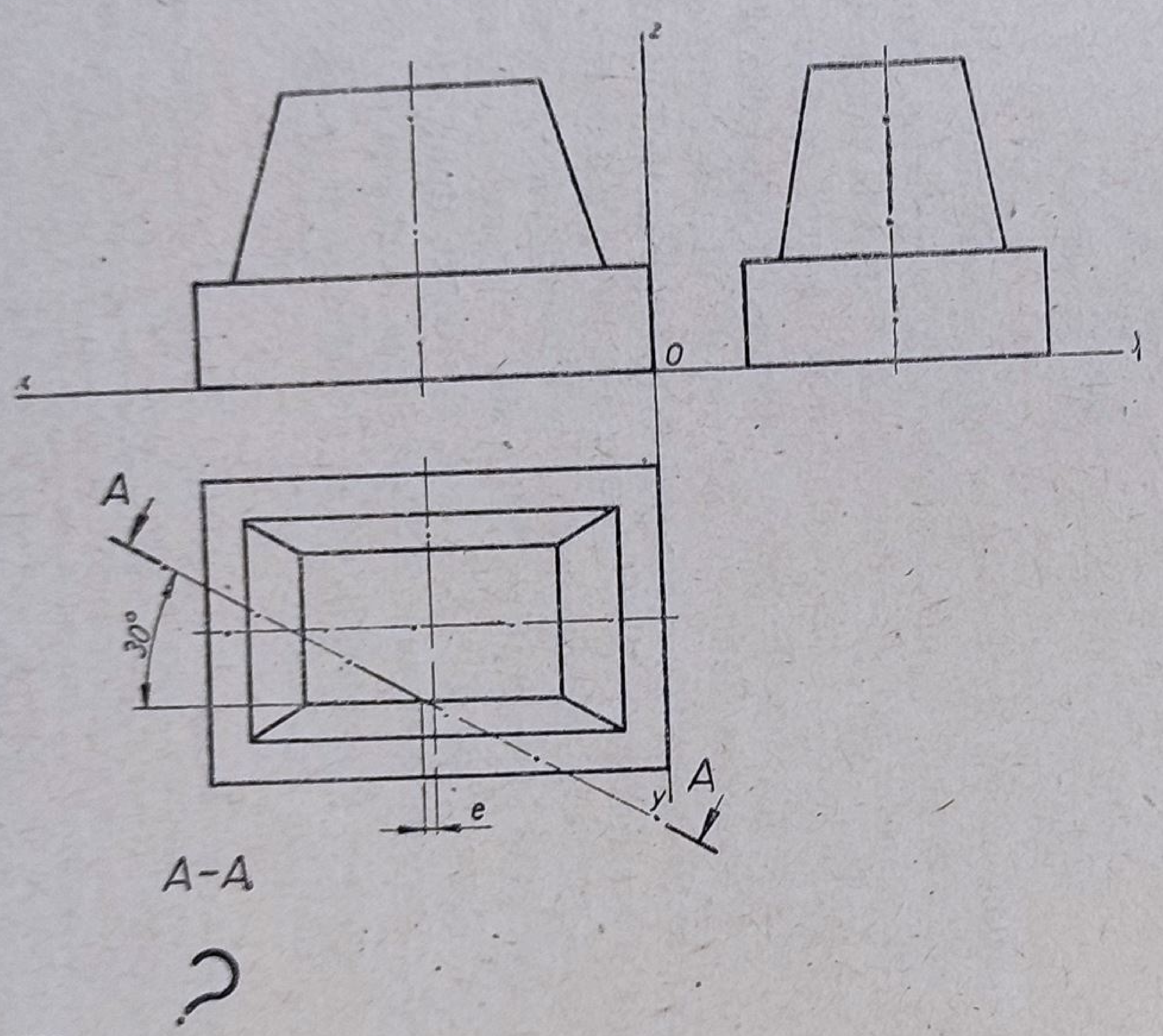



Fig. 4.67. Fig. 4.68. Probleme de rezolvat.

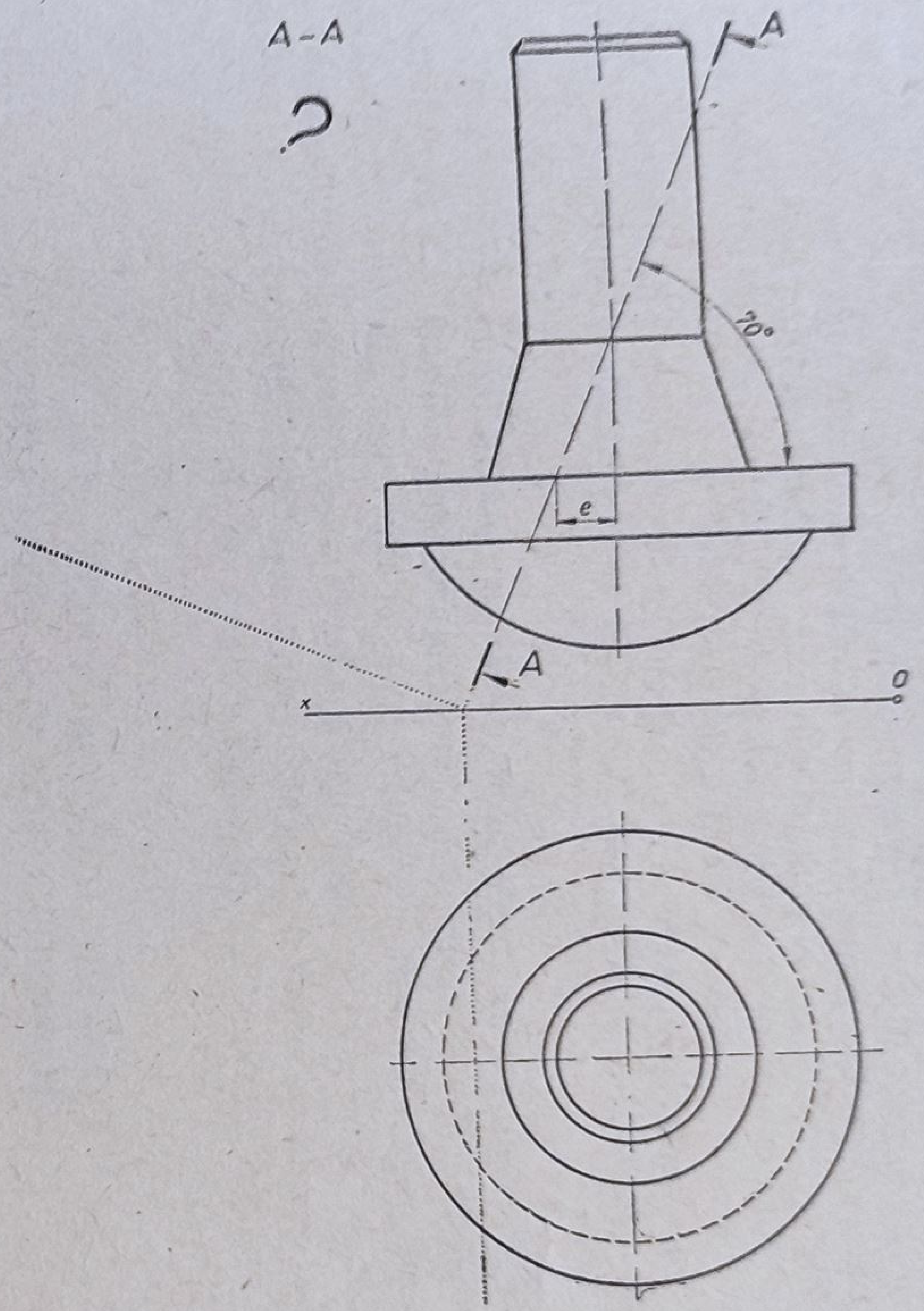



69

Fig. 4.69. Secţiune plană într-o formă constructivă poliedrală (traseul de secţionare *A—A*).




70




71

Fig. 4.70. Fig. 4.71. Probleme de rezolvat.

**8)** Forma constructivă din figura 4.72 este alcătuită dintr-o succesiune de corpuri, unele de rotație și o prismă cu bază pătrată. Prisma se intersectează cu conul după patru arce de hiperbolă, dintre care una apare în adevărata mărime în planul vertical. Succesiunea corpurilor geometrice este următoarea : un cilindru de înălțime redusă și cu un diametru egal cu cel al conului superior, o prismă cu baza pătrată, un cilindru cu diametrul egal cu cel al bazei prismei și un trunchi de con de înălțime redusă și cu diametrul bazei mari egal cu cel al ultimului cilindru.

Forma constructivă geometrică de mai sus este secționată printr-un plan proiectant vertical reprezentat prin traseul $A-A$. Să se construiască adevărata mărime a secțiunii plane.

**9)** Piesa reprezentată în dublă proiecție ortogonală în figura 4.73 este ca și celelalte din problemele 7 și 8 formată din succesiunea unor cilindri și a unor trunchiuri de con. În plus, partea cilindrică cu diametrul cel mai mare este prevăzută cu două crestături radiale. Se cere să se construiască adevărata mărime a secțiunii plane realizată de planul secant de capăt reprezentat prin traseul de secționare $A-A$. *Indicație* : se consideră mai avantajoasă ca metodă rabaterea în jurul urmei verticale $A-A$.

## 4.4. INTERSECȚII DE CORPURI CU SUPRAFEȚE CILINDRICE, CONICE ȘI DE ROTAȚIE

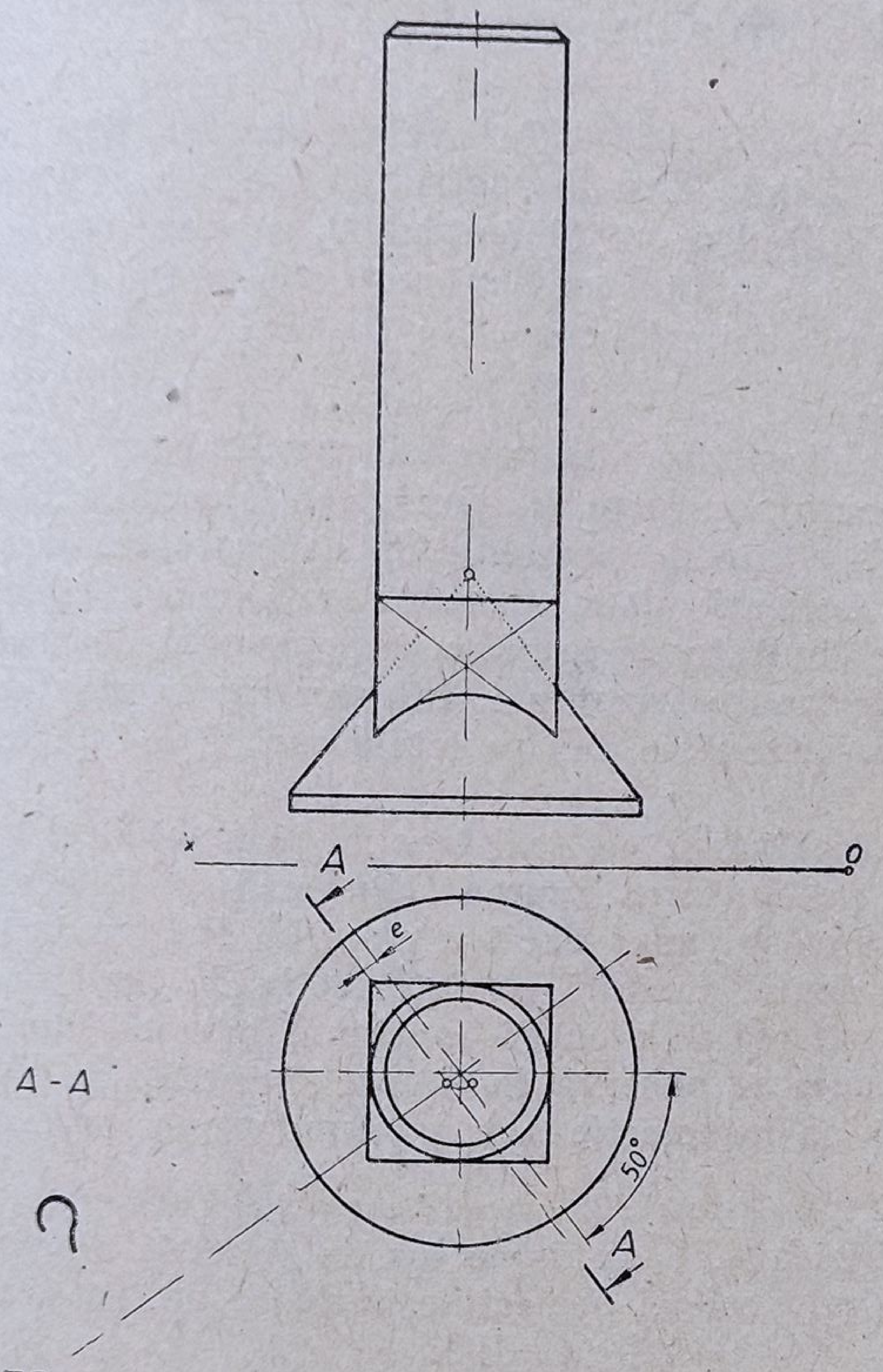
### 4.4.1. GENERALITĂȚI

În general, două corpuri cu suprafețe curbe se intersectează între ele după o curbă continuă, discontinuă sau cu ramuri infinite. Ca și în cazul poliedrelor, tipul intersecției se stabilește după poziția urmelor planelor limită față de bazele (curbele directoare) ale suprafețelor care se intersectează. Astfel, după cum se observă în figura 4.75, intersecția dintre cei doi cilindri este o *rupere*. Aceasta deoarece fiecare din planele limită este tangent la o suprafață și secant la cealaltă. Cînd unul din planele limită este tangent la ambele suprafețe, intersecția este o *rupere tangențială*. Cînd planele limită sînt ambele tangente la o suprafață și secante la cealaltă, intersecția este o *pătrundere*, așa cum se observă în figurile 4.76 și 4.77. Curba de intersecție este discontinuă și se desface în două ramuri. În cazul particular cînd ambele plane limită sînt tangente la ambele suprafețe intersecția este o *rupere bitangențială* (fig. 4.74 *a*, *b*, *c*). Aceste tipuri de intersecții se întîlnesc în cazul tuturor corpurilor cu suprafețe cilindrice, conice și de rotație. *

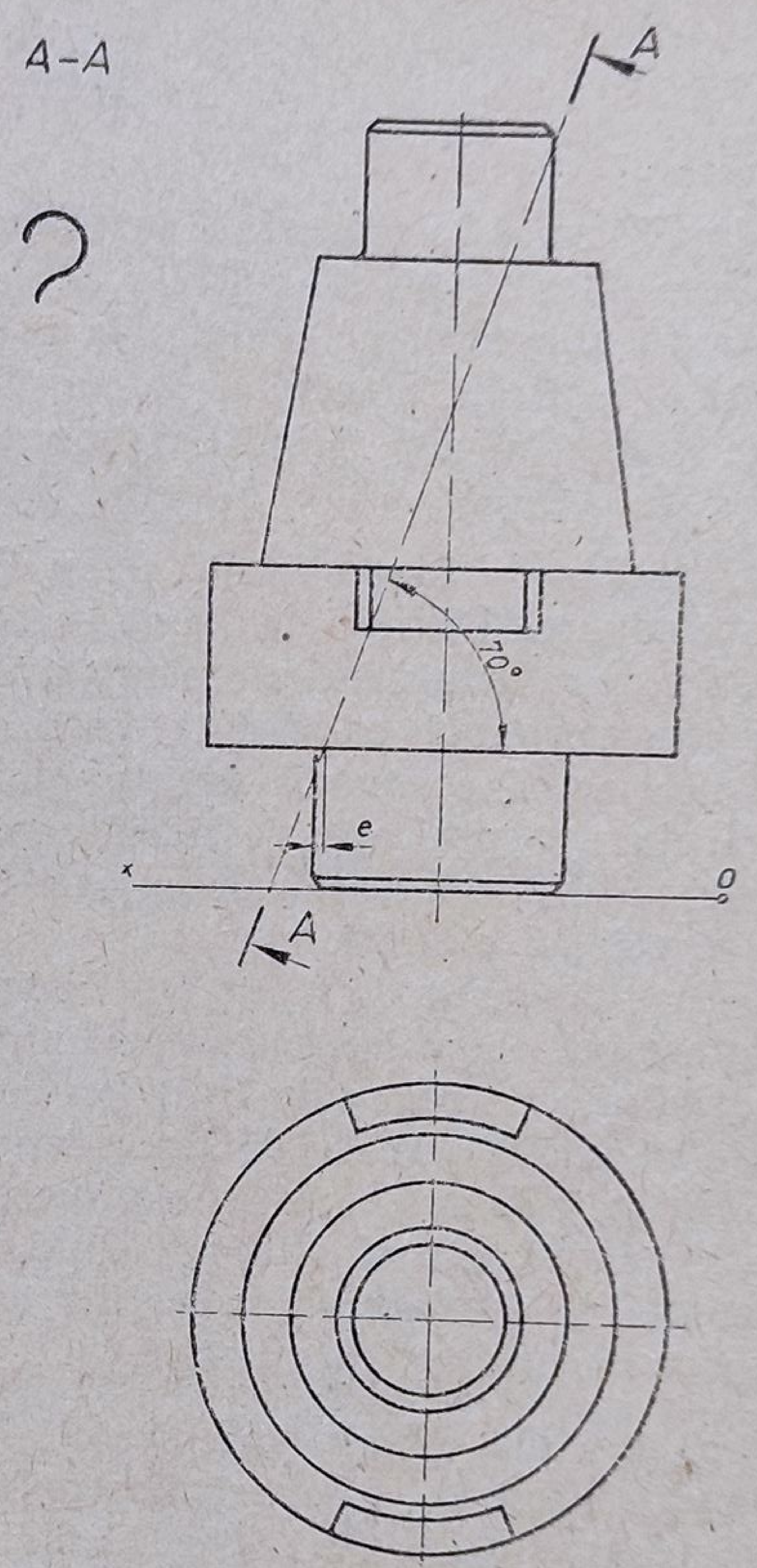
Problemele care urmează se vor referi la cazuri particulare de intersecții întîlnite curent în sectorul construcțiilor de mașini.

---

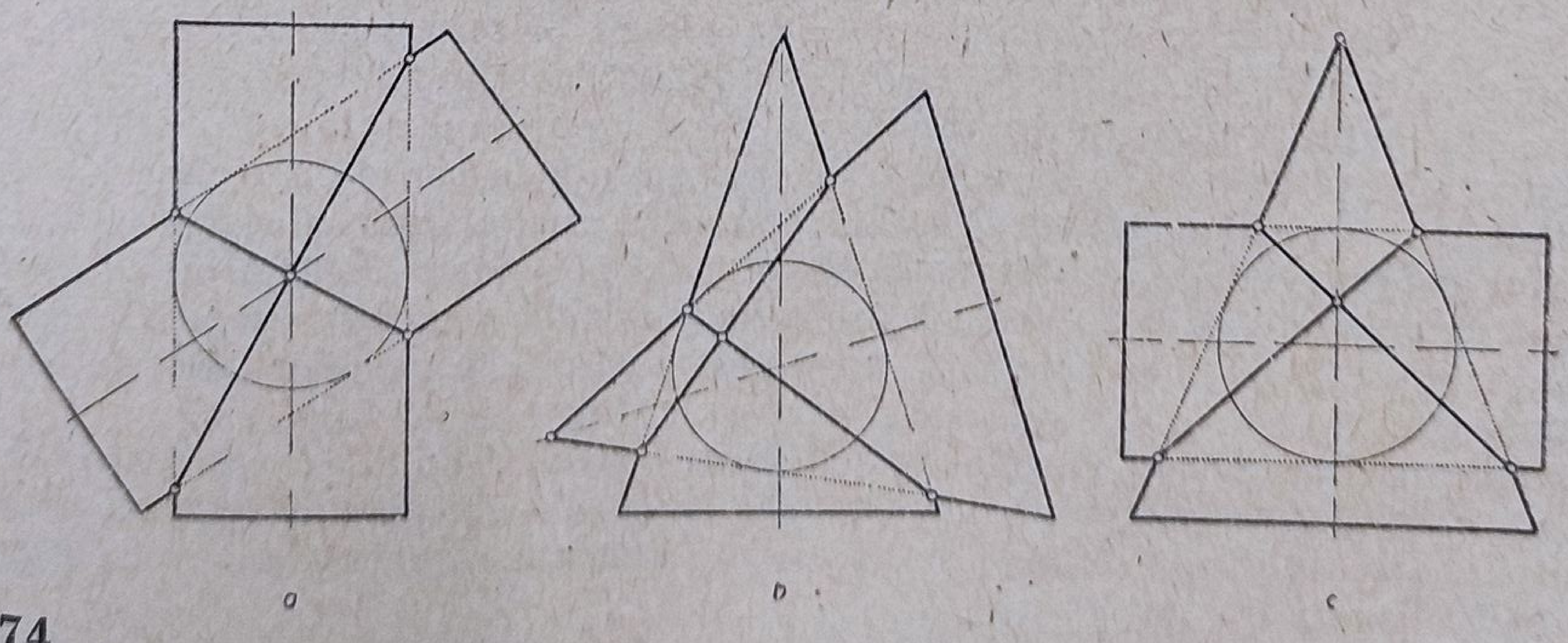
* Cilindrul și conul de rotație fac parte din categoria suprafețelor de gradul al doilea. În general, curba de intersecție a două suprafețe de gradul al doilea este o curbă strîmbă de gradul al patrulea. În unele cazuri (v. fig. 4.78, 4.84, 4.86, 4.71, 4.110), la rezolvarea problemelor de intersecție a suprafețelor de rotație de gradul al doilea se pot obține ca rezultat două curbe plane de gradul al doilea. Acest lucru se întîmplă cu doi cilindri, două conuri sau un cilindru și un con, care pot fi circumscriși unei suprafețe sferice comune, al cărui centru se află în punctul de intersecție al axelor respectivelor suprafețe de rotație (fig. 4.74). Rezultă că, în acest caz, curba de gradul al patrulea se descompune în două curbe plane de gradul al doilea (elipse). Intersecțiile elipselor sînt puncte duble care admit cîte un plan tangent la ambele suprafețe intersectate.




**72**




**73**



**74**

Fig. 4.72. Fig. 4.73. Probleme de rezolvat.
Fig. 4.74. Intersecţii de corpuri cilindro-conice (ruperi bitangenţiale).

## 4.4.2. PROBLEME PROPUSE ȘI REZOLVATE

### 4.4.2.1. INTERSECȚII ÎNTRE CILINDRI

**1)** Figura 4.75 reprezintă intersecția a doi cilindri limitați cu axe de simetrie situate în plane diferite, cu diametrele $D$ și $D_1$. Cilindrul cu diametrul $D$ are o bază situată în planul orizontal, iar cealaltă la cota $h$. Cilindrul cu diametrul $D_1$ are bazele situate în plane de profil. Se cere să se construiască în planul vertical proiecția curbei de intersecție dintre cei doi cilindri. Dimensiuni, în milimetri : $a=83$ ; $b=60$ ; $c=38$ ; $d=38$ ; $e=3$ ; $D=62$ ; $D_1=64$ ; $h=115$ ; $l=110$.

*Rezolvare :* Planele limită $P_1$ și $P_n$ stabilesc tipul intersecției, care, în cazul de față, este o rupere. Planele de front secante cuprinse între $P_1$ și $P_n$ secționează cilindrul vertical după contururi dreptunghiulare limitate de perechile de generatoare, duse în proiecție verticală ca drepte verticale. Aceleași plane secante secționează cilindrul orizontal după contururi dreptunghiulare limitate de asemenea de perechi de generatoare, duse în proiecție verticală ca drepte fronto-orizontale. Intersecțiile în plan vertical dintre dreptele verticale cu cele fronto-orizontale dau punctele curbei de intersecție dintre cei doi cilindri.

Planul secant de front $P_9$ secționează cilindrul vertical trecînd prin mijlocul bazei și determină în proiecție verticală puncte pe conturul aparent. Punctele de intersecție determinate de plane de front cu depărtare mai mică decît a planului $P_9$ dau în proiecție verticală puncte de intersecție nevăzute. Rezultă că intersecția de tipul rupere din figura 4.75 se prezintă în proiecție verticală ca o curbă continuă, formată din două părți, una văzută și alta nevăzută, așa cum se observă în figura amintită. În planul orizontal și cel lateral, proiecțiile curbei de intersecție sînt confundate cu proiecțiile bazelor cilindrilor intersectați.

**2)** Cei doi cilindri intersectați din figura 4.76 au axele lor de simetrie perpendiculare. Se cere să se construiască în planul vertical proiecțiile curbelor de intersecție. Dimensiuni : $b=60$ ; $c=40$ ; $D=65$ ; $D_1=50$ ; $h=120$ ; $l=100$.

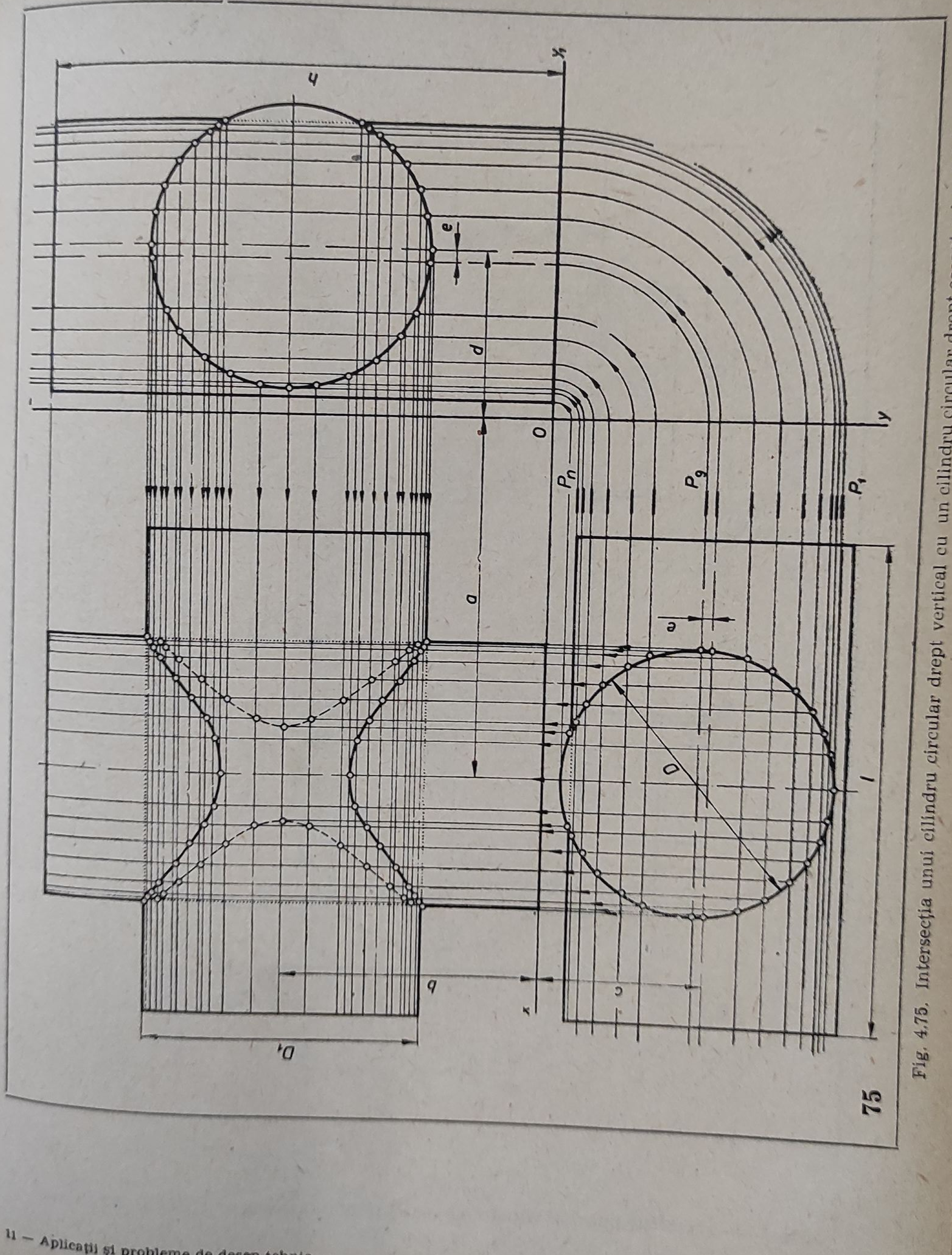
*Rezolvare :* Se rabate în proiecție orizontală și verticală baza cilindrului așezat orizontal și se împarte în părți egale fiecare semicerc exterior în același număr de părți egale. Prin diviziunile semicercului din planul orizontal se duc urmele planelor de front secante. Planele limită $P_1$ și $P_n$ vor determina tipul intersecției, care, în cazul de față, este o pătrundere. Prin rabaterea bazei în planul vertical a cilindrului orizontal a cărei axă este o fronto-orizontală, se renunță la cea de a treia proiecție.

Planul $P_1$, tangent la cilindrul așezat orizontal, secționează cilindrul vertical după un contur dreptunghiular, limitat de două generatoare simetrice față de axa verticală. Aceste două generatoare intersectează proiecția verticală a axei de simetrie a cilindrului dispus orizontal în două puncte, care alcătuiesc vîrfurile proiecției verticale ale curbei de intersecție.

Planul următor secant secționează cilindrul orizontal după un alt contur dreptunghiular a cărei lățime corespunde cu distanța în plan vertical dintre prima pereche de generatoare fronto-orizontale care se găsesc pe cilindrul respectiv deasupra și sub axa de simetrie fronto-orizontală.

Aceste generatoare în proiecție verticală intersectează generatoarele verticale provenite din intersecția aceluiași plan secant cu cilindrul vertical. Și așa mai departe se continuă cu celelalte plane secante, pînă se obțin toate punctele necesare pentru construcția proiecțiilor verticale ale curbelor de intersecție. Intersecția este o pătrundere.*

* Curbele de intersecție din figura 4.76 apar în proiecție verticală ca părți a două ramuri ale unei hiperbole.




75

Fig. 4.75. Intersecția unui cilindru circular drept vertical cu un cilindru circular drept așezat orizontal (rupere).

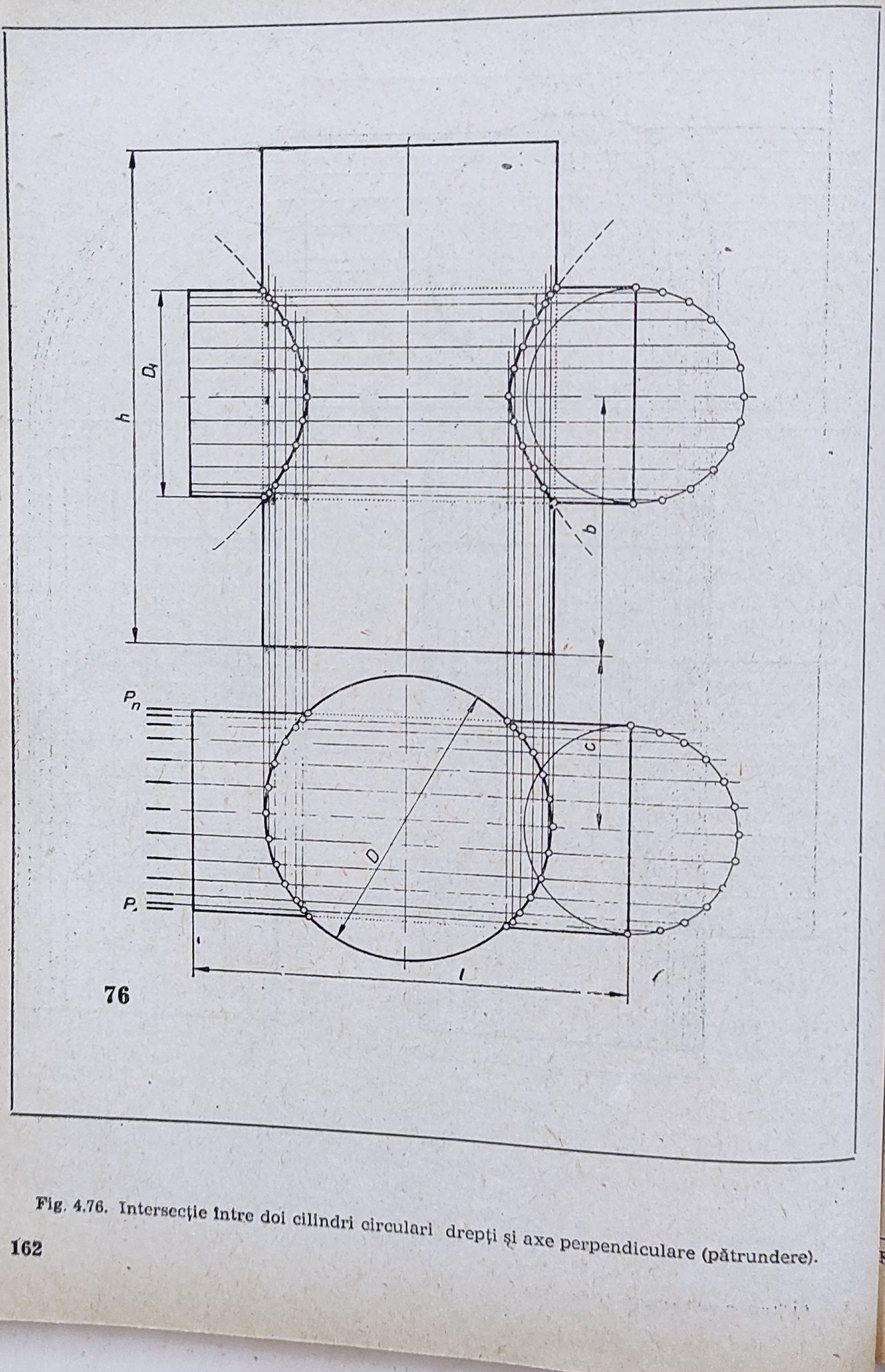
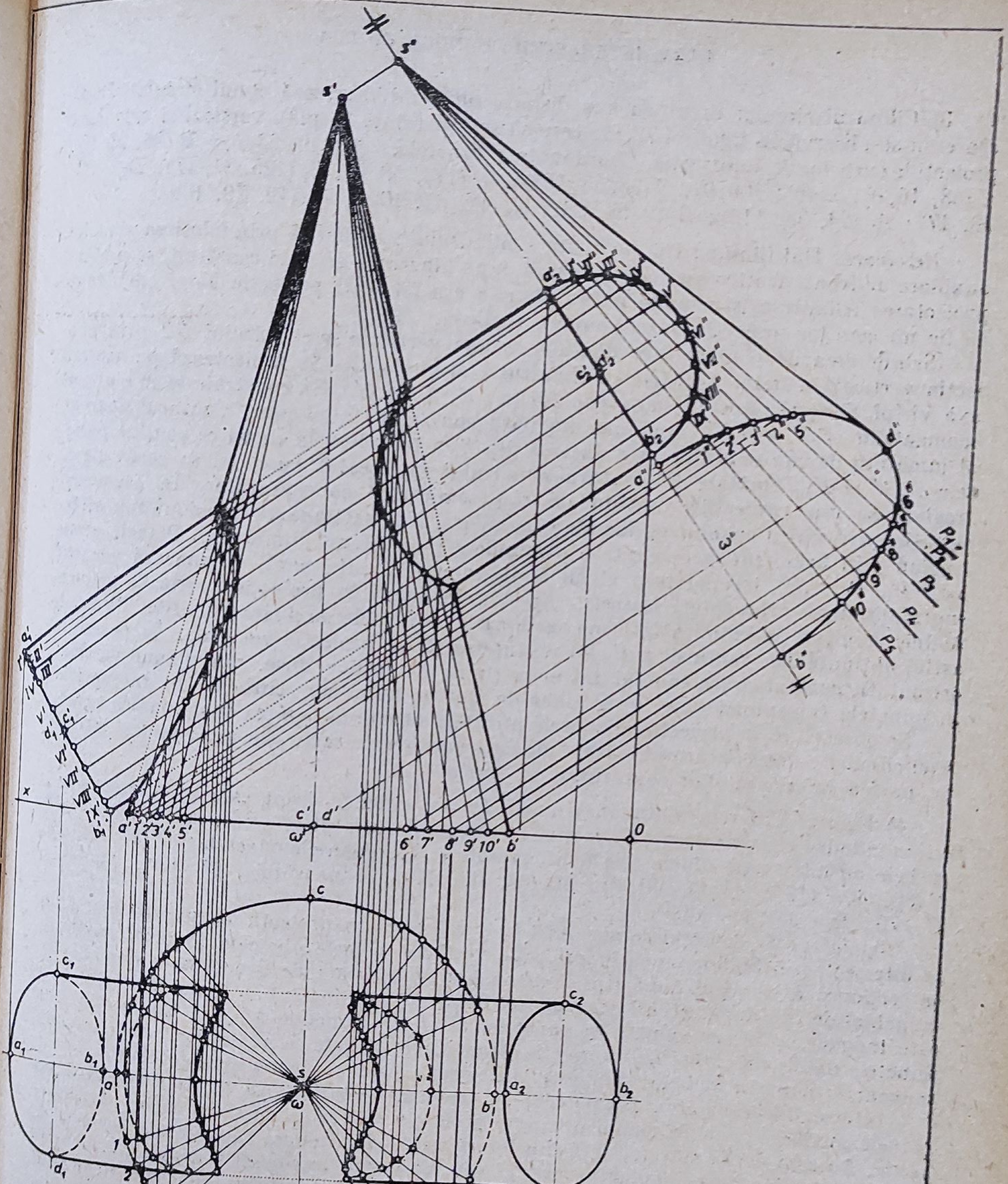



Fig. 4.76. Intersecţie între doi cilindri circulari drepţi şi axe perpendiculare (pătrundere).



77

Fig. 4.77. Intersecţie con circular drept-cilindru circular drept (pătrundere).

3) Cilindrul circular drept cu axa dispusă oblic intersectează conul circular drept așa cum se observă în figura 4.77. Se cere să se reprezinte în plan vertical și orizontal proiecțiile curbelor de intersecție. Coordonatele punctelor: $A$ (110, 58, 0); $B$ (26, 58, 0); $C$ (68, 16, 0); $D$ (68, 100, 0); $S$ (68, 58, 154); $B_1$ (113, 58, 0); $C_1$ (125, 37, 17); $D_1$ (125, 79, 17); $A_2$ (24, 58, 116); $B_2$ (0, 58, 83); $C_2$ (12, 37, 100); $D_2$ (12, 79, 100).

*Rezolvare:* Dat fiind poziția înclinată a cilindrului și știind că prin folosirea planelor auxiliare de front, acestea secționează conul după hiperbole greu de construit, se preferă proiectarea cilindrului și conului pe un plan în așa fel încît proiecția bazei cilindrului să fie un cerc iar proiecția bazei conului, o elipsă.

Schimbarea de plan se face ducîndu-se axa verticală a cilindrului $S\Omega$ prin proiecția verticală a bazei $A_2B_2C_2D_2$ a cilindrului dispus oblic. Se proiectează pe această axă vîrful $S$ ($s'$) și punctele bazei conului ($a'$, $b'$, $d'$, și $\omega'$). Se construiește cu ajutorul segmentelor $\omega''d''$ și $a''b''$, jumătate din baza conului pe noul plan. Conturul aparent al jumătății de con se obține prin ducerea din $S'$ a tangentei la curba ce conține punctele $a''$, $b''$ și $d''$. Jumătate din conturul cilindrului intersectat cu conul se construiește trasîndu-se din proiecțiile confundate $c_2'd_2'$ semicercul corespunzător. În asemenea situație, prin vîrful conului se duc plane auxiliare, care secționează cele două suprafețe, trecînd prin baze. Intersecția este o pătrundere (vezi planul limită $P_1$). Planele auxiliare $P_1$, $P_2$,..,$P_5$, trecînd prin vîrful $S$ al conului și prin bază, secționează această suprafață după triunghiuri isoscele. Acestea întîlnesc în proiecție verticală generatoarele rezultate în cilindru în urma secționării cu planele auxiliare amintite. Punctele astfel obținute dau conturul curbelor de intersecție în proiecție verticală. În proiecție orizontală, generatoarele conului întîlnesc liniile de ordine duse, din planul vertical, în punctele corespunzătoare proiecțiilor de același nume ale curbelor de intersecție.

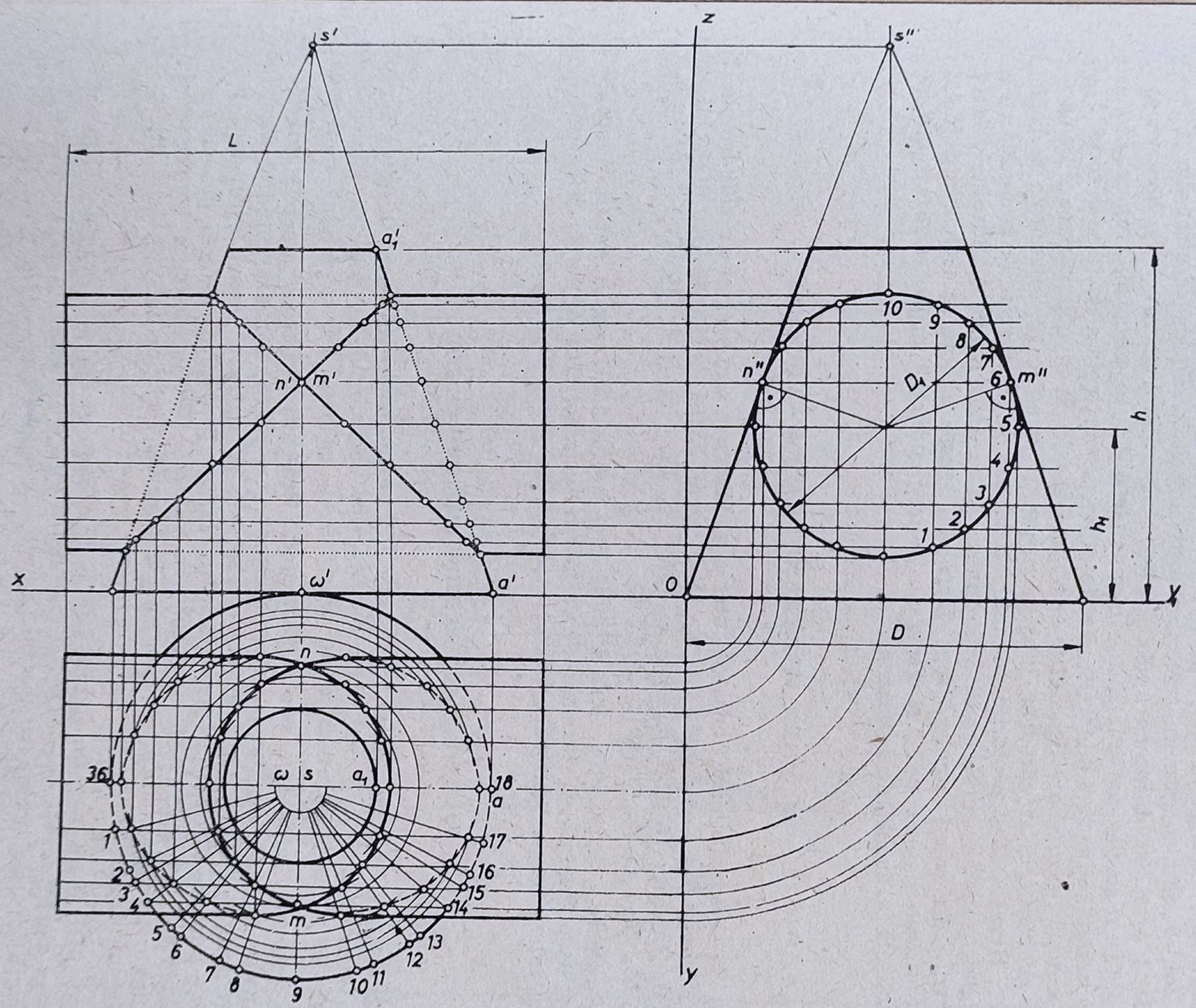
Se observă că în proiecție orizontală punctele situate pe partea superioară a suprafeței cilindrice dau contururile văzute ale curbelor de intersecție, iar acele puncte situate pe partea inferioară dau contururile nevăzute.

4) Figura 4.78 reprezintă un trunchi de con circular drept care se intersectează cu un cilindru circular drept. Se cere să se reprezinte în proiecție verticală și orizontală curbele de intersecție dintre cele două suprafețe. Coordonatele punctelor: $\Omega$ (80, 40, 0); $S$ (80, 40, 115); $A$ (40, 40, 0); $A_1$ (64, 40, 70). Dimensiuni: $D=80$; $D_1=52$; $H=70$; $H_1=35$; $L=100$.

*Rezolvare:* Se construiesc mai întîi în epură cele trei proiecții ale suprafețelor care se intersectează. Se duc, apoi, în proiecție verticală urmele planelor de nivel auxiliare ce secționează cilindrul după fîșii dreptunghiulare limitate de generatoare perechi iar trunchiul de con după cercuri concentrice. După cum se observă în figura 4.78 cilindrul este tangent la pînza conului în punctele $M$ și $N$. Punctele $M$ și $N$ din spațiu sînt punctele duble ale curbei de intersecție. Prin aceste puncte se poate duce cîte un plan tangent comun la ambele suprafețe. Intersecția este o rupere bitangențială.

Intersecțiile generatoarelor perechi cu cercurile rezultate în urma secționării cu planele auxiliare dau în planul orizontal proiecția de același nume a curbei de intersecție. Această curbă este formată din intersecția a două elipse intersectate în $m$ și $n$. Liniile de ordine duse în planul vertical vor intersecta într-o serie de puncte urmele corespunzătoare ale planelor de nivel. Prin unirea lor se obține conturul proiecției verticale a curbei de intersecție sub forma a două segmente concurente în proiecțiile confundate $m'$ și $n'$. Aceste segmente reprezintă proiecțiile a două elipse intersectate după punctele $M$ și $N$ din spațiu și sînt cuprinse în două plane de capăt concurente.

Punctele curbei de intersecție situate în planul vertical deasupra axei cilindrului dau în planul orizontal conturul văzut al curbei, iar cele situate sub axă dau conturul nevăzut.




78

Fig. 4.78. Intersecția unui trunchi de con circular drept cu un cilindru circular drept de axe perpendiculare (rupere bitangențială).

5) Conul circular drept din figura 4.79 este intersectat prin bază de un cilindru circular drept de înălțime mai mică decît a conului. Se cere să se reprezinte în dublă proiecție ortogonală curbele de intersecție. Dimensiunile se iau păstrîndu-se proporțiile din figura respectivă.

*Rezolvare :* Intersecția este o pătrundere prin baze. Curba superioară de intersecție dintre con și cilindru este un cerc. Conturul curbei inferioare rezultat din intersecția celor două pînze se obține cu ajutorul planelor auxiliare de nivel. Se observă că cele două contururi ale bazelor se întîlnesc în punctele $A$ și $B$, iar punctul $C$ reprezintă punctul de cotă maximă al curbei de intersecție. În proiecție verticală aceasta se găsește la intersecția a două generatoare de contur aparent. Planele de nivel secționează conul după cercuri concentrice, iar cilindrul după cercuri care în proiecție orizontală se confundă cu baza. Rezultă că și proiecția orizontală a curbei de intersecție se confundă cu baza cilindrului, punctele curbei fiind determinate de conturul bazei cilindrului și cercurile concentrice din conul circular drept. Dacă din aceste puncte se ridică linii de ordine pînă la urmele planelor de nivel respective, se obțin punctele prin care se trasează proiecția verticală a curbei de intersecție.

#### 4.4.2.3. INTERSECȚIE CILINDRU CU SFERĂ

6) Să se construiască curba de intersecție dintre o emisferă și un cilindru circular drept (figura 4.80). Coordonate : $A$ (95, 45, 0); $B$ (5, 45, 0); $\Omega$ (50, 45, 0) ; $\Phi$ (50, 45, 45); $A_1$ (100, 25, 25) ; $B_1$ (100, 65, 25); $C_1$ (100, 45, 45); $D_1$ (100, 45, 5) ; $A_2$ (0, 25, 25) ; $B_2$ (0, 65, 25) ; $C_2$ (0, 45, 45) ; $D_2$ (0, 45, 5).

*Rezolvare :* Intersecția sferă-cilindru din figura 4.80 este o rupere tangențială. Proiecțiile orizontală și verticală ale curbei de intersecție se obțin ca și în cele două cazuri anterioare cu ajutorul planelor auxiliare de nivel.

#### 4.4.2.4. INTERSECȚII CILINDRU CU TOR

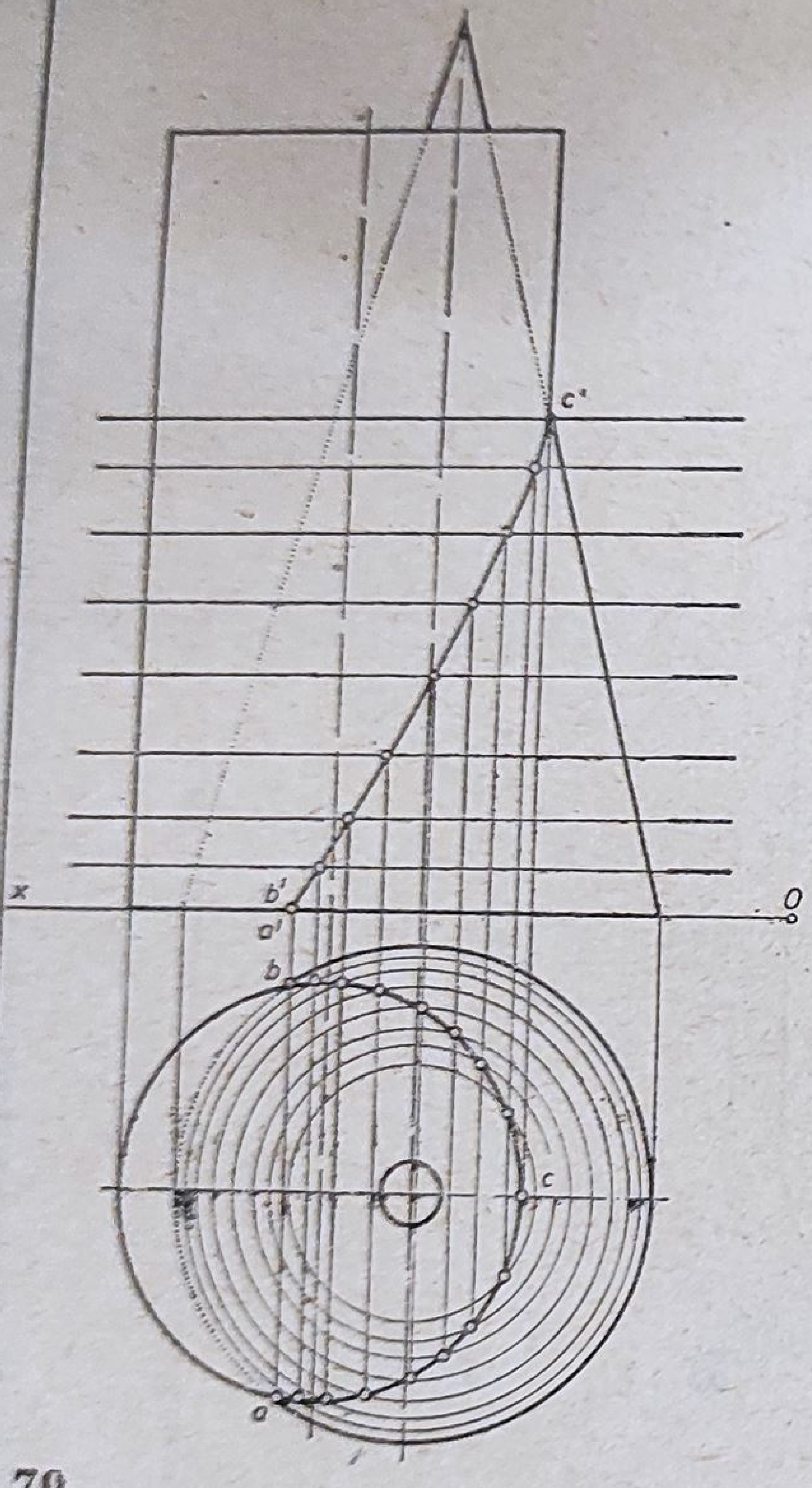
7) Cilindrul circular drept din figura 4.81 se intersectează cu un semitor. Se cere să se construiască în planul vertical proiecțiile curbelor de intersecție. Dimensiunile cilindrului și ale semitorului se iau proporțional cu cele ale modelului reprezentat.

*Rezolvare :* Intersecția este o pătrundere. Pentru a se obține punctele curbelor de intersecție se folosesc plane auxiliare de front. Acestea secționează cilindrul după contururi dreptunghiulare, cuprinse între perechi de generatoare, iar semitorul după jumătăți de coroane circulare, reprezentate în plan vertical prin perechi de semicercuri. Intersecțiile perechilor de semicercuri cu perechile de generatoare corespunzătoare secțiunilor plane dau în proiecție verticală punctele curbelor de intersecție dintre cele două suprafețe.

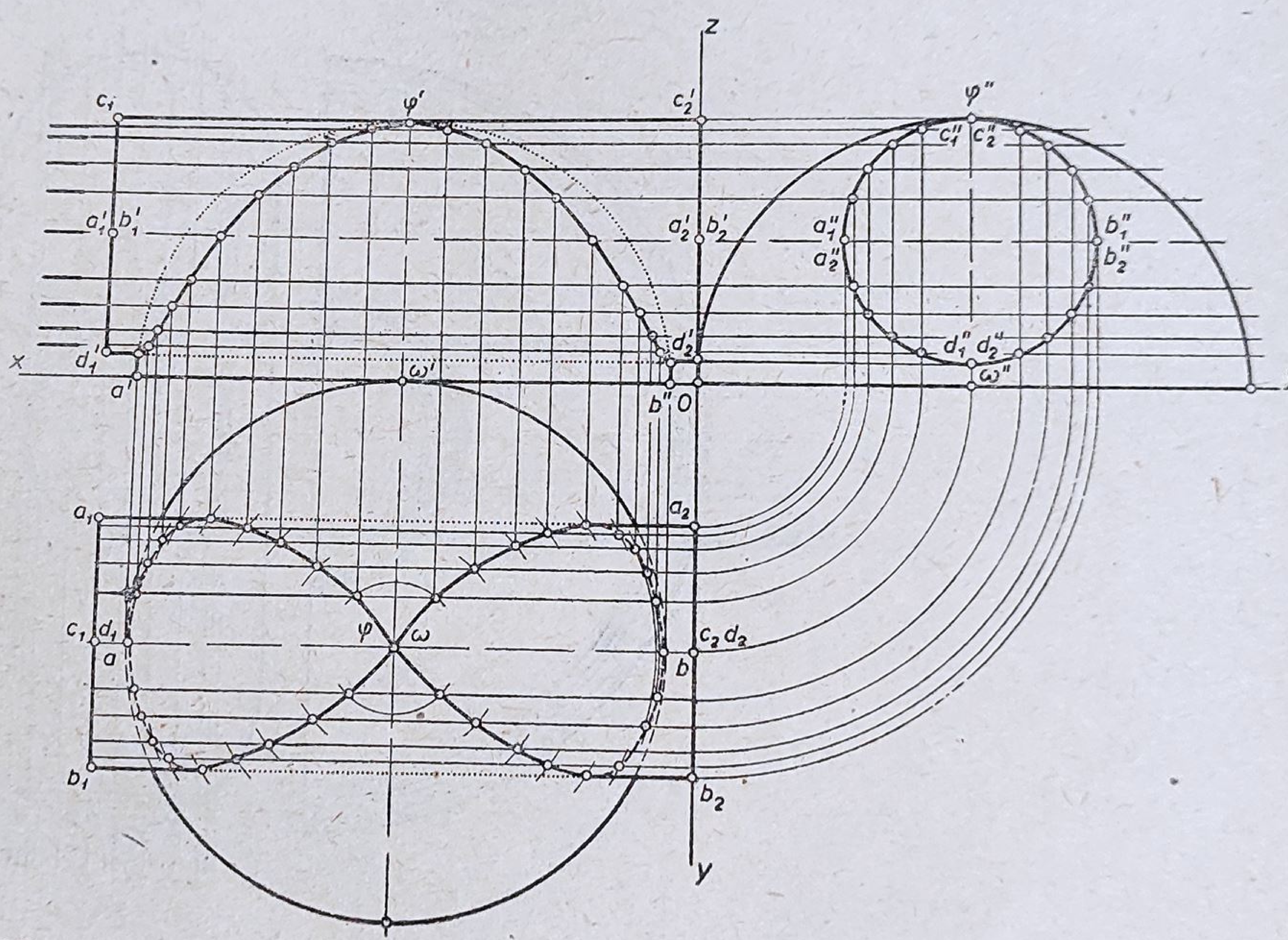
8) Sfertul de tor din figura 4.82 se intersectează cu un cilindru circular drept al cărui diametru este egal cu cel al secțiunii circulare a torului. Acest cilindru are axa tangentă la arcul mediu al torului. Se cere să se construiască în proiecție verticală curba de intersecție.

Dimensiuni : $R=85$ ; $D=D_1=50$ ; $L=120$ ; $h=85$.

*Rezolvare :* Planele auxiliare de front ale căror urme au fost duse în proiecția laterală determină în cele două suprafețe perechile de generatoare și de arce de cerc. Acestea se vor întîlni în puncte care, apoi, unite dau proiecția curbei de intersecție. Această

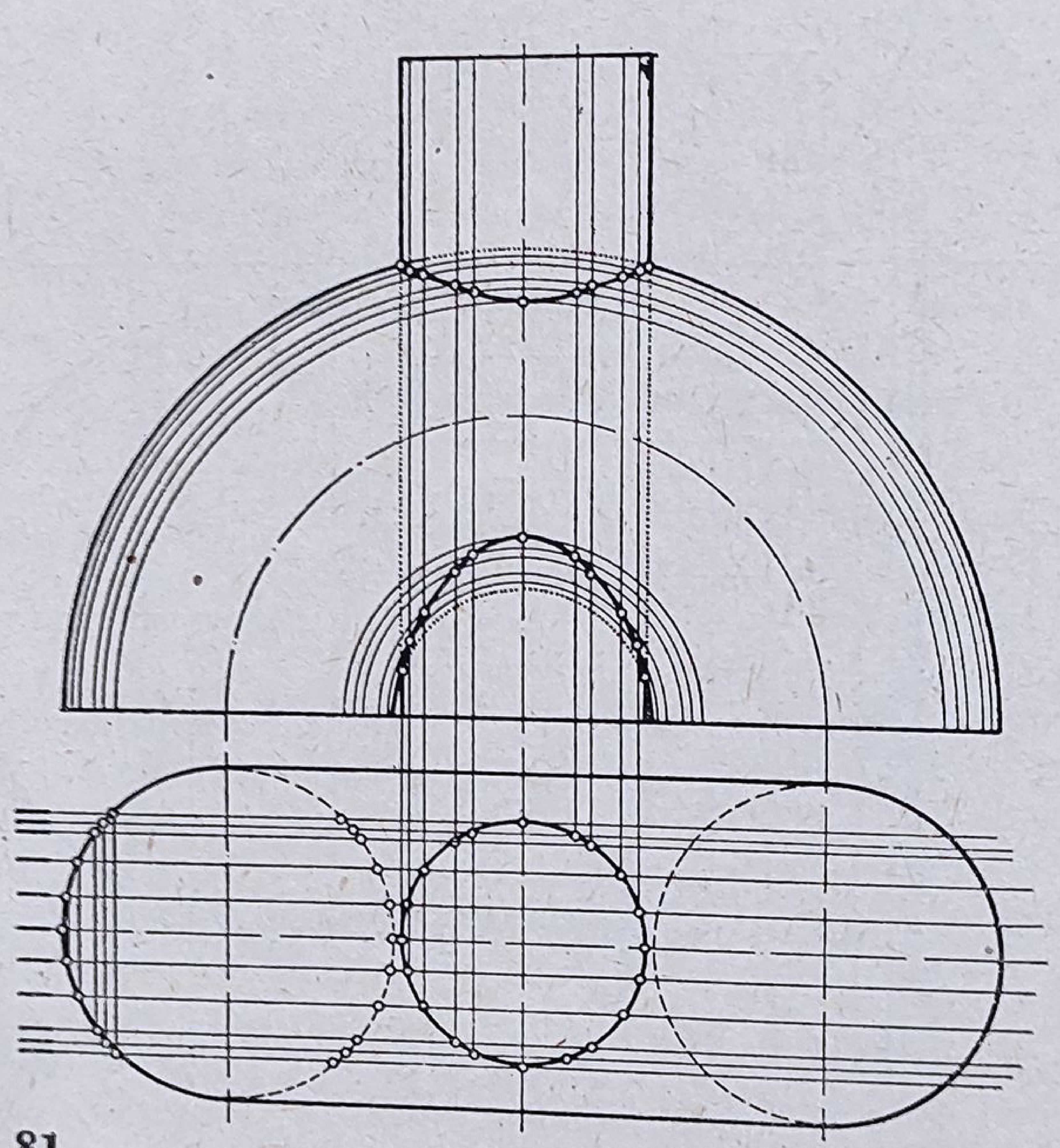


79



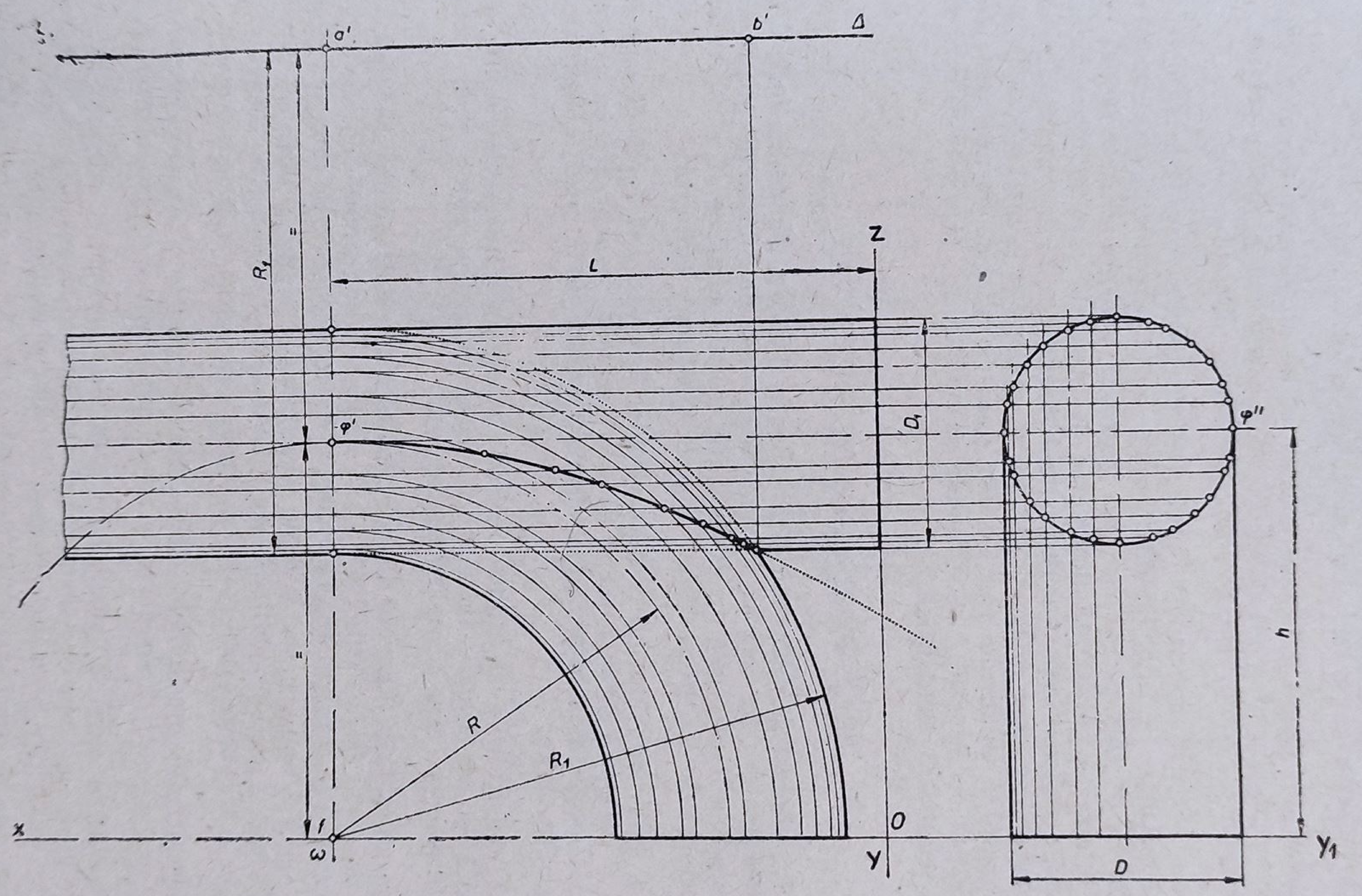
80

Fig. 4.79. Intersecția unui con circular drept cu un cilindru circular drept (pătrundere prin bază).
Fig. 4.80. Intersecția dintre o emisferă și un cilindru circular drept (rupere tangențială).



81

Fig. 4.81. Intersecţia dintre un semitor circular şi un cilindru circular drept vertical (pătrundere).




**82**

Fig. 4.82. Intersecția unui sfert de tor cu un cilindru circular a cărui axă este tangentă la arcul mediu al torului (rupere).

curbă apare în proiecție verticală sub forma unei părți dintr-o parabolă cu focarul $f$ în centrul $\omega$. Distanța de la directoarea $\triangle$ a parabolei la cercul colier este egală cu $R_1$ și reprezintă raza cercului ecuator. Punctul $\varphi'$ reprezintă vîrful parabolei. Focarul $f$ al parabolei se găsește în centrul $\omega$ al sfertului de tor.

**9)** Semitorul din figura 4.83 este intersectat de un cilindru circular drept cu axa secantă la cercul mediu al semitorului. Să se construiască proiecția verticală a intersecției. Dimensiuni : $R=70$ ; $D=D_1=56$ ; $h=60$ ; $L=200$ ; $L_1=95$.

*Rezolvare*. Pentru construcția proiecției intersecției care este o pătrundere se folosesc plane auxiliare de front iar intersecțiile dintre perechile de generatoare cu perechile de semicercuri corespunzătoare dau punctele curbelor de intersecție. Proiecțiile curbelor de intersecție reprezintă două arce de parabolă care se intersectează în $m'$ și $n'$. Cele două directoare $\triangle$ și $\triangle_1$ se găsesc la distanța $R_1$ față de generatoarea de contur a cilindrului care conține punctele $\alpha'$, $\beta'$, $a'$ și $b'$, precum și la distanță $R_1$ față de generatoarea de contur a cilindrului care conține punctele $\gamma'$ și $\varepsilon'$. Focarul celor două arce de parabolă notat cu punctul $f'$ se confundă cu punctul $\omega'$, care este centrul semitorului. Vîrfurile parabolelor sînt $G'$ și $G_1$.

### 4.4.3. PROBLEME DE REZOLVAT

**1)** Cei doi cilindri circulari drepți din figura 4.84 au diametrele egale și axele de simetrie perpendiculare. Se cere să se determine curba de intersecție în proiecție verticală, cunoscîndu-se faptul că intersecția dintre cei doi cilindri este o rupere bitangențială. Dimensiunile se iau proporțional cu cele din figura amintită.

**2)** Figura 4.85 reprezintă un cilindru circular drept cu axă verticală care se intersectează cu un cilindru circular drept cu axa înclinată, concurentă cu axa primului cilindru. Să se construiască în proiecție verticală curbele de intersecție rezultate. Intersecția este o pătrundere.

**3)** Să se construiască în dublă proiecție ortogonală intersecția dintre cilindrul dispus orizontal și un cilindru înclinat cu același diametru, avînd axele concurente (fig. 4.86). Intersecția este o rupere bitangențială.

**4)** Forma simplă din figura 4.87 este alcătuită din doi cilindri coaxiali verticalr intersectați, de un al treilea cilindru cu axa orizontală concurentă cu cea a cilindriloi amintiți. Se cere să se construiască în proiecție verticală curbele de intersecție rezultate.

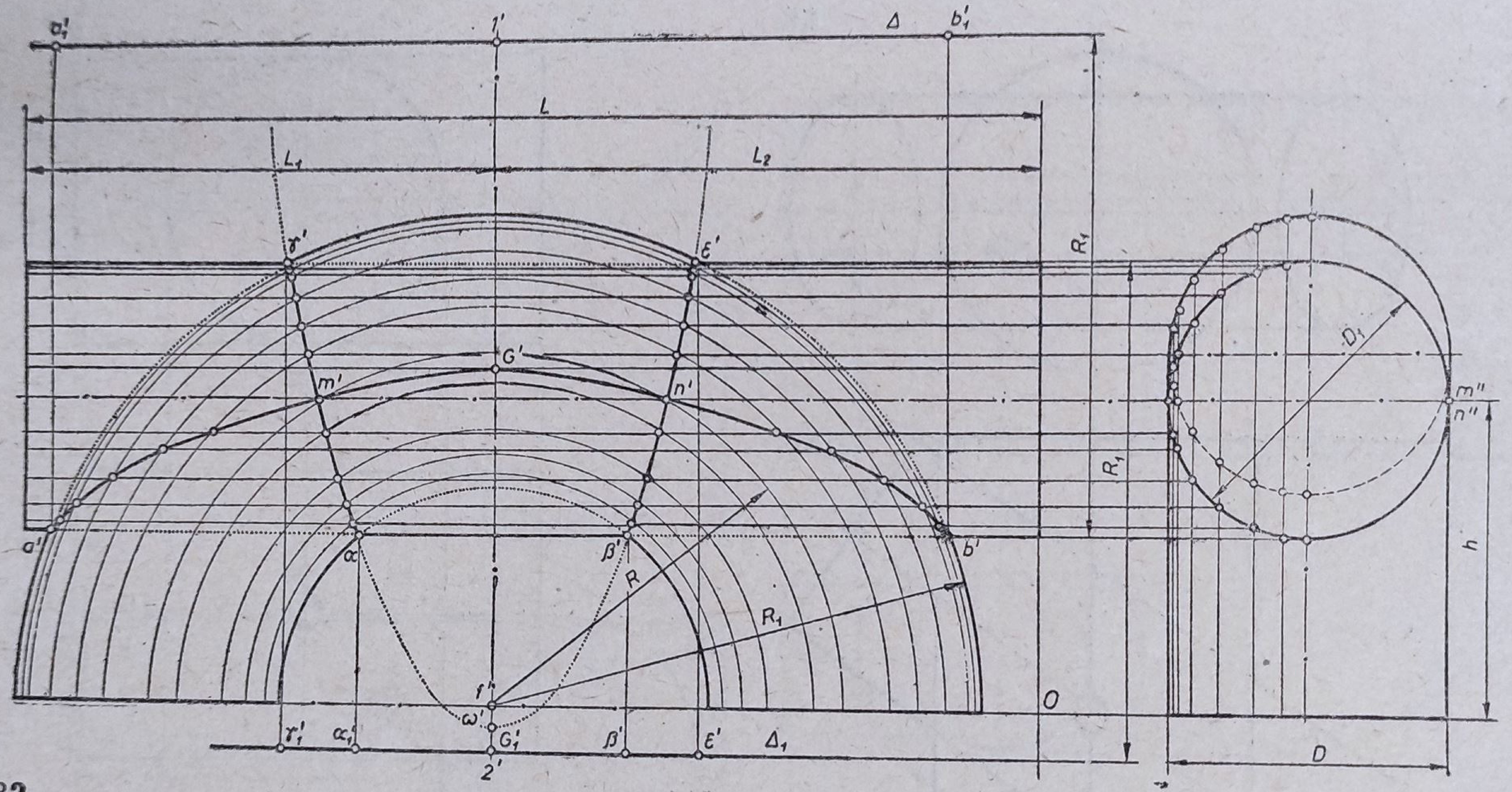
*Indicație :* Se stabilesc porțiunile de curbe corespunzătoare intersecției parțiale a primului cilindru vertical cu cilindrul orizontal, pînă la nivelul bazei superioare a următorului cilindru vertical. La fel și cu cel de-al doilea cilindru vertical, care se intersectează parțial cu cilindrul orizontal.

**5)** Același lucru se cere în figura 4.88 și pentru succesiunea celor trei cilindri coaxiali dispuși vertical care sînt intersectați de un cilindru dispus cu axa orizontală.

**6)** Se cere să se construiască proiecțiile în plan vertical și orizontal ale curbelor de intersecție dintre un con circular drept și un cilindru cu axă orizontală reprezentați în figura 4.89 în triplă proiecție ortogonală (rupere tangențială).

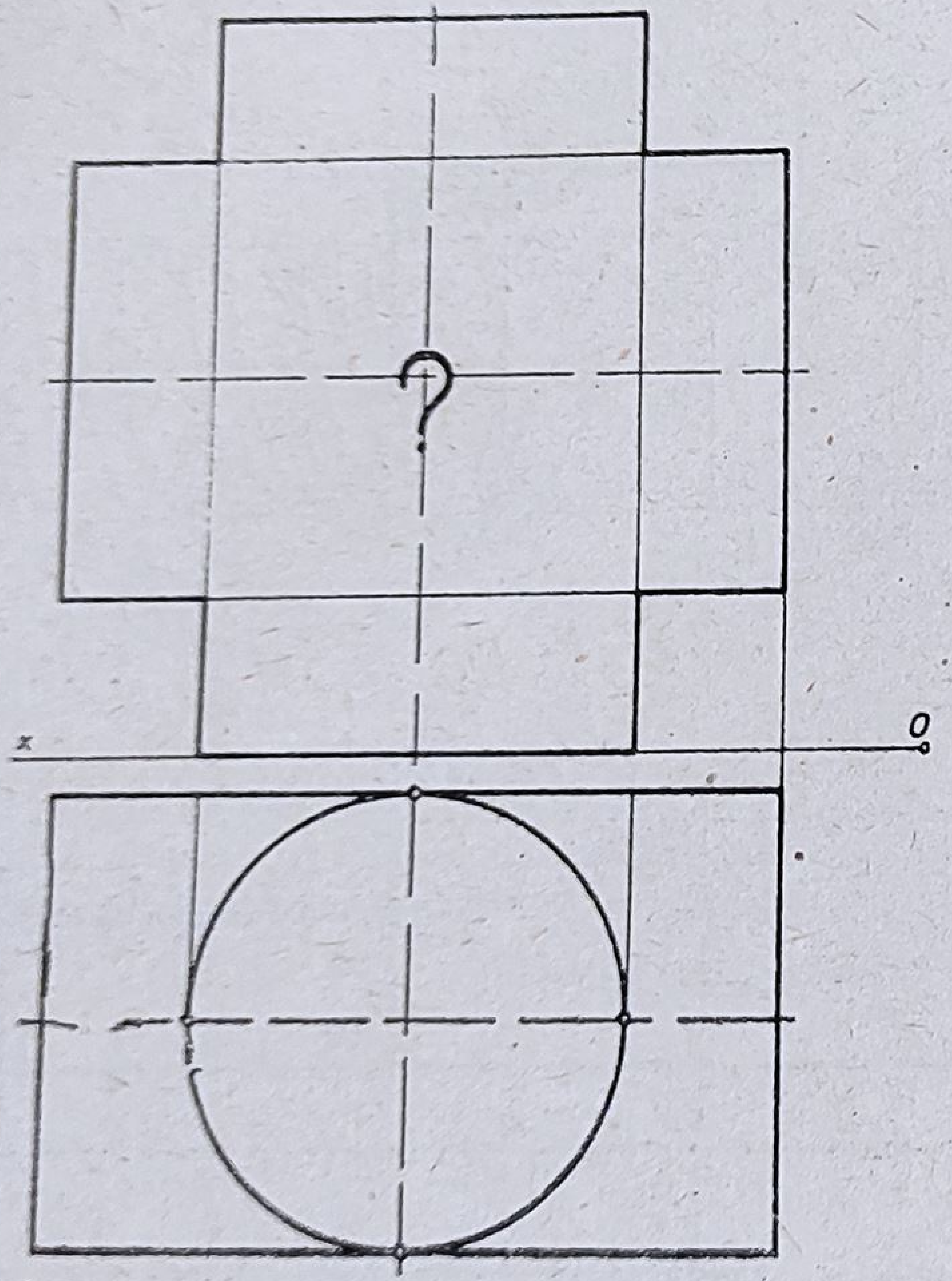
*Indicație.* Se folosesc plane auxiliare fronto-orizontale (paralele cu axa $Ox$) care trec prin vîrful conului și secționează atît conul cît și cilindrul.

**7)** Forma constructivă din figura 4.90 este alcătuită din succesiunea unui trunchi de con și a unui cilindru cu aceeași axă verticală, ambii intersectați de un cilindru cu axa orizontală. Se cere să se construiască în dublă proiecție ortogonală curbele de intersecție respective.

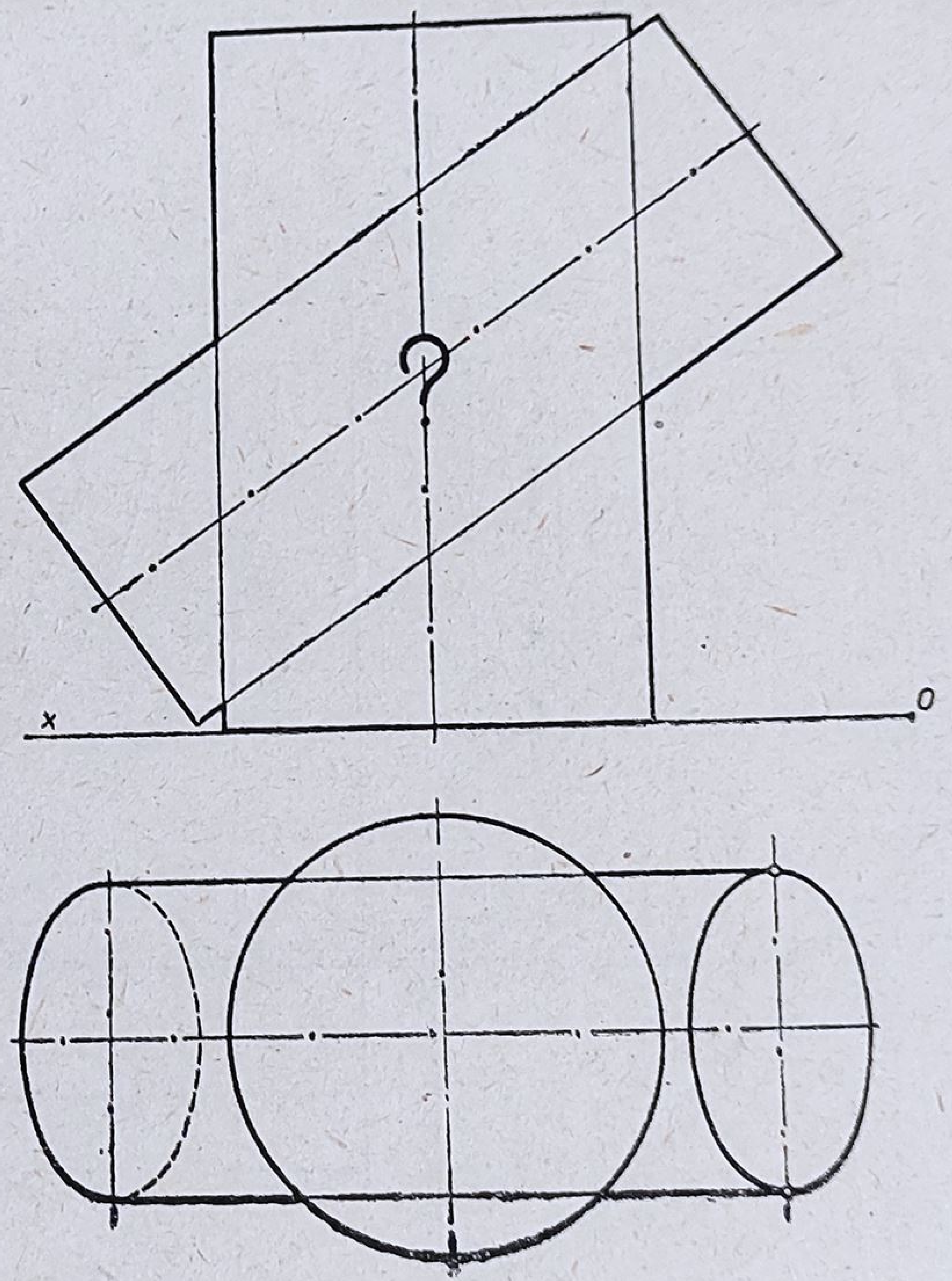



83

Fig. 4.83. Intersecţia dintre un semitor circular şi un cilindru drept vertical (pătrun dere).

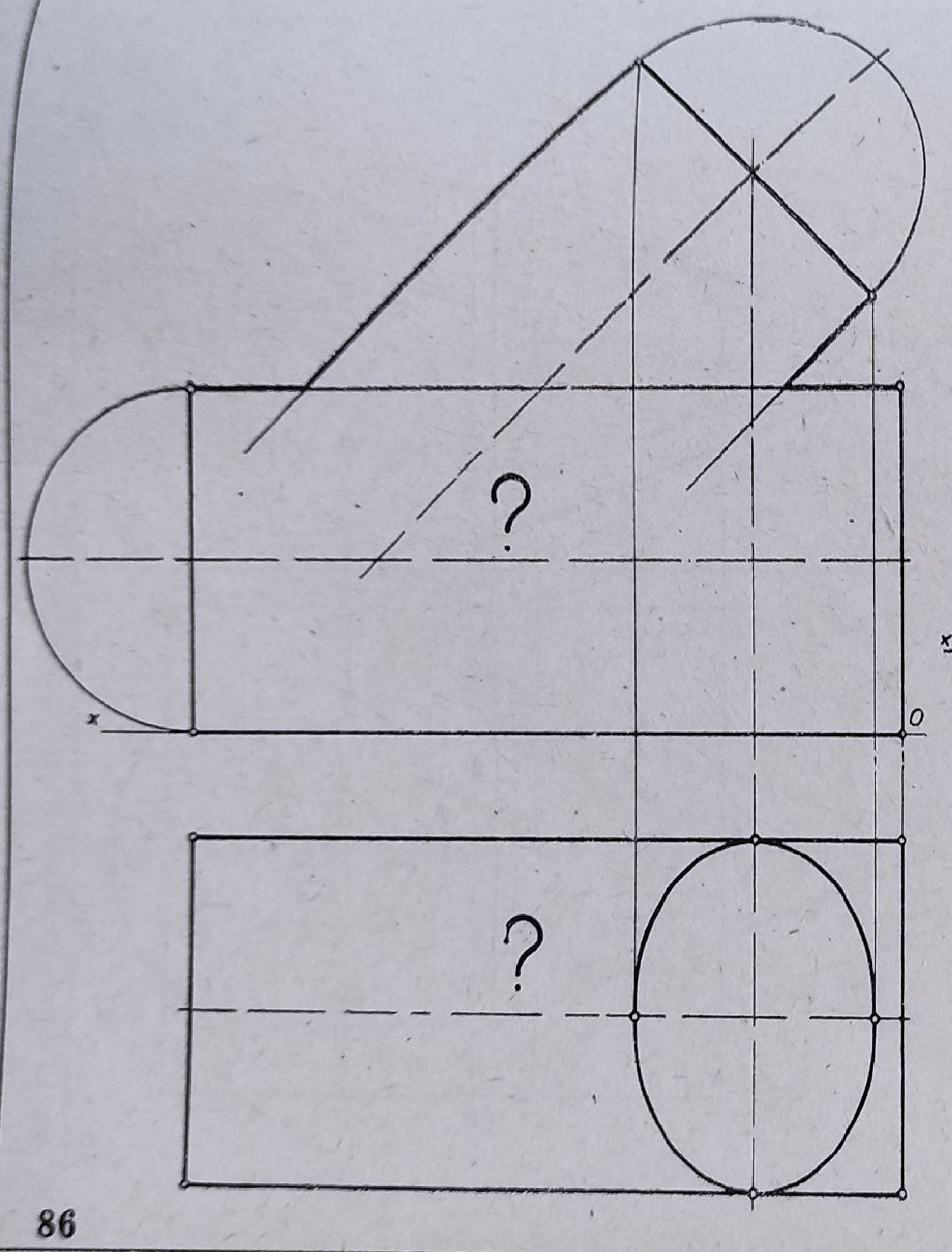



84




85

Fig. 4.84. Fig. 4.85. Probleme de rezolvat.



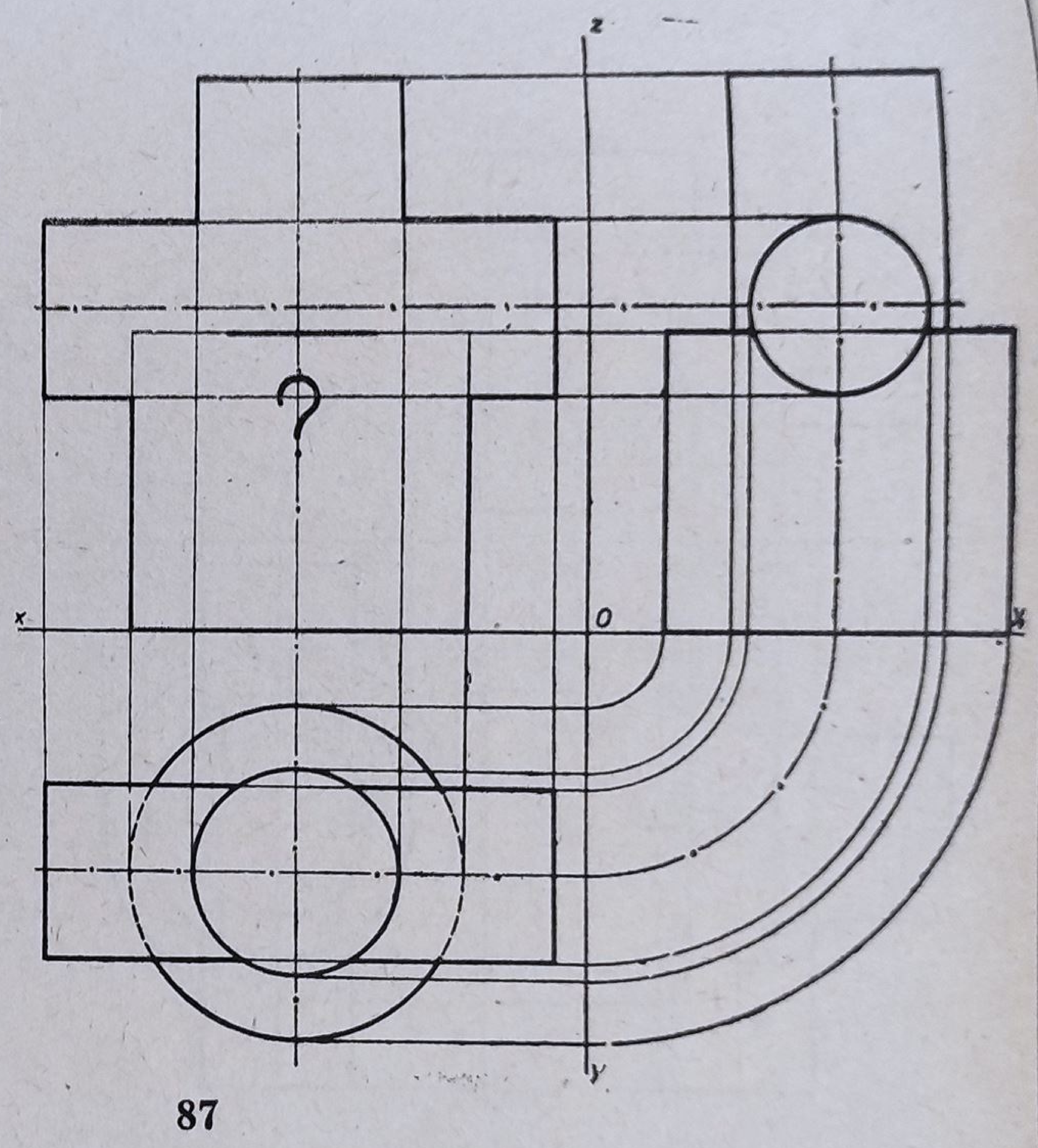
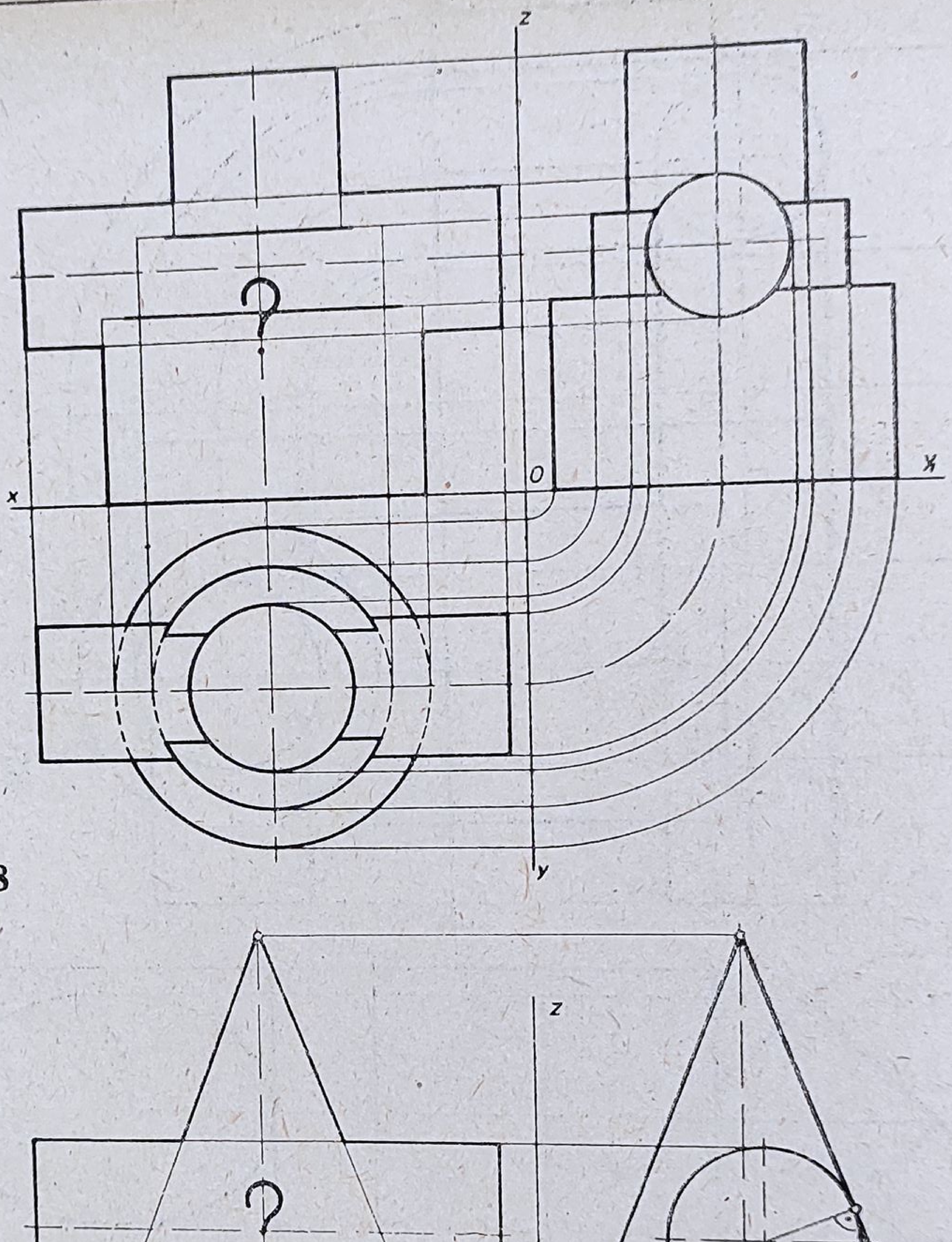
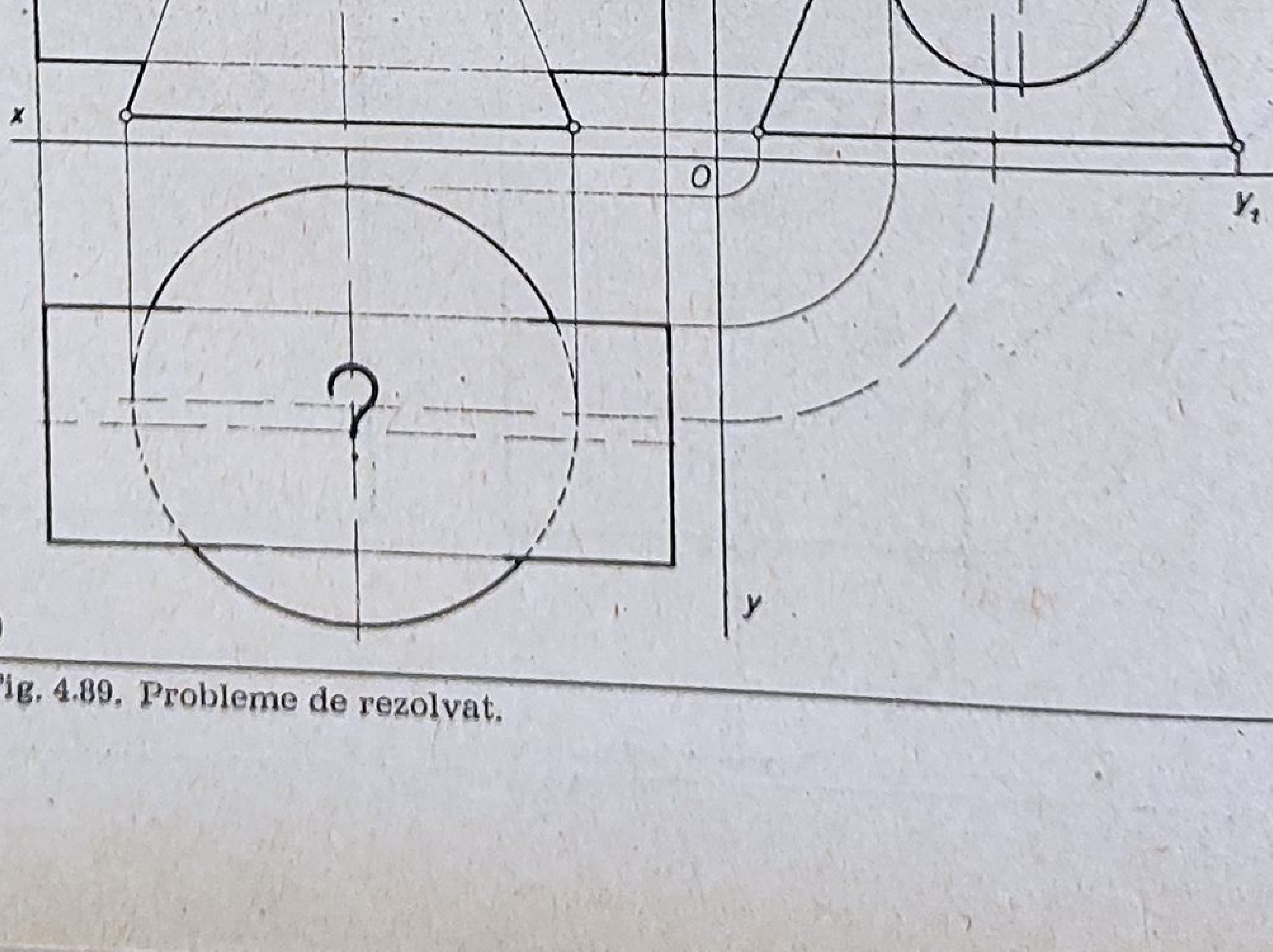




Fig. 4.86. Fig. 4.87. Probleme de rezolvat.

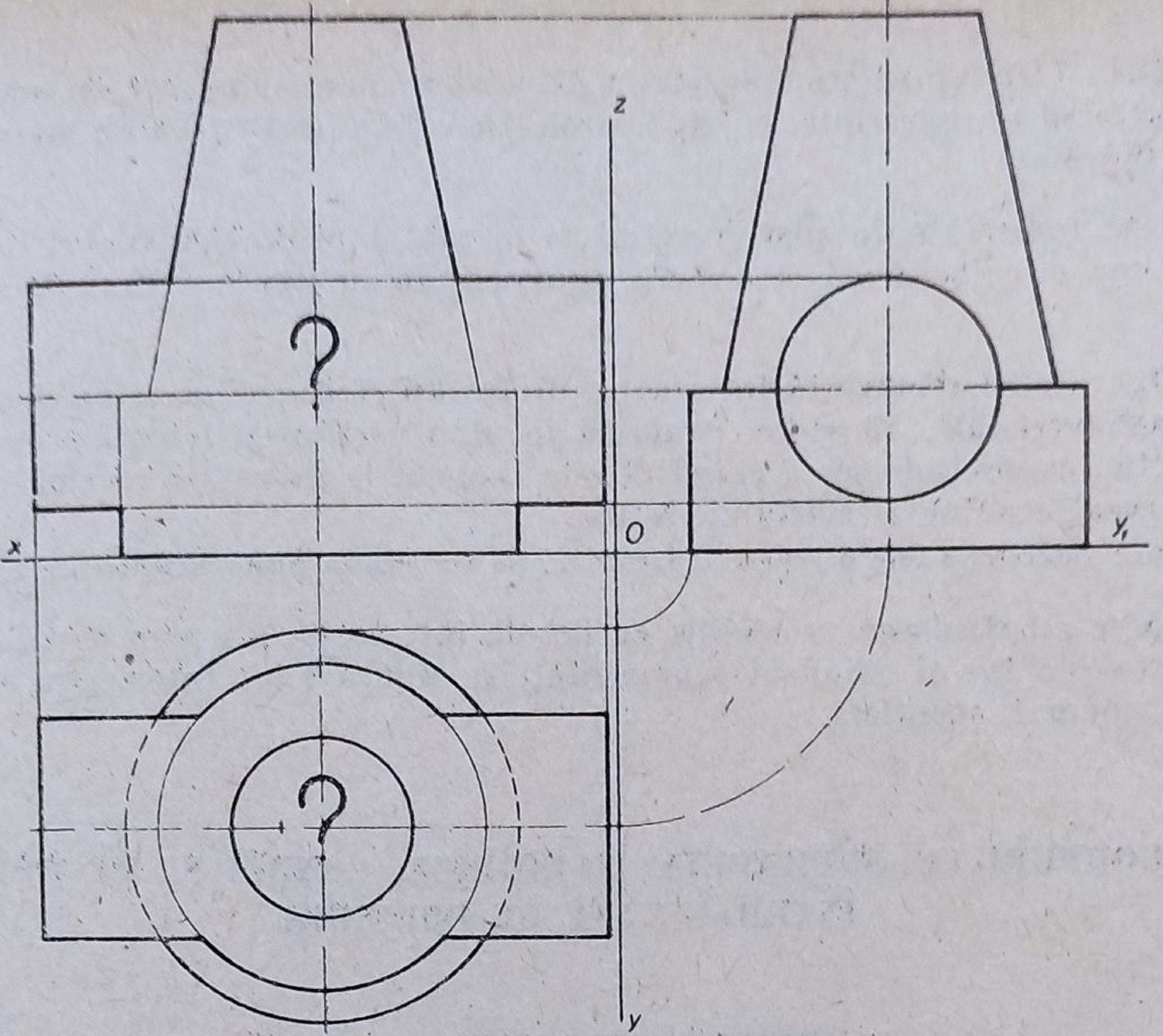



88

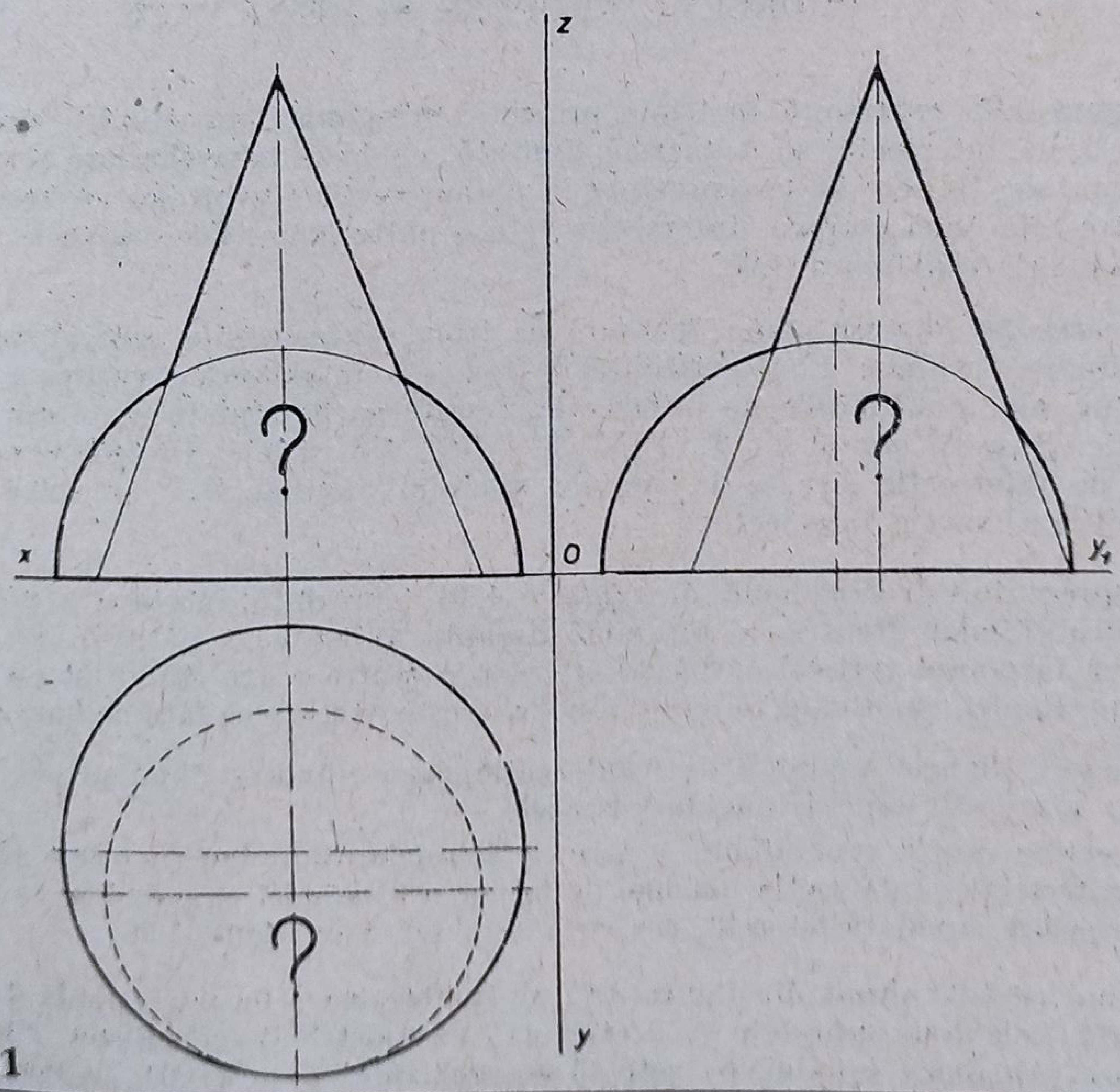



89

Fig. 4.88. Fig. 4.89. Probleme de rezolvat.




90




91

Fig. 4.90. Fig. 4.91. Probleme de rezolvat.

8) Figura 4.91 reprezintă intersecția prin bază a unei emisfere cu un con circular drept. Se cere să se reprezinte în triplă proiecție ortogonală curba de intersecție dintre cele două suprafețe.

9) Să se reprezinte în plan vertical și orizontal proiecțiile curbei de intersecție dintre un con circular drept și o sferă, reprezentate în figura 4.92. Intersecția este o rupere.

10) Figura 4.93 reprezintă intersecția dintre un sfert de tor și un cilindru circular drept cu axă verticală. Să se construiască în plan vertical și lateral proiecțiile curbei de intersecție, cunoscîndu-se că cilindrul este tangent la suprafața torului într-un punct situat pe arcul ecuator al sfertului de tor.

*Indicație*: Intersecția este o rupere tangențială. Se vor utiliza plane auxiliare de front.

11) Să se construiască proiecțiile curbei de intersecție (în plan vertical și lateral) dintre sfertul de tor și cilindrul reprezentați în figura 4.94. Intersecția este, de asemenea, o rupere tangențială.

## 4.5. CORPURI CU SUPRAFEȚE CILINDRICE, CONICE ȘI DE ROTAȚIE INTERSECTATE DE POLIEDRE

### 4.5.1. PROBLEME PROPUSE ȘI REZOLVATE

1) Figura 4.95 reprezintă în triplă proiecție ortogonală un cilindru circular drept cu axă verticală, intersectat de o prismă limitată, cu baze triunghiulare și cu muchiile fronto-orizontale. Se cere să se reprezinte în planul vertical proiecția curbelor de intersecție dintre cele două corpuri. Intersecția este o pătrundere. Dimensiunile se iau proporțional cu cele din figura 4.95.

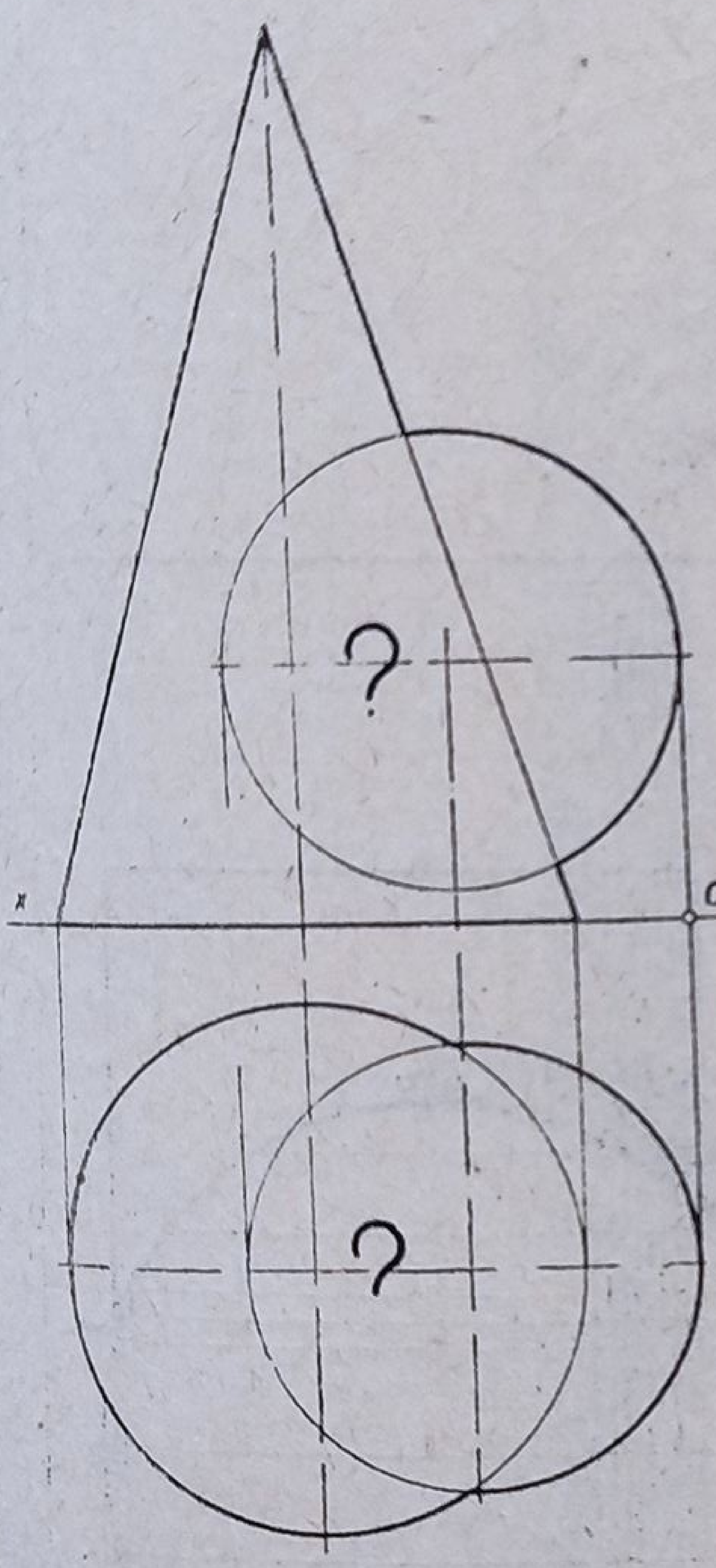
*Rezolvare:* Se folosesc plane auxiliare de front. Intersecțiile generatoarelor rezultate în cilindru întîlnesc fronto-orizontalele formate în proiecția verticală în puncte care aparțin celor două curbe de intersecție. Aceste curbe sînt formate din porțiunile simetrice de elipse: $1'a'3'$ și $2'c'4'$, $3'b'5'$ și $4'd'6'$, $1'5'$ și $2'6'$. Proiecțiile verticale ale punctelor de intersecție situate în spatele planului auxiliar $P_n$ determină conturul nevăzut al curbelor de intersecție.

2) Reprezentarea ortogonală din figura 4.96 reprezintă intersecția prin bază a unui cilindru circular drept cu o piramidă dreaptă avînd baza pătrată. Se cere să se construiască în planul vertical curba de intersecție dintre pînza cilindrului și suprafața laterală a piramidei, cunoscînd că baza cilindrului este excentrică față de baza piramidei.

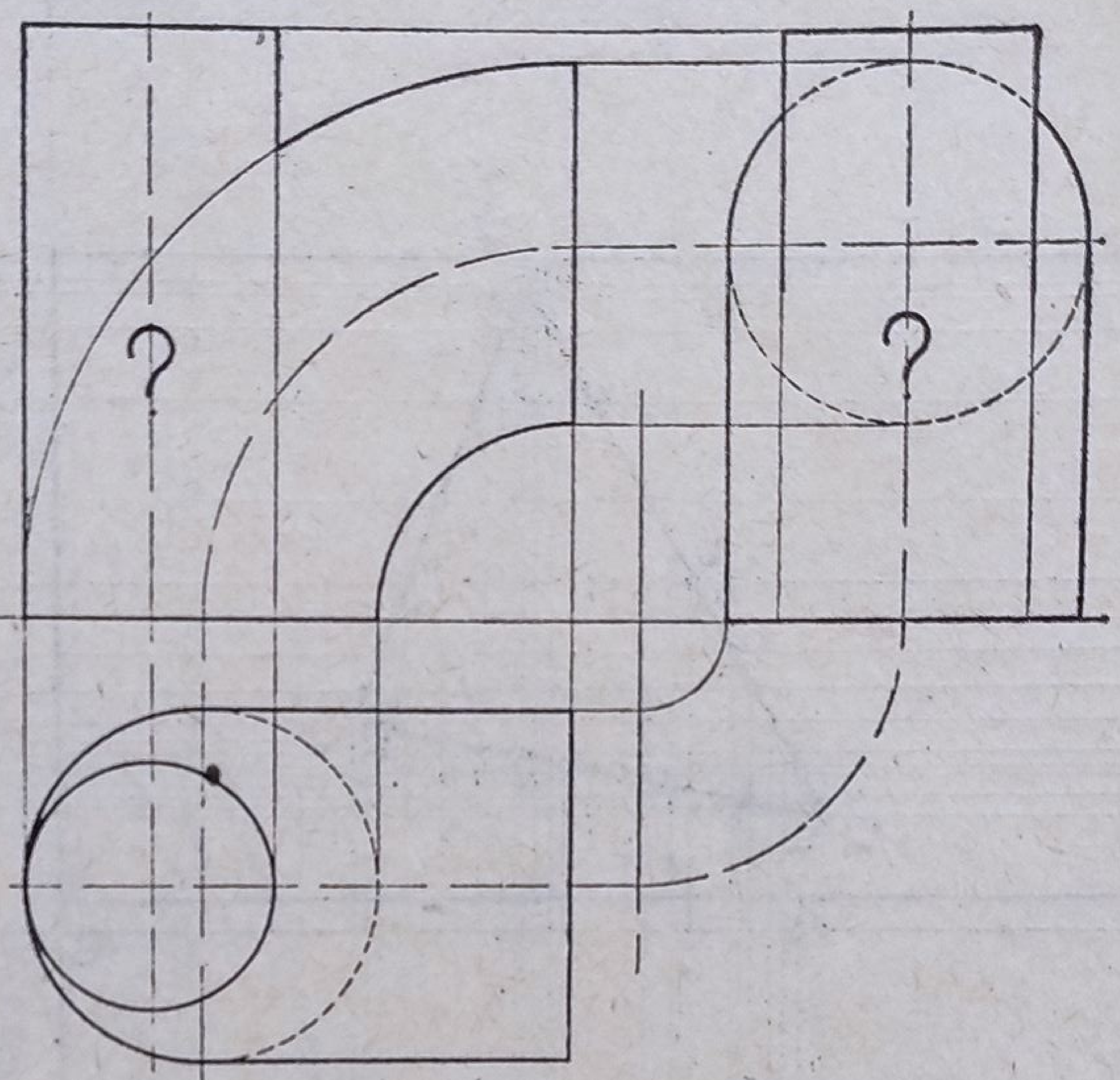
*Rezolvare:* Planele auxiliare de front secționează cilindrul după perechi de generatoare, iar piramida după triunghiuri isoscele.

Intersecțiile dintre generatoare și laturile triunghiurilor dau punctele căutate ale curbei de intersecție. Intersecția muchiei de mijloc a piramidei cu cilindrul se realizează printr-o proiecție auxiliară laterală, așa cum se observă în figura 4.96.

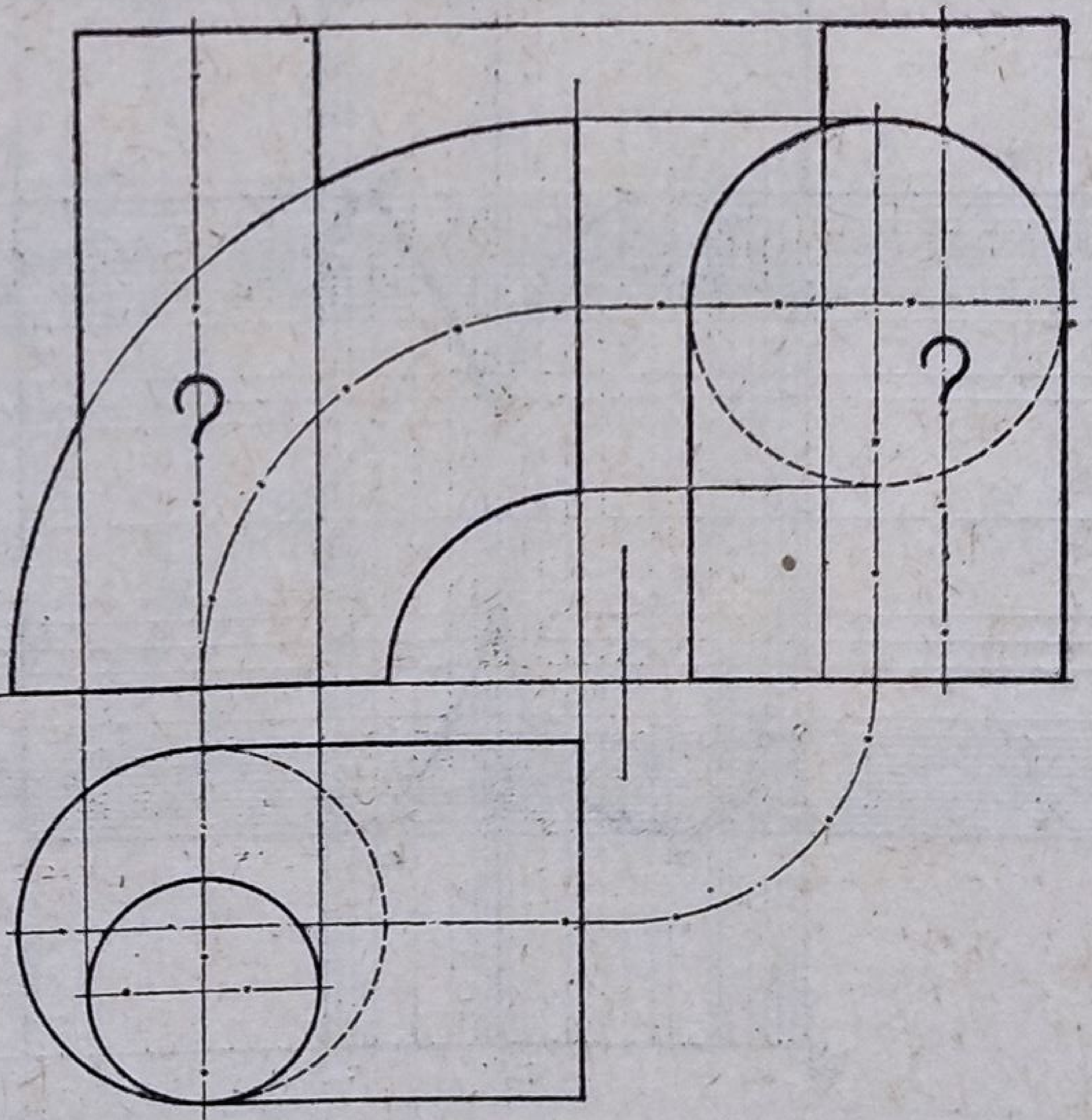
3) Conul circular drept din figura 4.97 se intersectează cu o piramidă dreaptă cu baza pătrată. Cele două suprafețe au aceeași axă de simetrie longitudinală. Pătrunderea se realizează prin baza conului. Se cere să se construiască curba de intersecție dintre pînza conului și suprafața laterală a piramidei.




92




93




94

Fig. 4.92. Fig. 4.93. **Fig.** 4.94. Probleme de rezolvat.

95

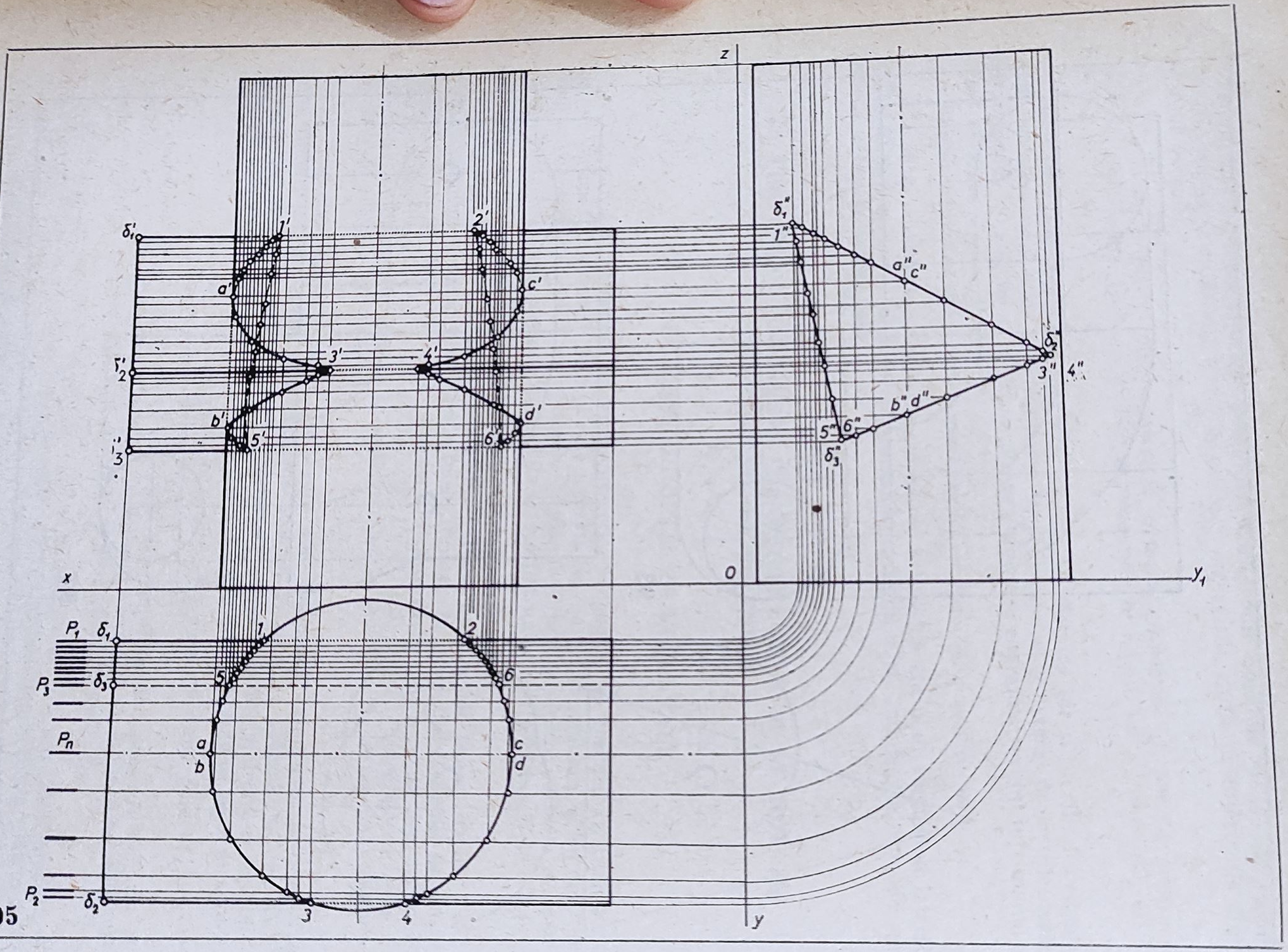



Fig. 4.95. Intersecţie între un cilindru circular drept vertical şi o prismă dreaptă orizontală (pătrundere).

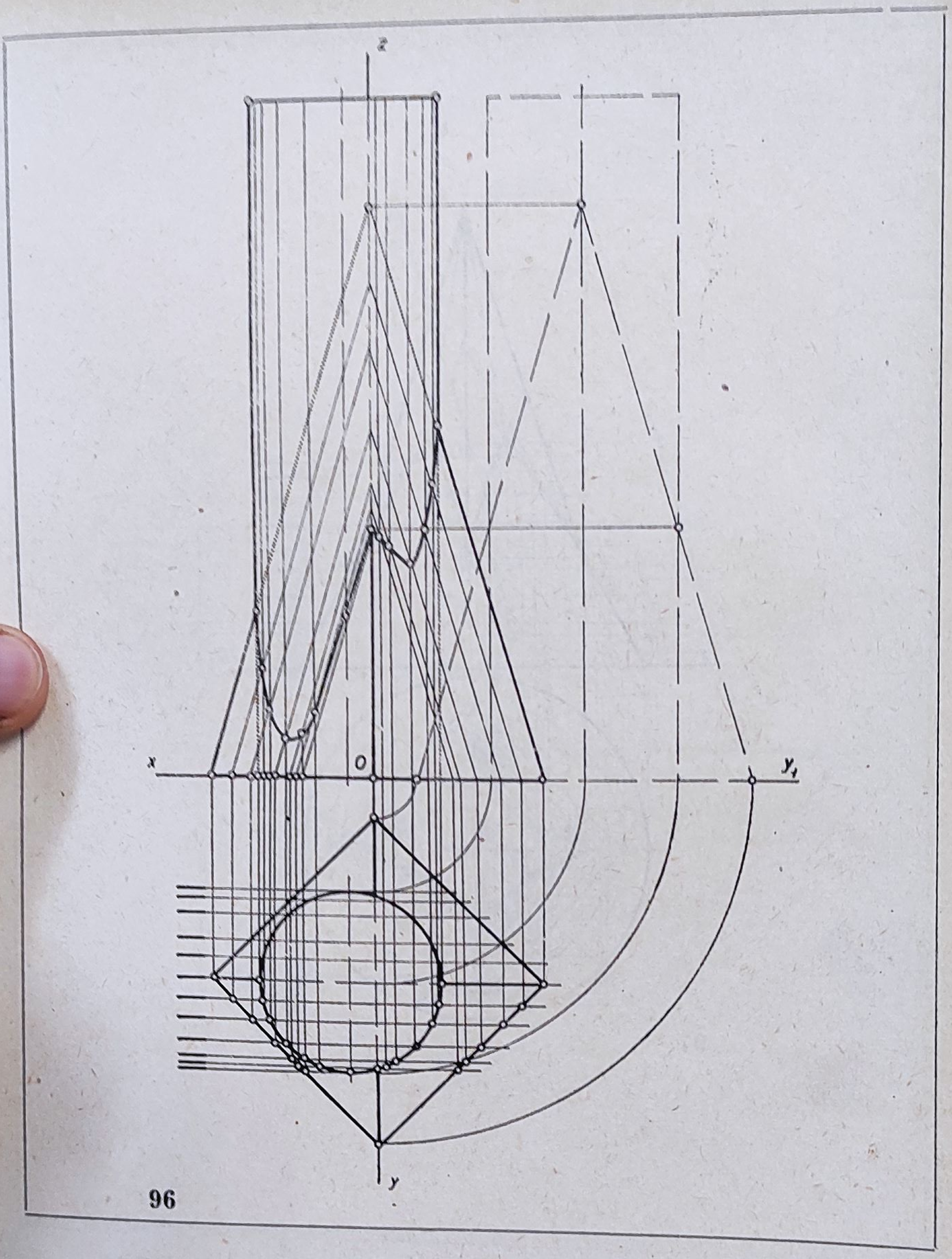



Fig. 4.96. Intersecție între o piramidă dreaptă verticală și un cilindru circular drept (pătrundere prin bază).

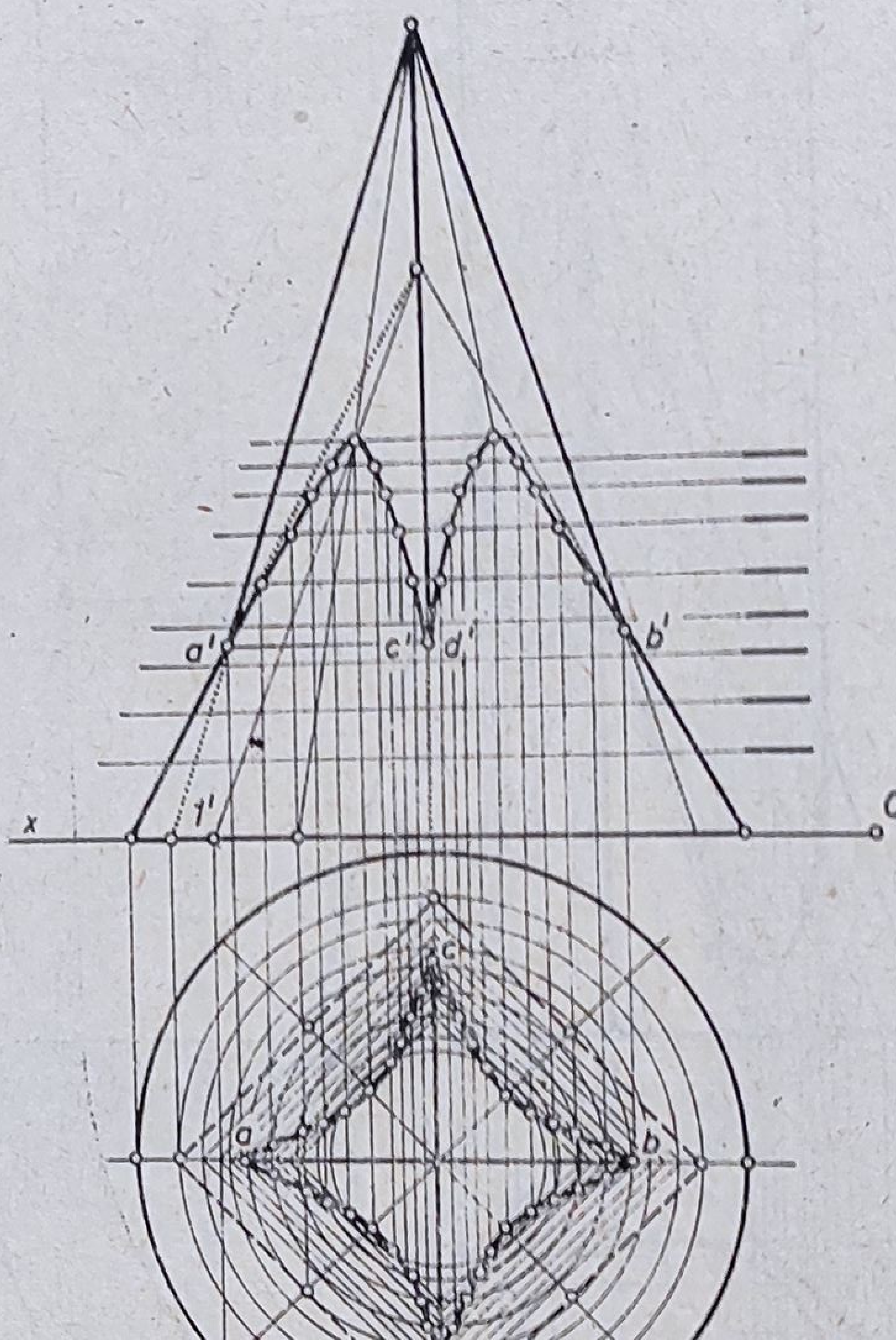
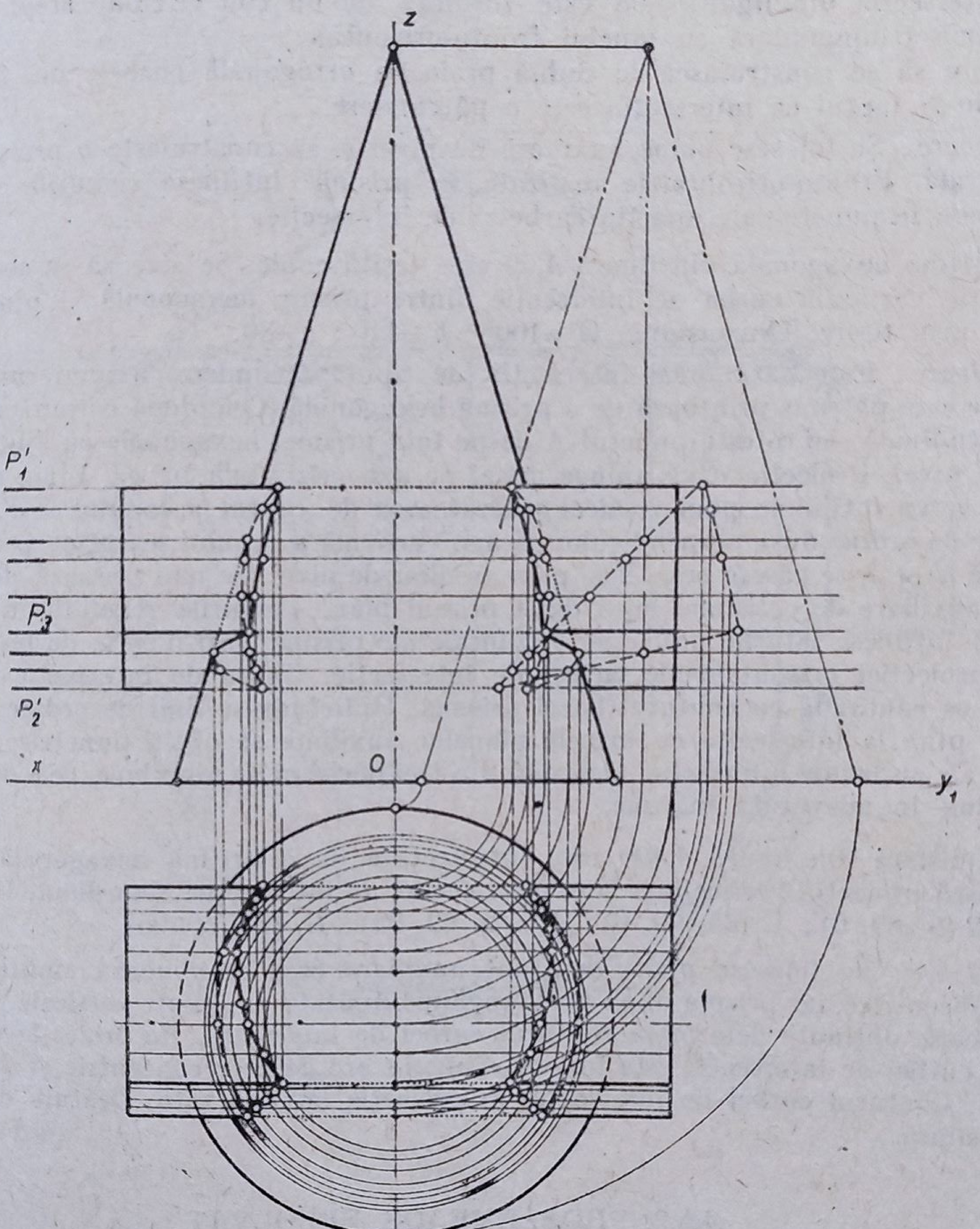



Fig. 4.97. Intersecție între un con circular drept și o piramidă dreaptă verticală (pătrundere prin bază).




98

Fig. 4.98. Intersecție între un con circular drept și o prismă dreaptă orizontală (pătrundere).

*Rezolvare :* Se folosesc în cazul de față plane auxiliare de nivel. Acestea secționează conul după cercuri, iar piramida după pătrate. Intersecțiile dintre cercurile și pătratele corespunzătoare dau punctele curbei de intersecție reprezentată în dublă proiecție ortogonală.

4) Intersecția din figura 4.98 este formată de un con circular drept, străbătut de o prismă triunghiulară cu muchii fronto-orizontale.

Se cere să se construiască în dublă proiecție ortogonală curbele de intersecție, cunoscîndu-se faptul că intersecția este o pătrundere.

*Rezolvare :* Se folosesc plane auxiliare de nivel și se construiește o proiecție auxiliară laterală. Fronto-orizontalele realizate în prismă întîlnesc cercurile secțiunilor plane în con în puncte care aparțin curbelor de intersecție.

5) Prisma hexagonală din figura 4.99 este teșită conic. Se cere să se construiască în proiecție verticală curba de intersecție dintre prisma hexagonală și pînza conică rezultată prin teșire. Dimensiuni : $\Omega = 100°$ ; $h = 110$ ; $l = 80$.

*Rezolvare :* Este cazul unei intersecții (de tipul pătrundere) a unui con circular drept care este pătruns prin bază de o prismă hexagonală. Cele două corpuri au aceeași axă longitudinală. Se rotește punctul $A$ de pe fața prismei hexagonale cu ajutorul unei rotații de nivel. Proiecția $a$ va ajunge astfel pe axa orizontală în $a_1$. Linia de ordine dusă din $a_1$ va întîlni în plan vertical generatoarea de contur a conului în $a_1'$. Printr-o nouă linie de ordine dusă perpendicular pe axa verticală a conului se obține proiecția $a'$. Proiecțiile $a'$ și $a_1'$ se găsesc pe același plan auxiliar de nivel. Se mai trasează două plane de nivel auxiliare de cotă mai mică decît primul plan. Cercurile rezultate în proiecție orizontală întîlnesc laturile proiecției orizontale ale prismei într-o serie de puncte care aparțin proiecției orizontale ale curbei de intersecție. Curba de intersecție în plan orizontal se confundă cu conturul bazei prismei. Ridicîndu-se linii de ordine din plan orizontal pînă la intersecția cu urmele planelor auxiliare se obțin punctele proiecției verticale ale curbei de intersecție, alcătuită din trei porțiuni de hiperbole, cea de la mijloc apărînd în adevărată mărime.

6) Emisfera din figura 4.100 este intersectată de o prismă hexagonală. Să se construiască proiecția verticală și laterală a curbei de intersecție. Coordonatele : $A$ (90, 60, 0) ; $B$ (0 ,60, 0) ; $\Omega$ (45, 60, 0) ; $A_1$ (75, 60, 95) ; $B_1$ (15, 60, 95).

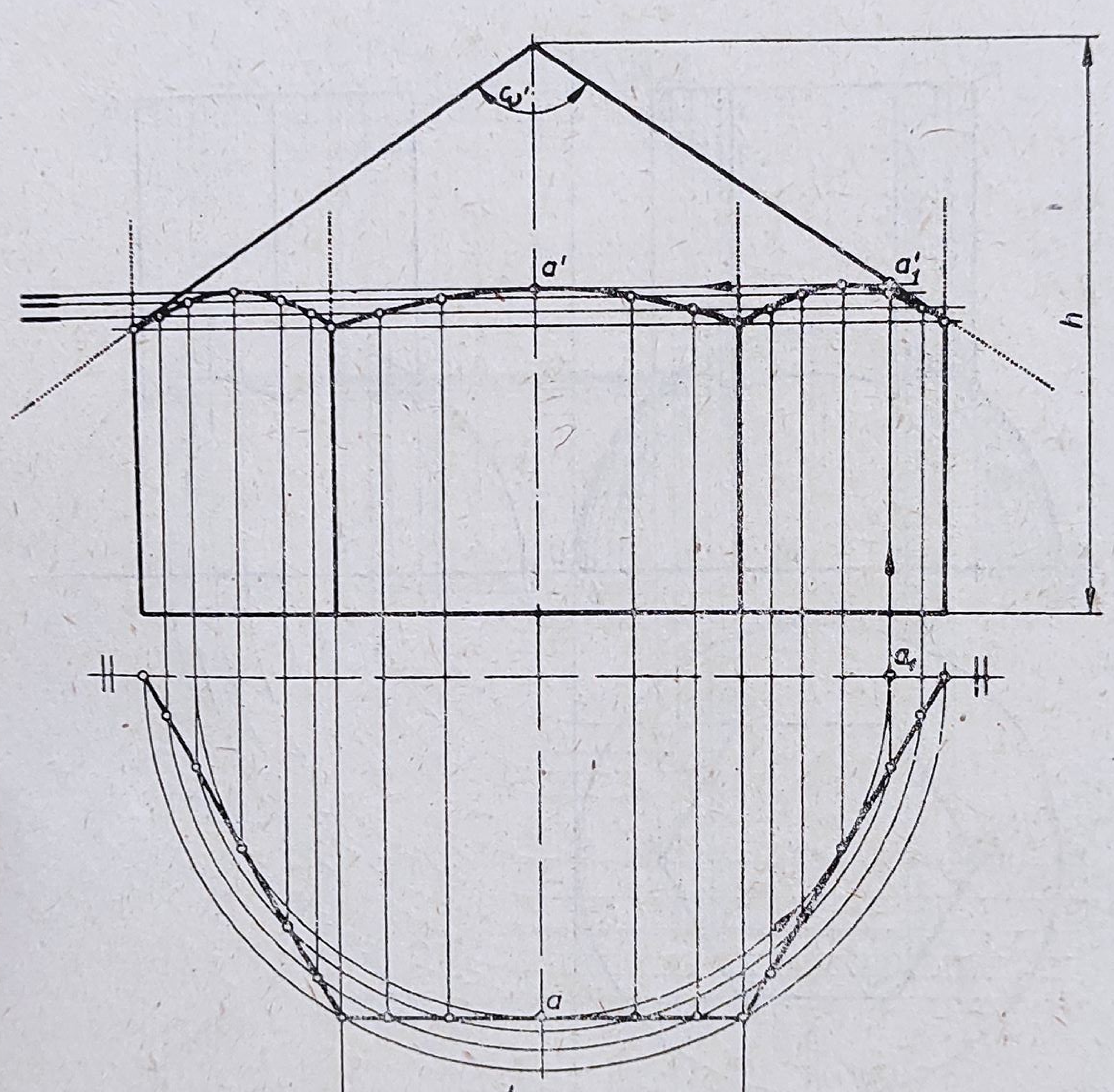
*Rezolvare :* Se folosesc plane de front auxiliare care secționează emisfera după cercuri concentrice, iar prisma după dreptunghiuri limitate de drepte verticale. Punctele de intersecție obținute determină conturul curbei de intersecție. În proiecție verticală, conturul curbei de intersecție este format dintr-un arc de cerc concentric și două arce de elipsă. Conturul curbei de intersecție în proiecție laterală este alcătuit din două arce de elipsă.

### 4.5.2. PROBLEME DE REZOLVAT

1) Să se construiască proiecția curbelor de intersecție dintre cilindrul circular drept și prisma dreaptă patrulateră reprezentată în figura 4.101, în dublă proiecție ortogonală. Prisma este dispusă oblic față de cilindrul așezat vertical. Dimensiunile se iau proporțional cu cele din figura respectivă.

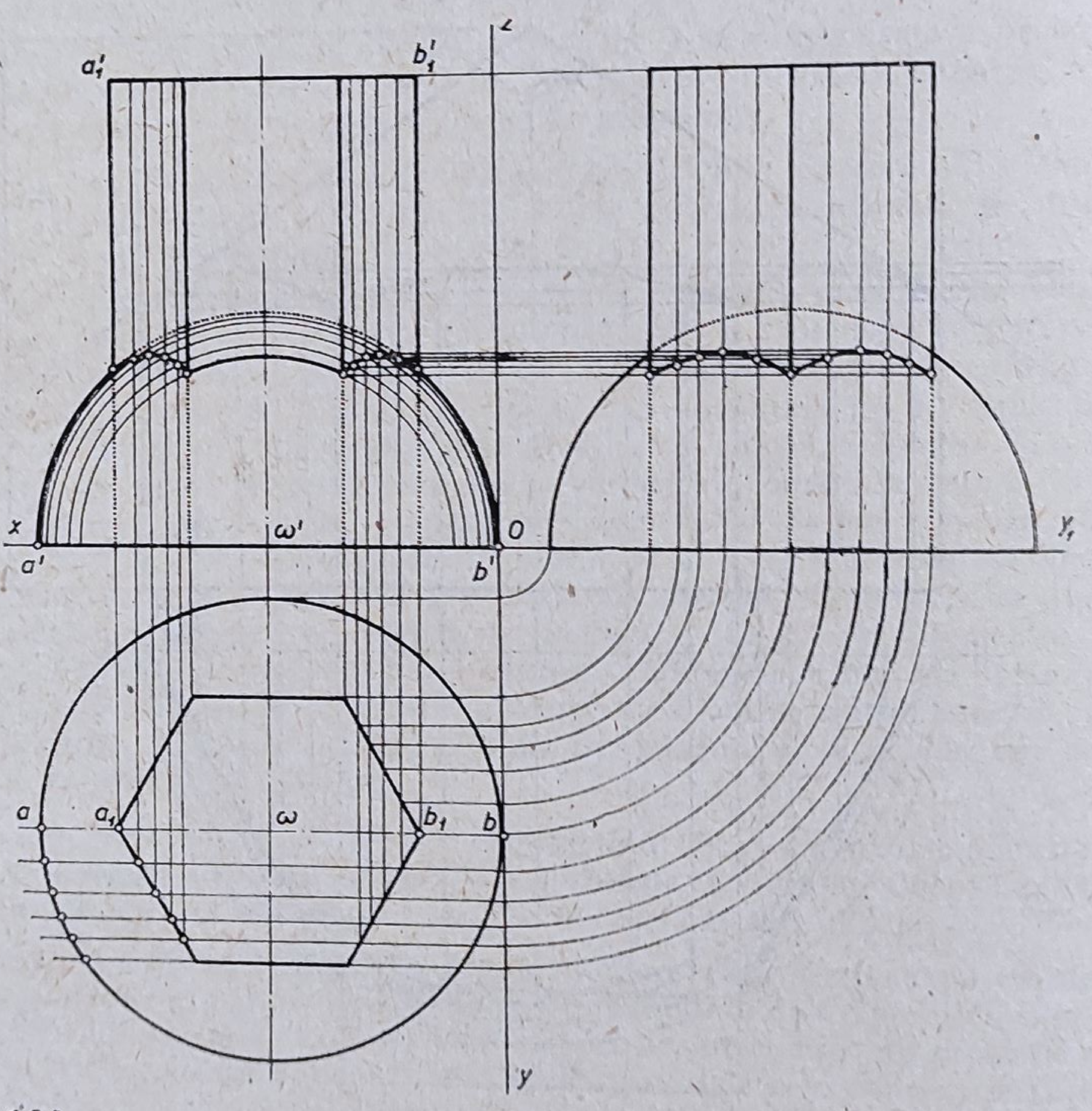
*Indicație :* Se vor utiliza plane auxiliare de front.

2) Figura 4.102 reprezintă un cilindru circular drept așezat vertical care se intersectează cu o prismă dreaptă cu muchii fronto-orizontale ce are ca bază un poligon cu cinci laturi. Se cere să se construiască curbele de intersecție ale celor două corpuri, cunoscînd că intersecția este ca și în cazul anterior o pătrundere.



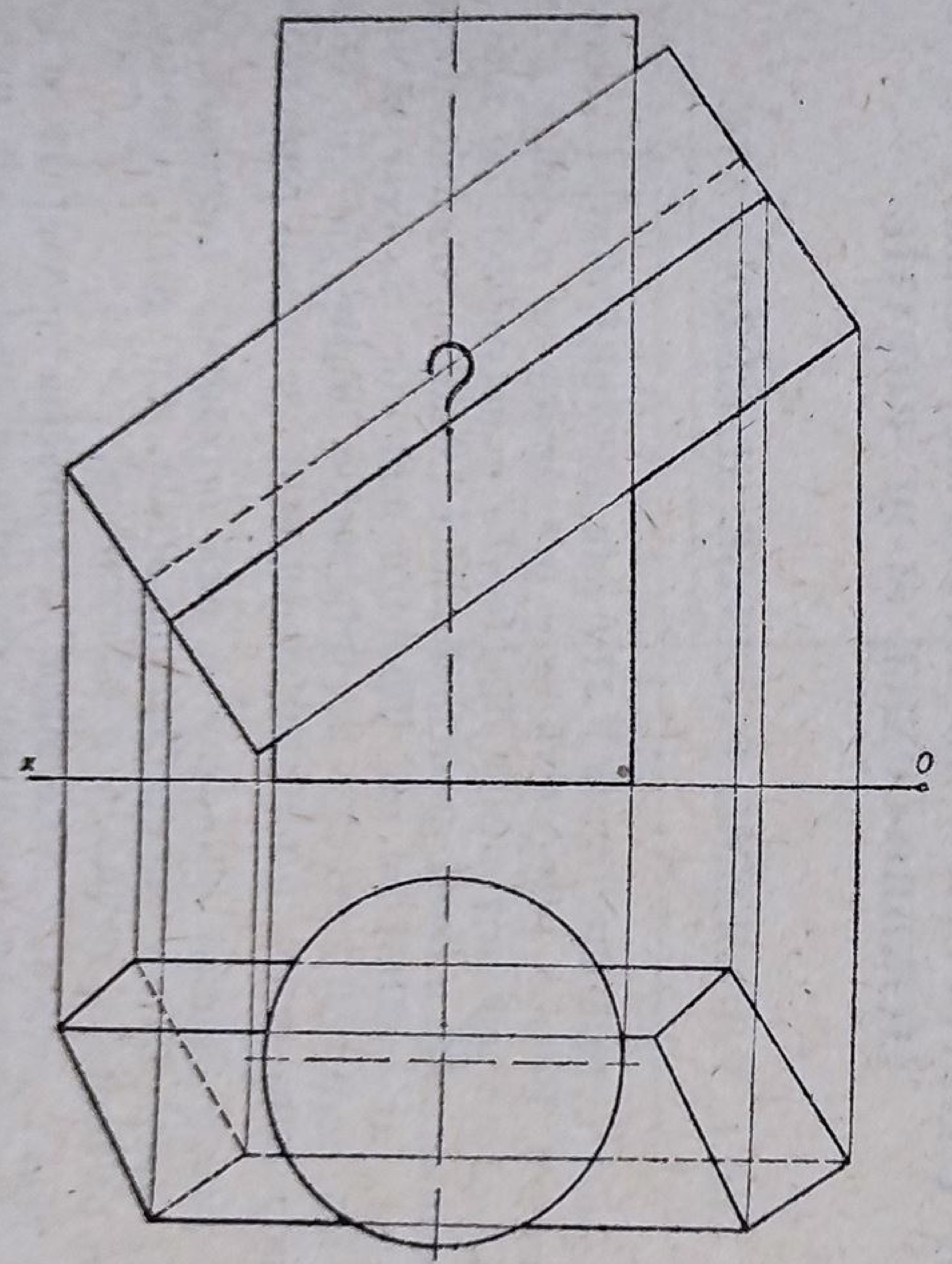

**99**

Fig. 4.99. Teşirea conică a unei prisme hexagonale.

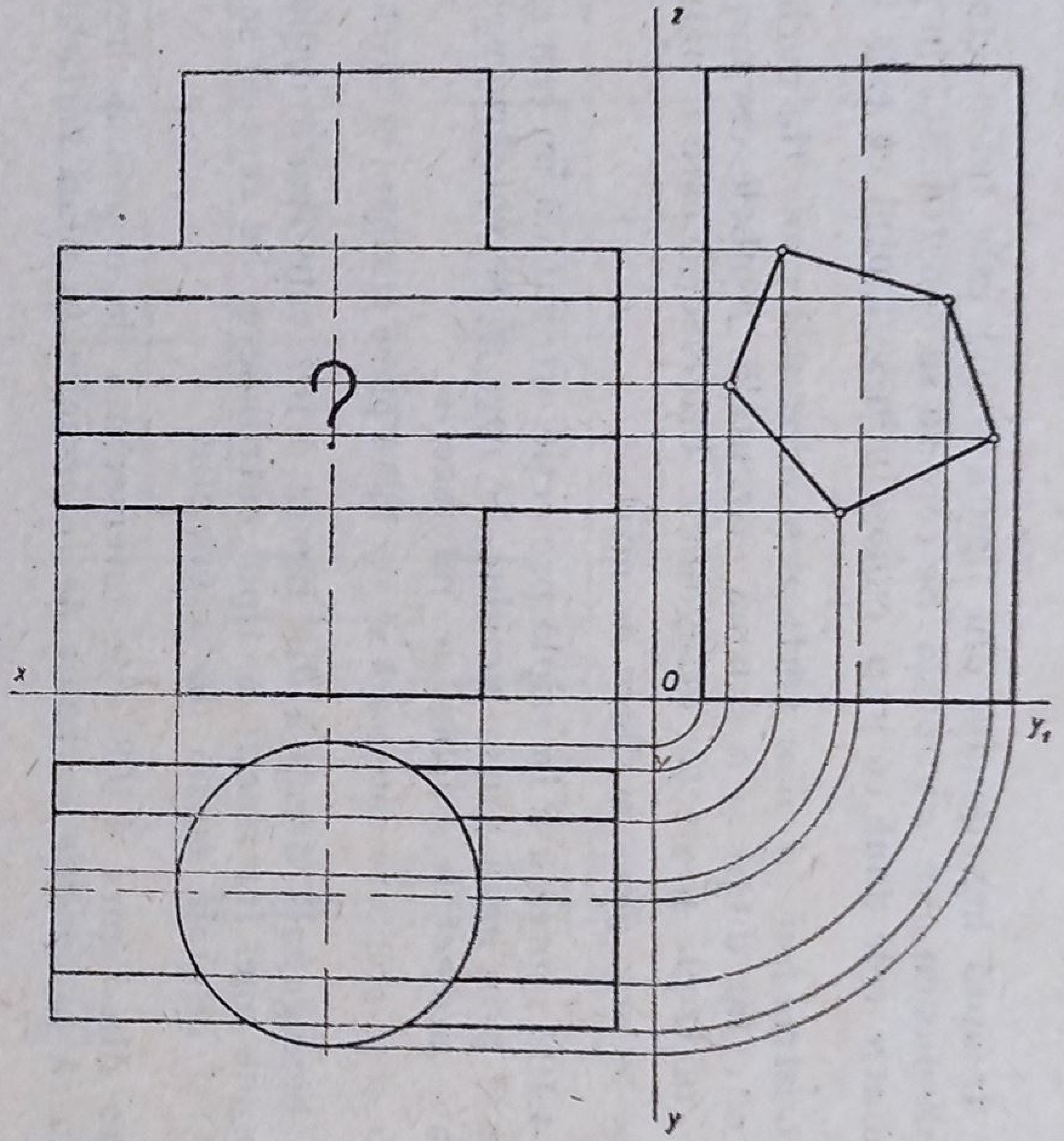



**100**

**Fig. 4.100.** Intersecţie între o emisferă şi o prismă hexagonală dreaptă (pătrundere).




101




102

Fig. 4.101. Fig. 4.102. Probleme de rezolvat.

3) Intersecţia din figura 4.103 este o pătrundere. Se cere să se construiască în proiecţie verticală curbele de intersecţie dintre cilindrul şi prisma octogonală din figura amintită.

4) Prisma dreaptă hexagonală din figura 4.104 este intersectată de un cilindru circular drept, dispus cu axa orizontală. Se cere să se construiască în plan vertical curba de intersecţie dintre cele două corpuri, cunoscîndu-se faptul că este vorba de o rupere.

5) Să se construiască în plan vertical şi orizontal proiecţia curbelor de intersecţie dintre un con circular drept şi o prismă orizontală. Ambele corpuri sînt reprezentate în figura 4.105 în triplă proiecţie ortogonală. Intersecţia este o pătrundere.

*Indicaţie*: Se folosesc plane auxiliare de nivel.

6) Figura 4.106 reprezintă în triplă proiecţie ortogonală un con circular şi o prismă care intersectează prin bază pînza conului. Se cere să se construiască în proiecţie verticală şi laterală proiecţiile curbei de intersecţie.

*Indicaţie*: Ca şi în problema anterioară se vor folosi plane auxiliare de nivel.

7) Prisma hexagonală dreaptă din figura 4.107 este teşită după o calotă sferică. Teşirea corespunde unei intersecţii de tipul pătrundere. Se cere să se reprezinte în proiecţie verticală şi laterală curba de intersecţie.

8) Emisfera din figura 4.108 este intersectată de o prismă hexagonală dreaptă. Să se construiască proiecţiile curbelor de intersecţie în plan vertical şi lateral.

9) Figura 4.109 reprezintă o emisferă intersectată prin bază de o piramidă cu baza pătrată. Se cere să se construiască în proiecţie verticală şi orizontală curba de intersecţie dintre cele două corpuri.

## 4.6. FORME CONSTRUCTIVE ALCĂTUITE DIN INTERSECŢII DE FORME CILINDRO-CONICE ŞI DE ROTAŢIE

### 4.6.1. PROBLEME PROPUSE ŞI REZOLVATE

1) Forma constructivă din figura 4.110 este alcătuită dintr-o succesiune de cilindri de diferite diametre. Forma respectivă este prevăzută cu o gaură cilindrică coaxială. Pînza interioară cilindrică orizontală din forma constructivă de mai sus se intersectează cu pînzele interioare a două goluri cilindrice: unul cu diametrul egal cu al golului cilindric orizontal, iar celălalt cu un diametru mai mic. Se cere să se construiască în proiecţie verticală conturul curbelor de intersecţie dintre golurile cilindrice amintite. Dimensiunile modelului se iau proporţional cu cele ale figurii reprezentate.

*Rezolvare*: Pînza golului cilindric cu axă orizontală formează cu pînza golului superior, cu axa verticală, o rupere bitangenţială. Cu golul cilindric inferior, golul cilindric cu axa orizontală formează o pătrundere.

Planele de front auxiliare determină în proiecţia orizontală şi laterală punctele curbelor de intersecţie. Intersecţiile liniilor de ordine duse din aceste puncte dau în planul vertical proiecţiile curbelor de intersecţie. Golurile din piesa de mai sus sînt scoase în evidenţă în urma secţionării formei constructive prin planele secante indicate prin traseele de secţionare $A-A$ şi $B-B$.

3) Intersecția din figura 4.103 este o pătrundere. Se cere să se construiască în proiecție verticală curbele de intersecție dintre cilindrul și prisma octogonală din figura amintită.

4) Prisma dreaptă hexagonală din figura 4.104 este intersectată de un cilindru circular drept, dispus cu axa orizontală. Se cere să se construiască în plan vertical curba de intersecție dintre cele două corpuri, cunoscîndu-se faptul că este vorba de o rupere.

5) Să se construiască în plan vertical și orizontal proiecția curbelor de intersecție dintre un con circular drept și o prismă orizontală. Ambele corpuri sînt reprezentate în figura 4.105 în triplă proiecție ortogonală. Intersecția este o pătrundere.

*Indicație*: Se folosesc plane auxiliare de nivel.

6) Figura 4.106 reprezintă în triplă proiecție ortogonală un con circular și o prismă care intersectează prin bază pînza conului. Se cere să se construiască în proiecție verticală și laterală proiecțiile curbei de intersecție.

*Indicație*: Ca și în problema anterioară se vor folosi plane auxiliare de nivel.

7) Prisma hexagonală dreaptă din figura 4.107 este teșită după o calotă sferică. Teșirea corespunde unei intersecții de tipul pătrundere. Se cere să se reprezinte în proiecție verticală și laterală curba de intersecție.

8) Emisfera din figura 4.108 este intersectată de o prismă hexagonală dreaptă. Să se construiască proiecțiile curbelor de intersecție în plan vertical și lateral.

9) Figura 4.109 reprezintă o emisferă intersectată prin bază de o piramidă cu baza pătrată. Se cere să se construiască în proiecție verticală și orizontală curba de intersecție dintre cele două corpuri.

## 4.6. FORME CONSTRUCTIVE ALCĂTUITE DIN INTERSECȚII DE FORME CILINDRO-CONICE ȘI DE ROTAȚIE

### 4.6.1. PROBLEME PROPUSE ȘI REZOLVATE

1) Forma constructivă din figura 4.110 este alcătuită dintr-o succesiune de cilindri de diferite diametre. Forma respectivă este prevăzută cu o gaură cilindrică coaxială. Pînza interioară cilindrică orizontală din forma constructivă de mai sus se intersectează cu pînzele interioare a două goluri cilindrice: unul cu diametrul egal cu al golului cilindric orizontal, iar celălalt cu un diametru mai mic. Se cere să se construiască în proiecție verticală conturul curbelor de intersecție dintre golurile cilindrice amintite. Dimensiunile modelului se iau proporțional cu cele ale figurii reprezentate.

*Rezolvare*: Pînza golului cilindric cu axă orizontală formează cu pînza golului superior, cu axa verticală, o rupere bitangențială. Cu golul cilindric inferior, golul cilindric cu axa orizontală formează o pătrundere.

Planele de front auxiliare determină în proiecția orizontală și laterală punctele curbelor de intersecție. Intersecțiile liniilor de ordine duse din aceste puncte dau în planul vertical proiecțiile curbelor de intersecție. Golurile din piesa de mai sus sînt scoase în evidență în urma secționării formei constructive prin planele secante indicate prin traseele de secționare $A-A$ și $B-B$.

3) Intersecția din figura 4.103 este o pătrundere. Se cere să se construiască în proiecție verticală curbele de intersecție dintre cilindrul și prisma octogonală din figura amintită.

4) Prisma dreaptă hexagonală din figura 4.104 este intersectată de un cilindru circular drept, dispus cu axa orizontală. Se cere să se construiască în plan vertical curba de intersecție dintre cele două corpuri, cunoscîndu-se faptul că este vorba de o rupere.

5) Să se construiască în plan vertical și orizontal proiecția curbelor de intersecție dintre un con circular drept și o prismă orizontală. Ambele corpuri sînt reprezentate în figura 4.105 în triplă proiecție ortogonală. Intersecția este o pătrundere.

*Indicație*: Se folosesc plane auxiliare de nivel.

6) Figura 4.106 reprezintă în triplă proiecție ortogonală un con circular și o prismă care intersectează prin bază pînza conului. Se cere să se construiască în proiecție verticală și laterală proiecțiile curbei de intersecție.

*Indicație*: Ca și în problema anterioară se vor folosi plane auxiliare de nivel.

7) Prisma hexagonală dreaptă din figura 4.107 este teșită după o calotă sferică. Teșirea corespunde unei intersecții de tipul pătrundere. Se cere să se reprezinte în proiecție verticală și laterală curba de intersecție.

8) Emisfera din figura 4.108 este intersectată de o prismă hexagonală dreaptă. Să se construiască proiecțiile curbelor de intersecție în plan vertical și lateral.

9) Figura 4.109 reprezintă o emisferă intersectată prin bază de o piramidă cu baza pătrată. Se cere să se construiască în proiecție verticală și orizontală curba de intersecție dintre cele două corpuri.

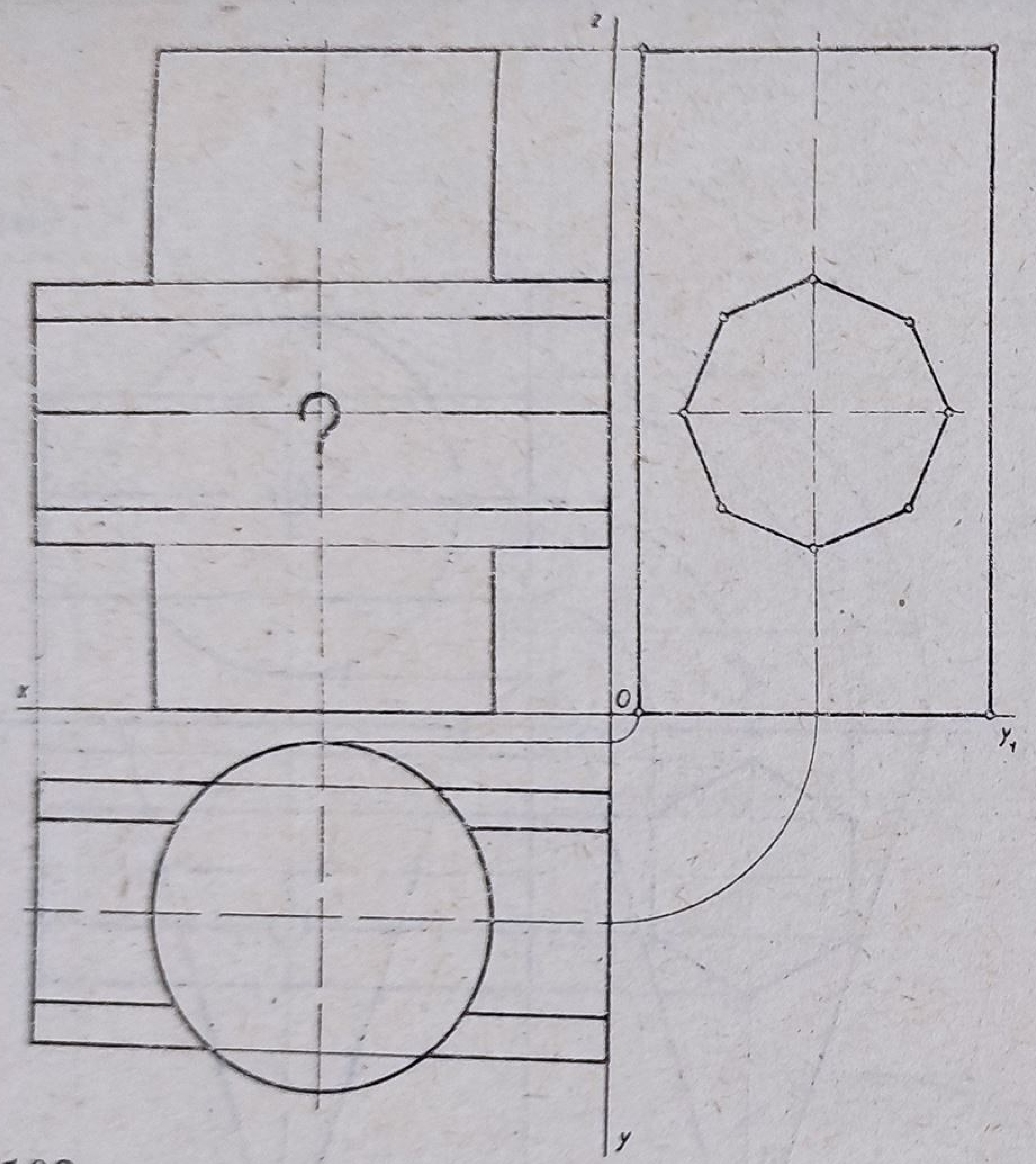
## 4.6. FORME CONSTRUCTIVE ALCĂTUITE DIN INTERSECȚII DE FORME CILINDRO-CONICE ȘI DE ROTAȚIE

### 4.6.1. PROBLEME PROPUSE ȘI REZOLVATE

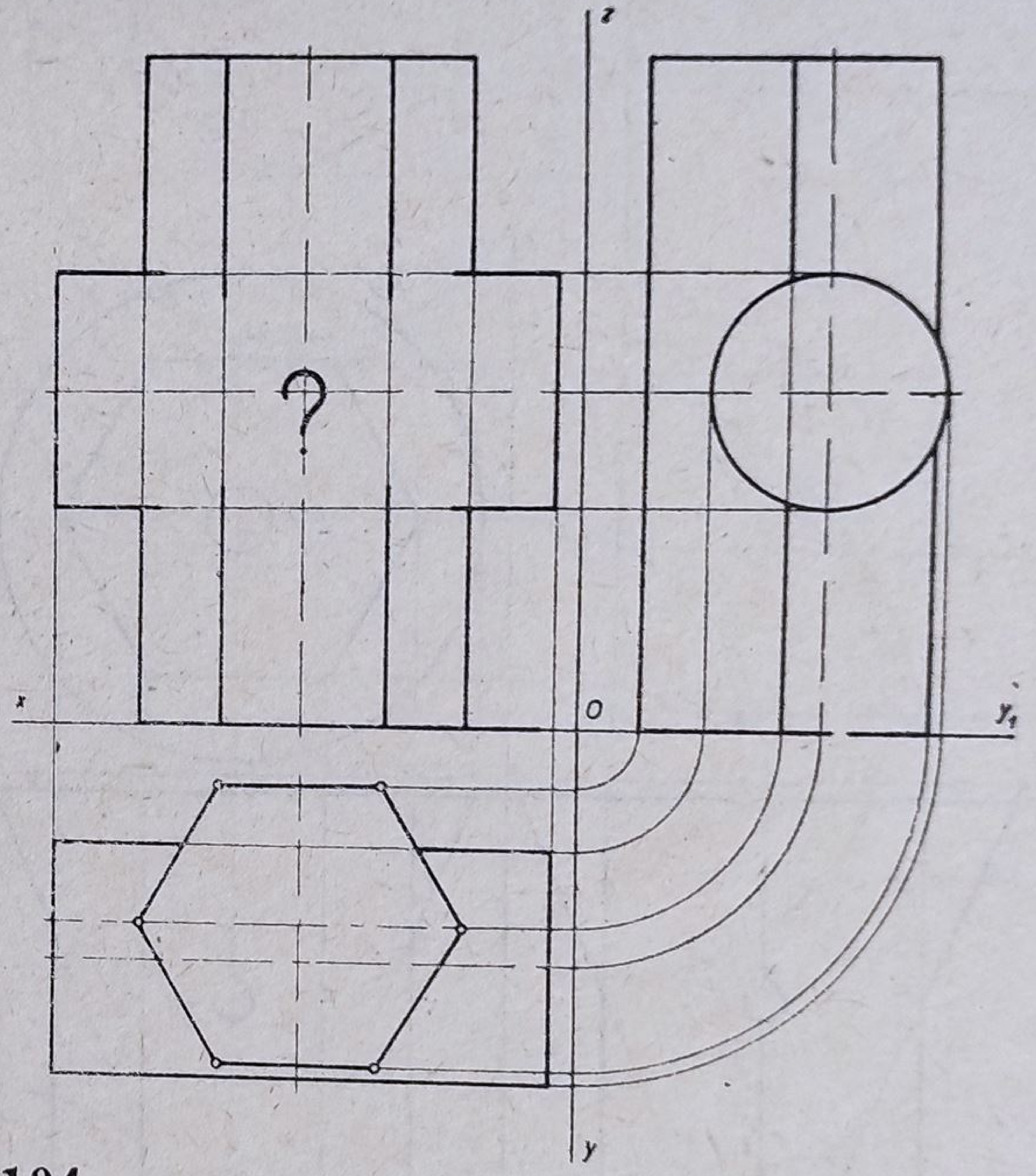
1) Forma constructivă din figura 4.110 este alcătuită dintr-o succesiune de cilindri de diferite diametre. Forma respectivă este prevăzută cu o gaură cilindrică coaxială. Pînza interioară cilindrică orizontală din forma constructivă de mai sus se intersectează cu pînzele interioare a două goluri cilindrice: unul cu diametrul egal cu al golului cilindric orizontal, iar celălalt cu un diametru mai mic. Se cere să se construiască în proiecție verticală conturul curbelor de intersecție dintre golurile cilindrice amintite. Dimensiunile modelului se iau proporțional cu cele ale figurii reprezentate.

*Rezolvare*: Pînza golului cilindric cu axă orizontală formează cu pînza golului superior, cu axa verticală, o rupere bitangențială. Cu golul cilindric inferior, golul cilindric cu axa orizontală formează o pătrundere.

Planele de front auxiliare determină în proiecția orizontală și laterală punctele curbelor de intersecție. Intersecțiile liniilor de ordine duse din aceste puncte dau în planul vertical proiecțiile curbelor de intersecție. Golurile din piesa de mai sus sînt scoase în evidență în urma secționării formei constructive prin planele secante indicate prin traseele de secționare $A-A$ și $B-B$.

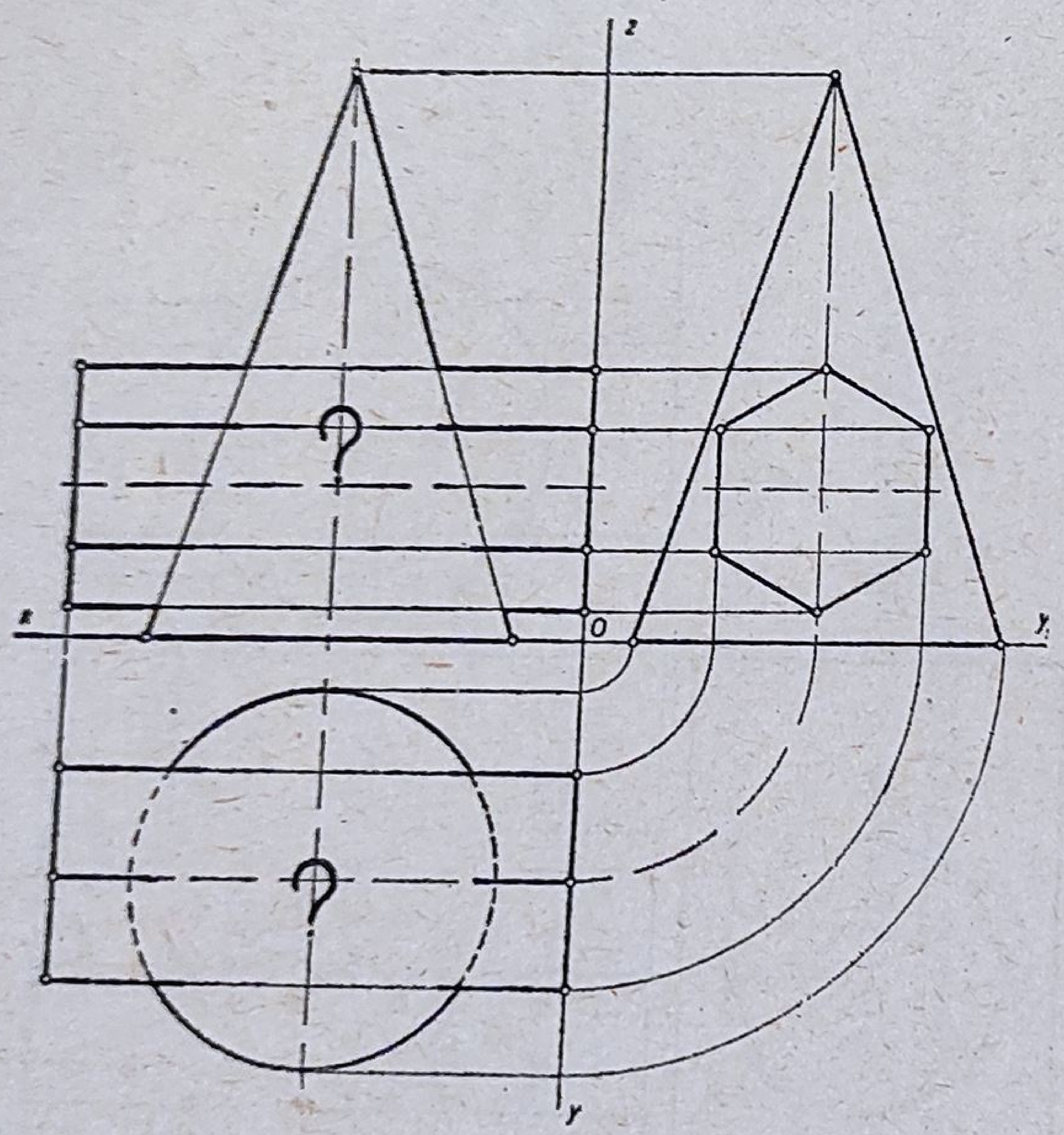



103

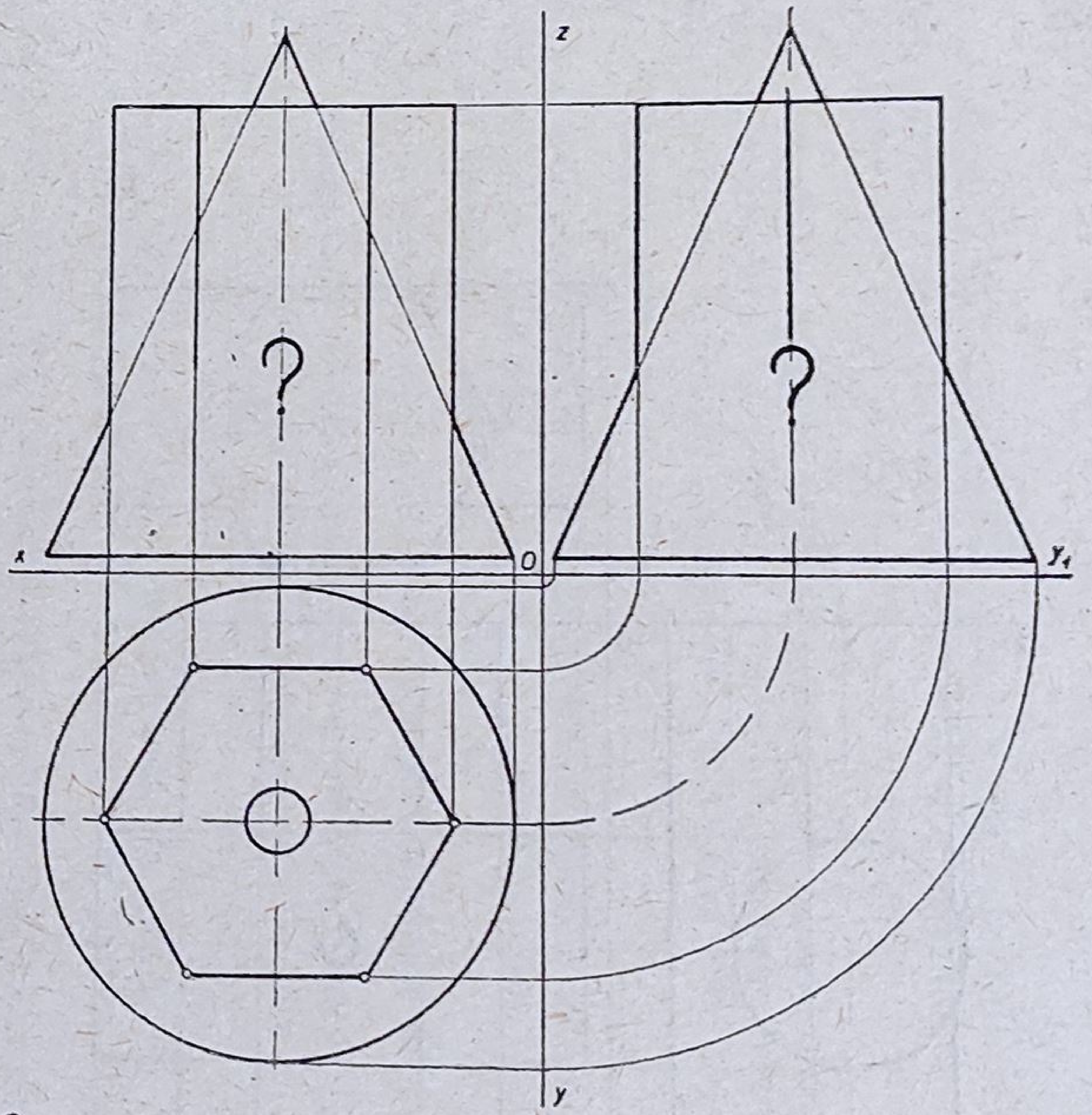



104

Fig. 4.103. Fig. 4.104. Probleme de rezolvat.

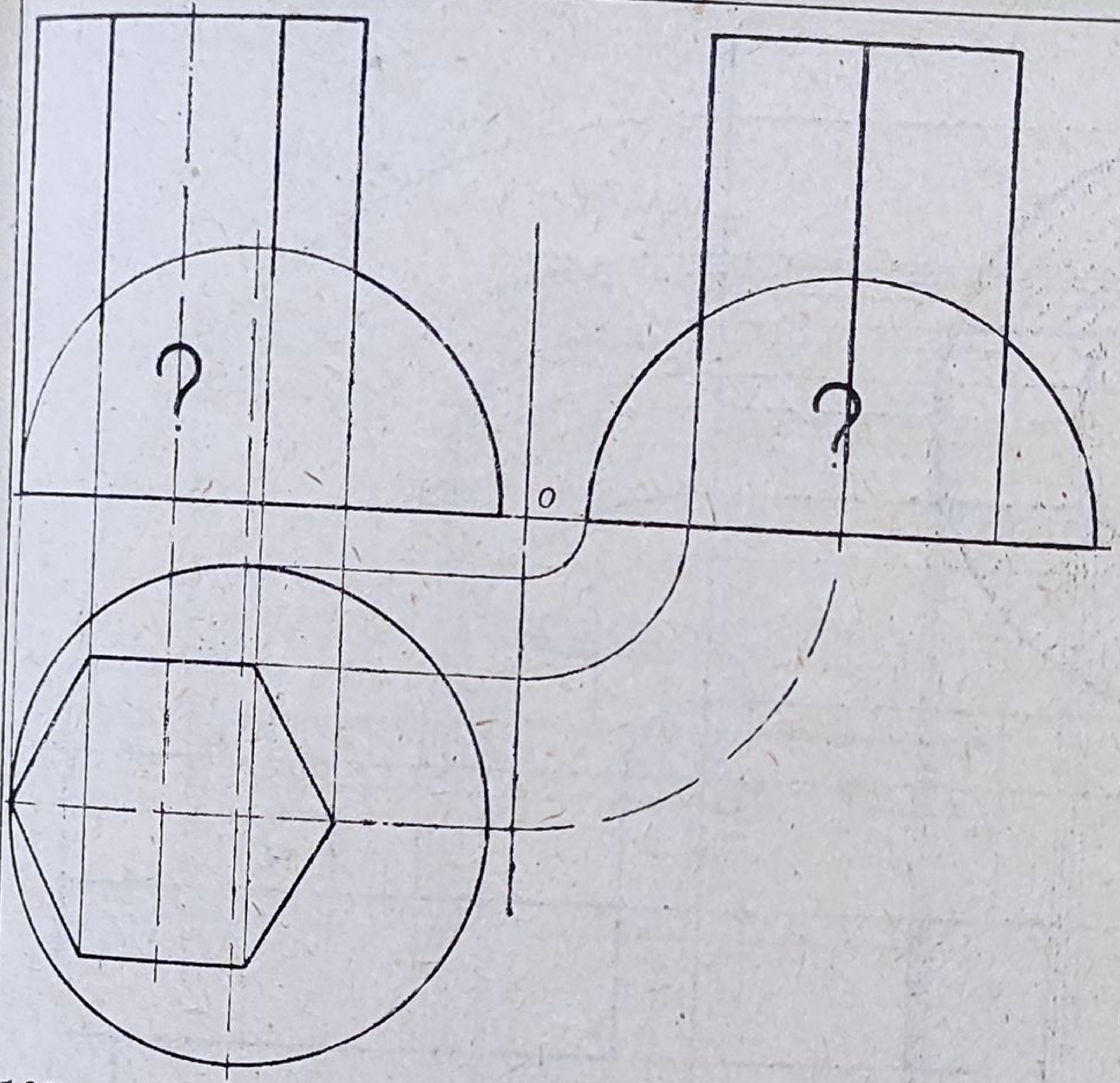



105

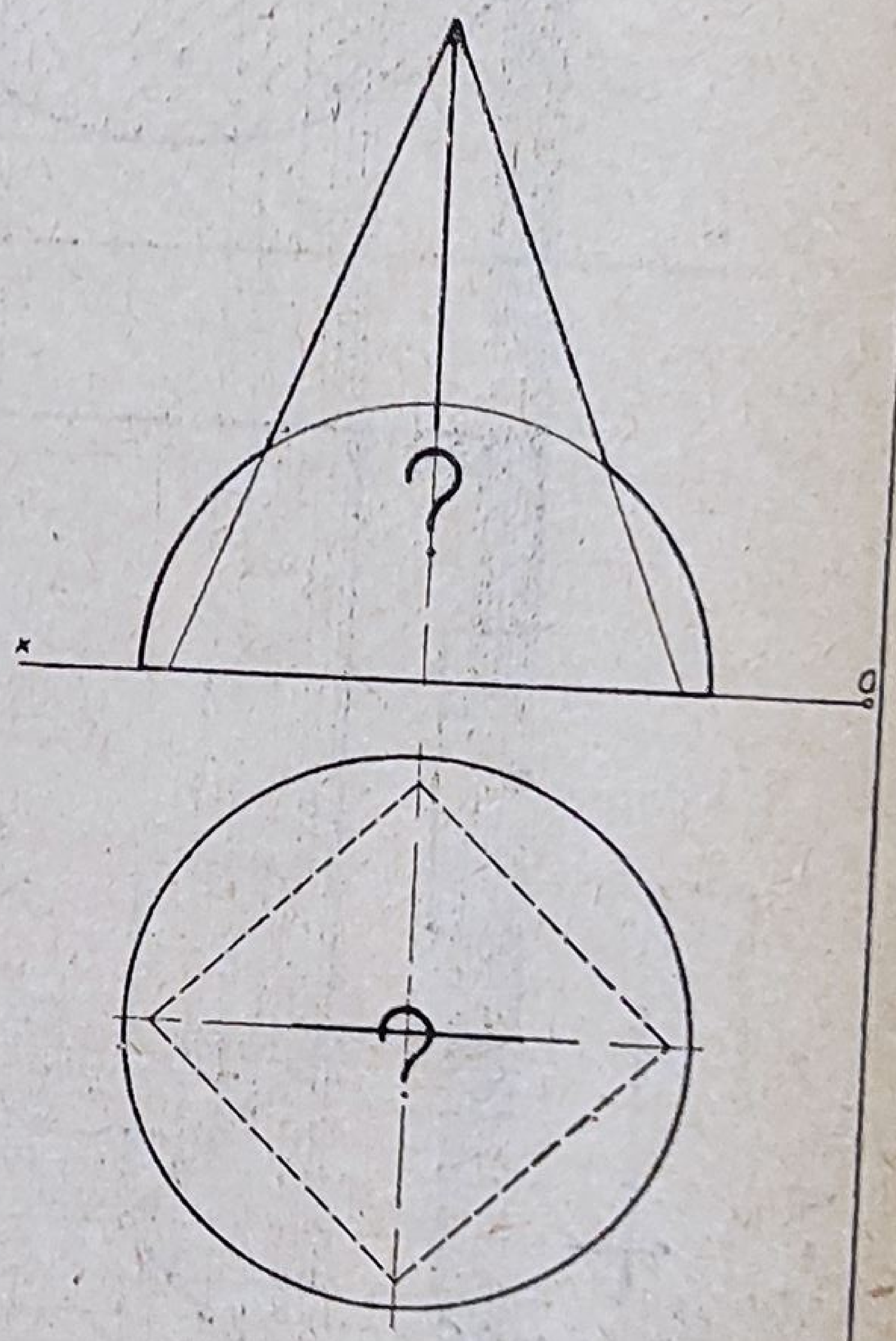



106

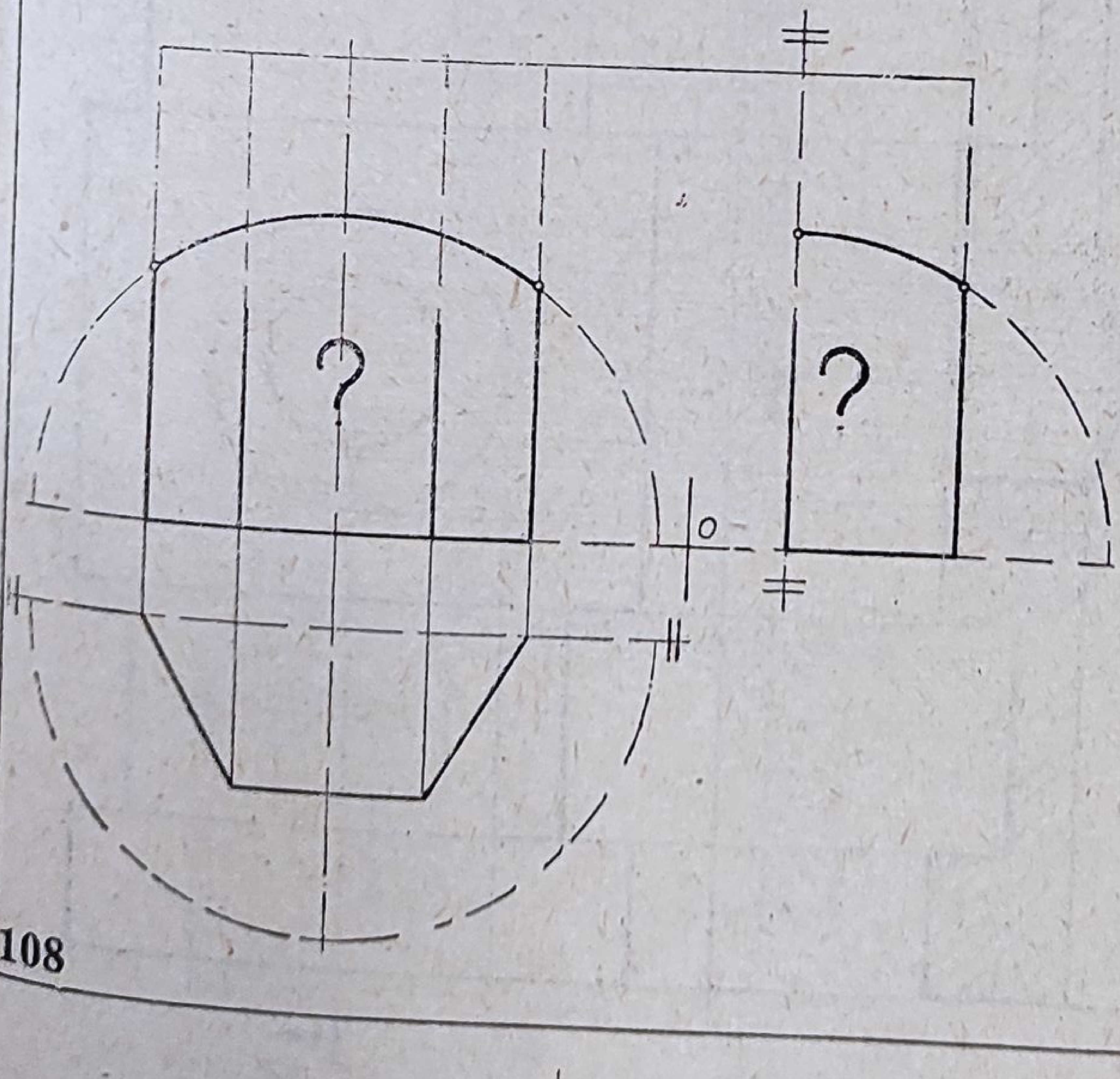
Fig. 4.105. Fig. 4.106. Probleme de rezolvat.



**107**



**109**



**108**

Fig. 4.107. Fig. 4.108. Fig. 109. Probleme de rezolvat.

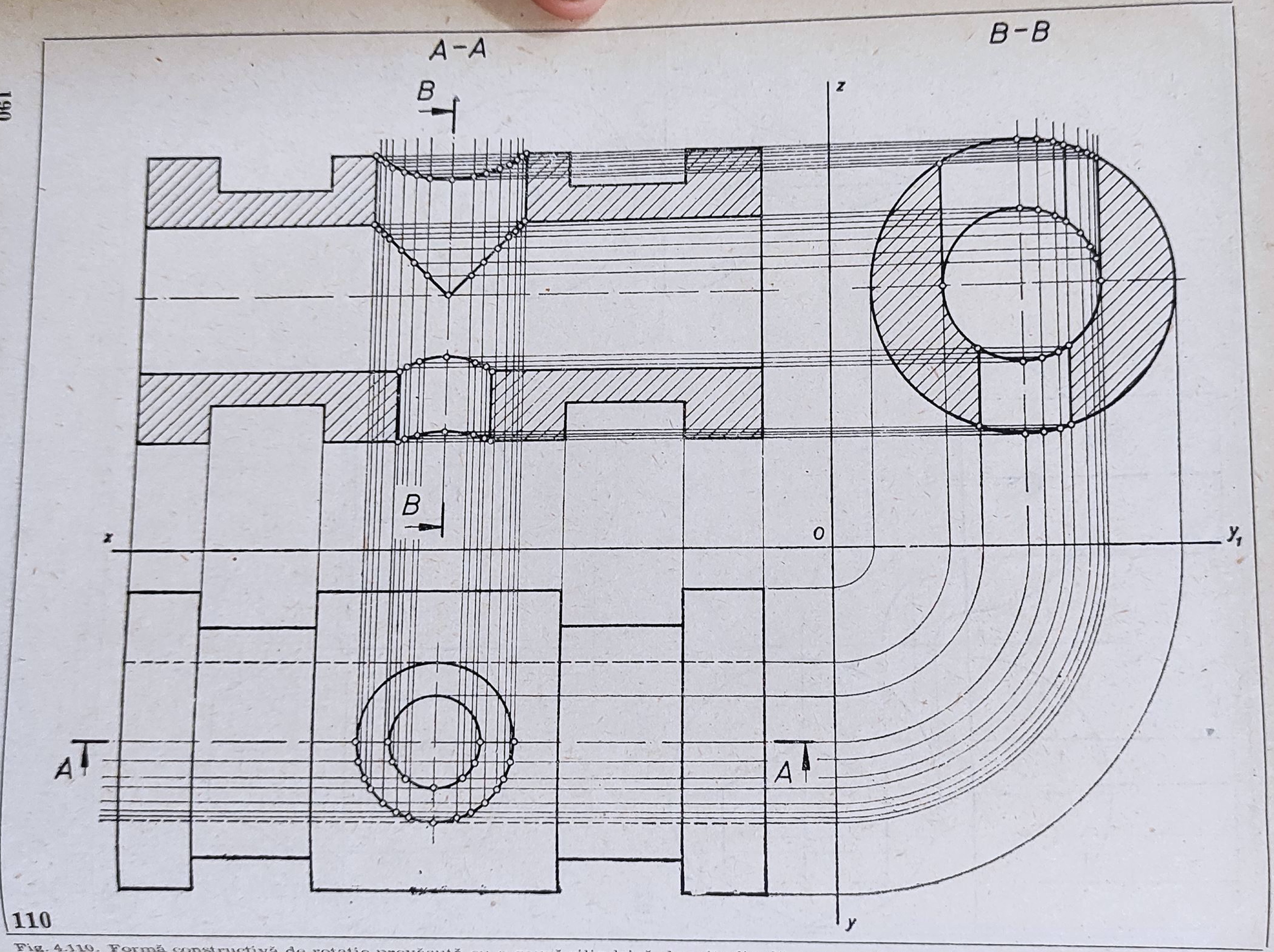



Fig. 4.110. Formă constructivă de rotaţie prevăzută cu o gaură cilindrică longitudinală care se intersectează cu două găuri

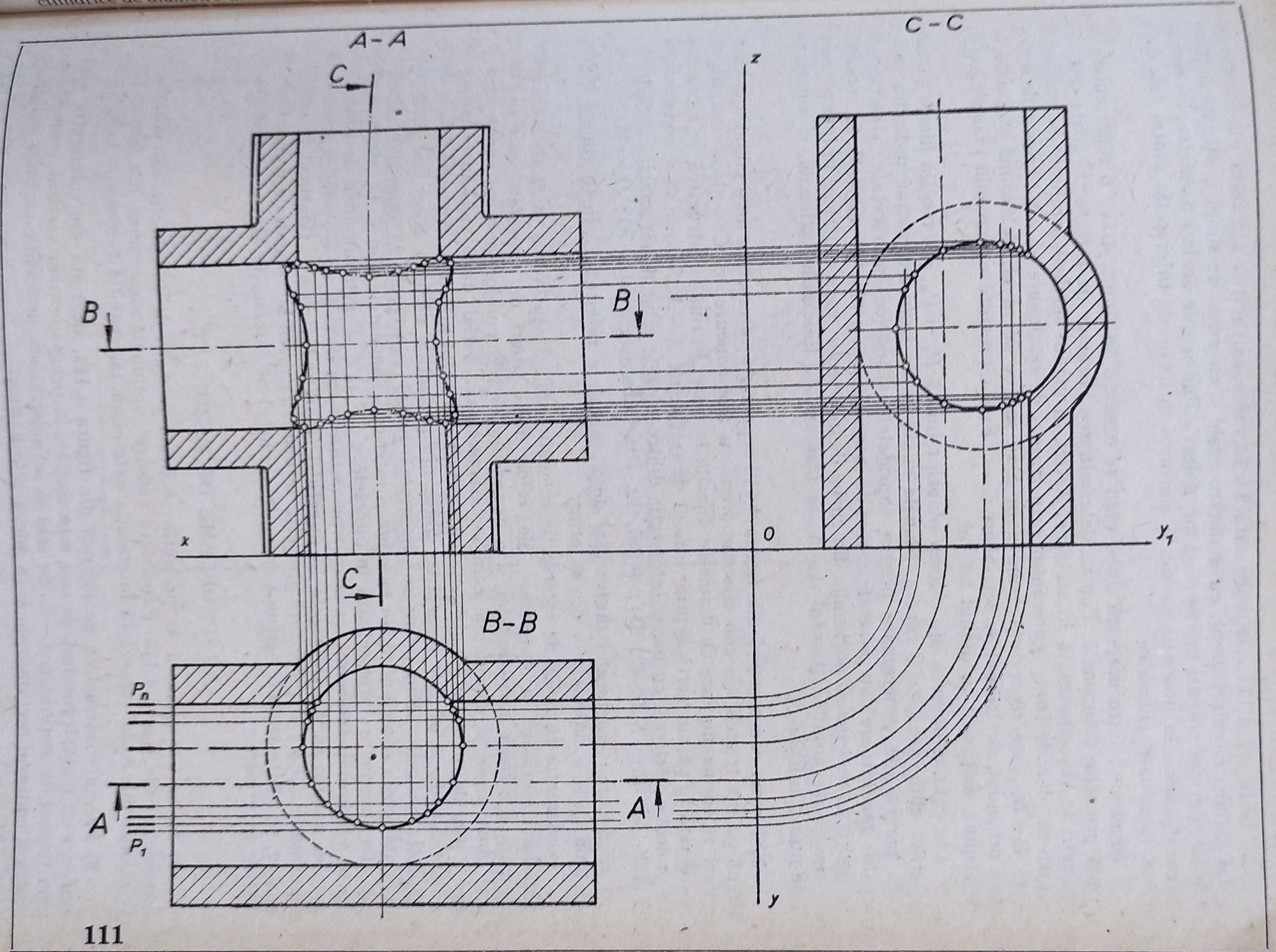



Fig. 4.111. Formă constructivă obținută prin intersecția de tipul rupere a formelor cilindrice exterioare și interioare.

**2)** În figura 4.111 este reprezentată o formă constructivă alcătuită din intersecția a doi cilindri circulari drepți cu diametre egale și cu axele de simetrie situate în plane diferite. Cei doi cilindri intersectați au goluri cilindrice de același diametru. Se cere să se construiască în proiecție verticală conturul curbelor de intersecție dintre cele două pînze interioare cilindrice.

*Rezolvare:* Este necesară după cum se observă în figura 4.111 o reprezentare în triplă proiecție ortogonală. Pentru determinarea curbelor de intersecție toate cele trei proiecții se vor reprezenta în secțiune. Astfel, în planul vertical, secțiunea se realizează printr-un plan de front reprezentat prin traseul de secționare $A-A$. Traseul de secționare $B-B$, care reprezintă urma unui plan secant de nivel, determină secțiunea în plan orizontal, iar traseul de secționare $C-C$, care reprezintă urma unui plan de profil, determină secțiunea în planul lateral.

Așa cum se observă din poziția planelor limită $P_1$ și $P_n$, intersecția dintre pînzele golurilor cilindrice este o rupere. Planele auxiliare de front determină proiecția verticală perechi de generatoare pentru suprafețele cilindrice intersectate. Intersecțiile acestor generatoare dau punctele curbei de intersecție în proiecție verticală. Se observă în figura de mai sus că porțiunile din curba de intersecție, care se găsesc în fața planului de secționare notat cu traseul $A-A$, se trasează cu linie convențională, și anume cu linie-punct subțire.

**3)** Forma constructivă din figura 4.112 reprezintă intersecția unui cilindru circular drept cu un trunchi de con circular drept cu axe concurente. Cele două corpuri au goluri cu forme similare cu diametre diferite la baze. Forma constructivă se reprezintă secționată în planul vertical prin traseul de secționare $A-A$. Se cere să se construiască în proiecție verticală curba de intersecție dintre pînzele celor două goluri. Coordonate: $\Omega$ (138, 42, 45); $S$ (0, 42, 93); $\Phi$ (66, 42, 70). Dimensiuni: $D=70$; $D_1=44$.

*Rezolvare:* Intersecția dintre cele două suprafețe interioare este o rupere bitangențială ca și a suprafețelor din exterior.

Construcția curbelor de intersecție se realizează cu ajutorul a două sfere tangente pînzelor interioare și exterioare ale celor două tipuri de suprafețe care se intersectează. Pe baza coordonatelor și a dimensiunilor elementelor date se construiesc în cele două proiecții suprafețele care se intersectează. Astfel după ce s-au construit în epură pînzele celor doi cilindri (conturul exterior și golul interior) se trasează cele două sfere tangente la pînzele respective. Dacă din proiecțiile vîrfului $S$ se duc tangentele la proiecțiile celor două sfere se determină forma constructivă respectivă formată din intersecția con-cilindru, în exterior și interior. Tangentele din $s'$ la sfera înscrisă pînzelor interioare intersectează în punctele $a'$, $b'$ și $c'$ $d'$ generatoarele de contur ale pînzei cilindrului interior. Unindu-se proiecțiile $a'$ cu $d'$ și $b'$ cu $c'$ prin segmente de drepte, acestea se vor intersecta în punctul $f'$ (confundat cu $e'$). Conturul format din segmentele $a'f'$ și $f'b'$ reprezintă proiecția verticală a ruperii bitangențiale. Procedîndu-se analog, se poate trasa și conturul acoperit al curbei de intersecție dintre pînzele suprafețelor exterioare.

## 4.6.2. PROBLEME DE REZOLVAT

**1)** Să se construiască în proiecție verticală curbele de intersecție ale cilindrilor intersectați din figura 4.113. Fiind dată vederea combinată cu secțiune din planul vertical, una din curbe reprezintă intersecția exterioară, iar cealaltă intersecția interioară.

**2)** Forma constructivă geometrică din figura 4.114, alcătuită din intersecția unei emisfere cu două trunchiuri de con, este secționată printr-un plan vertical reprezentat prin traseul de secționare $A-A$. Se cere să se construiască proiecțiile curbelor de intersecție și conturul secțiunii plane în adevărată mărime.

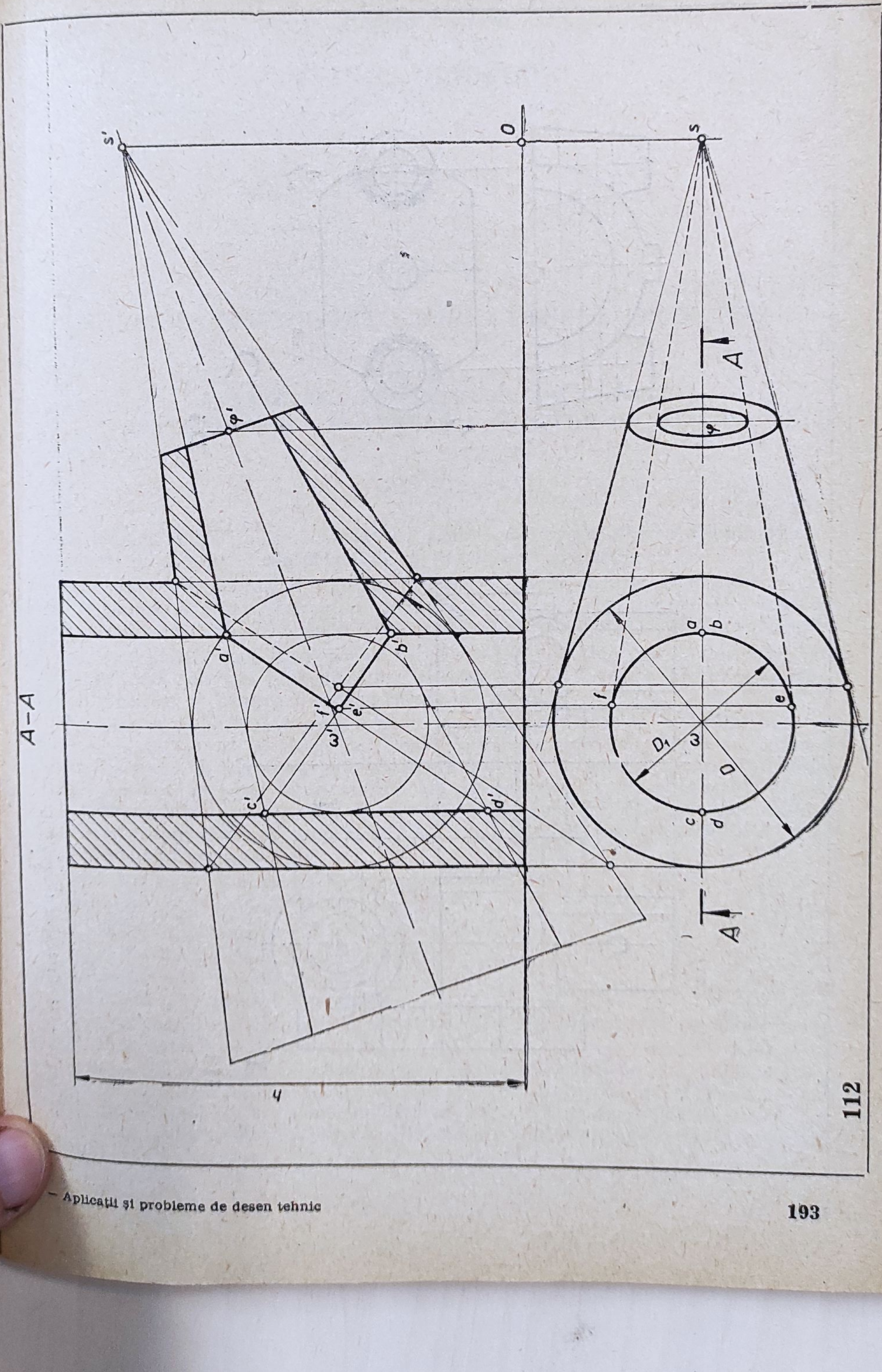
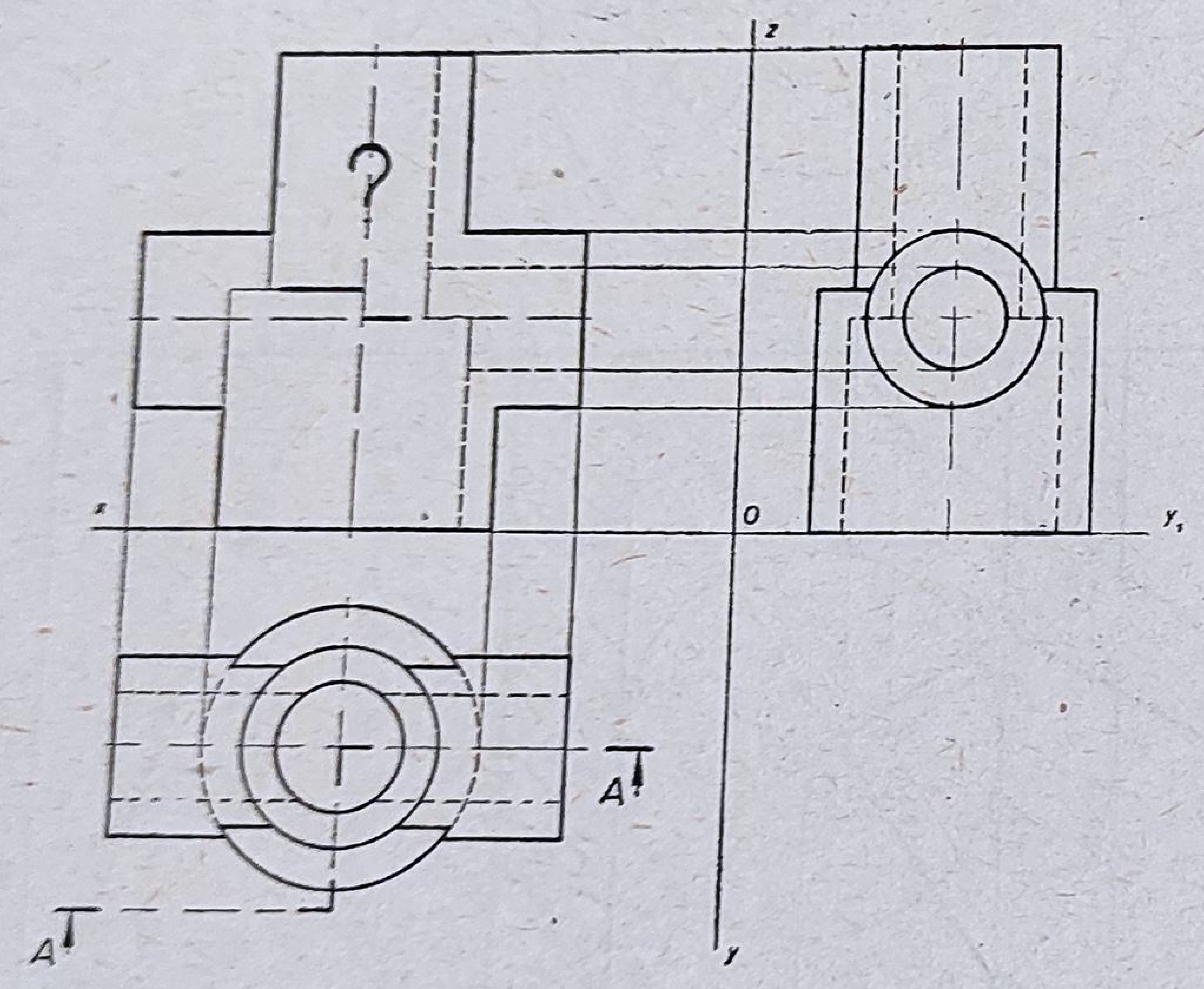
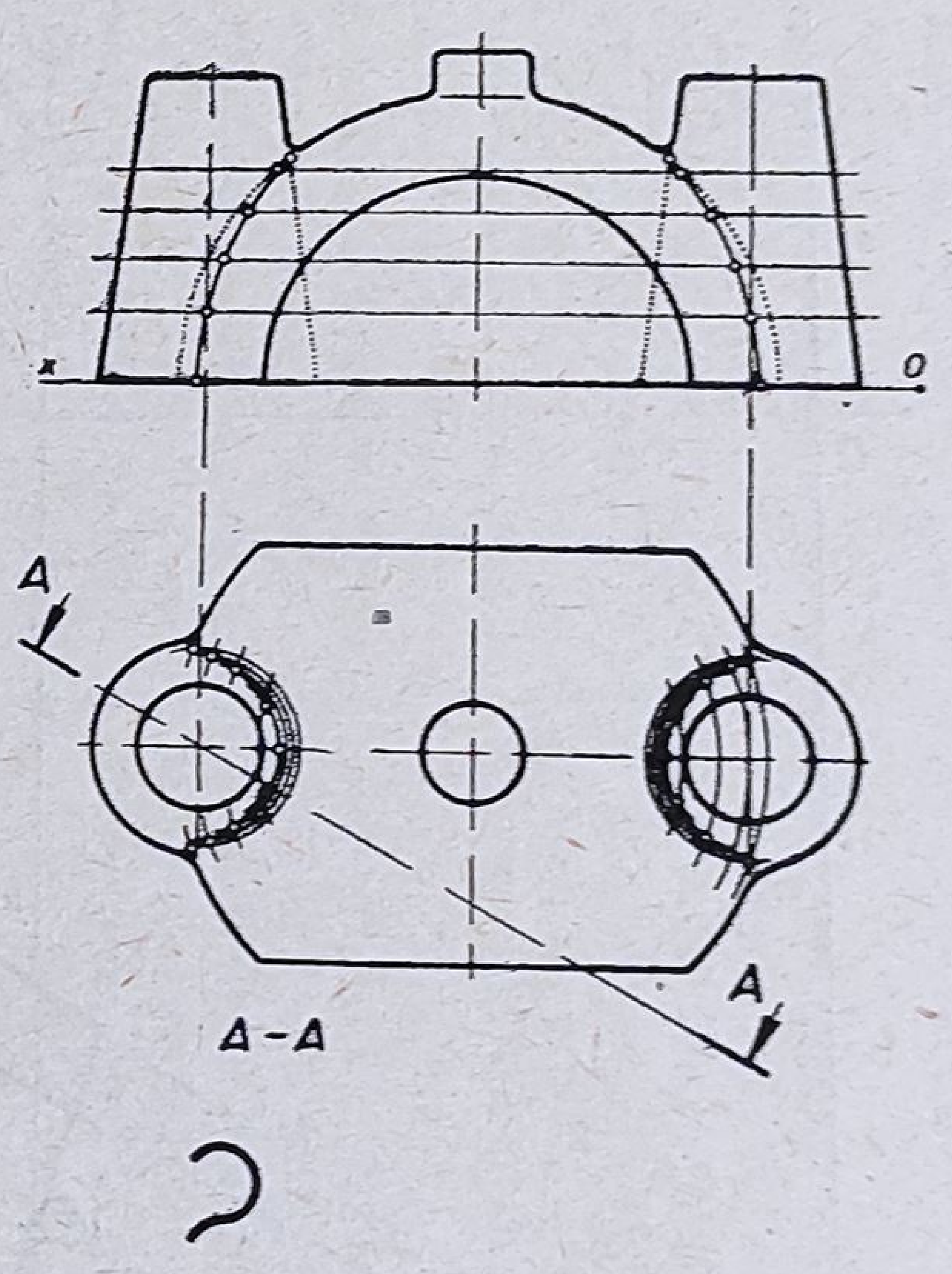



Fig. 4.112. Formă constructivă obţinută prin intersecţia în exterior şi în interior a unor cilindri şi trunchiuri de con.




113




114

Fig. 4.113. Fig. 4.114. Probleme de rezolvat.

# *Partea a treia*

# DESENUL INDUSTRIAL

## *Capitolul 5*

## PROBLEME PRIVIND ÎNTOCMIREA DESENELOR DE PIESE

### 5.1. AŞEZAREA PROIECŢIILOR ORTOGONALE (REPREZENTAREA ÎN VEDERE A PIESELOR DE MAŞINI)

#### 5.1.1. GENERALITĂŢI

În desenul industrial se foloseşte ca metodă de reprezentare proiecţia cilindrică ortogonală pe două, trei sau chiar mai multe plane de proiecţie.

Spre deosebire de cele arătate în capitolul 3, unde figurile geometrice şi unele forme constructive erau reprezentate în epură raportate la cele trei axe de coordonate, *în desenul industrial reprezentarea se face fără a se mai trasa axele de coordonate respective.*

În cazul pieselor sau obiectelor cu forme complexe, în care reprezentarea lor ortogonală în două sau trei proiecţii este insuficientă pentru determinarea completă a tuturor formelor, se utilizează *metoda cubului de proiecţie.*

În această situaţie se consideră piesa sau obiectul aşezat în interiorul unui cub imaginar, iar proiecţiile se obţin pe feţele interioare ale cubului. Dacă se consideră obiectul redus la un punct, rezultă din figura 5.1 că îi corespund acestuia un număr de şase proiecţii pe feţele interioare ale cubului de proiecţie. Prin rabaterea planelor de proiecţie (feţele cubului), aşa cum se observă în figura 5.2, se obţine aşezarea plană a proiecţiilor după sistemul european (fig. 5.3). În figura 5.3 cele şase proiecţii au următoarele denumiri convenţionale:

proiecţia $n_1$ — vederea din faţă (vedere principală);
proiecţia $n_2$ — vederea de sus;
proiecţia $n_3$ — vederea din stînga;
proiecţia $n_4$ — vederea din dreapta;
proiecţia $n_5$ — vederea de jos;
proiecţia $n_6$ — vederea din spate.

Aceste vederi, conform prevederilor STAS 614-76 referitoare la aşezarea proiecţiilor, nu se notează pe desene.

Figura 5.4 reprezintă axonometric o formă constructivă poliedrală complexă. Săgeţile indică direcţiile din care este privită această formă constructivă şi cărora le corespund cele şase proiecţii ortogonale din figura 5.5. Se observă din această figură că laturile feţelor cubului de proiecţie au dispărut şi că se păstrează distanţe egale între proiecţii.

Poziția relativă a vederilor pentru cazul prezentat în figura 5.5 în raport cu vederea din față (vederea principală *1*) este următoarea :
- vederea de sus *2*, așezată sub vederea din față ;
- vederea din stînga *3*, așezată în dreapta vederii din față ;
- vederea din dreapta *4*, așezată în stînga vederii din față ;
- vederea de jos *5*, așezată deasupra vederii din față ;
- vederea din spate *6*, așezată în dreapta vederii din stînga sau în stînga vederii din dreapta.

Prin definiție, *vederea este reprezentarea ortogonală a unui obiect nesecțional pe un plan*. Vederea conține conturul aparent al obiectului (piesă sau ansamblu de piese), muchiile și liniile de intersecție vizibile din direcția de proiectare. Pe desen, conturul aparent al proiecției în vedere și muchiile vizibile se trasează cu linie continuă groasă. Intersecțiile dintre suprafețele neprelucrate ale unei forme constructive se trasează pe desen sub formă de muchii fictive, cu linii continue subțiri (fig. 5.6). Muchiile fictive reprezintă intersecțiile imaginare ale suprafețelor racordate prin rotunjire (cazul pieselor turnate sau forjate). Muchiile fictive nu ating (în desen) conturul aparent și nu se intersectează între ele. De asemenea, muchiile fictive nu se intersectează cu alte linii de contur. Trecerea în continuare de la o linie de contur la o muchie fictivă se face, în mod convențional, printr-o întrerupere de 1–2 mm între cele două linii (fig. 5.7). Suprafețele cu pante, care sînt limitate în proiecție prin muchii fictive paralele apropiate, se reprezintă pe desen numai prin cîte o singură muchie și anume aceea care corespunde grosimii mai mici a piesei (fig. 5.8).

## 5.1.2. PROBLEME PROPUSE ȘI REZOLVATE

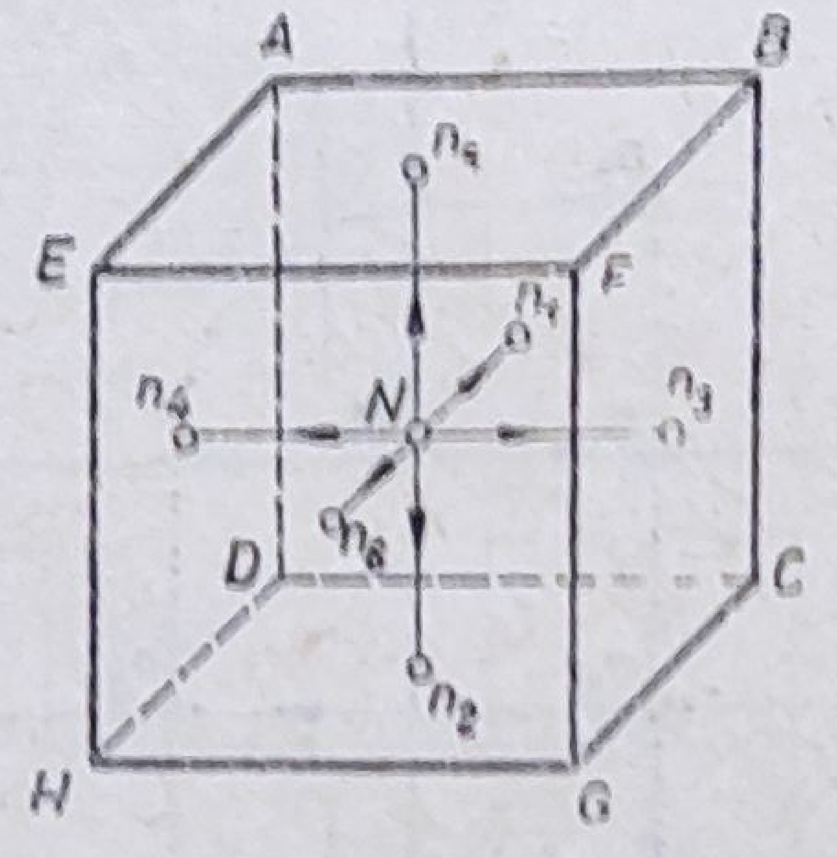
### 5.1.2.1. PIESE SIMPLE DETERMINABILE ÎNTR-UN NUMĂR MINIM DE DOUĂ VEDERI REPREZENTATE AXONOMETRIC

**1)** Piesa din figura 5.9 reprezintă imaginea izometrică a unui bolț cilindric teșit conic și prevăzut cu două porțiuni plane rezultate prin prelucrare mecanică la cotele din figura respectivă. Se cere să se reprezinte piesa respectivă în proiecție ortogonală la scara **1 : 1**. Săgeata indică direcția din care observatorul privește modelul.

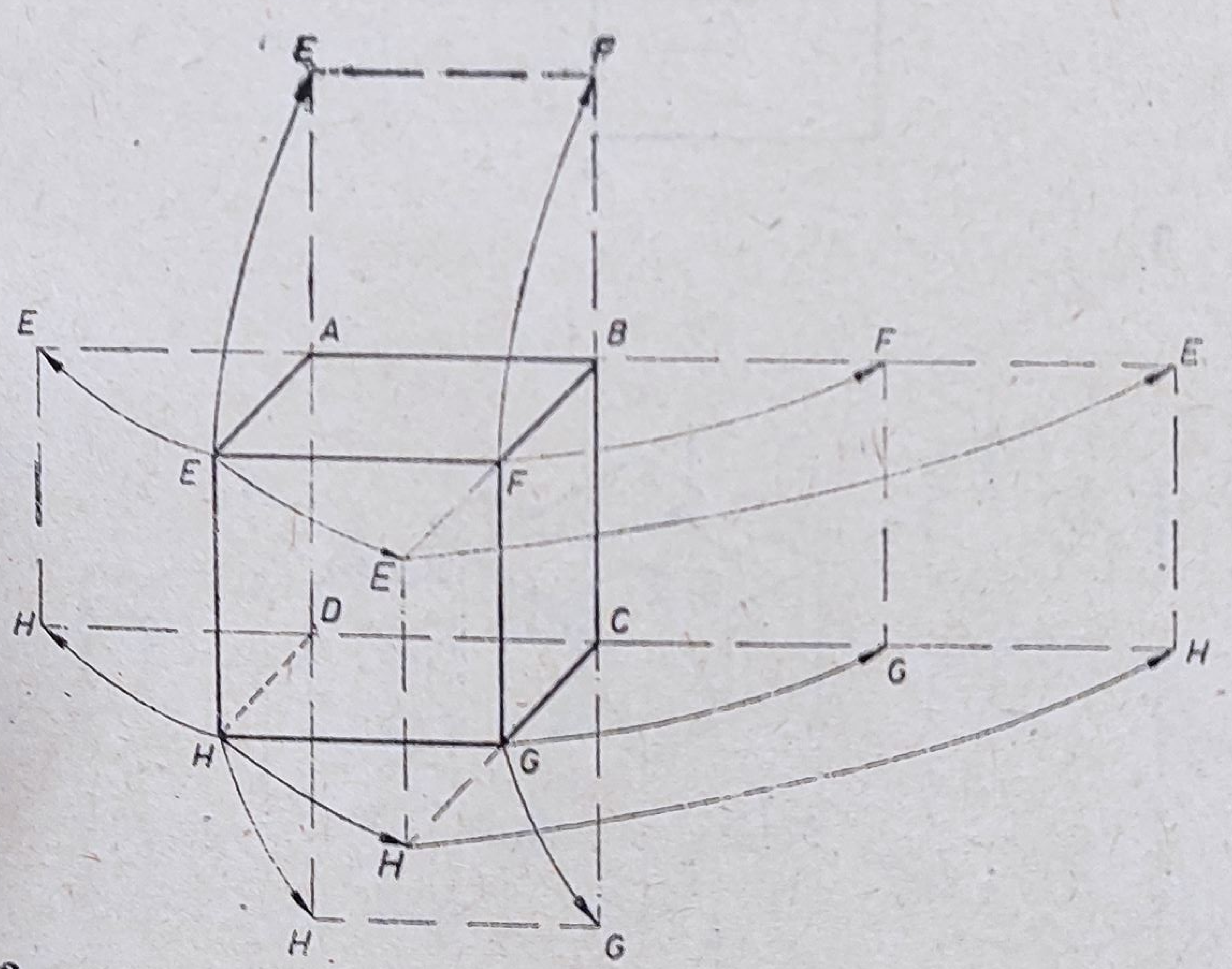
*Rezolvare :* Piesa va apărea reprezentată la scară ca în figura 5.10 pe baza cotelor din reprezentarea izometrică din figura 5.9. Această piesă este determinată prin două vederi : vedere din față (proiecție verticală) și vedere de sus (proiecție orizontală). În proiecție verticală, teșirea plană se indică prin trasarea cu linie continuă subțire a diagonalelor dreptunghiului corespunzător teșirii respective. Conturul proiecțiilor și muchiile văzute se trasează cu linie continuă groasă.

**2)** Forma constructivă din figura 5.11 este alcătuită din succesiunea a doi cilindri cu diametrele diferite, a unui trunchi de con și a unei sfere ce are două teșituri plane echivalente cu diametrul bazei mici a trunchiului de con. Se cere să se construiască la scara 1:1 proiecțiile respectivei forme.

*Rezolvare :* Piesa din figura 5.11 se determină într-un număr minim de două proiecții. Acestea sînt : o vedere din față și o vedere de sus, așa cum se observă în figura 5.12. Se observă că cilindrul din stînga al piesei este teșit conic prin prelucrare, iar cilindrul următor are baza din dreapta prevăzută cu rotunjiri care, în desenul la scară din figura 5.12 vor avea ca rază $R2$. Generatoarele trunchiului de con se racordează cu cilindrul și sfera prin arce de cerc de rază $R3$. Linia de intersecție dintre trunchiul de con și sferă, fiind o muchie fictivă, se trasează cu linie continuă subțire. Conturul aparent al vederilor ca și muchiile văzute se trasează cu linie continuă groasă.

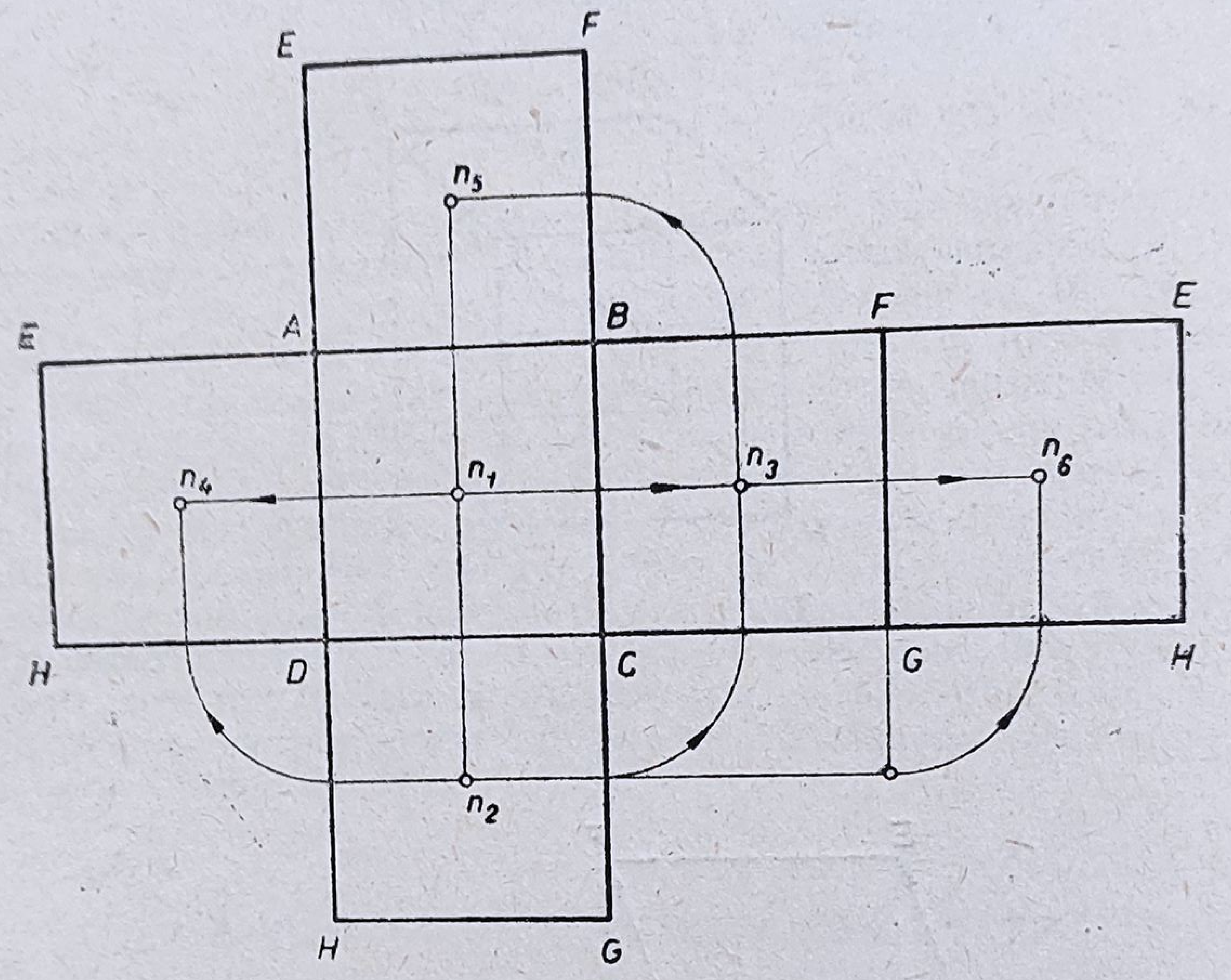



1

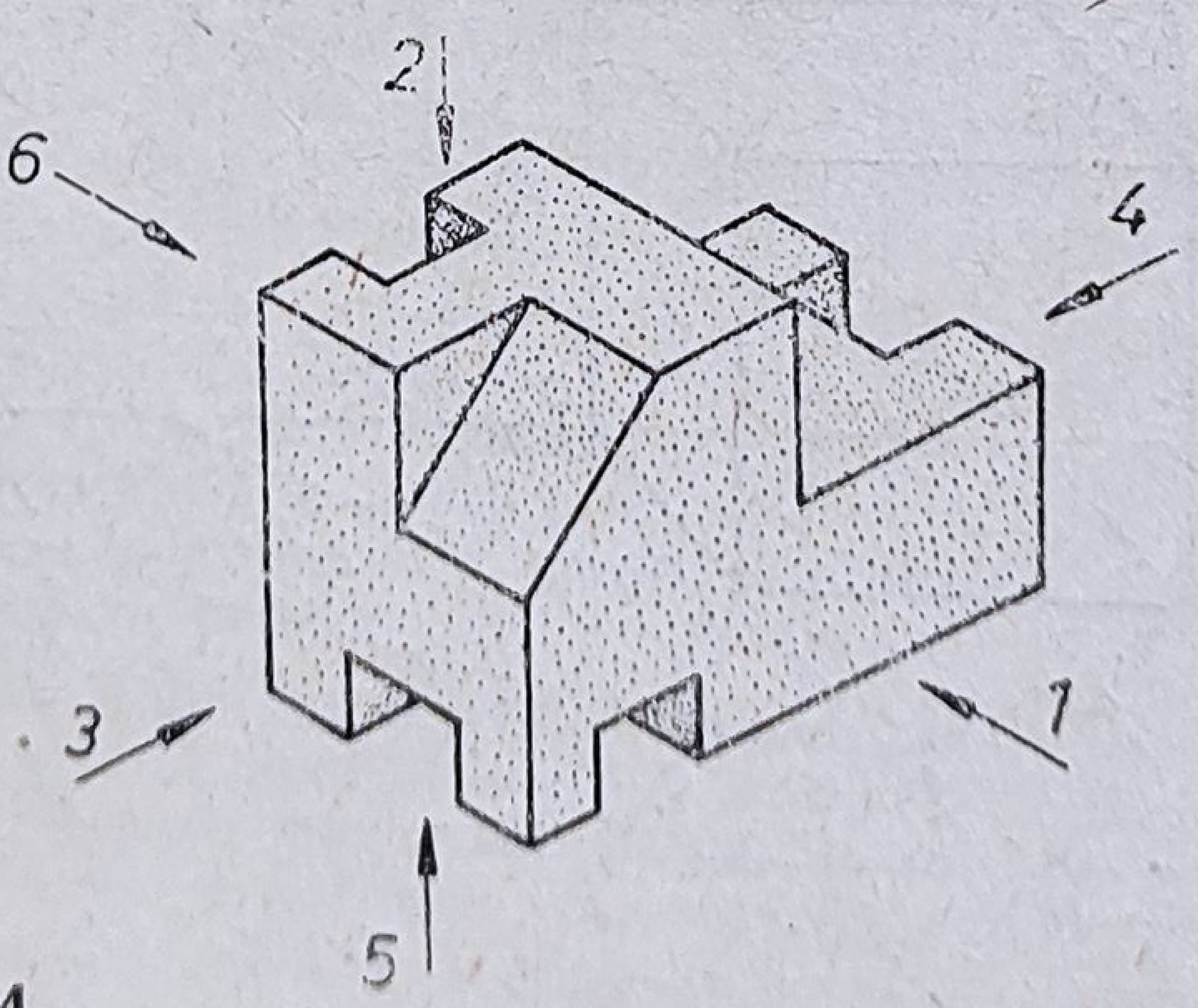



2

Fig. 5.1. Proiecția unui punct pe cele șase fețe ale cubului de proiecție.
Fig. 5.2. Desfășuratele fețelor cubului de proiecție.

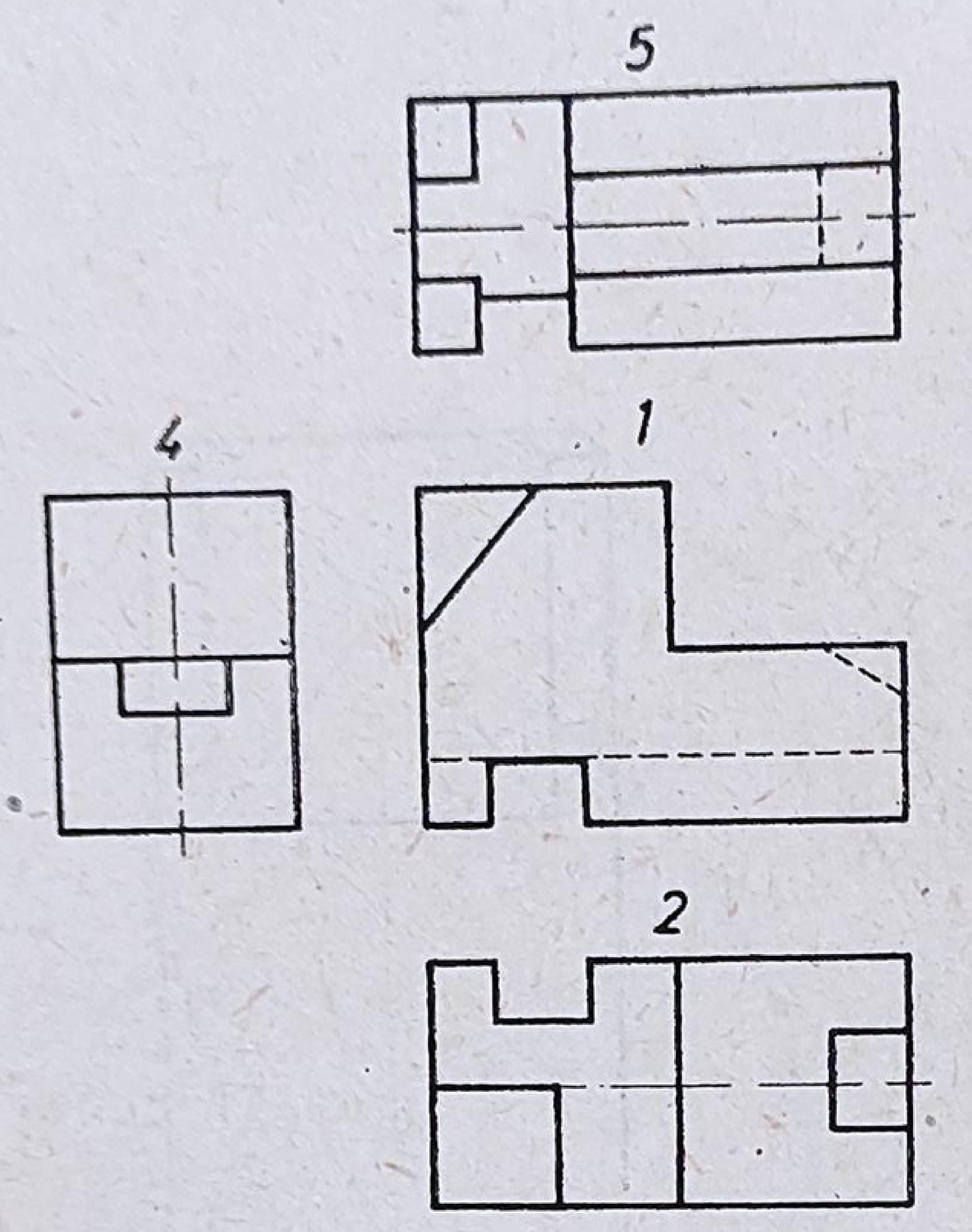



3

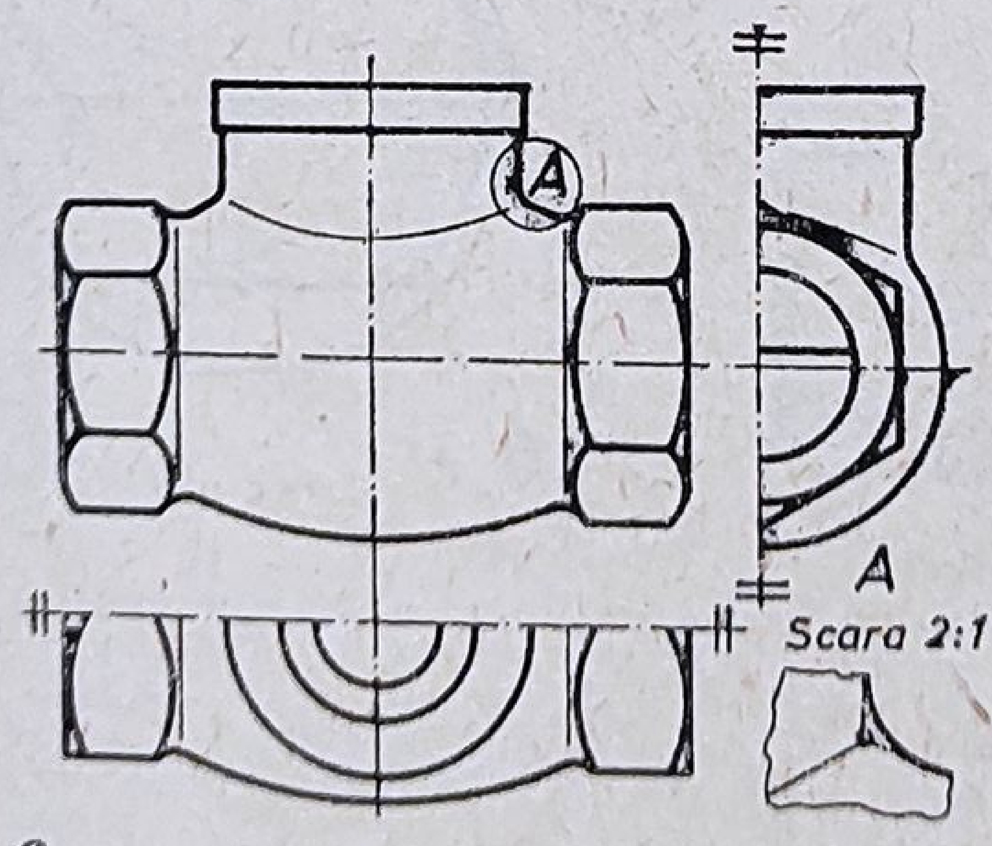



4

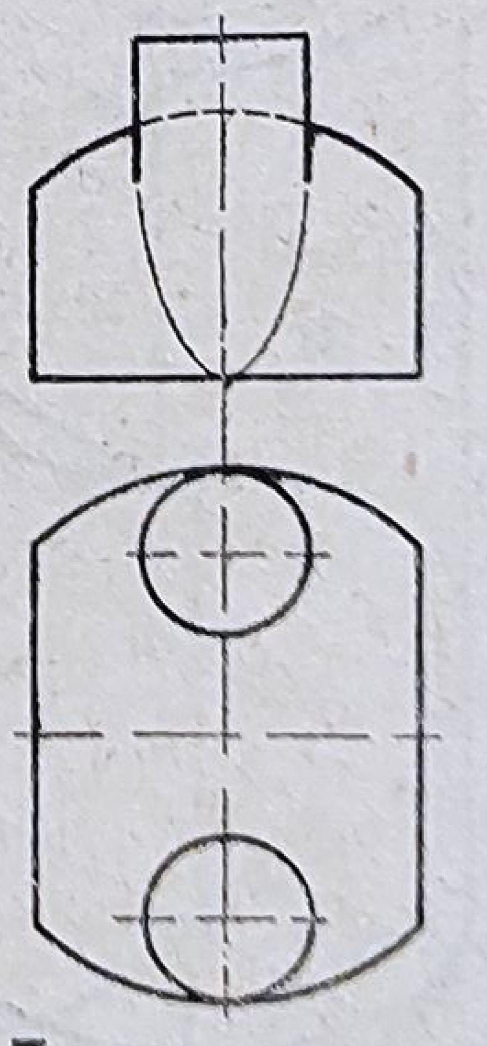
Fig. 5.3. Proiecţiile punctului pe feţele cubului de proiecţie desfăşurat.
Fig. 5.4. Reprezentarea axonometrică a unui model în vederea reprezentării sale în proiecţie ortogonală.




5




6

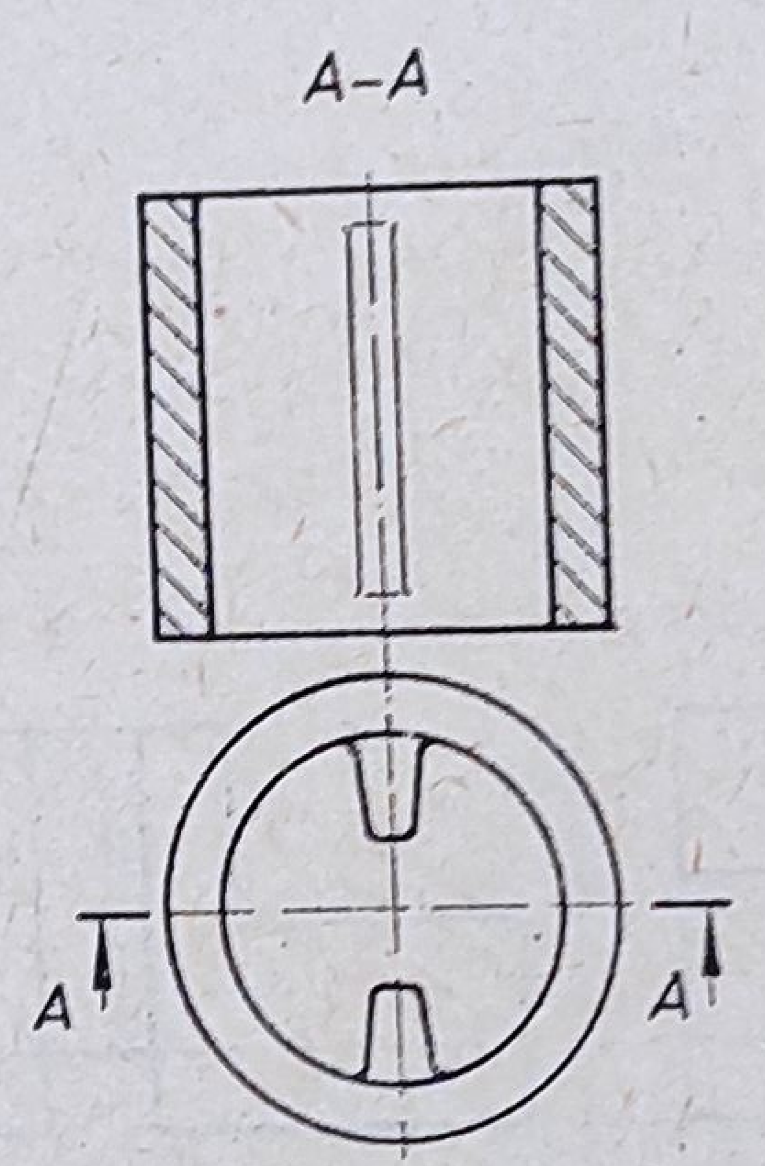


7

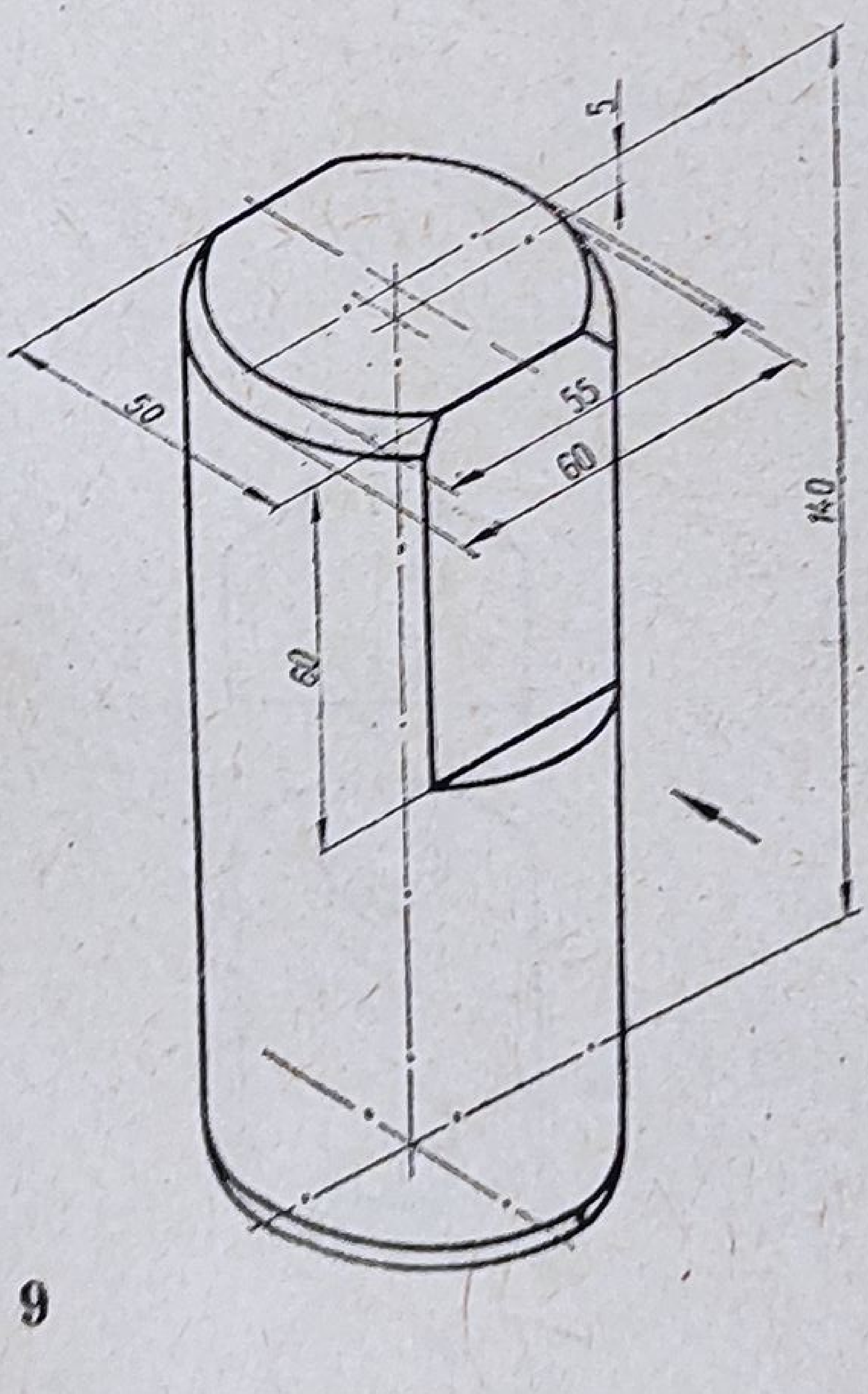
Fig. 5.5. Cele șase proiecții minime ale modelului din figura 5.4.

Fig. 5.6. Utilizarea muchiilor fictive la reprezentarea formelor tehnice cu suprafețe racordate prin rotunjiri.

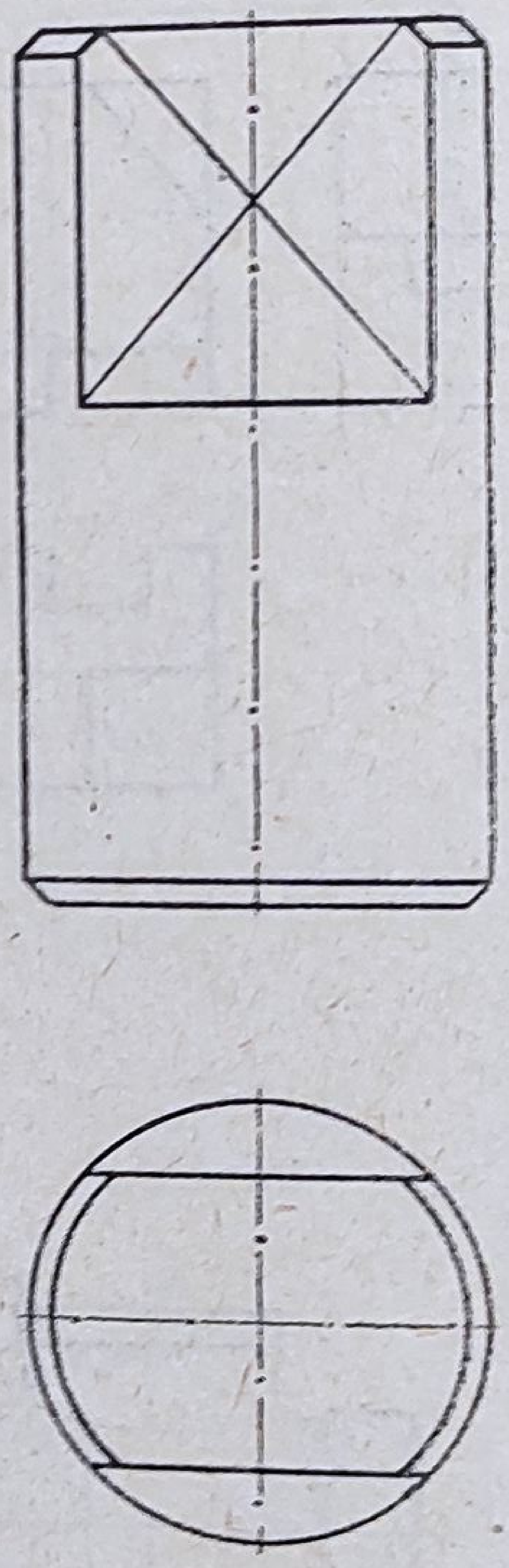
Fig. 5.7. Formă constructivă obținută prin intersectarea unei emisfere cu cilindri.




8

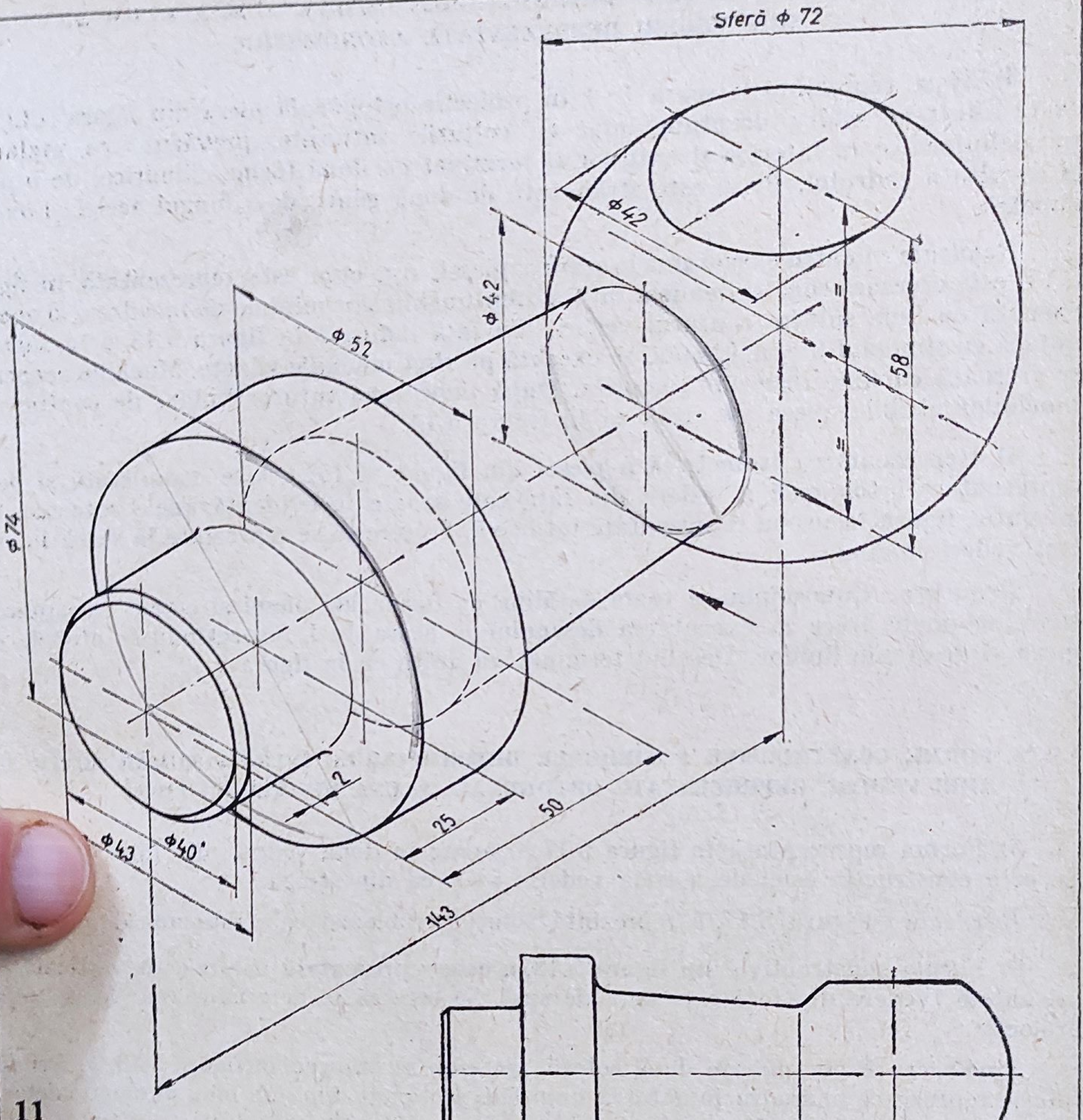



9

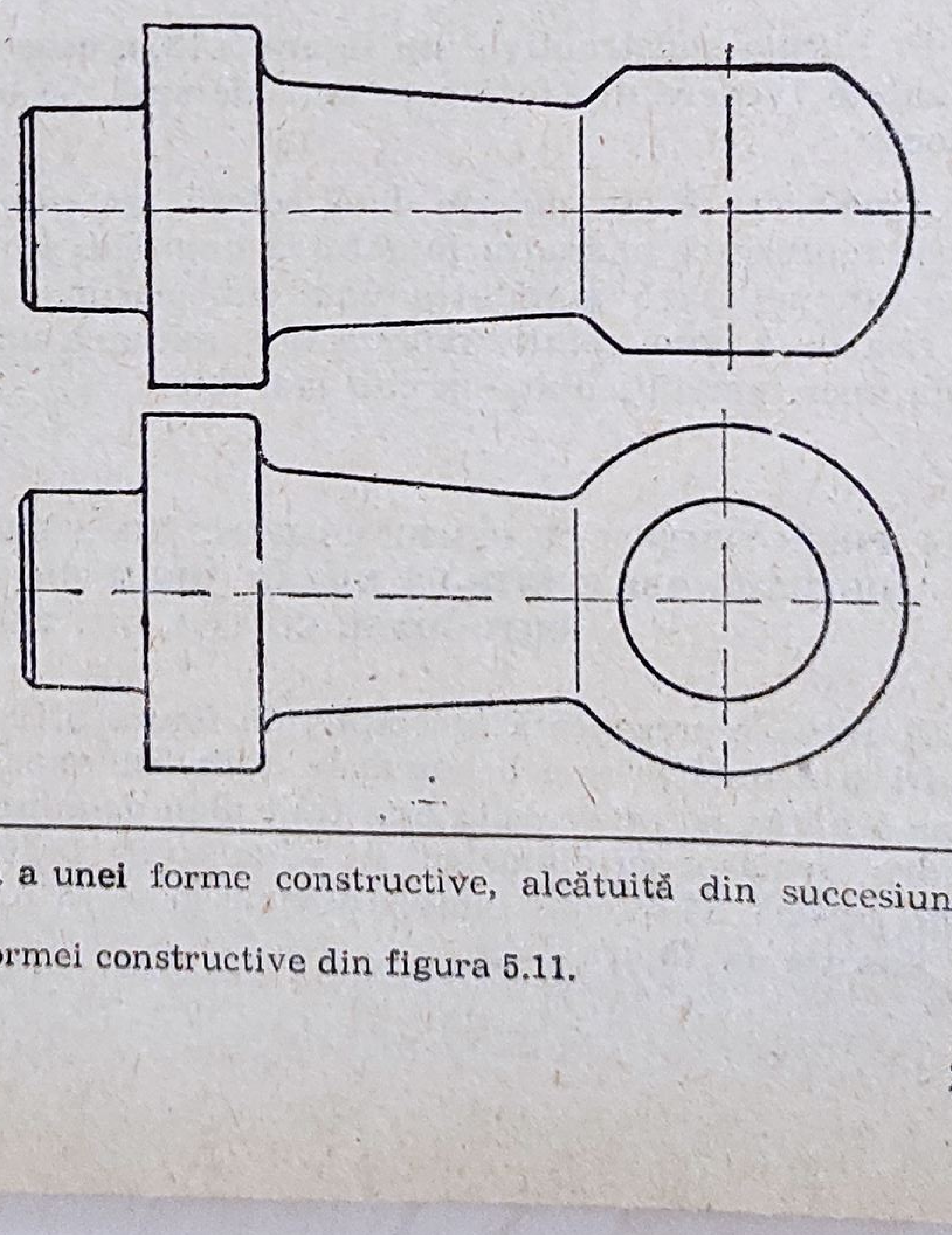


10

Fig. 5.8. Reprezentarea cu muchii fictive a unei nervuri cu pantă.
Fig. 5.9. Reprezentarea în perspectivă a unei forme constructive cilindrice.
Fig. 5.10. Reprezentarea ortogonală a formei din figura 5.9.




11



12

Fig. 5.11. Reprezentarea în perspectivă a unei forme constructive, alcătuită din succesiunea unor corpuri de rotație.

Fig. 5.12. Reprezentarea ortogonală a formei constructive din figura 5.11.

### 5.1.2.2. PIESE DE MAŞINI DETERMINABILE ÎNTR-UN NUMĂR MINIM DE TREI VEDERI REPREZENTATE AXONOMETRIC

**3)** Să se reprezinte la scara 1 : 1 în proiecţie ortogonală piesa din figura 5.13, formată dintr-un cadru dreptunghiular cu colţurile rotunjite, prevăzut cu prelungiri paralelipipedice în interior şi exterior şi terminat cu două forme cilindrice, de o parte şi de alta a cadrului. Piesa este străbătută de două găuri, de-a lungul aceleiaşi axe de simetrie.

*Rezolvare :* Pentru executarea la scară a piesei, aşa cum este reprezentată în figura 5.14, este necesară construirea mai întîi a dreptunghiurilor minime de încadrare şi apoi se execută cu linie subţire conturul vederii din faţă indicată în figura 5.13 prin săgeata notată cu simbolul literal I. Apoi, se execută pe rînd muchiile văzute. Muchiile acoperite se trasează cu linie întreruptă subţire. După îngroşarea tuturor liniilor de contur şi a muchiilor vizibile, piesa va arăta ca în figura 5.14.

**4)** Reprezentarea izometrică a piesei din figura 5.15, *a* este completată şi de o reprezentare ortogonală a vederii din faţă care scoate în evidenţă unele cote care nu au putut figura în prima reprezentare intuitivă. Se cere să se reprezinte la scară în cele trei vederi minime.

*Rezolvare :* Cunoscîndu-se toate detaliile de formă ale piesei şi cotele corespunzătoare, se poate trece la executarea desenului la scara 1 : 1, respectîndu-se etapele de lucru şi grosimile liniilor. Desenul terminat va arăta ca în figura 5.16.

### 5.1.2.3. FORME CONSTRUCTIVE POLIEDRALE DETERMINABILE ÎNTR-UN NUMĂR MINIM DE TREI VEDERI, REPREZENTATE ORTOGONAL CU UNA DIN VEDERI LIPSĂ

**5)** Forma reprezentată în figura 5.17, *a* apare în două vederi : din faţă şi de sus. Se cere construcţia celei de a treia vederi : vederea din stînga.

*Rezolvare :* Figura 5.17, *b* reprezintă soluţia problemei care este unică.

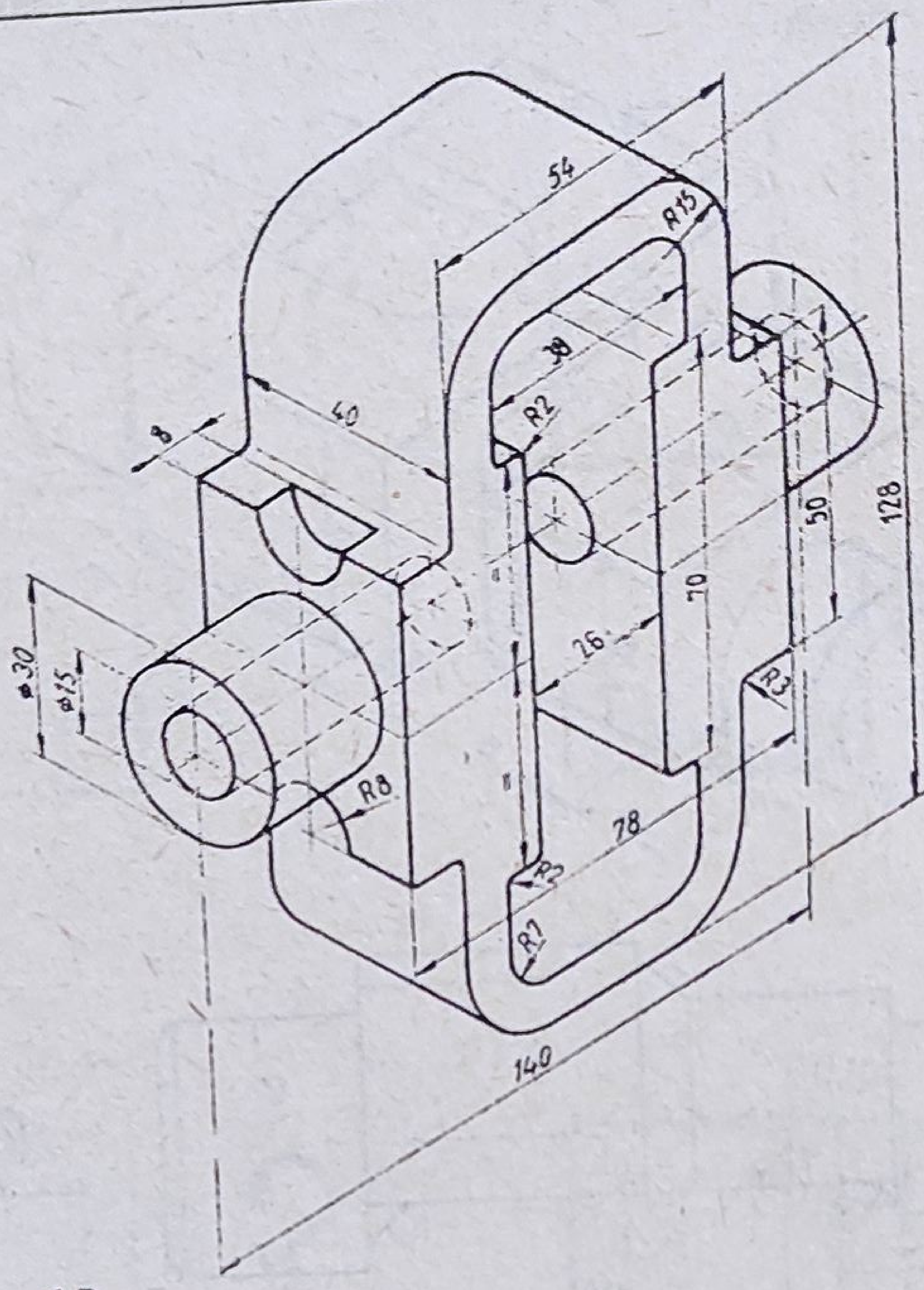
**6)** Forma constructivă din figura 5.18, *a* este reprezentată în proiecţie verticală şi orizontală (vedere din faţă şi vedere de sus). Se cere să se determine cea de a treia proiecţie.

*Rezolvare :* Problema are două soluţii, aşa cum se observă în figura 5.18, *b*. Prima soluţie reprezintă în spaţiu jumătatea unui cub secţionat după un plan al diagonalelor, peste care se aşază jumătatea unui cub mai mic, obţinută în aceleaşi condiţii.

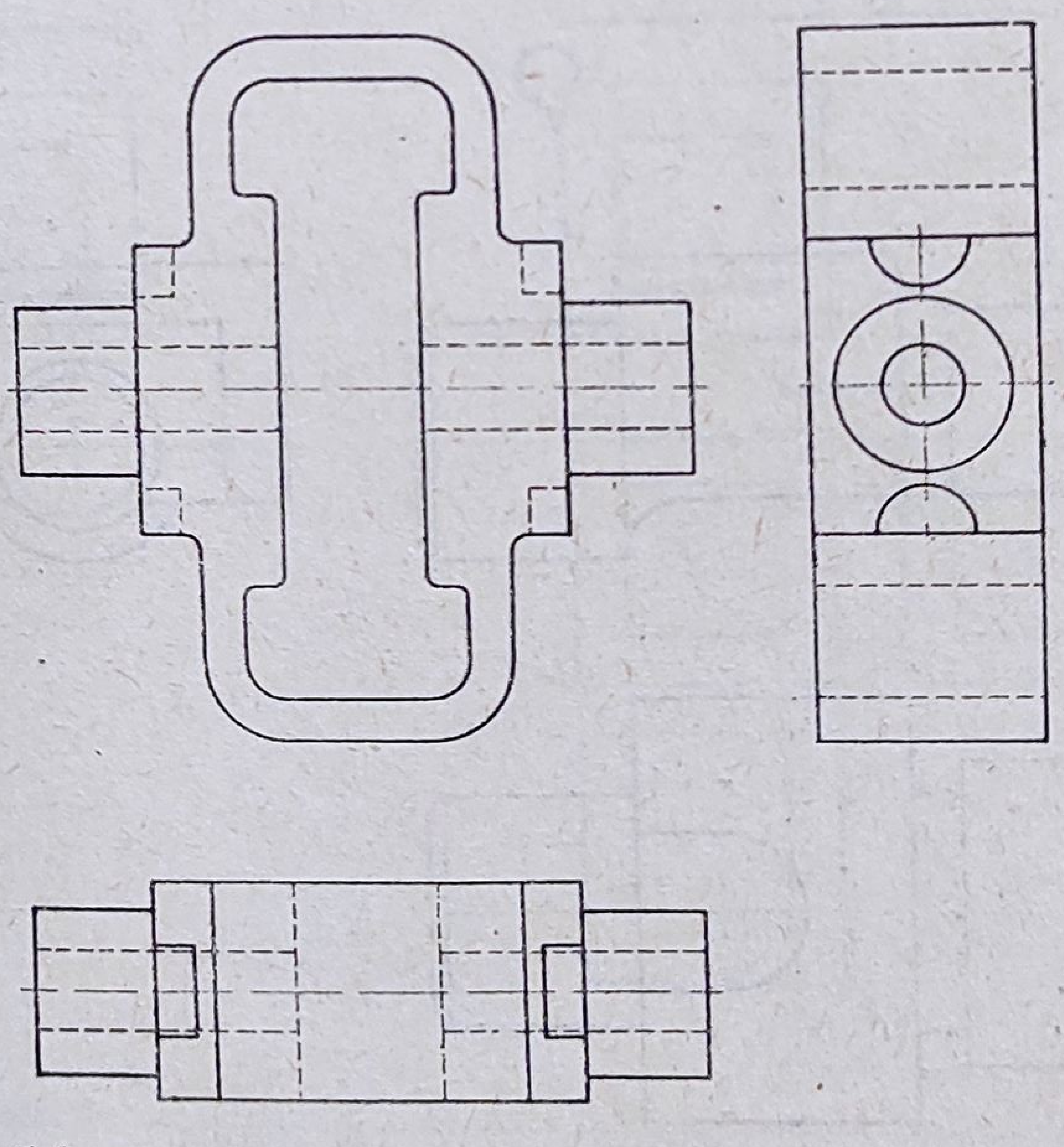
Cea de a doua soluţie reprezintă jumătatea unui cub în care se găseşte un gol de forma unei jumătăţi dintr-un cub mai mic.

### 5.1.2.4. PIESE TEHNICE CU FORME COMPUSE DIN SUPRAFEŢE DE ROTAŢIE ŞI POLIEDRALE DETERMINABILE ÎNTR-UN NUMĂR MINIM DE TREI VEDERI, REPREZENTATE ORTOGONAL CU UNA DIN VEDERI LIPSĂ

**7)** Piesa reprezentată incomplet în figura 5.19 este formată din succesiunea unor cilindri şi a unei prisme hexagonale. Cilindrul superior este teşit plan la un unghi de 75° pe o parte, iar pe cealaltă este teşit plan de-a lungul generatoarei la cota de 64 mm. Cilindrul următor cu diametrul de 74 mm este teşit conic la 45° ca şi ultimul cilindru de sub prismă. Să se construiască desenul la scara 1 : 1 completat cu vederea din stînga care lipseşte în figura 5.19.



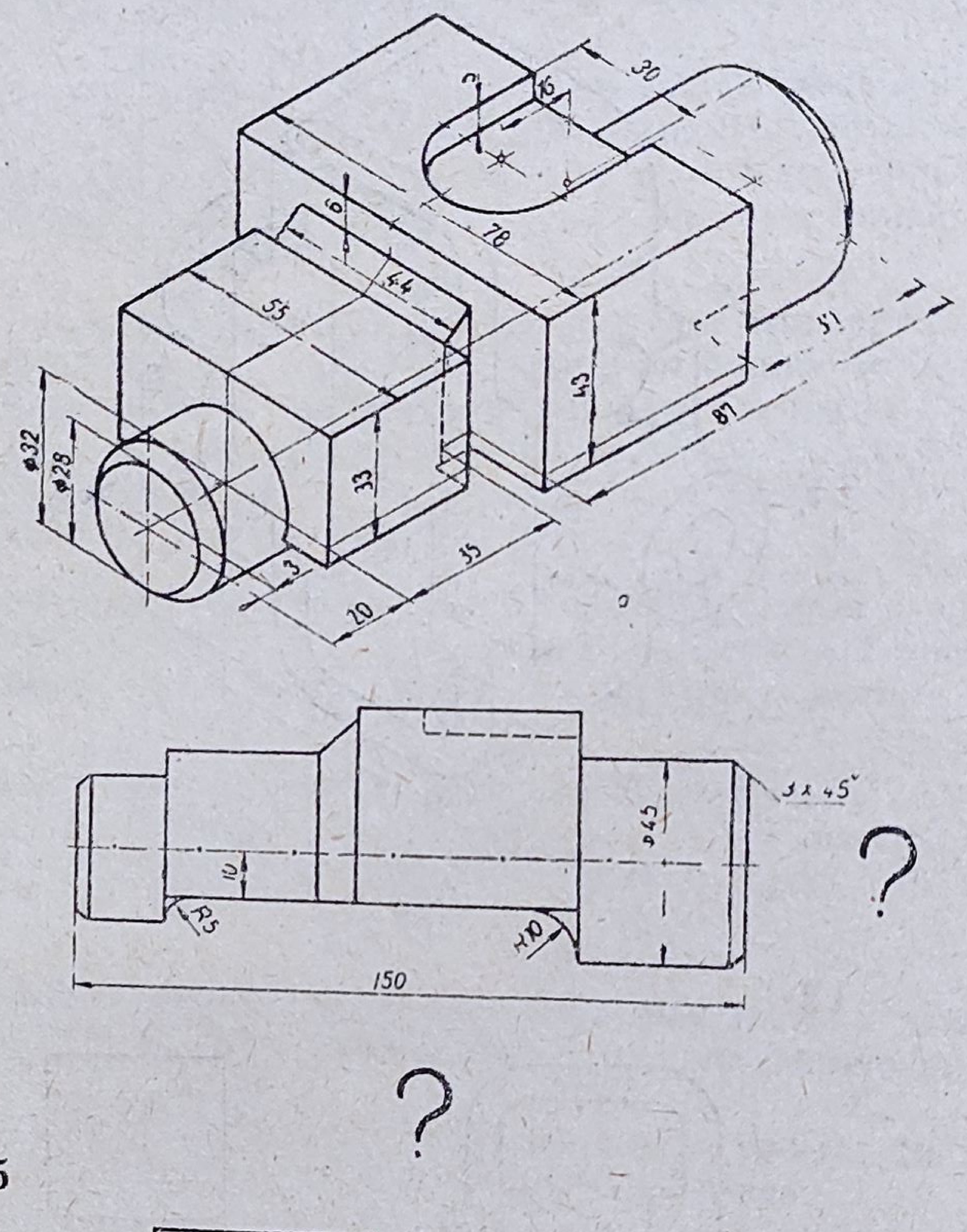

**13**



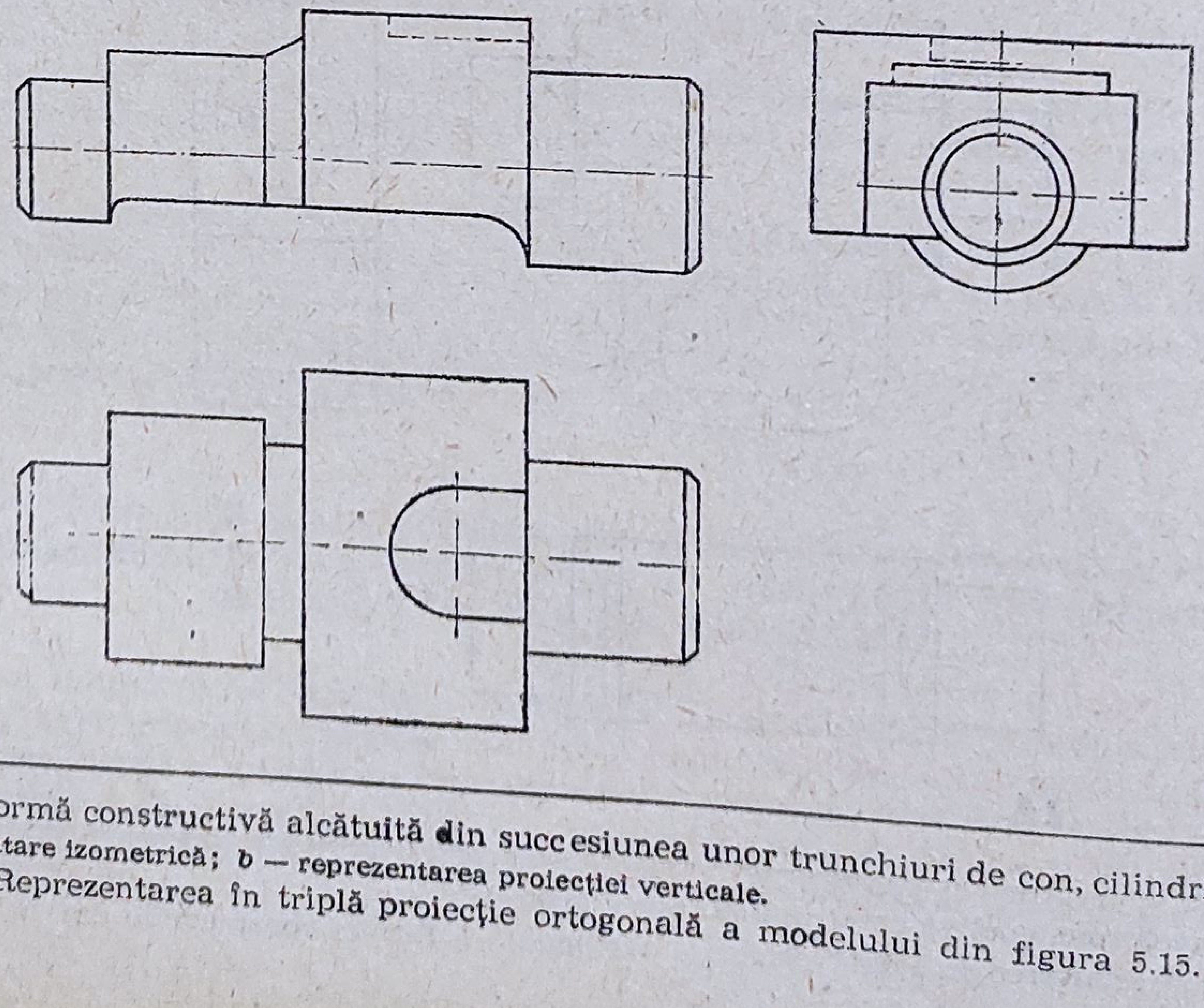
**14**

Fig. 5.13. Formă constructivă determinată în trei proiecții.

Fig. 5.14. Reprezentarea în triplă proiecție ortogonală a formei constructive din figura 5.13.

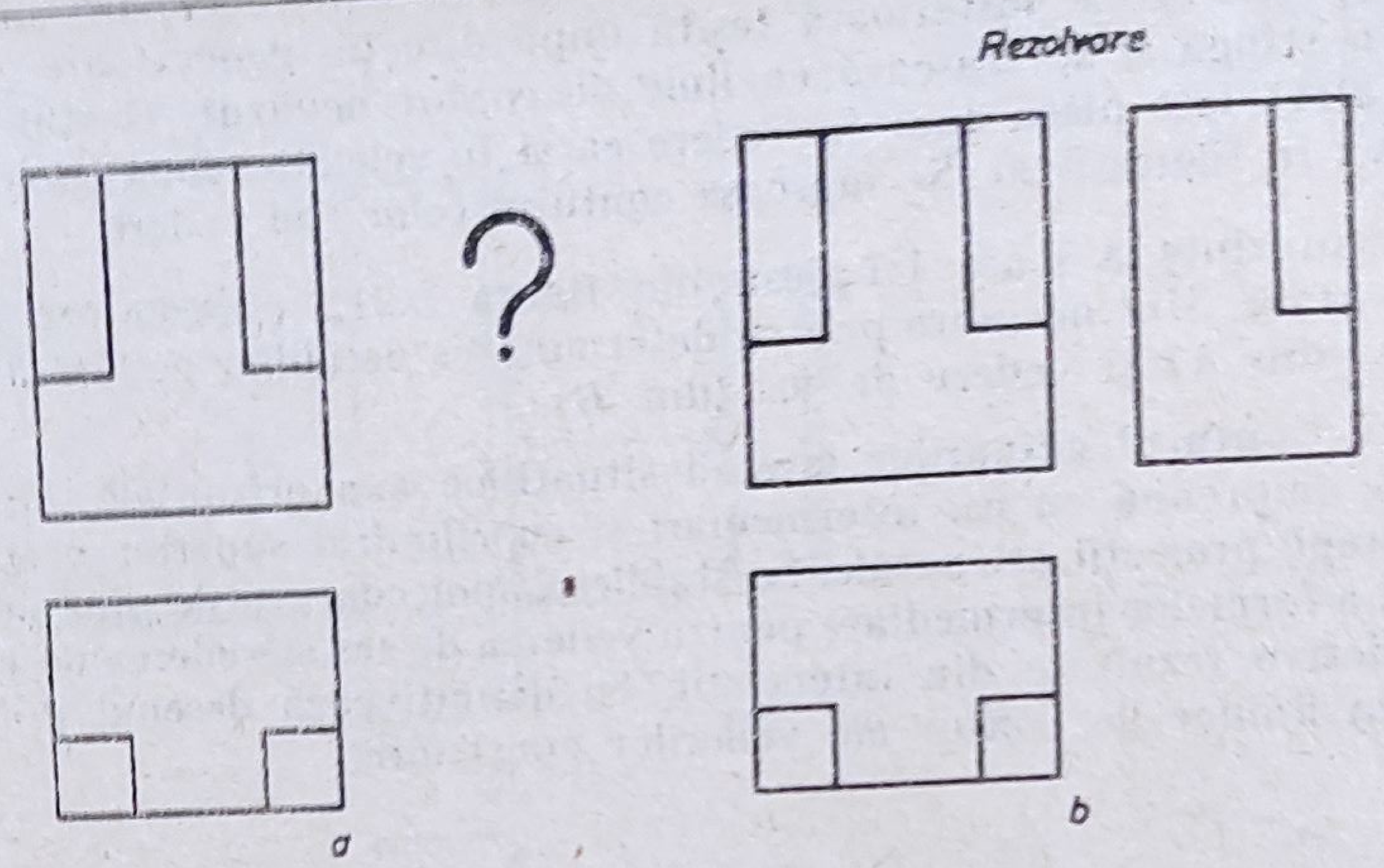



15

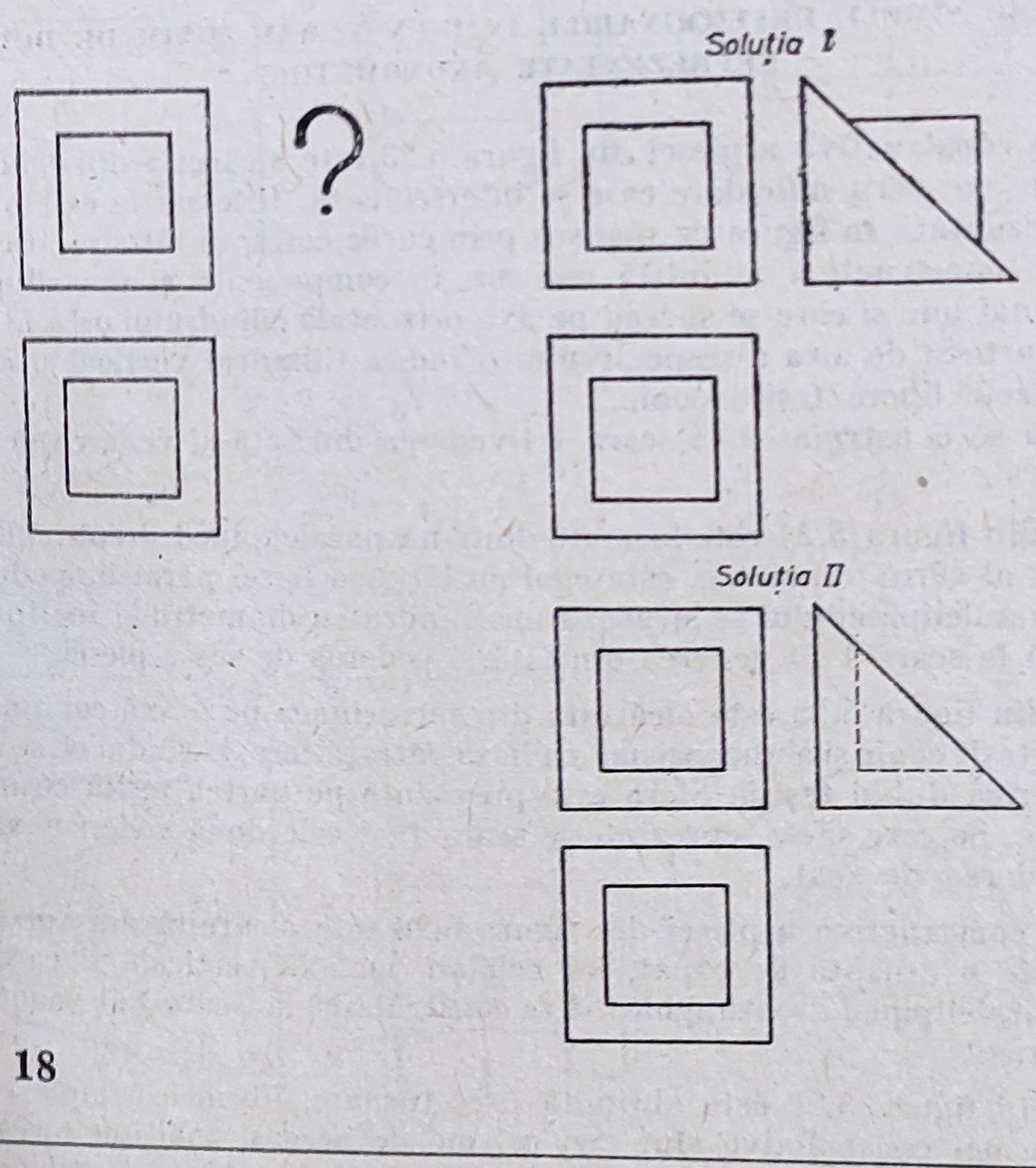


16

Fig. 5.15. Formă constructivă alcătuită din succesiunea unor trunchiuri de con, cilindri și prisme: *a* — reprezentare izometrică; *b* — reprezentarea proiecției verticale.
Fig. 5.16. Reprezentarea în triplă proiecție ortogonală a modelului din figura 5.15.




17




18

Fig. 5.17. Formă constructivă determinabilă în minimum trei proiecții (soluție unică.)
Fig. 5.18. Formă constructivă determinabilă în minimum trei proiecții (cele două soluții).

*Rezolvare:* Teșirea plană înclinată a cilindrului superior apare sub forma unei porțiuni de elipsă. Partea posterioară teșită după direcția generatoarei este acoperită în vederea din stînga și se trasează cu linie de contur nevăzut. Restul formelor geometrice care alcătuiesc piesa apar în vedere ca și în celelalte două proiecții date, așa cum se observă în figura 5.20. Se îngroașe conturul celor trei vederi.

**8)** Să se reprezinte la scara 1:1 piesa din figura 5.21, reprezentată incomplet în proiecție orizontală. Sînt necesare pentru determinarea detaliilor de formă două vederi: vedere de sus (din $A$) și vedere de jos (din $B$).

*Rezolvare:* Conturul cilindrilor laterali situați pe axa orizontală în vederea din față alcătuiesc împreună cu cei intermediari și cu cilindrul superior vertical conturul aparent al întregii proiecții orizontale. Se stabilesc, apoi, contururile pînă la axa de simetrie orizontală a formelor intermediare pentru vederea de sus și vederea de jos, împreună cu muchiile fictive rezultate din intersecții. Se definitivează desenul din figura 5.22 prin îngroșarea liniilor de contur ale vederilor construite.

## 5.1.3. PROBLEME DE REZOLVAT

### 5.1.3.1. PIESE SIMPLE DETERMINABILE ÎNTR-UN NUMĂR MINIM DE DOUĂ VEDERI REPREZENTATE AXONOMETRIC

**1)** Forma constructivă a piesei din figura 5.23 este alcătuită din doi cilindri de diametre egale cu axe perpendiculare care se intersectează. Intersecția este o rupere bitangențială, reprezentată în figura de mai sus prin curbe corespunzătoare, trasate ca muchii fictive. Forma constructivă amintită mai are în componența ei doi cilindri orizontali cu diametrul mai mic și care se succed pe axa orizontală cilindrului orizontal intersectat, așezați de o parte și de alta a respectivului cilindru. Cilindrul vertical și cei doi cilindri laterali au bazele libere teșite conic.

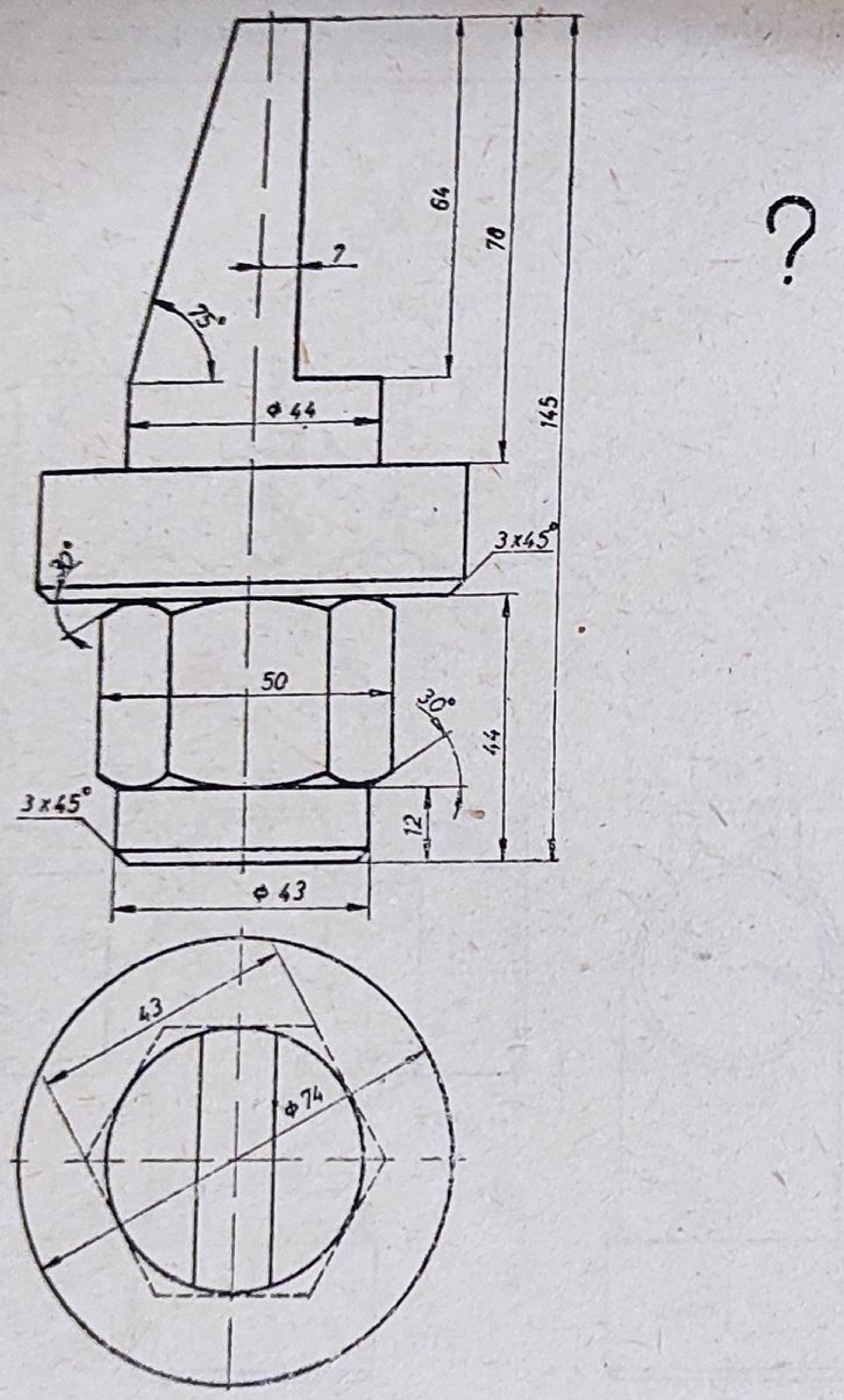
Se cere să se construiască la scara 1:1 vederea din față și vederea de sus a formei respective.

**2)** Piesa din figura 5.24 este formată dintr-un paralelipiped dreptunghic intersectat de un cilindru al cărui diametru este egal cu lățimea bazei paralelipipedului. La celălalt capăt al paralelipipedului se situează un cilindru cu diametru și înălțime reduse. Să se construiască la scara 1 : 1 vederea din față și vederea de sus a piesei.

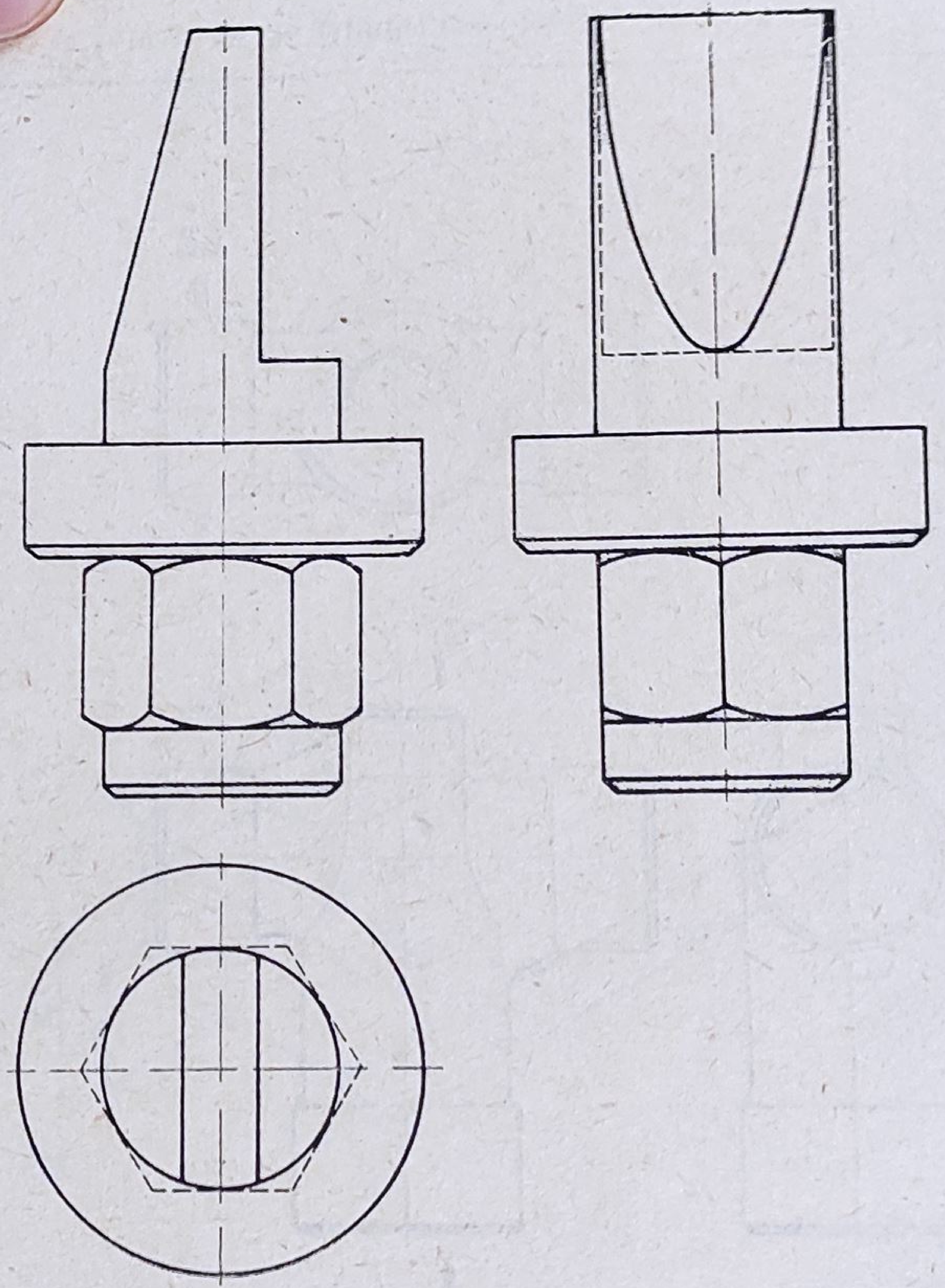
**3)** Piesa din figura 5.25 este alcătuită din succesiunea pe o axă comună de simetrie a unui cilindru teșit conic și a unei prisme cu baza pătrată care, la rîndul ei, se intersectează cu o formă sferică dublu teșită. Sfera este prevăzută pe partea teșită cu o gaură cilindrică de trecere. Se cere să se reprezinte la scara 1 : 1 cele două vederi minime (vederea din față și vederea de sus).

**4)** Forma constructivă a piesei din figura 5.26 este alcătuită din doi cilindri, unul a cărui axă este o dreaptă de capăt, iar celălalt cu axă verticală și care sînt intersectați de un paralelipiped dreptunghic. Să se construiască la scara 1:1 vederea din față și vederea de sus.

**5)** Piesa din figura 5.27 este obținută prin turnare. Formele simple care intră în componența formei constructive sînt trei prisme de aceeași înălțime (grosime), dintre care două se intersectează cu cîte un cilindru. Capătul din stînga al prismei inferioare este rotunjit după o suprafață cilindrică, iar deasupra este așezat un alt cilindru. Se cere să se execute la scară desenul acestei piese în două vederi minime: vedere din față și vedere de sus.

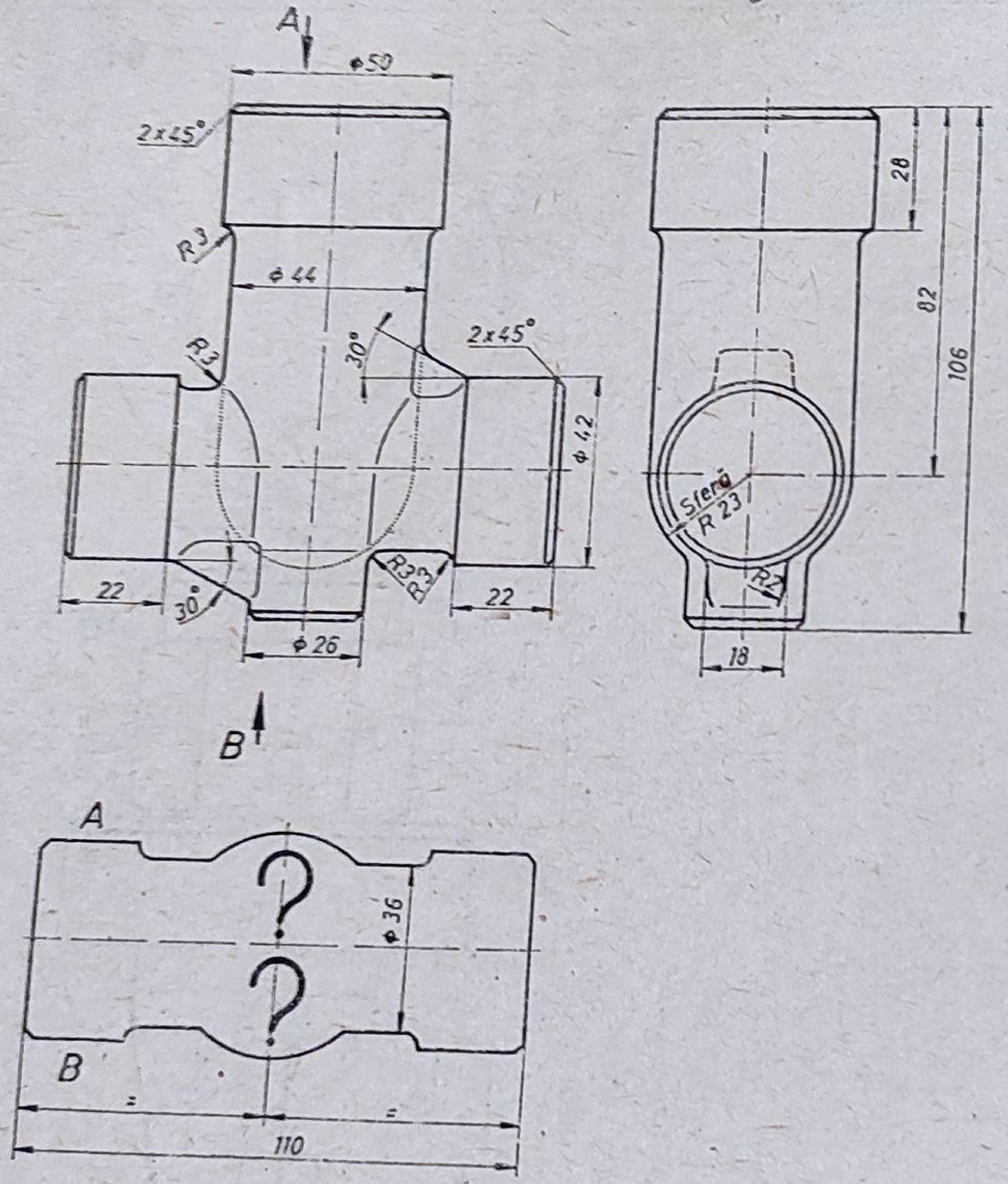



19

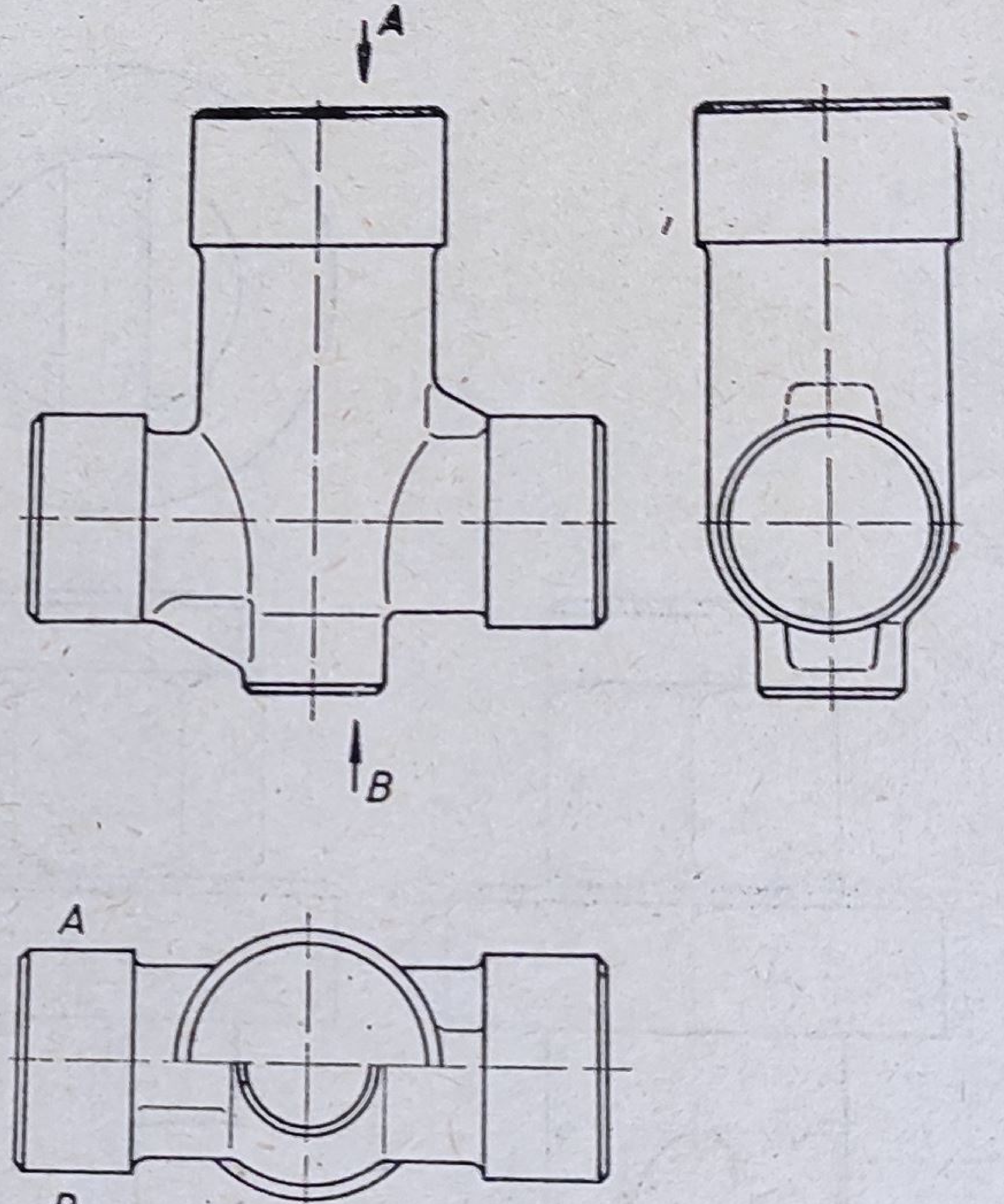


20

Fig. 5.19. Formă constructivă tehnică reprezentată incomplet ortogonal (proiecția laterală lipsește).
Fig. 5.20. Rezolvarea problemei din figura 5.19.

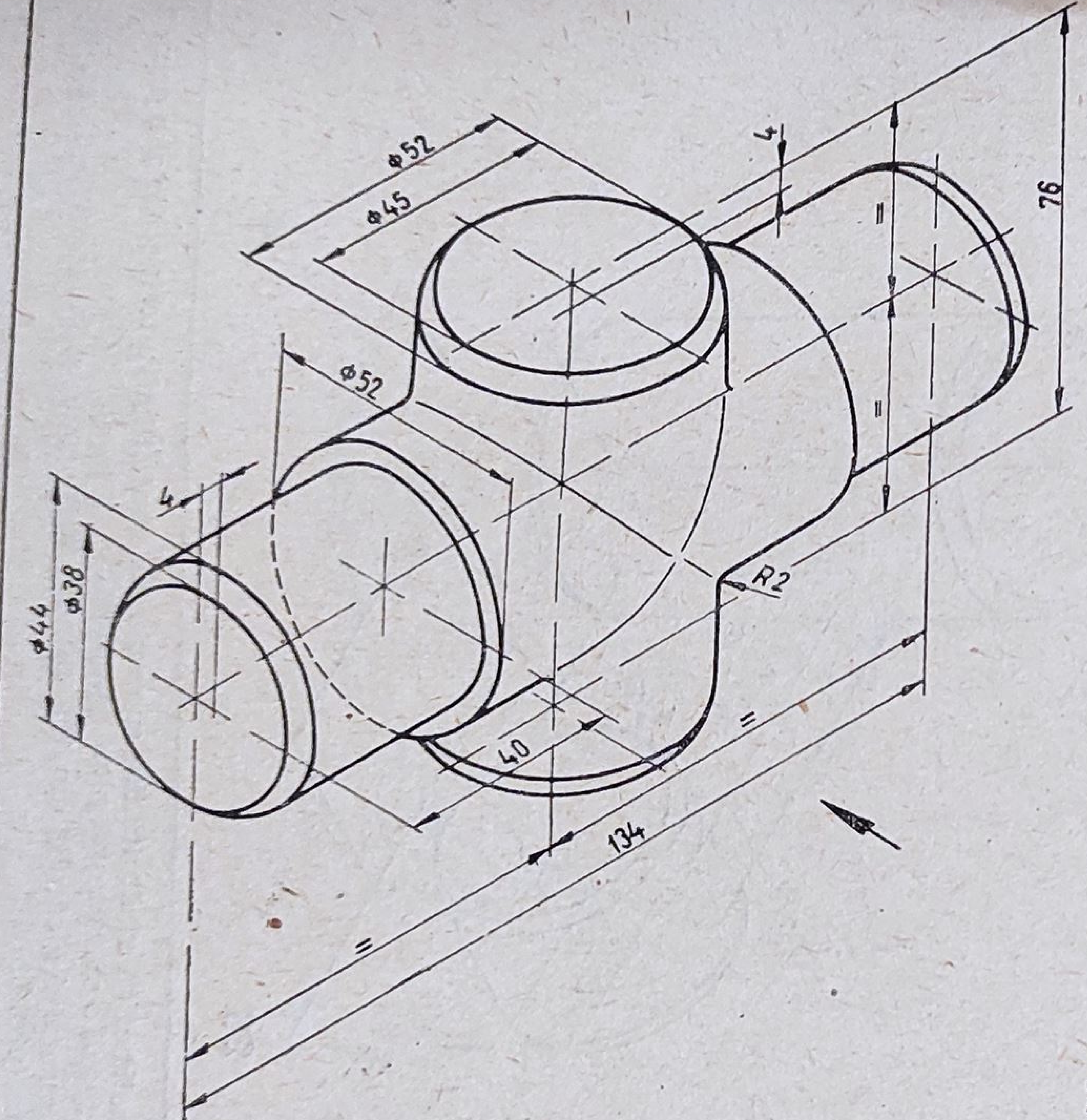



21

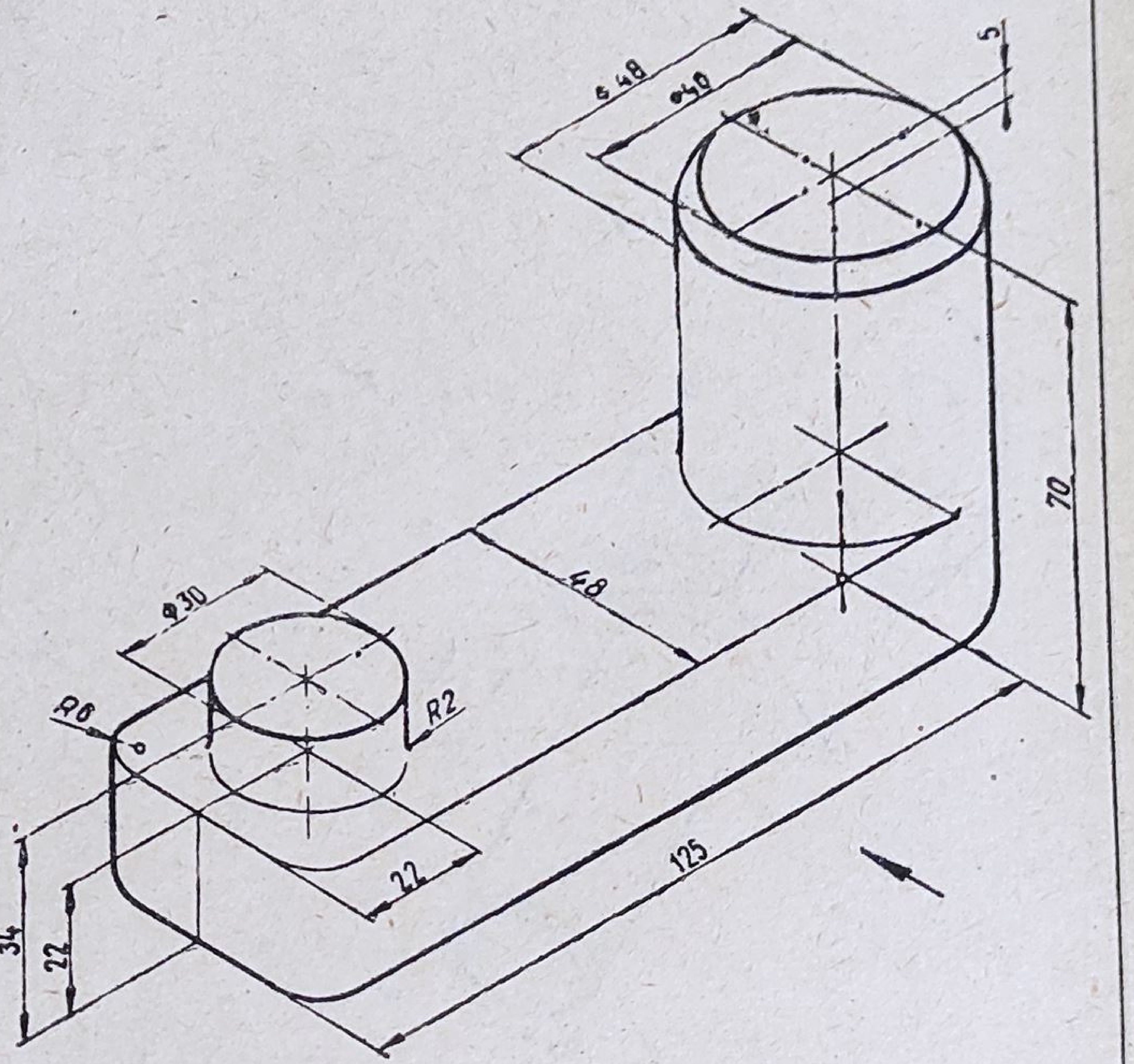



22

Fig. 5.21. Piesă turnată a cărei formă este obținută din succesiuni și intersecții de cilindri (problemă).
Fig. 5.22. Rezolvarea problemei din figura 5.21.

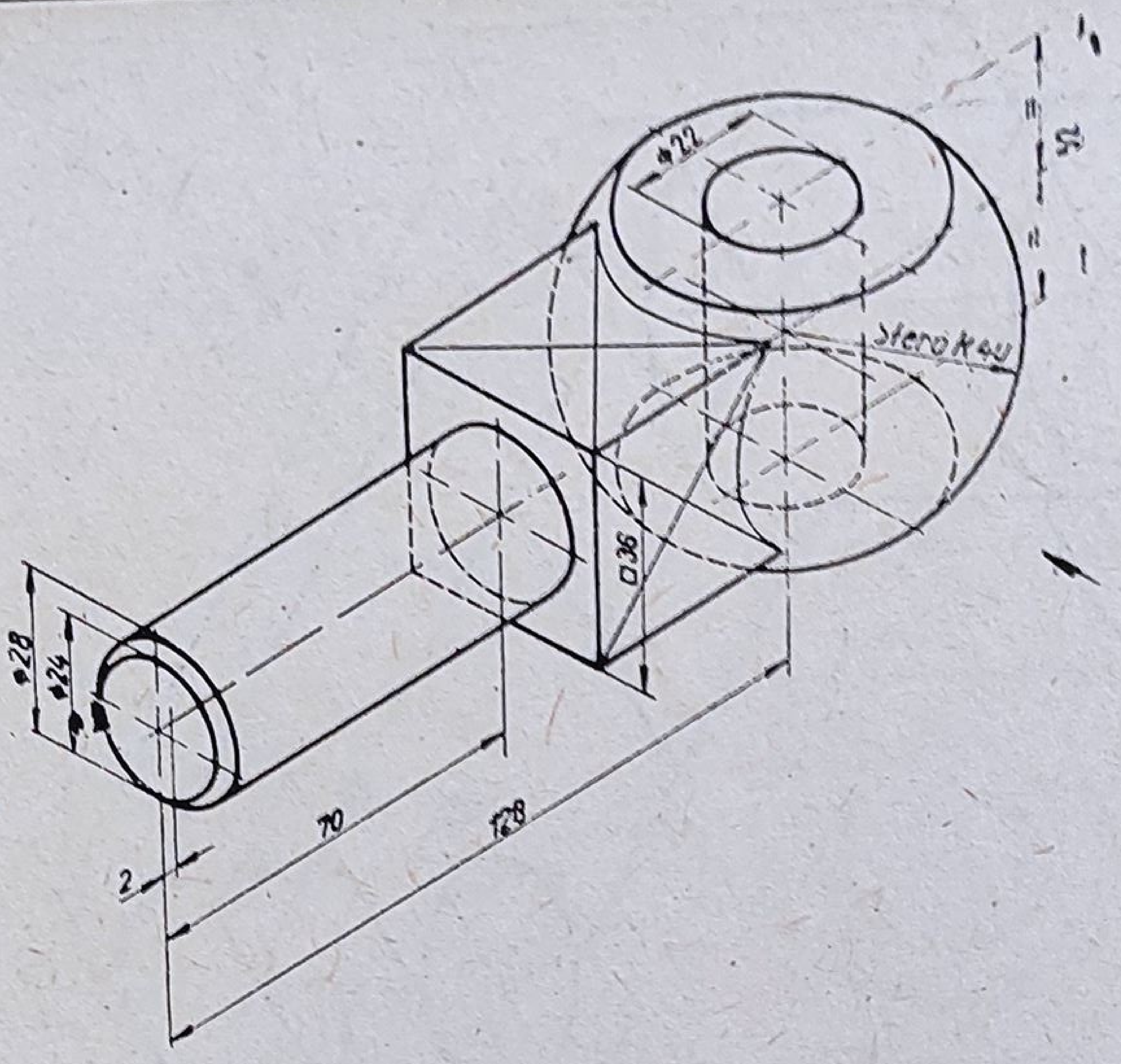



23

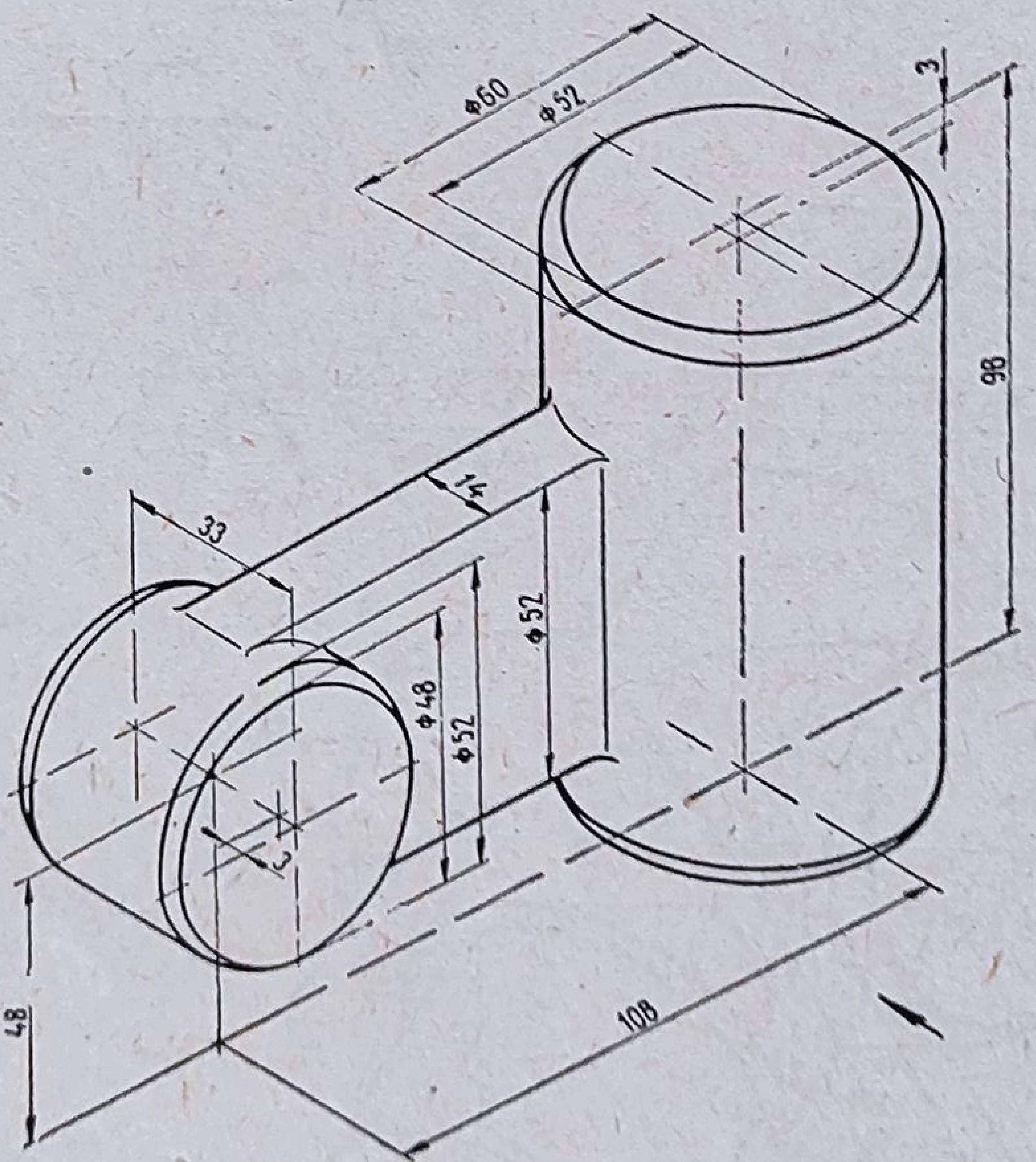



24

Fig. 5.23. **Formă constructivă obținută prin intersecția a doi cilindri cu diametrele egale.**
Fig. 5.24. Formă constructivă alcătuită dintr-un paralelipiped dreptunghic și doi cilindrii, cel mare fiind teșit conic.

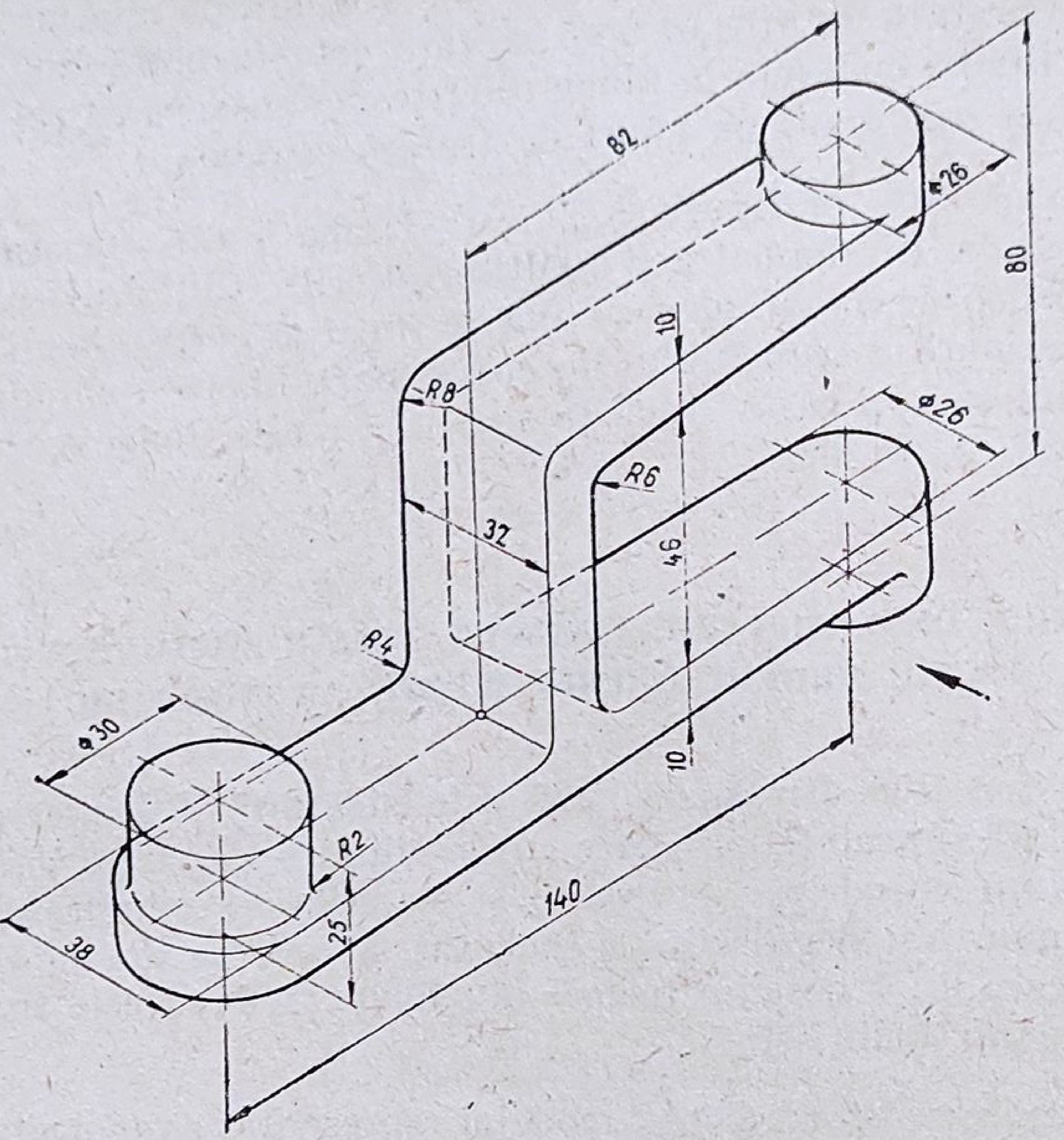



25

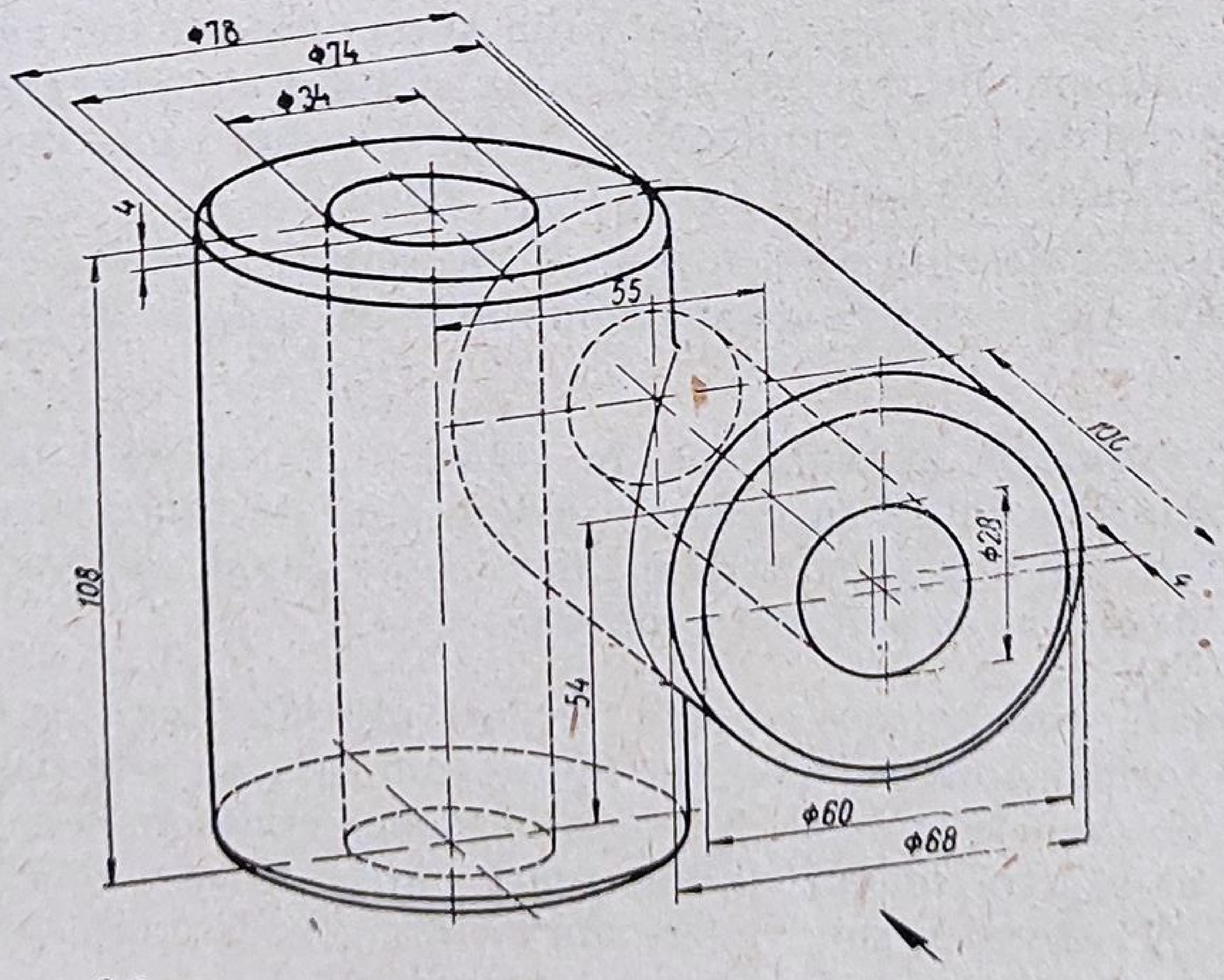



26

Fig. 5.25. Formă constructivă alcătuită din succesiunea unui cilindru teşit conic şi o prismă care la rîndul ei, intersectează o sferă teşită plan (problemă).
Fig. 5.62. Formă constructivă alcătuită din doi cilindri teşiţi conic şi intersectaţi de un paralelipiped dreptunghic (problemă).




**27**




**28**

Fig. 5.27. Formă constructivă alcătuită din cilindri și prisme rotunjite (problemă).
Fig. 5.28. Formă constructivă tehnică obținută prin intersecția tip rupere între doi cilindri (problemă).

6) Să se construiască desenul la scara 1 : 1 a vederilor minime (din față și de sus) pentru piesa reprezentată în figura 5.28 și care este formată din intersecția (de tip rupere) între doi cilindri cu axele în plane diferite. Se observă că cei doi cilindri cu bazele teșite conic sînt prevăzuți cu găuri de trecere coaxiale.

7) Piesa reprezentată în figura 5.29 este formată din succesiunea unui trunchi de con și a doi cilindri de diametre și înălțimi diferite. Cilindrul cel mare și trunchiul de con sînt intersectați de un cilindru cu axa de simetrie perpendiculară pe axa verticală a piesei. Baza superioară a trunchiului de con și baza liberă a cilindrului orizontal sînt teșite conic. Se cere să se construiască la scara 1 : 1 cele două vederi : din față (după săgeata indicatoare) și de sus.

### 5.1.3.2. PIESE TEHNICE DETERMINABILE ÎNTR-UN NUMĂR MINIM DE TREI VEDERI SAU PATRU VEDERI REPREZENTATE AXONOMETRIC

8) Forma constructivă din figura 5.30 este alcătuită din intersecția unor prisme cu fețe rotunjite după suprafețe cilindrice cu un cilindru în partea inferioară. Piesa este prevăzută cu o gaură cilindrică de trecere și cu degajare cilindrică coaxială. Pentru stabilirea poziției găurii și degajării s-a executat și vederea din față a piesei. Se cere să se execute la scara 1 : 1 desenul formei din figura 5.30 cu cele trei vederi minime : vedere din față, de sus și din stînga.

9) Să se construiască la scara 1 : 1 modelul reprezentat axonometric în figura 5.31, în cele trei vederi minime. Piesa este formată din doi cilindri intersectați cu o prismă cu baza pătrată. Cei doi cilindri sînt prevăzuți cu găuri de trecere. Cilindrul superior este intersectat de un paralelipiped dreptunghic.

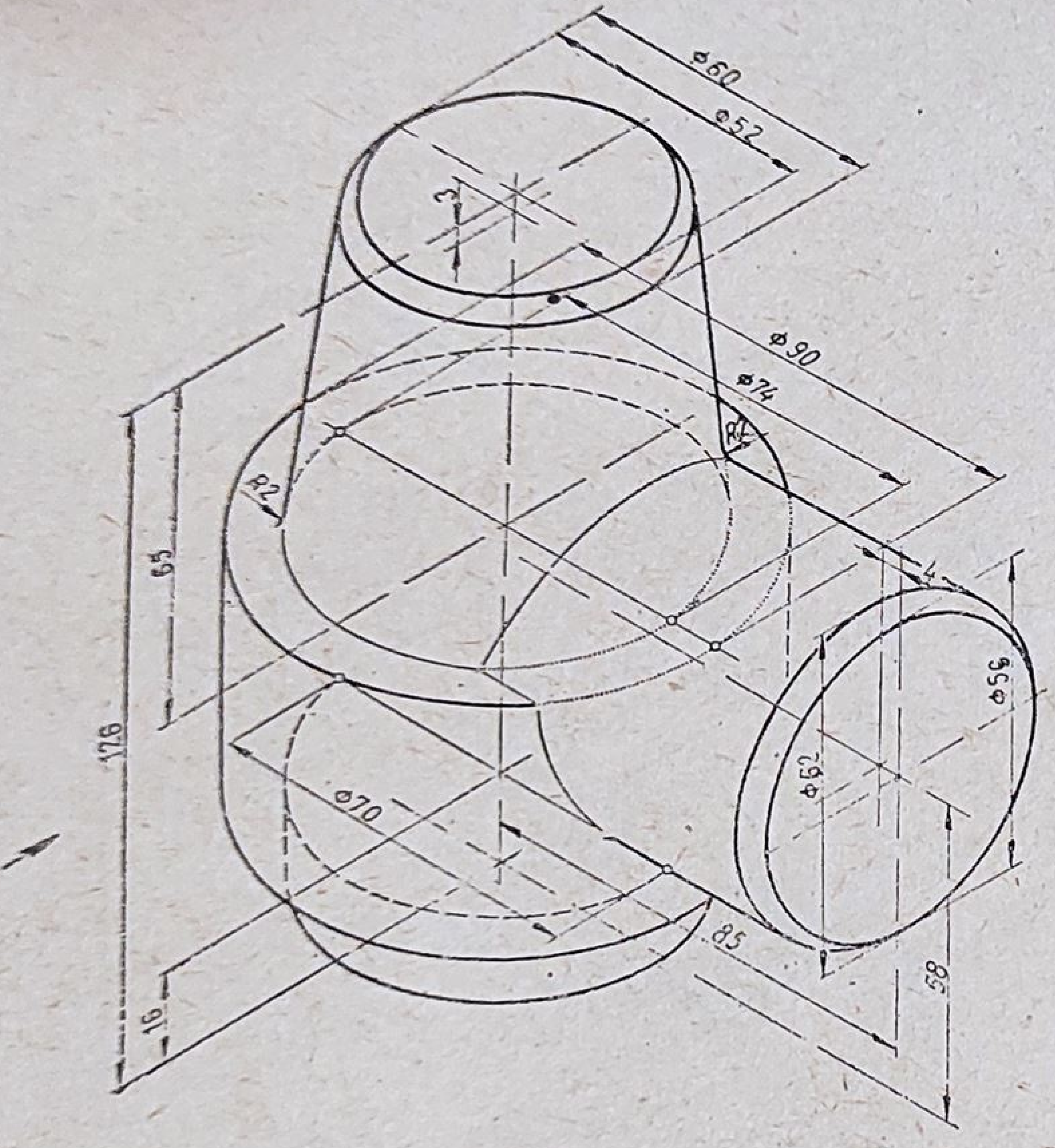
10) Piesa din figura 5.32 este formată din succesiunea a trei cilindri de diametre și înălțimi diferite, ultimul fiind intersectat de un cilindru cu diametrul mai mic (pătrundere). Proiecția orizontală va fi realizată prin două vederi : una de sus și alta de jos (din direcția $A$, așa cum se observă în figura 5.32).

Să se construiască desenul la scara 1 : 1 cu vederile necesare : vedere din față (după săgeata notată cu $I$), vedere de sus combinată cu vederea de jos (din $A$) și vedere din stînga.

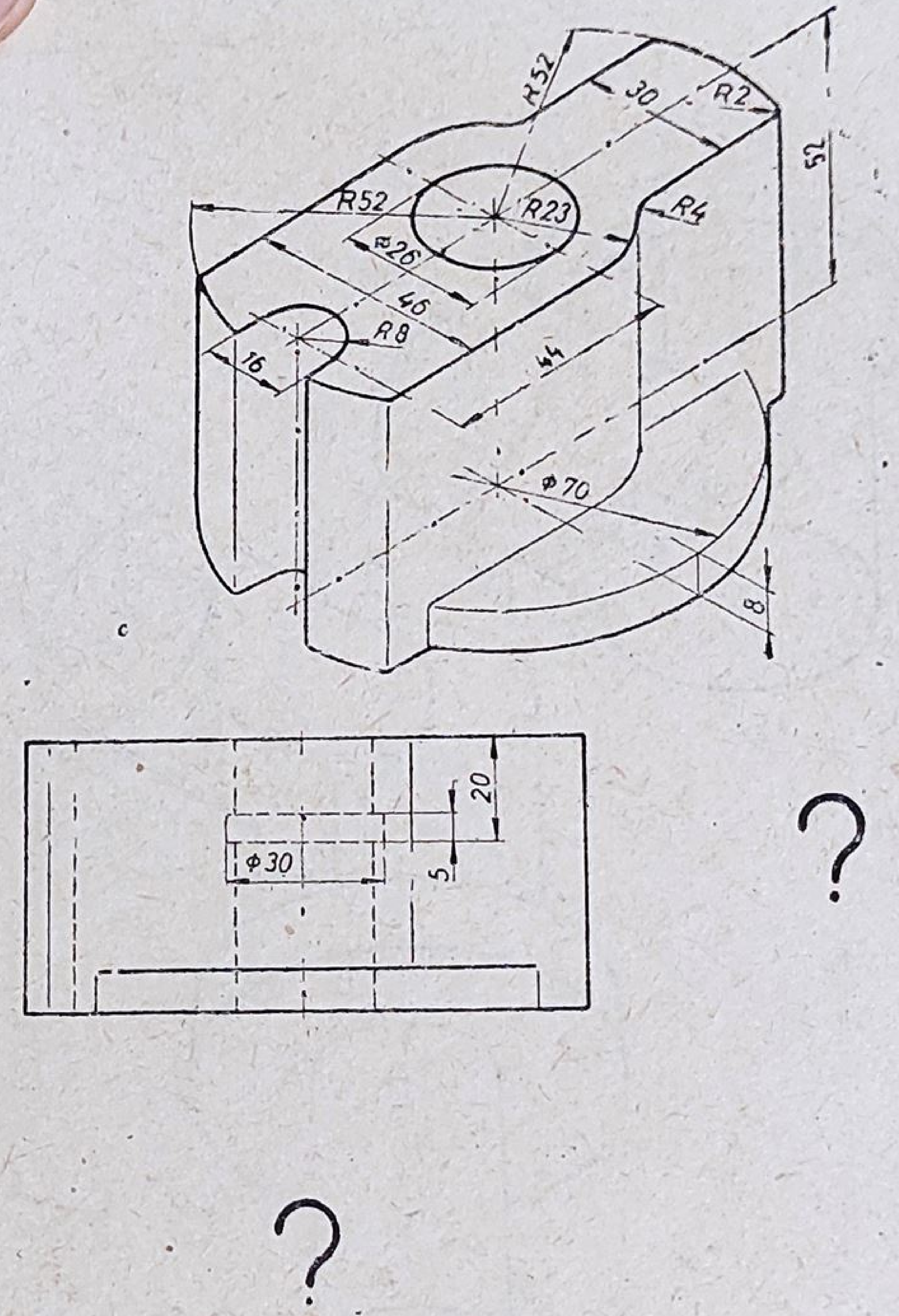
11) Piesa reprezentată axonometric în figura 5.33 necesită pentru o completă determinare reprezentarea în patru vederi : vedere din față (după săgeata notată cu $I$), vedere de sus, vedere din stînga și vedere din dreapta (după săgeata notată cu $A$). Se cere să se execute desenul corespunzător la scara 1 : 1.

12) Piesa turnată din figura 5.34 este formată din intersecții de cilindri cu prisme. Cei doi cilindri ai formei constructive din figura amintită au cîte o bază teșită conic. Să se construiască desenul la scară 1 : 1 al acestui model, cunoscîndu-se că pentru o completă determinare sînt necesare patru vederi : vedere din față (după săgeata notată cu $I$), vedere de sus, vedere din stînga și vedere din spate (după săgeata notată cu $A$).

13) Forma constructivă a piesei din figura 5.35 este alcătuită din succesiunea pe axa verticală a unui cilindru teșit conic, a unei forme cilindrice ovale și a unui cilindru cu diametrul mai mare. Acest din urmă cilindru este intersectat de un cilindru dispus cu axa orizontală. Acești doi cilindri sînt la rîndul lor intersectați de alți doi cilindri cu axele perpendiculare pe axa cilindrului orizontal. Cilindrul superior și trei din cei patru cilindri intersectați sînt teșiți conic. Această formă constructivă mai complexă

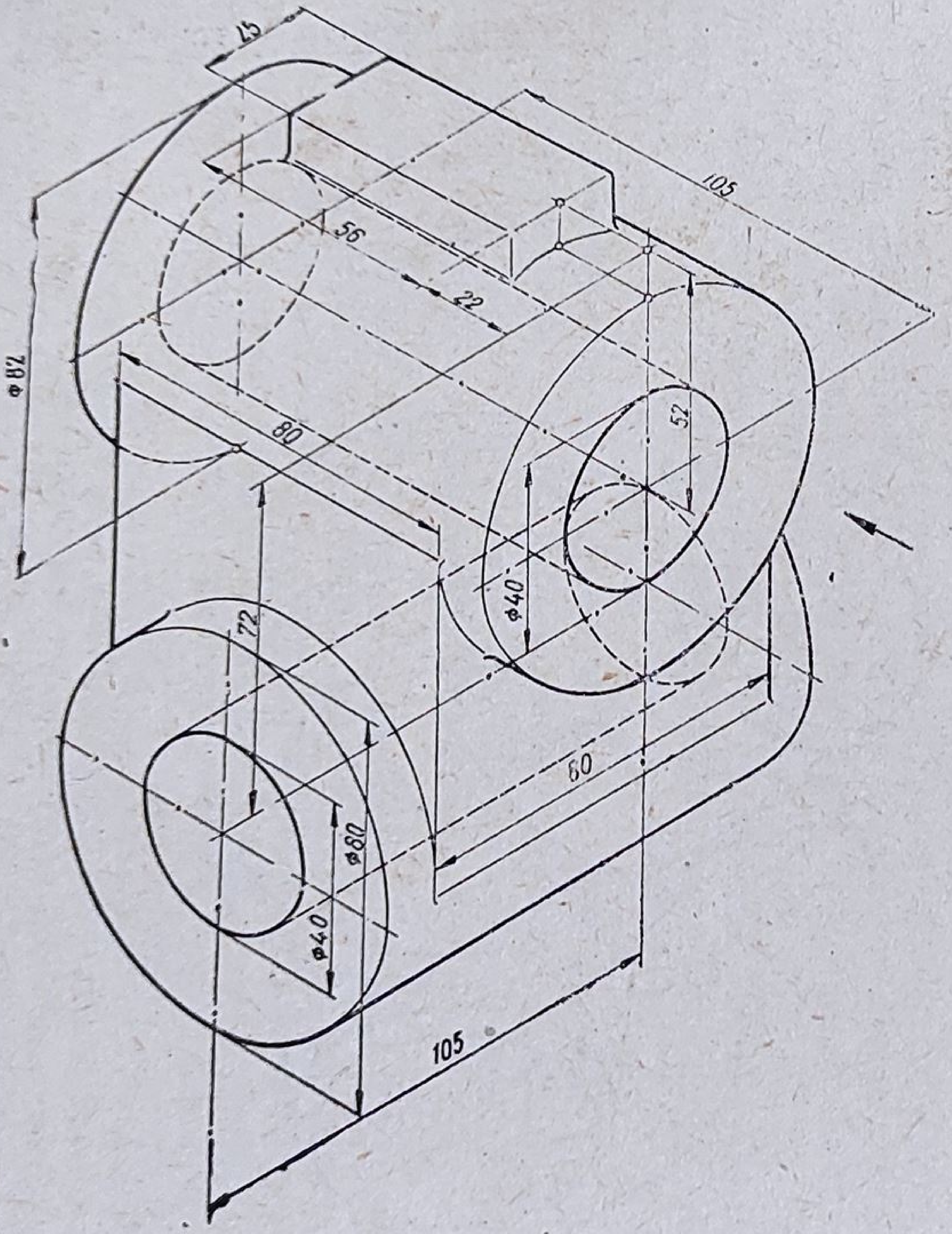



29

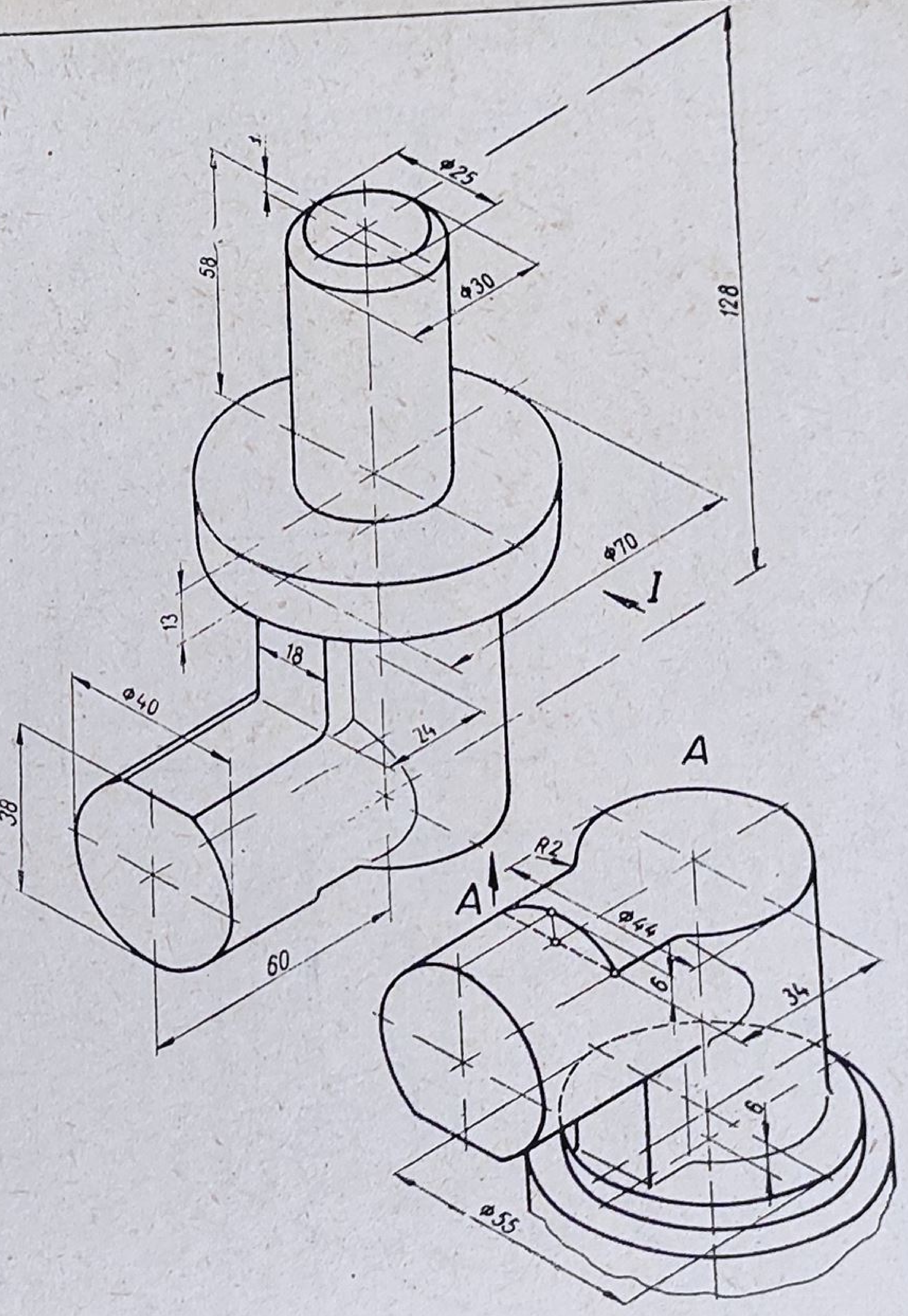



30

Fig. 5.29. Piesă turnată alcătuită din succesiunca a doi cilindri şi a unui trunchi de con teşit, urmată de intersecţia cu un cilindru teşit conic (problemă).
Fig. 5.30. Piesă turnată a cărei formă este ob ţinută din suprafeţe prismatice rotunjite şi cilindrice (problemă).
*a* — reprezentare axonometrică; *b* — reprezentarea proiecţiei verticale.



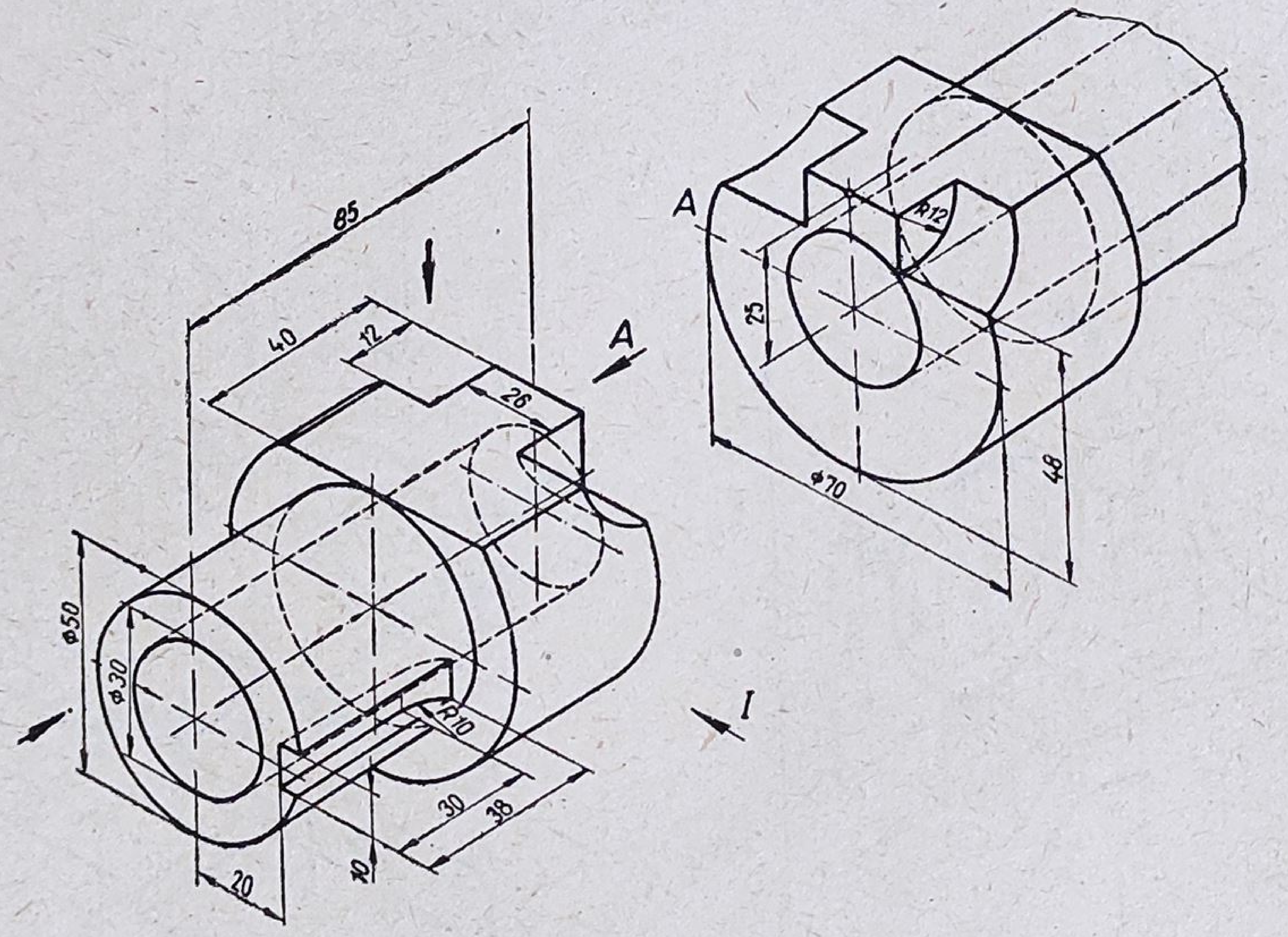

31




32

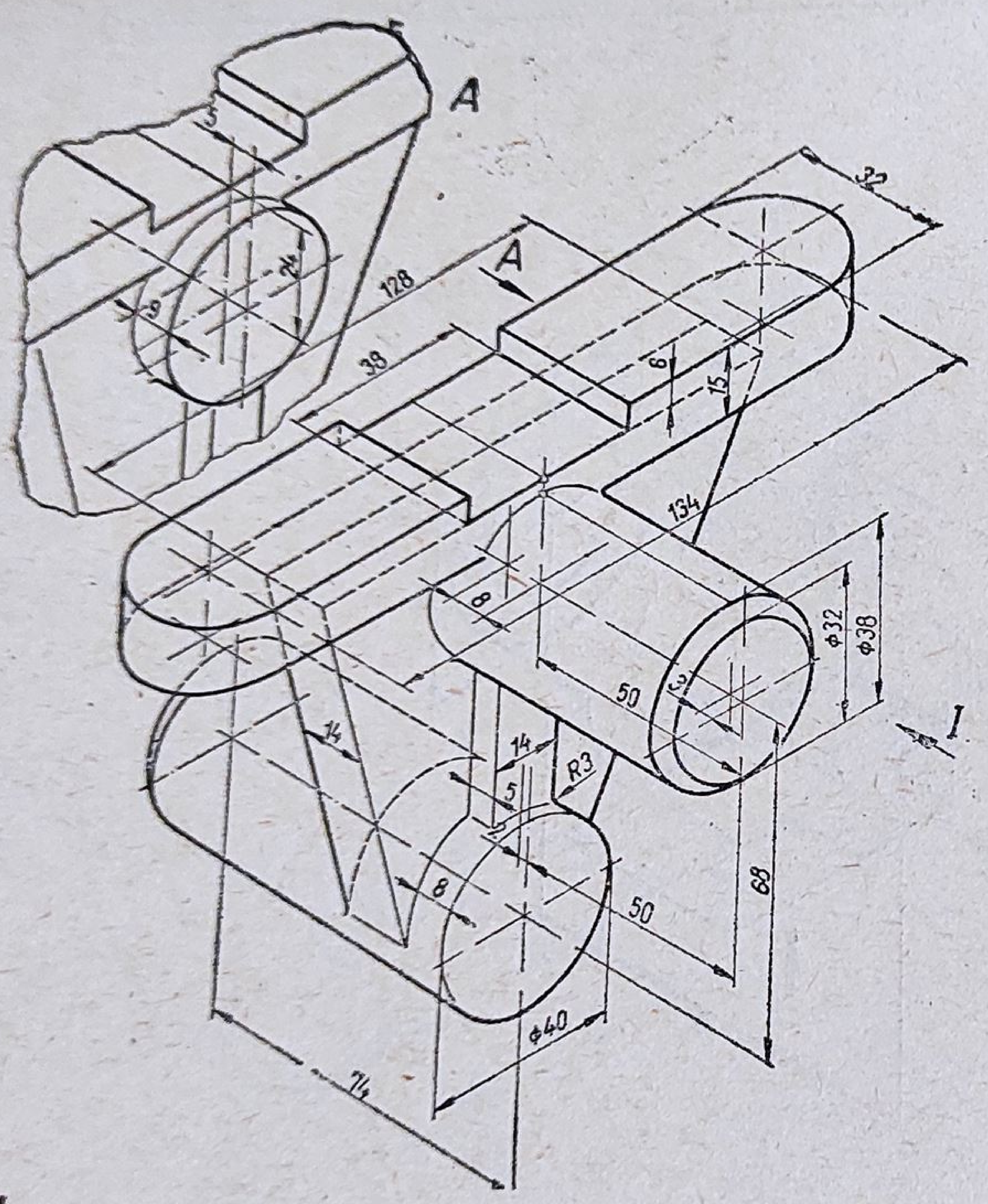
Fig. 5.31. Formă constructivă obţinută prin turnare formată din doi cilindri intersectaţi de o prismă. (problemă).
Fig. 5.32. Formă constructivă determinabilă în minimum trei vederi (cu vedere combinată în plan orizontal).

Fig. 5.31. Formă constructivă obținută prin ... mata ... ere combinată în plan orizontal).
Fig. 5.32. Formă constructivă determinabilă în ... trei v...

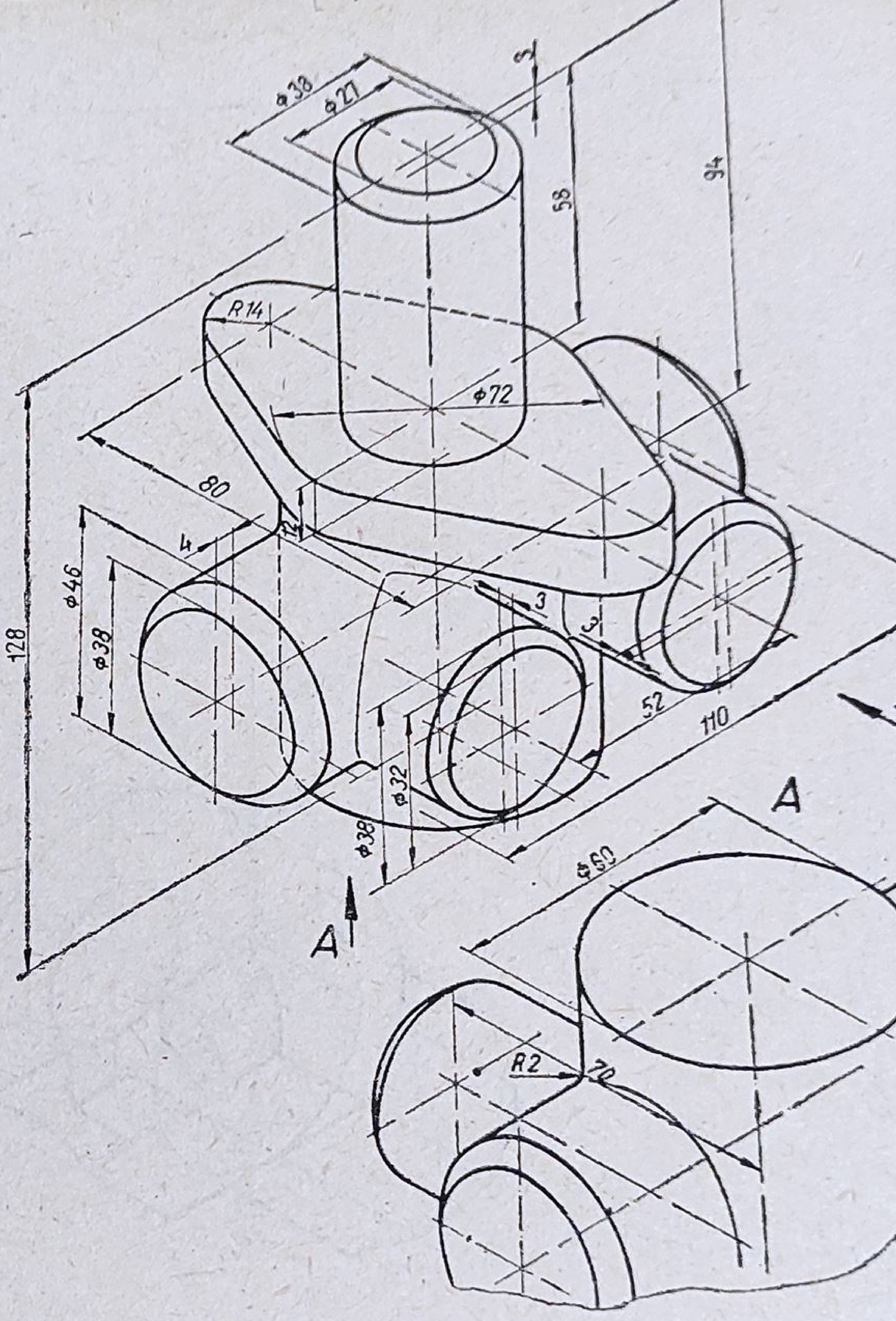



33

Fig. 5.33. Formă constructivă tehnică determinabilă în minimum patru proiecții (problemă).

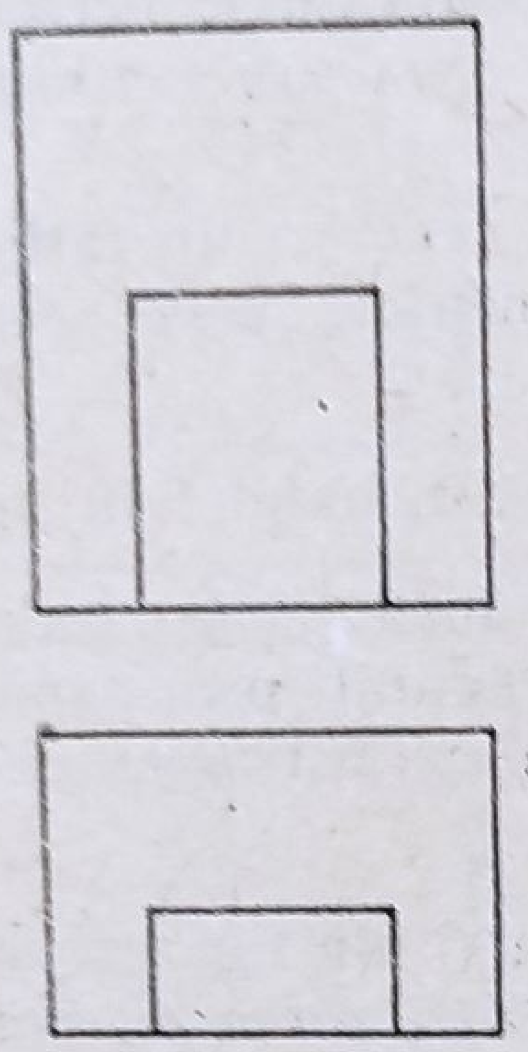



34

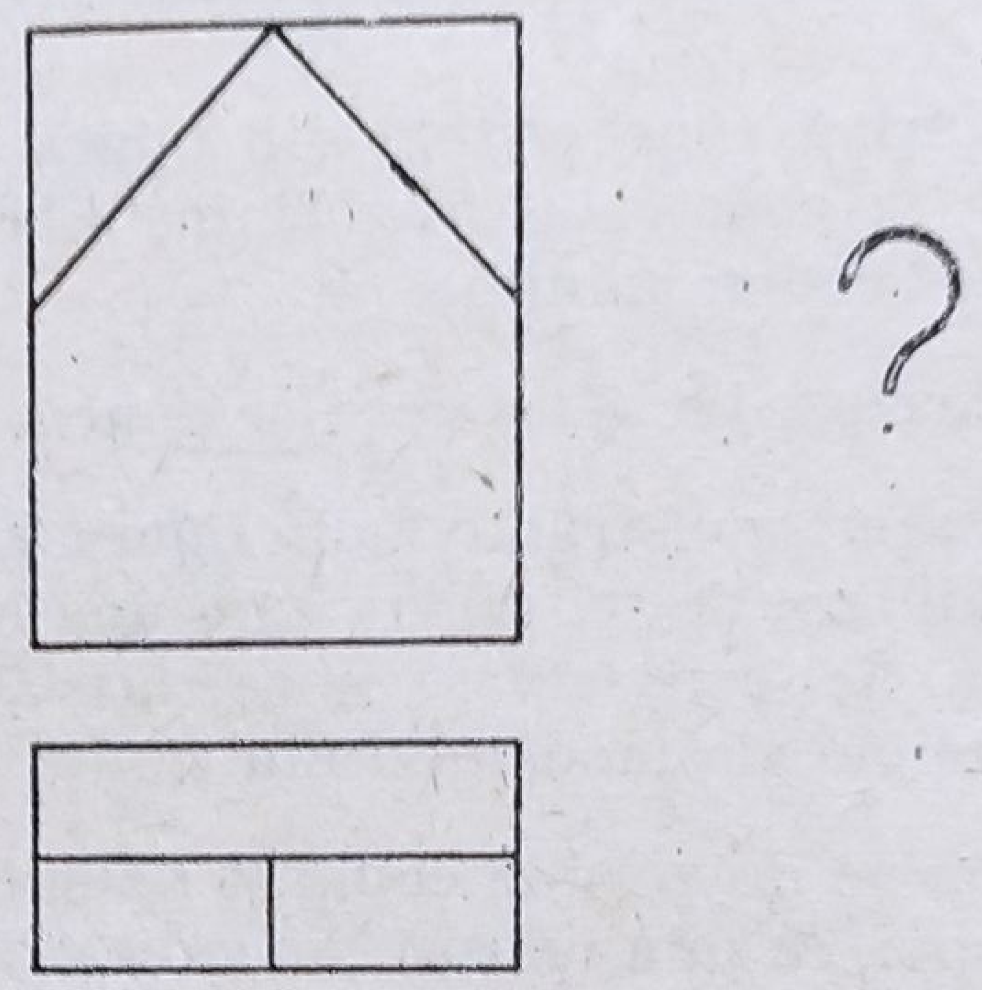



35

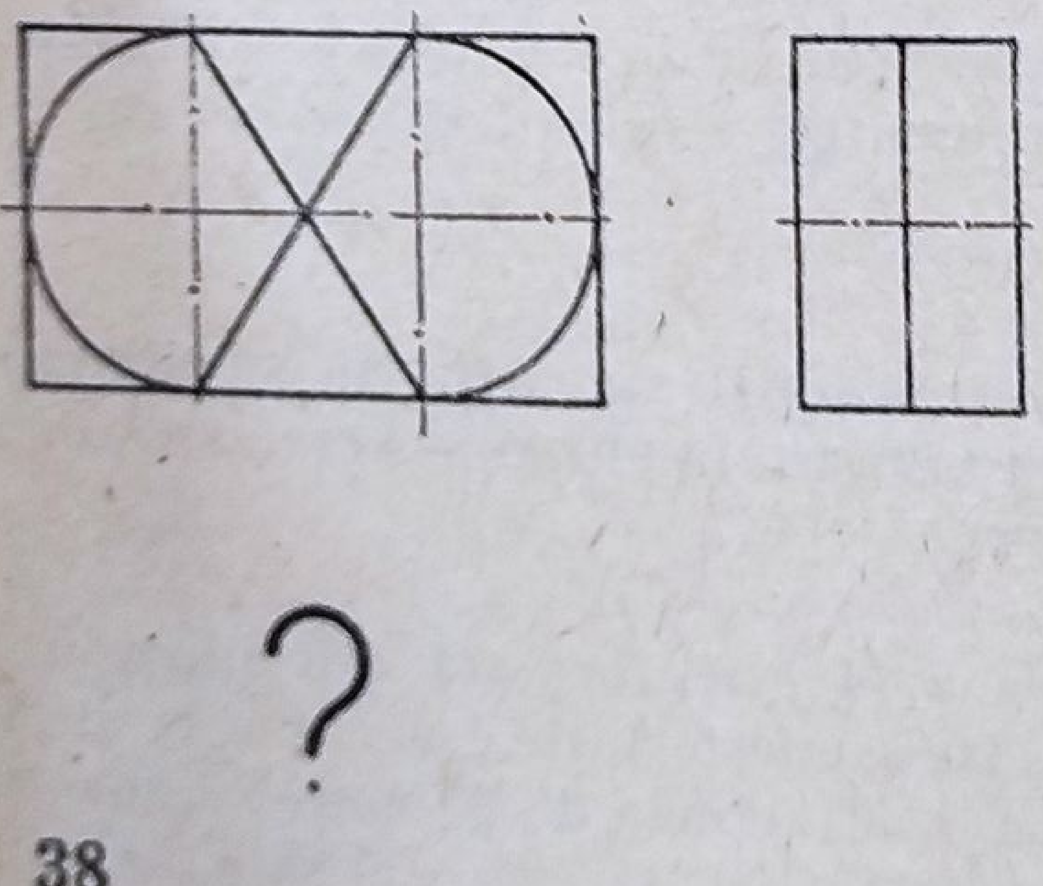
Fig. 5.34. Corp de lagăr a cărei formă este alcătuită din cilindri și prisme care se intersectează (problemă).
Fig. 5.35. Piesă obținută prin turnare și a cărei formă constructivă este alcătuită din succesiuni și intersecții de cilindri (problemă).



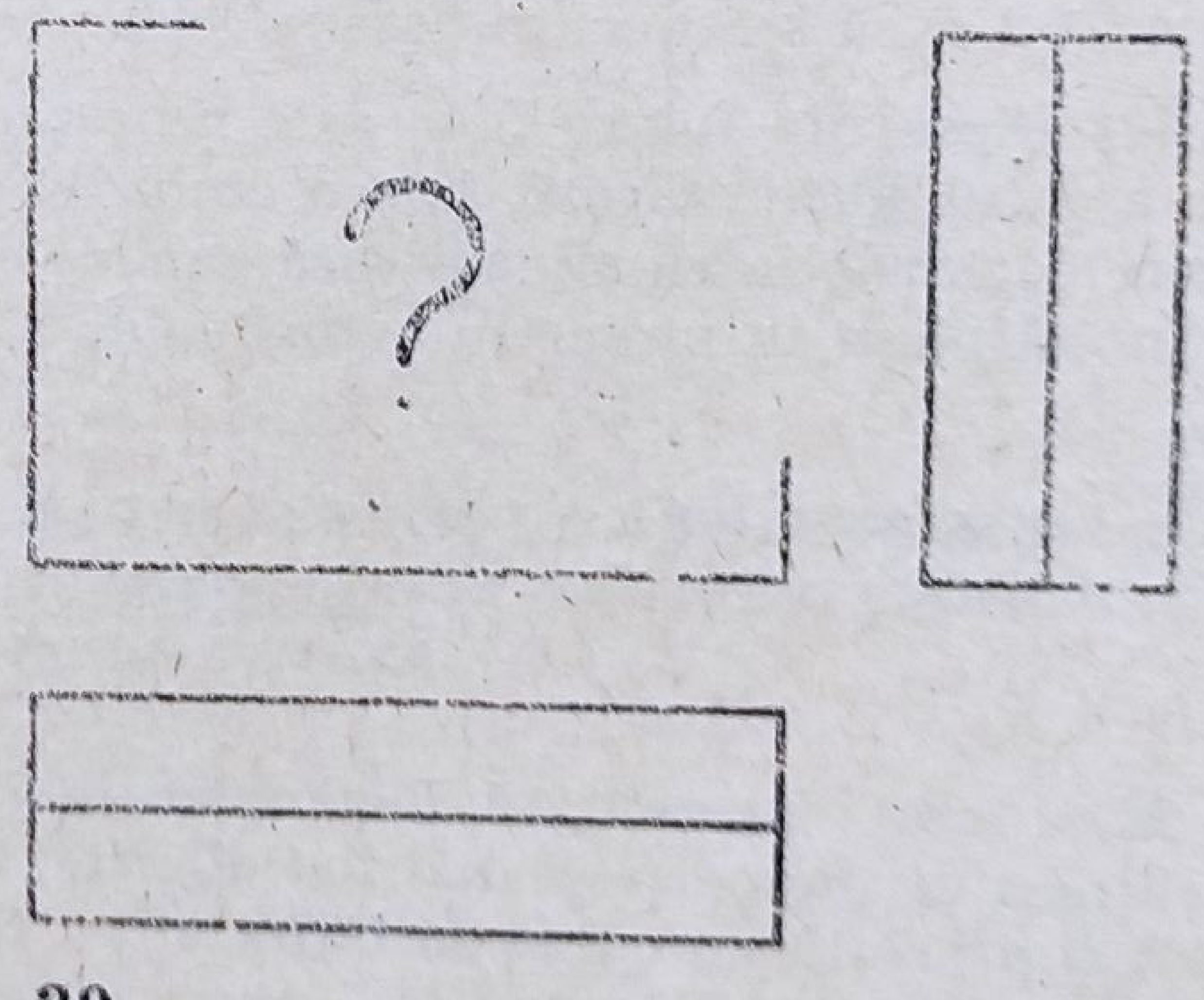
36



37



38



39

Fig. 5.36. Fig. 5.37. Fig. 5.38. Fig. 5.39. Probleme de rezolvat.

este determinată de următoarele vederi ; vedere din față (după săgeata notată cu $I$), vedere de sus, vedere din stînga și vedere de jos (după săgeata notată cu $A$). Să se execute la scara 1 : 1 pe format $A3$ desenul piesei respective.

### 5.1.3.3. PIESE CU FORME CONSTRUCTIVE POLIEDRALE DETERMINABILE ÎNTR-UN NUMĂR MINIM DE TREI VEDERI, REPREZENTATE ORTOGONAL CU UNA DIN VEDERI LIPSĂ*

**14)** Forma constructivă din figura 5.36 apare în două vederi : din față și de sus. Se cere să se construiască cu mîna liberă sau cu instrumentele piesa reprezentată în cele trei vederi minime.

**15)** Același lucru se cere și pentru modelul reprezentat incomplet în figura 5.37.

**16)** Forma constructivă din figura 5.38 este compusă din două forme paralelipipedice dreptunghiulare lipite, dintre care una este rotunjită la extremități prin două jumătăți de cilindru. Se cere să se construiască cu mîna liberă sau cu instrumentele cele trei vederi minime ale modelului din figura amintită.

**17)** Să se determine complet vederea din față a modelului din figura 5.39 și să se execute, apoi, cu mîna liberă sau cu instrumentele cele trei vederi necesare reprezentării complete a modelului respectiv.

**18)** Să se determine complet vederea de sus a piesei din figura 5.40 și să se execute desenul cu vederile minime necesare.

**19)** Forma constructivă din figura 5.41 este reprezentată cu vederea din stînga lipsă. Să se construiască la scară cele trei vederi necesare ale formei respective.

**20)** Se cere să se determine conturul și detaliile vederii din față pentru piesa din figura 5.42 și să se execute desenul celor trei vederi.

**21)** Piesa din figura 5.43 este reprezentată incomplet. Pentru o mai bună cunoaștere a detaliilor de formă, figura amintită este însoțită și de o reprezentare izometrică. Se cere construcția cu mîna liberă sau cu instrumentele a celor trei vederi prin care se determină piesa în proiecție ortogonală.

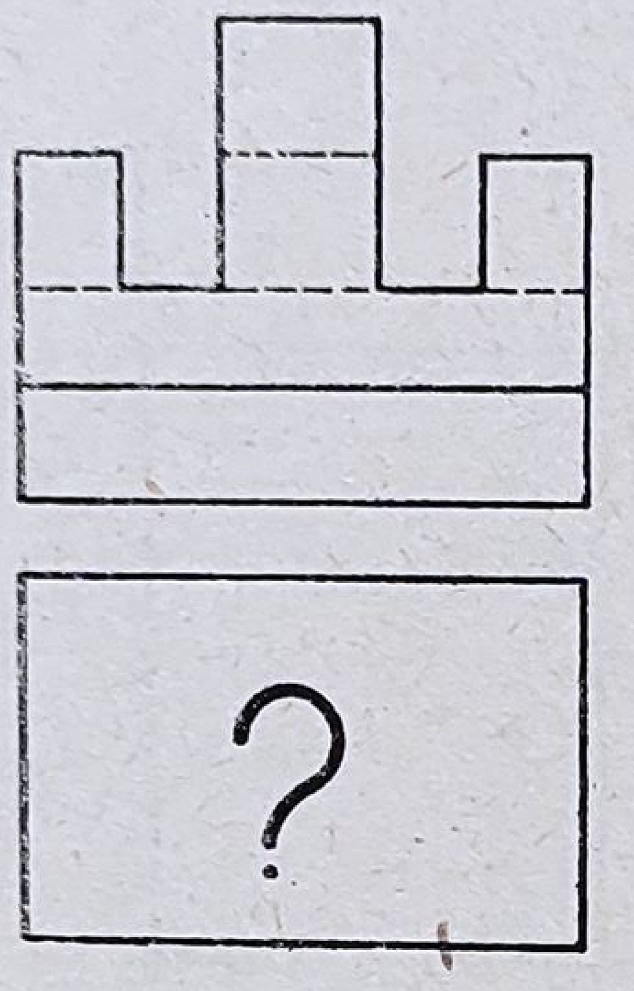
### 5.1.3.4. PIESE TEHNICE CU FORME COMPUSE DIN SUPRAFEȚE DE ROTAȚIE ȘI POLIEDRALE DETERMINATE ÎNTR-UN NUMĂR MINIM DE TREI VEDERI, REPREZENTATE ORTOGONAL CU UNA DIN VEDERI LIPSĂ

**22)** Piesa reprezentată incomplet în figura 5.44 este formată din succesiunea a doi cilindri cu diametre și înălțimi diferite. Cilindrul superior este teșit plan la un unghi de 30° și prezintă un canal cu lățimea de 18 mm și adîncimea de 80 mm. Cilindrul inferior este prevăzut, de asemenea, cu un canal decalat la 90° față de cel superior și are o lățime de 30 mm și o adîncime de 14 mm. Se cere să se reprezinte la scară desenul completat cu vederea din stînga care lipsește în figura 5.44.

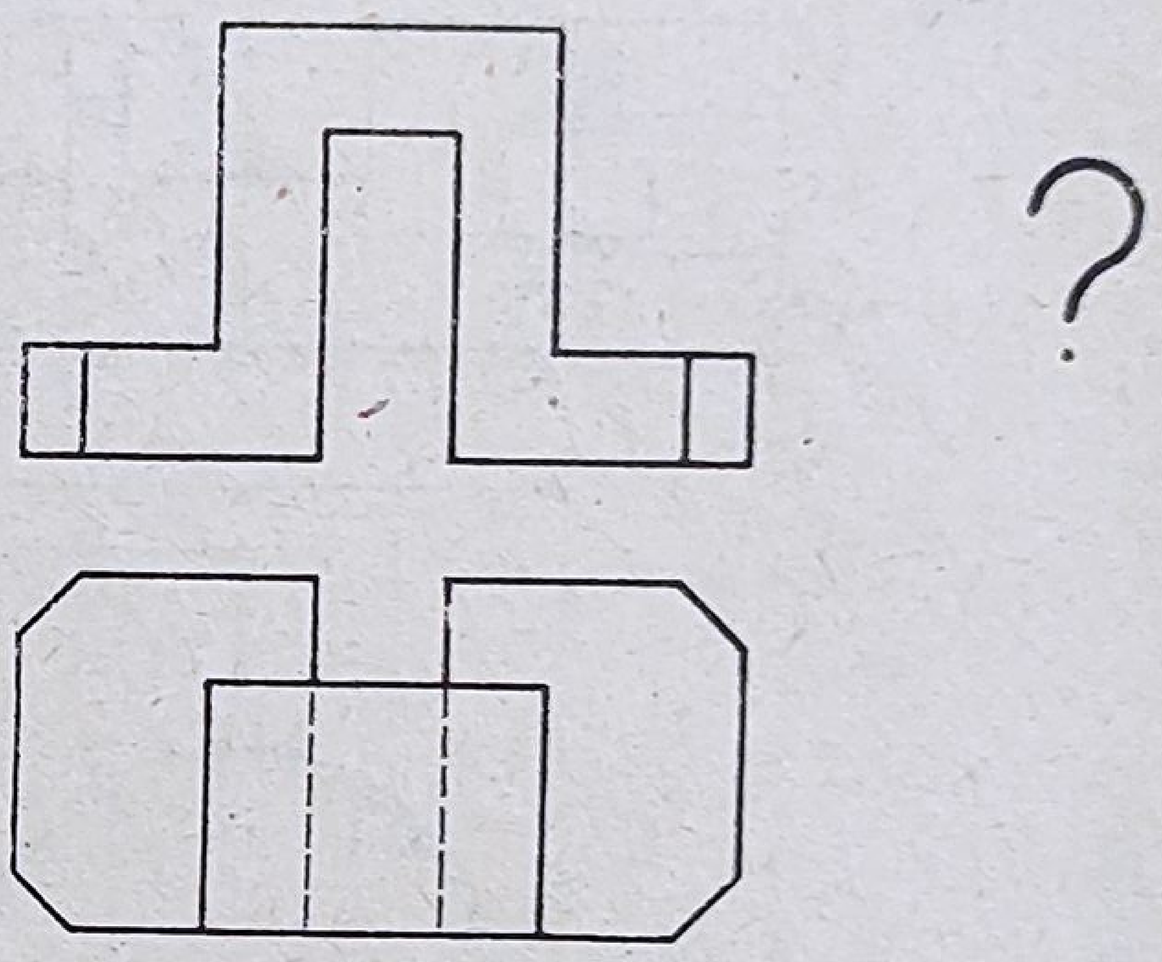
**23)** Forma constructivă din figura 5.45 este reprezentată incomplet, lipsindu-i vederea de sus. Din cele două vederi existente se observă că forma constructivă este alcătuită dintr-un cilindru cu o bază teșită conic și prevăzut cu un canal și care se leagă de un paralelipiped dreptunghic prin două nervuri paralelipipedice. În partea superioară un paralelipiped rotunjit cu o suprafață cilindrică se intersectează cu cilindrul orizontal teșit. Să se construiască la scară forma constructivă în cele trei vederi minime necesare.

---

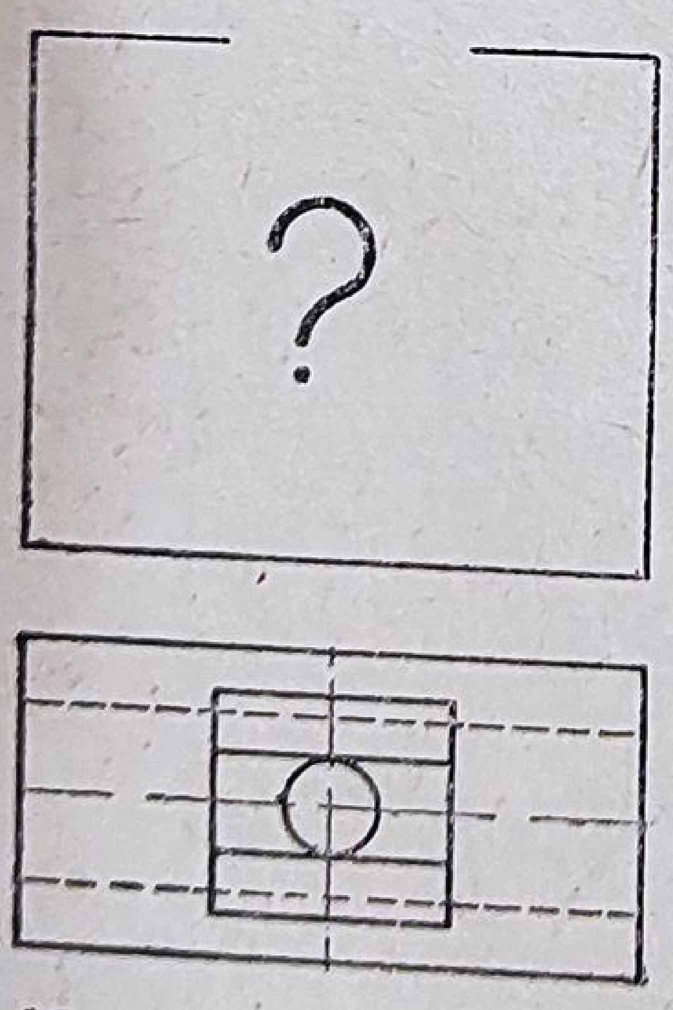
* Desenele vor fi executate respectîndu-se proporțiile din figurile respective.



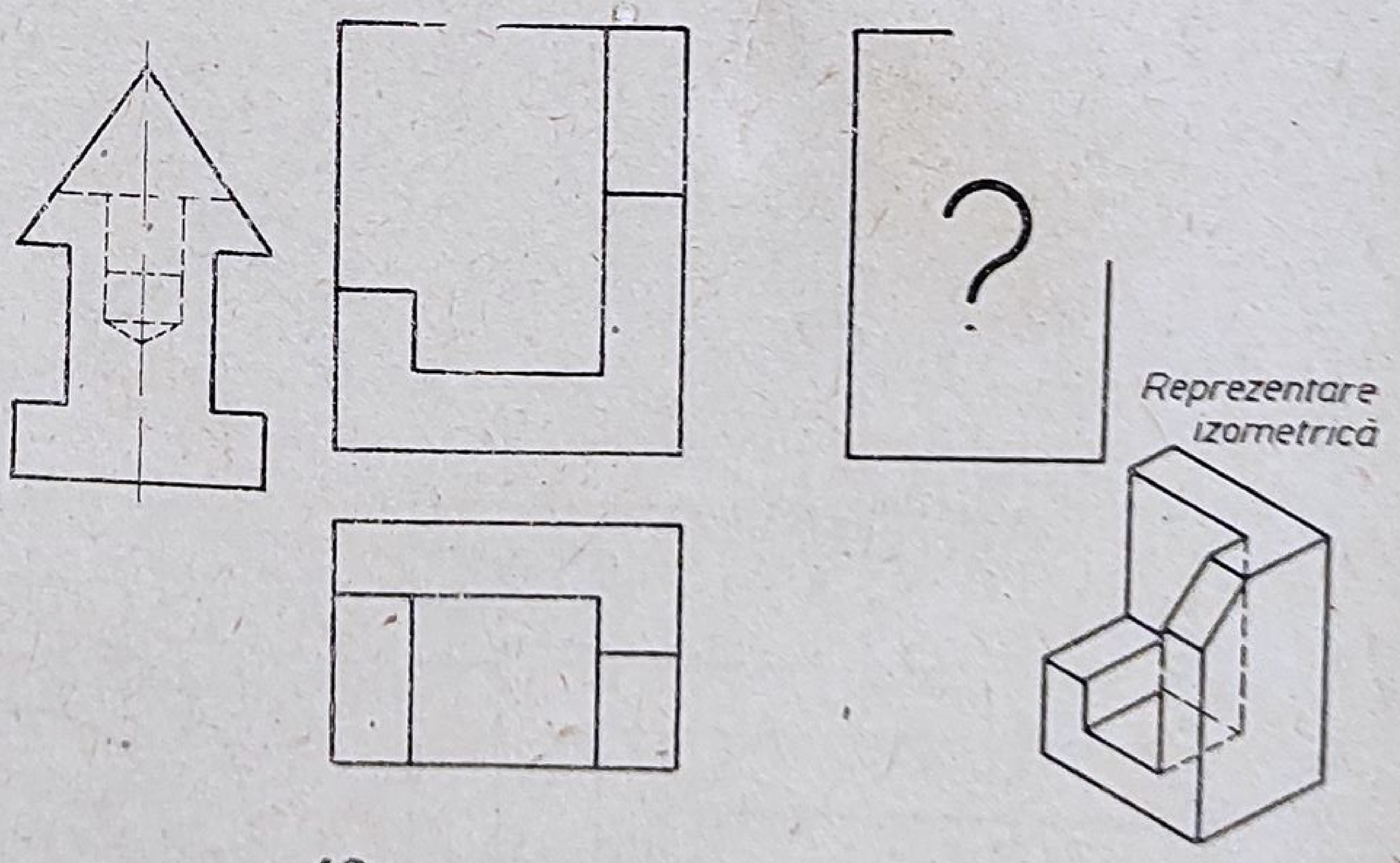
40



41

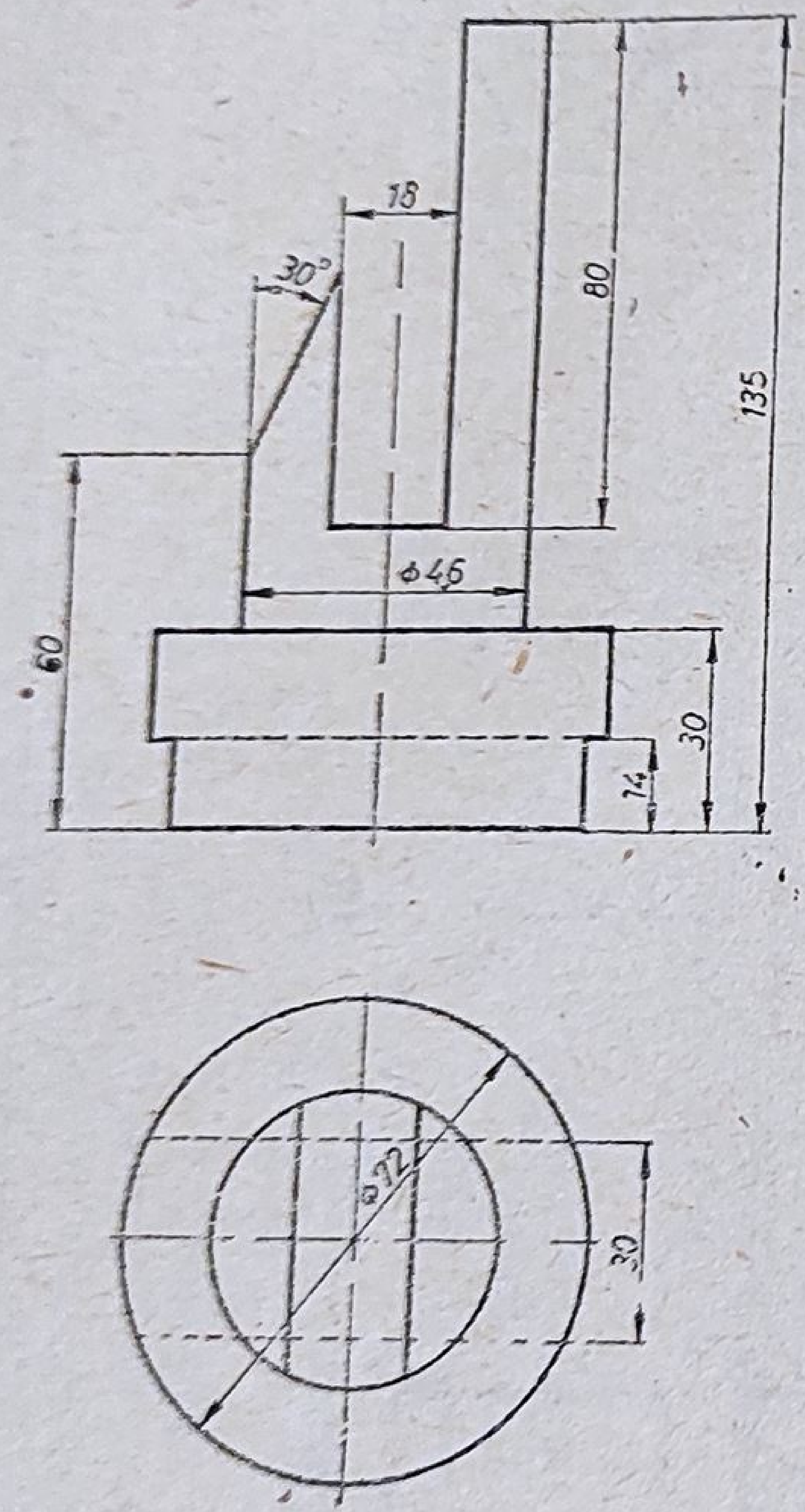


42



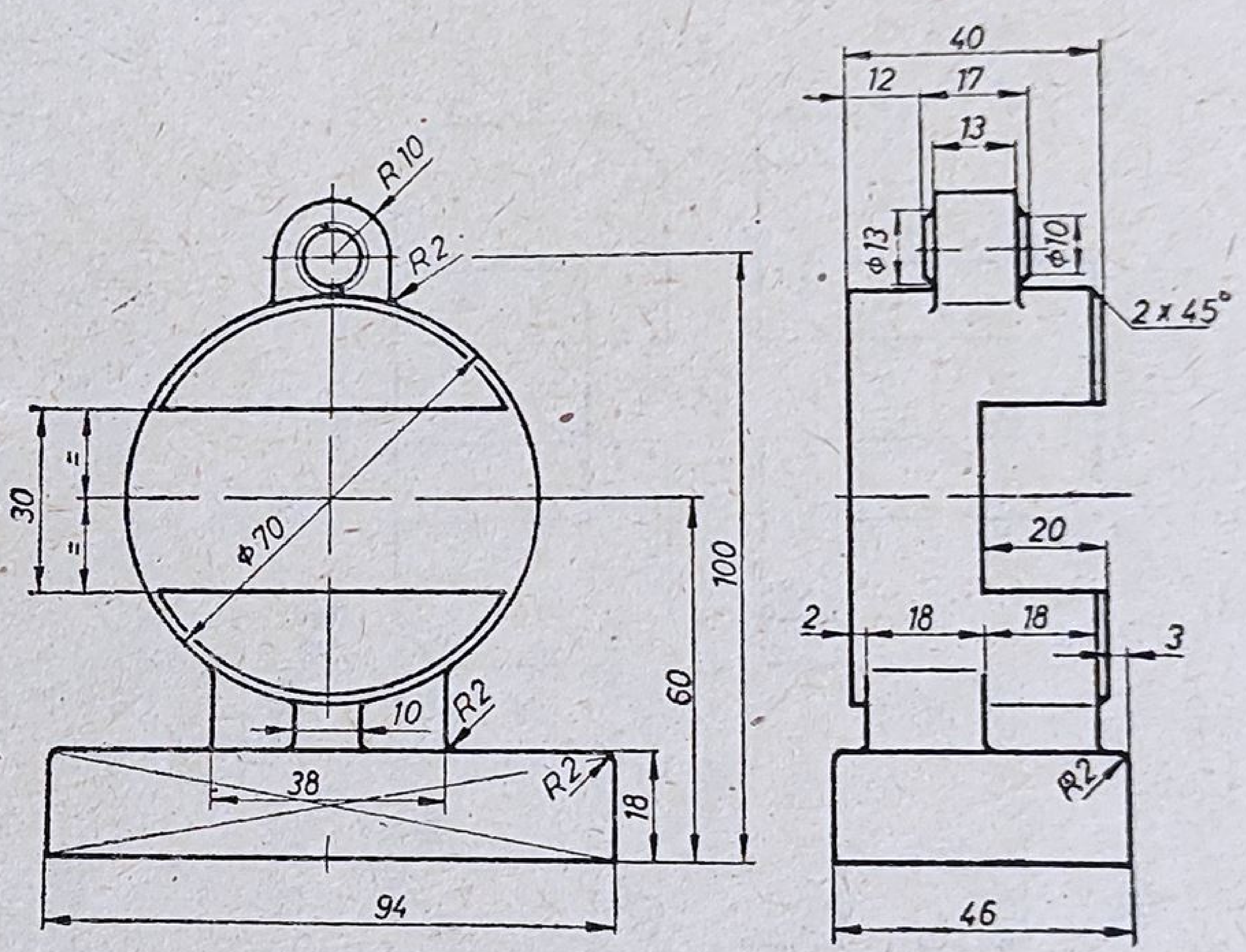

43

Fig. 5.40. Fig. 5.41. Fig. 5.42. Fig. 5.43. Probleme de rezolvat.




?

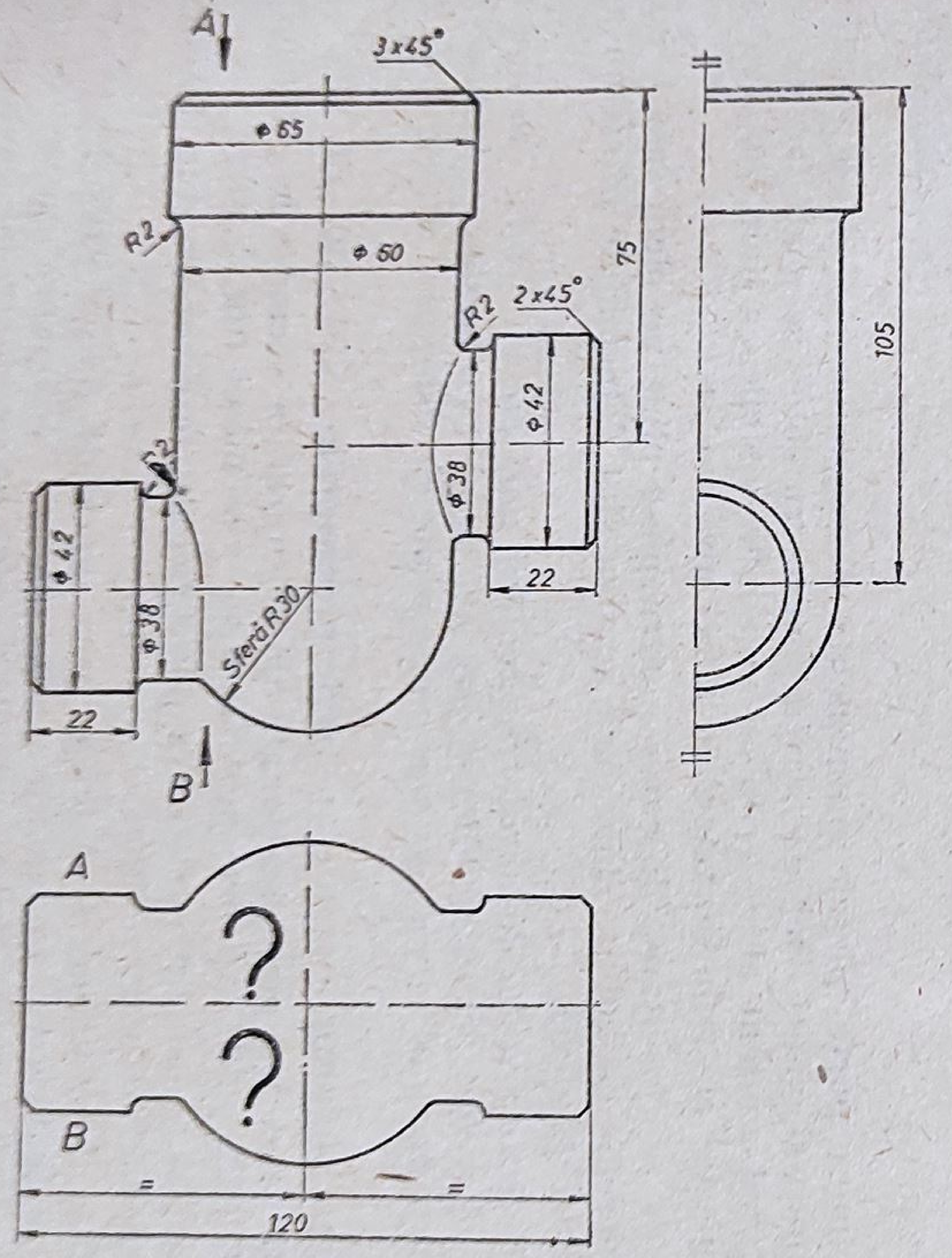
44



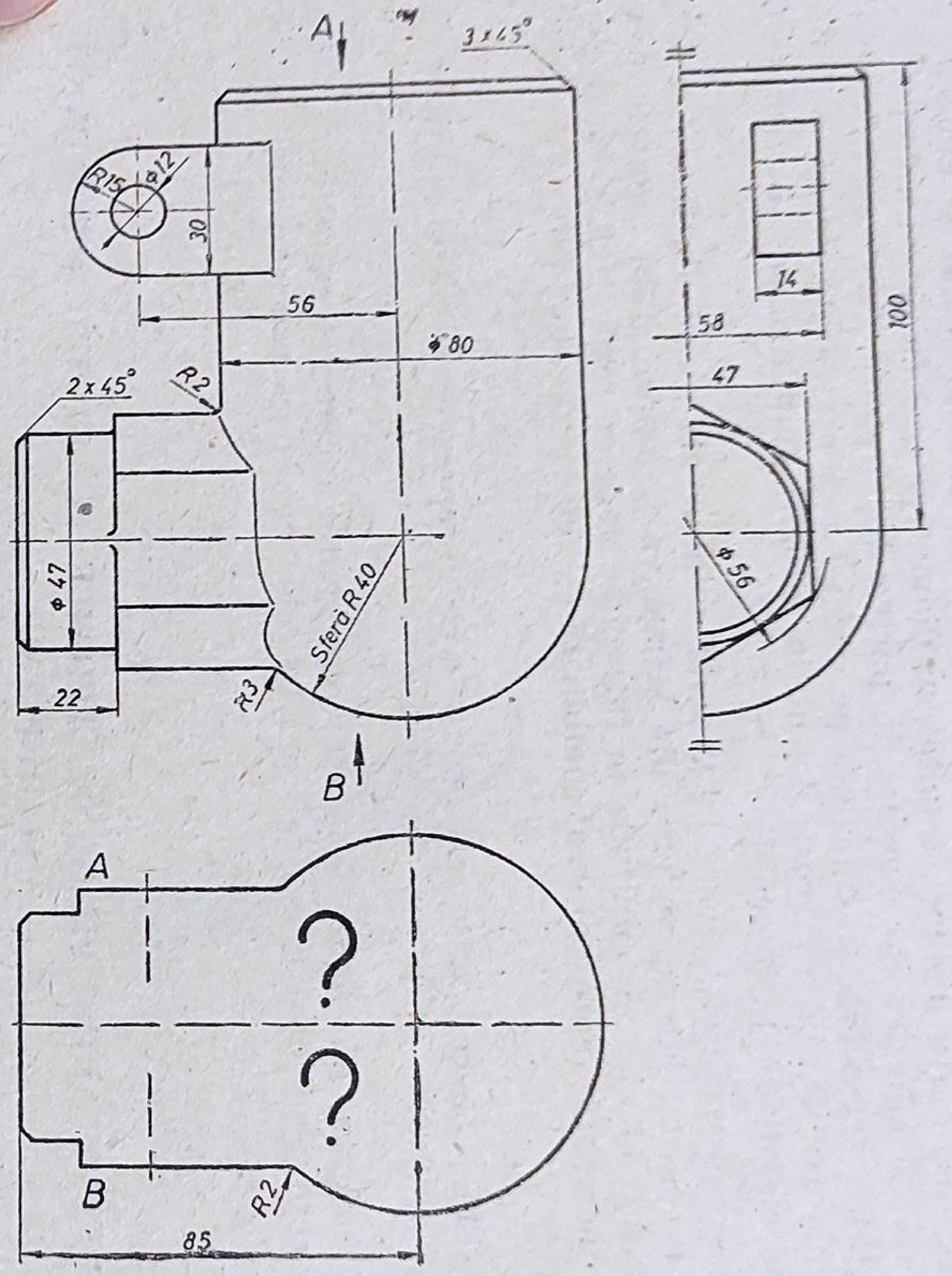

?

45

Fig. 5.44. Fig. 5.45. Probleme de rezolvat.




46




47

Fig. 5.46. Corp de robinet cu forma principală alcătuită din cilindri intersectați (problemă).
Fig. 5.47. Formă constructivă alcătuită din intersecția unei prisme cu un cilindru și o emisferă (problemă).

**24)** Piesa semifabricată din figura 5.46 este formată din succesiunea a doi cilindri cu diametre și înălțimi diferite și o emisferă de diametru egal cu cel al cilindrului intermediar. În partea stîngă a axei verticale comune, cilindrul intermediar și emisfera sînt intersectate de un cilindru dispus orizontal cu diametrul egal cu cel al cilindrului care intersectează același cilindru intermediar în partea din dreapta axei verticale. Cei doi cilindri orizontali intersectați se continuă pe aceeași axă orizontală fiecare cu cîte un cilindru cu diametrul mai mare. Acești doi ultimi cilindri împreună cu cilindrul vertical superior au bazele libere teșite conic.

Se cere să se construiască la scara 1:1 vederile minime ale piesei din figura amintită, cunoscînd că în planul lateral vederea din stînga va fi reprezentată numai jumătate, deoarece formatul *A*4 ales nu cuprinde în întregime vederea respectivă, și că, în planul orizontal este necesară reprezentarea combinată – vedere de sus (din *A*) și vedere de jos (din *B*).

**25)** Același lucru se cere să se realizeze și în cazul reprezentării piesei din figura 5.47 (reprezentare combinată în planul orizontal).

**26)** Semifabricatul din figura 5.48 este reprezentat incomplet avînd lipsă vederea din stînga. Se cere să se construiască la scara 1:1 cele trei vederi necesare unei complete determinări.

## 5.2. REPREZENTAREA PIESELOR TEHNICE CU GOLURI (SECȚIUNI ȘI RUPTURI)

### 5.2.1. GENERALITĂȚI

În cea mai mare parte, piesele componente ale mașinilor au formele constructive compuse din plinuri și goluri. Reprezentarea pieselor cu goluri se poate face în vedere, trasîndu-se conturul aparent al vederilor și muchiilor vizibile cu linie continuă groasă iar muchiile acoperite ale golurilor cu linie întreruptă subțire.

Acest mod de reprezentare edificator pentru piese pline nu oferă însă o imagine clară în cazul pieselor cu goluri, chiar dacă acestea sînt determinate printr-un număr minim de proiecții (vederi).

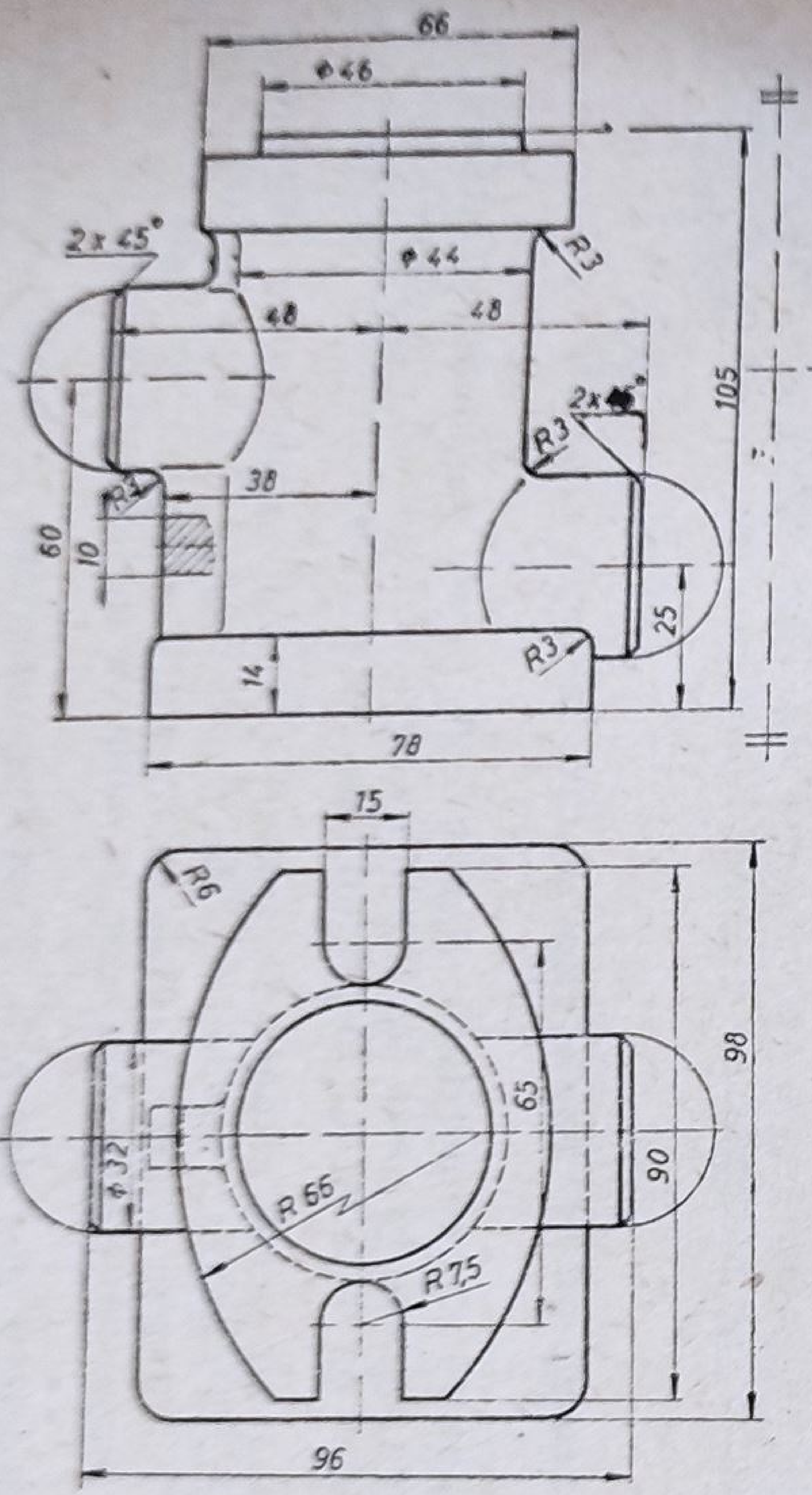
*Pentru claritatea desenului în cazul reprezentării unei piese cu unul sau mai multe goluri, de-a lungul axelor, perpendiculare pe axe sau paralele cu acestea, se folosește reprezentarea în secțiune pe unul, două sau mai multe plane ale sistemului ortogonal de reprezentare.*

Reprezentarea secțiunilor se face potrivit prescripțiilor STAS 105-76.

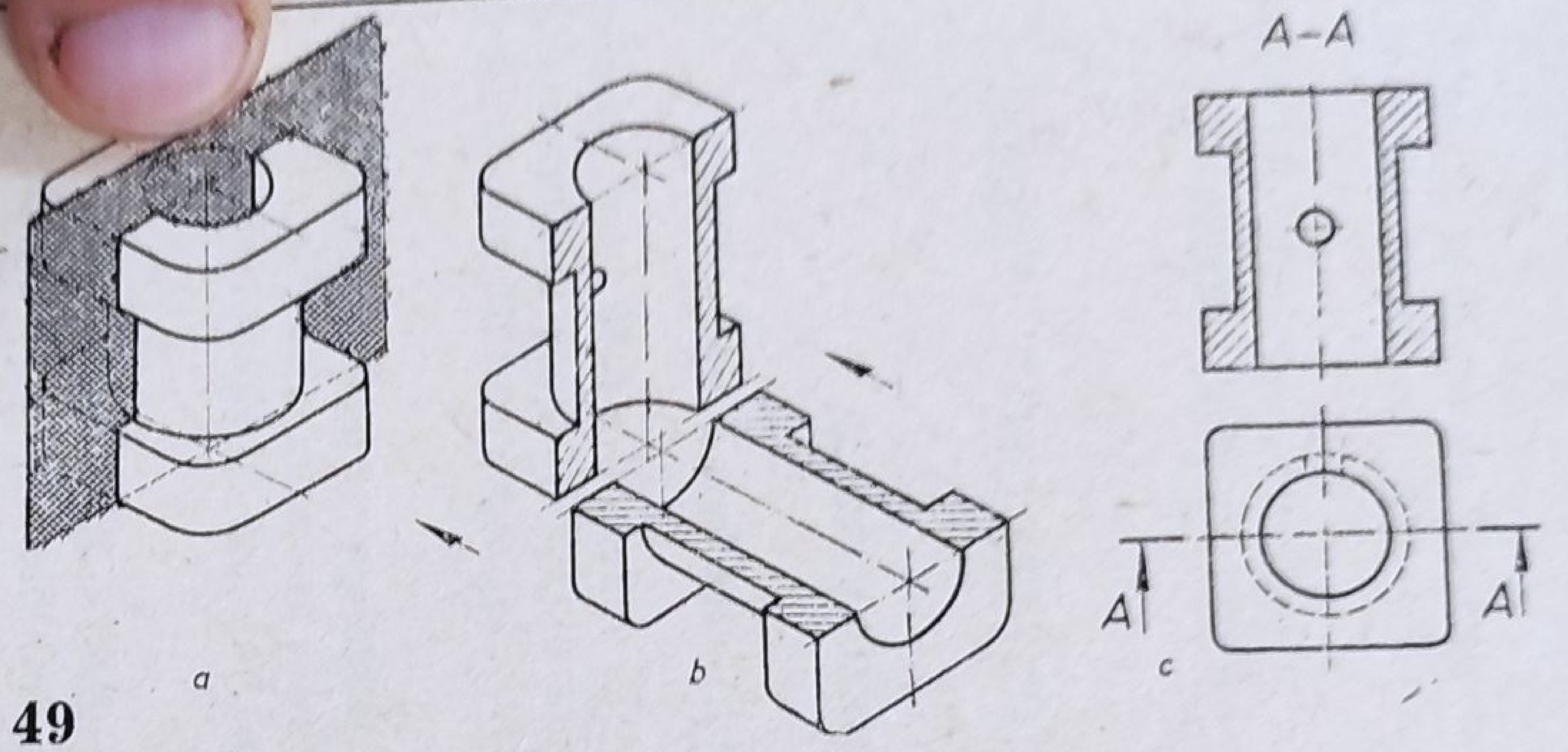
Se consideră întreaga piesă secționată de o suprafață secantă de-a lungul axei golului principal (fig. 5.49) sau perpendiculară pe axa piesei (fig. 5.50).

De asemenea, se consideră partea din piesă situată între observator și suprafața de secționare îndepărtată (fig. 5.49, *a*, *b*, *c* și fig. 5.50, *a*, *b*).

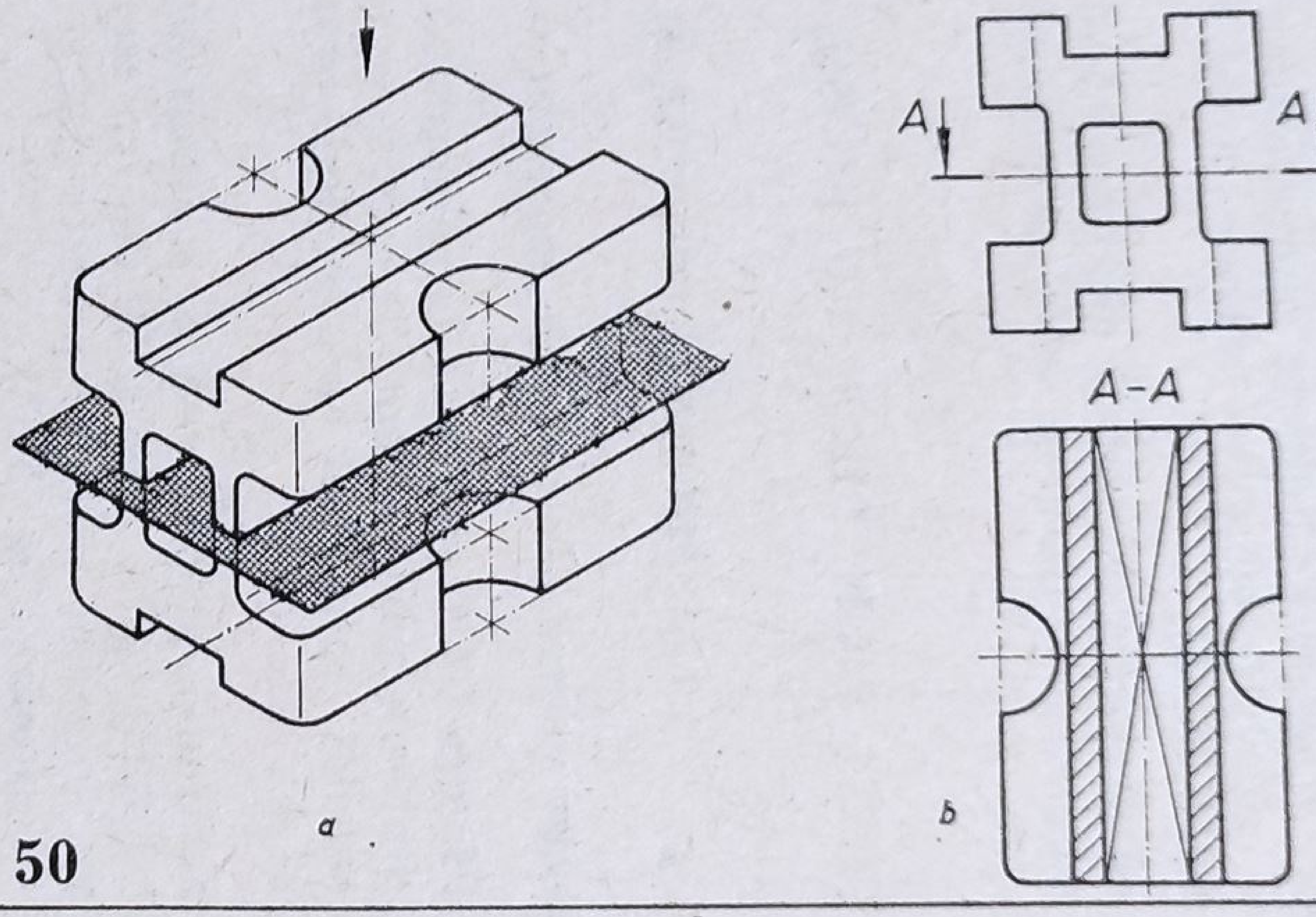
*Prin suprafața de secționare* se înțelege acea suprafață (plană sau cilindrică) prin care se efectuează secționarea imaginară a unui obiect. Dacă suprafața de secționare este o suprafață plană, aceasta poartă numele de *plan de secționare*, iar secțiunea realizată se numește *secțiune plană*. Părțile pline ale obiectului secționat se reprezintă în desen hașurat cu linii continue subțiri înclinate la 45° față de axa piesei.




48




49




50

Fig. 5.48. Corp de lagăr reprezentat incomplet ortogonal (problemă).

Fig. 5.49. Secţiune longitudinală printr-o formă constructivă simetrică :

*a* — reprezentarea în perspectivă a formei şi a planului secant; *b* — reprezentarea în perspectivă a celor două jumătăţi din piesă în ipoteză tăierii acesteia cu planul secant; *c* — reprezentarea în dublă proiecţie ortogonală a modelului din figura 5.49, *a*.

Fig. 5.50. Secţiune transversală într-o piesă prismatică ;

*a* — reprezentare în perspectivă a piesei şi a planului secant; *b* — reprezentarea în perspectivă în dublă proiecţie ortogonală a modelului din figura 5.50, *a*.

Prin *secțiune propriu-zisă* se înțelege reprezentarea ortogonală pe un plan a figurii obținute prin intersectarea unei piese sau unui obiect cu o suprafață de secționare (fig. 5.51, *a*, *b*).

Prin *secțiune cu vedere* se înțelege reprezentarea ortogonală pe un plan a secțiunii propriu-zise și a celorlalte elemente văzute direct sau care apar în urma secționării (fig. 5.49, *c* și fig. 5.50, *b*).

Se observă că proiecția orizontală din figura 5.49, *c* și proiecția verticală din figura 5.50, *b* apar în vedere, dovedindu-se astfel că secțiunile respective sînt imaginare.

## 5.2.2. SECȚIUNI PRIN PIESE CU FORME CONSTRUCTIVE SIMPLE

### 5.2.2.1. PROBLEME PROPUSE ȘI REZOLVATE

**Secțiuni propriu-zise pentru piese simple reprezentate într-una sau două proiecții :**

**1)** Piesa din figura 5.52 reprezintă în perspectivă și în vedere din față fusul canelat al unei porțiuni dintr-un arbore drept. Se cere să se construiască la scară porțiunea din arbore cu fusul canelat, completat cu o secțiune propriu-zisă, reprezentată prin traseul de secționare $A-A$.

*Rezolvare* : Secțiunea propriu-zisă se construiește în stînga vederii principale (din față) cu ajutorul cotelor ⌀50, ⌀38 și 10 din reprezentarea axonometrică (fig. 5.52, *a*). Se hașurează, apoi, întreaga secțiune propriu-zisă și se notează cu simbolurile literale ale traseului de secționare (fig. 5.53).

**2)** Forma constructivă din figura 5.54 reprezintă corpul unei biele de la un motor cu ardere internă. Se cere să se execute la scară desenul bielei completat deasupra proiecției verticale cu o secțiune propriu-zisă deplasată.

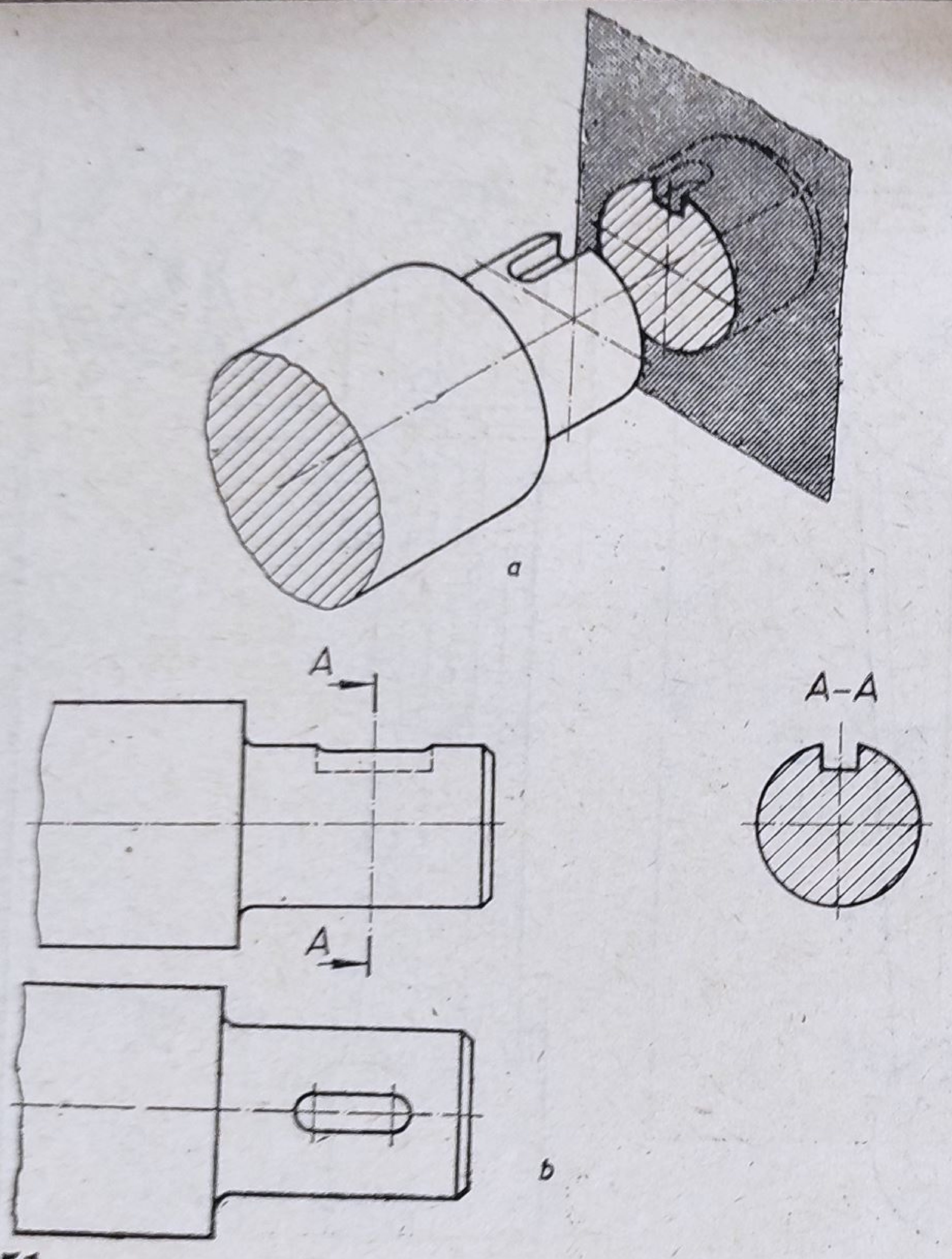
*Rezolvare :* Cunoscîndu-se unele detalii de formă cotate, cuprinse în imaginea axonometrică ce însoțește reprezentarea în dublă proiecție ortogonală a bielei, se poate construi secțiunea propriu-zisă deplasată, determinată prin traseul $A-A$. Razele de racordare pentru conturul secțiunii propriu-zise au valoarea $R2$. Rezolvarea problemei este dată în figura 5.55. Secțiunea se notează cu aceleași litere cu care a fost notat traseul de secționare.

**Secțiuni cu vedere pentru piese simple reprezentate în două proiecții**

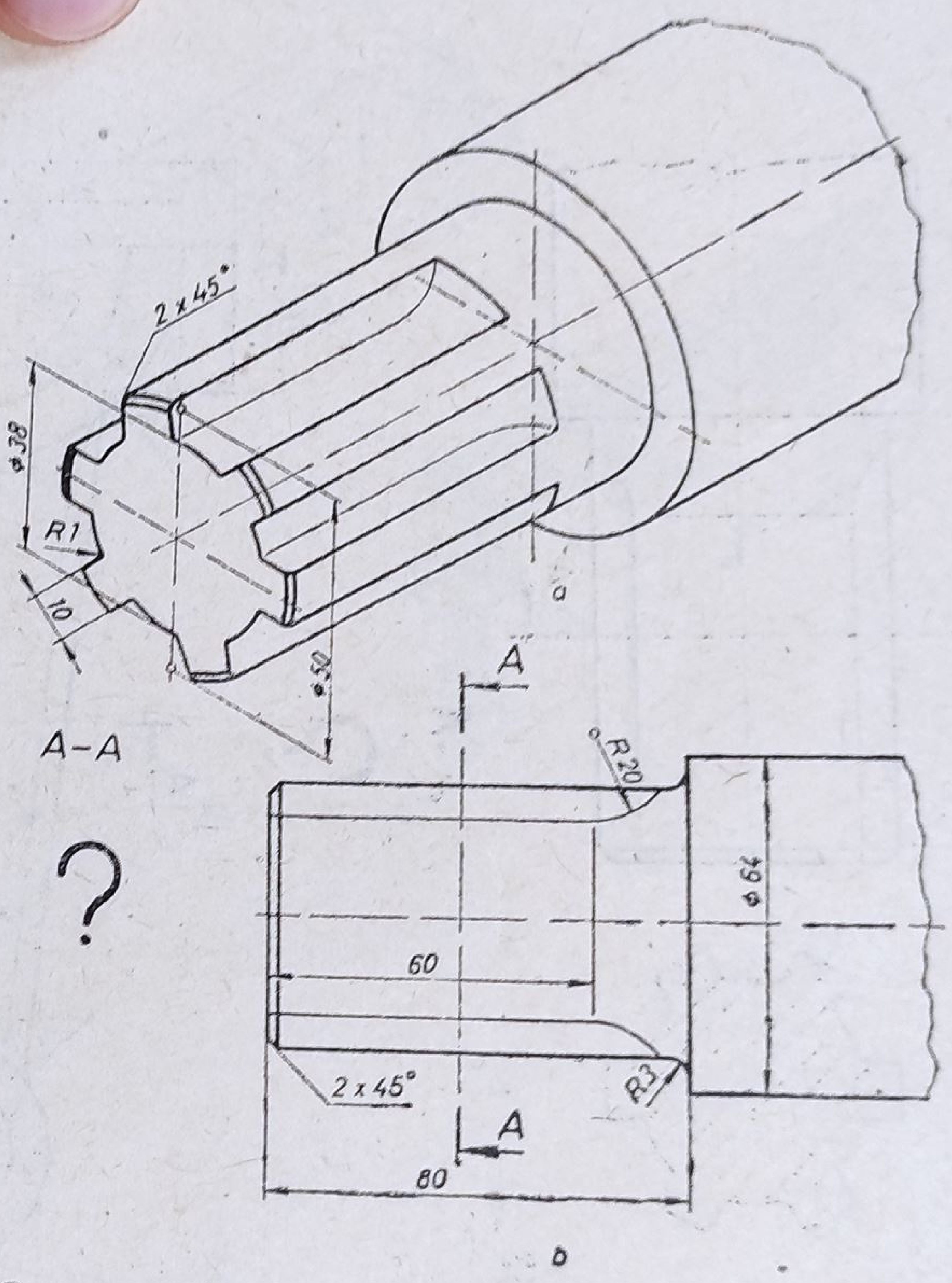
**3)** Piesa reprezentată axonometric în figura 5.56, *a* este secționată printr-un plan de front. Se cere să se reprezinte piesa în dublă proiecție ortogonală : în planul vertical, reprezentare în secțiune cu vedere, iar în planul orizontal, reprezentare cu vedere în sus.

*Rezolvare :* Partea din piesă situată în spatele planului secant apare după secționare așa cum se prezintă imaginea izometrică din figura 5.56, *b*. Pe baza acestei imagini și a celei din figura 5.56, *a* se poate construi cu ușurință secțiunea verticală cu vedere și vederea de sus a piesei respective așa cum se observă în figura 5.56, *c*.

**4)** Forma constructivă din figura 5.57 este reprezentată în proiecție ortogonală printr-o vedere din față și o vedere de sus. Să se construiască desenul la scara 1 :1 prevăzut cu secțiunea cu vedere, realizată de un plan secant de front, reprezentat prin traseul de secționare $A-A$.

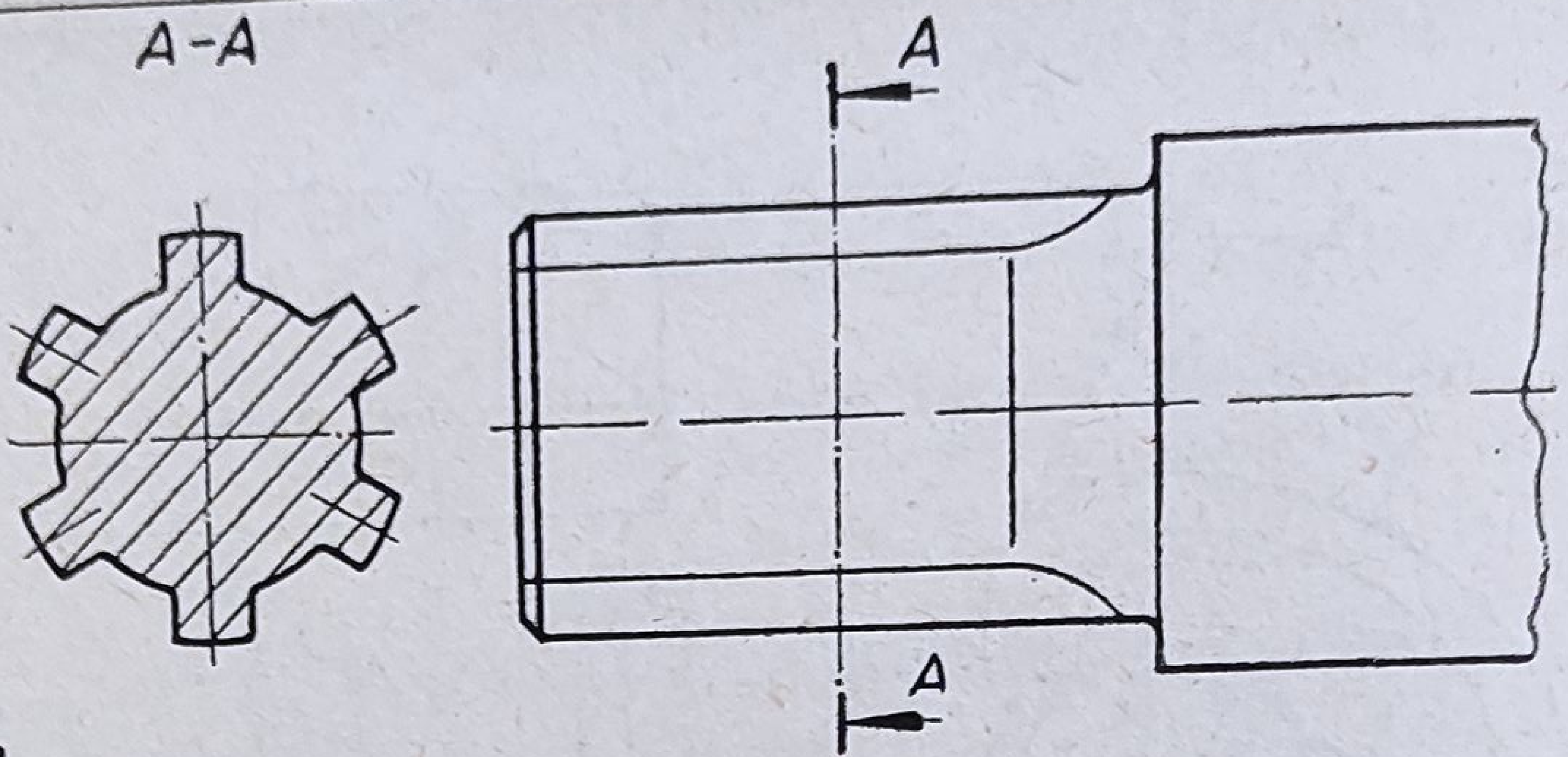



51

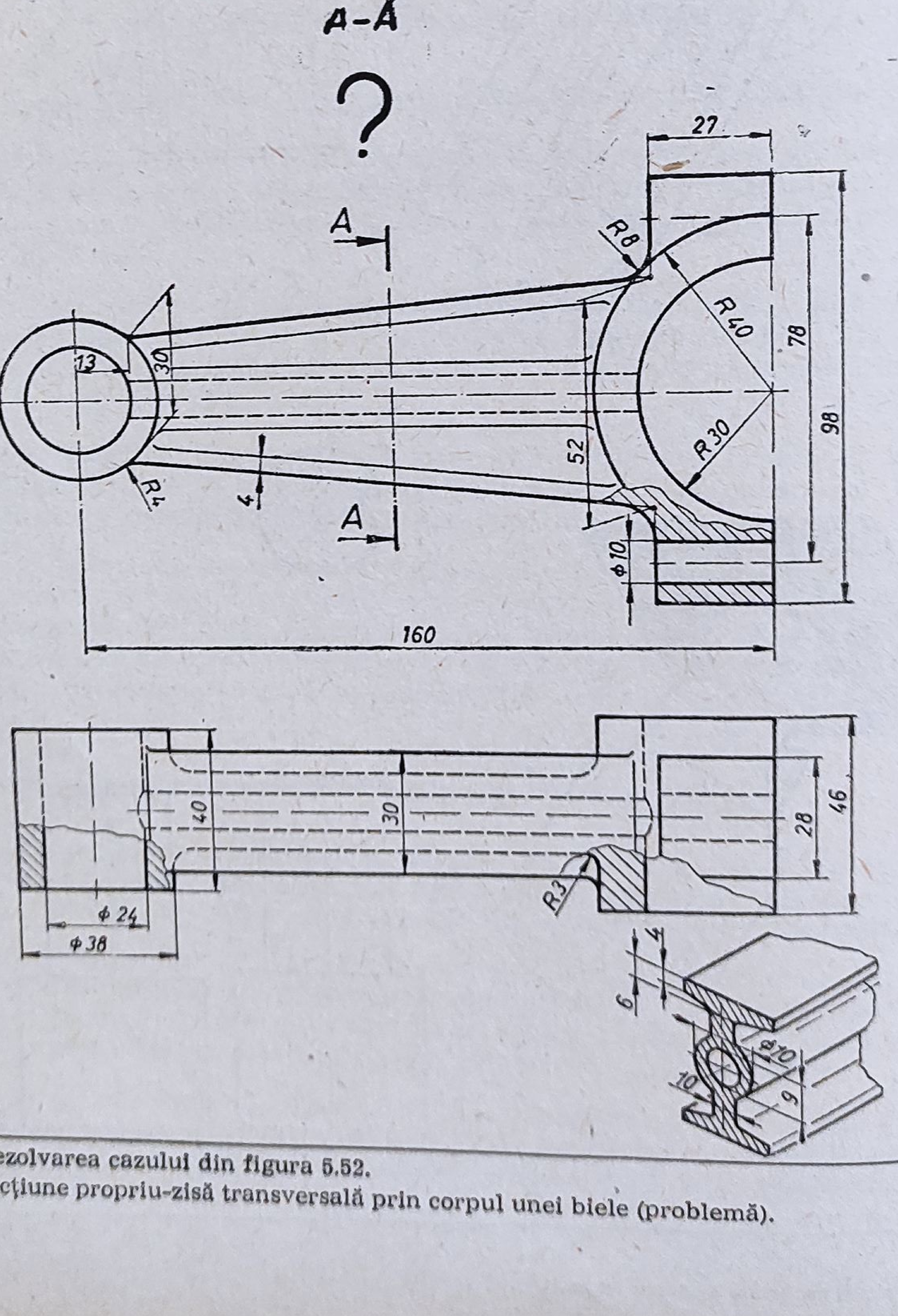



52

Fig. 5.51. Secţiune propriu-zisă prin fusul unui arbore :
a — reprezentarea axonometrică a secţiunii transversale propriu-zise; b — reprezentarea ortogonală a fusului şi a secţiunii propriu-zise.
Fig. 5.52. Fus canelat în secţiune transversală propriu-zisă (problemă).



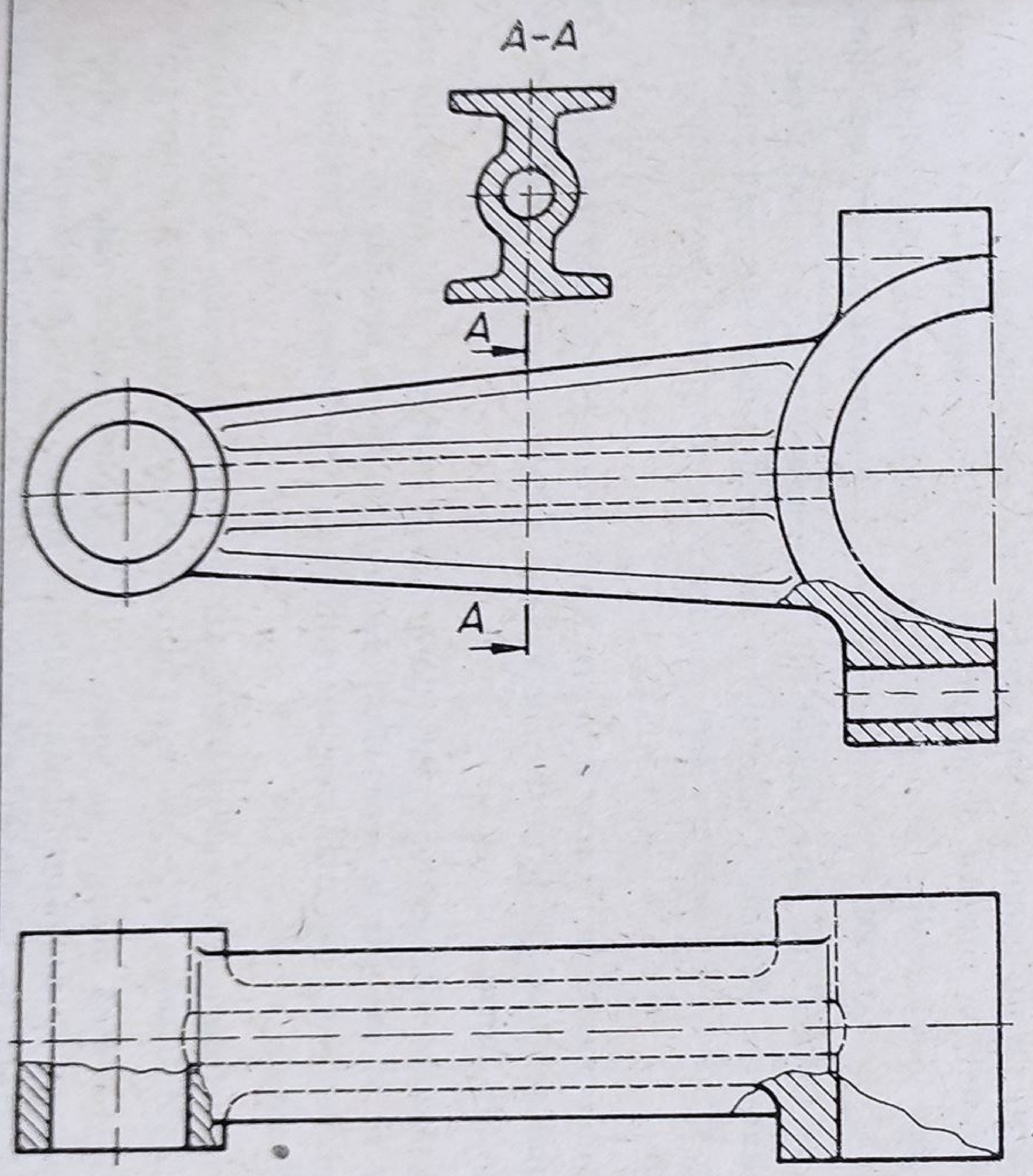

53



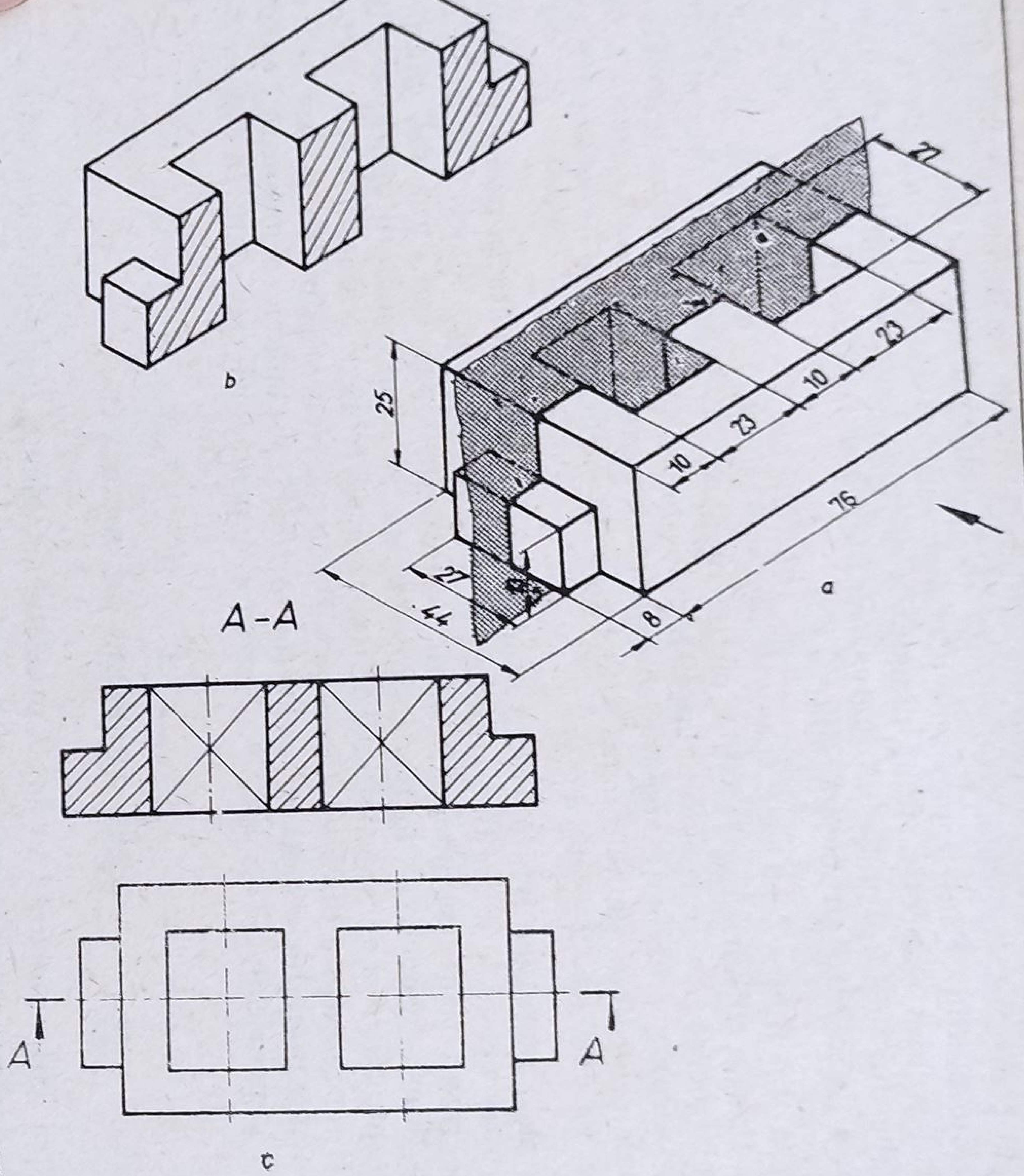

54

Fig. 5.53. Rezolvarea cazului din figura 5.52.

Fig. 5.54. Secțiune propriu-zisă transversală prin corpul unei biele (problemă).




55




56

Fig. 5.55. Rezolvarea cazului din figura 5.54.

Fig. 5.56. Secțiune cu vedere într-o formă constructivă prismatică :

*a* — reprezentarea izometrică a formei constructive și a planului secant; *b* — imaginea izometrică a unei jumătăți din forma secționată; *c* — reprezentarea în dublă proiecție ortogonală a modelului din figura 5.56, *a*.

*Rezolvare :* Planul secant reprezentat prin traseul de secționare amintit scoate în evidență în proiecție verticală (vedere din față) conturul interior al golurilor văzute în proiecția orizontală Pentru a se evidenția mai mult cavitatea prismatică, se trasează în interiorul golului respectiv două diagonale cu linie continuă subțire. Prin hașurarea părților pline din piesă, urmate de îngroșarea liniilor de contur ale celor două proiecții, se consideră rezolvată problema (fig. 5.58).

**5)** Piesa din figura 5.59 este formată din succesiunea a doi cilindri : un ștuț teșit conic și o flanșă cilindrică prevăzută cu patru găuri. Întreaga piesă prezintă un gol cilindric de trecere. Se cere să se reprezinte secțiunea frîntă cu vedere realizată prin două plane secante a căror intersecție corespunde cu axa de simetrie verticală a modelului. Urmele celor două plane secante sînt reprezentate prin traseul de secționare $A-A$. Desenul se va executa la scara 1 : 1.

*Rezolvare :* Secțiunea frîntă are ca scop scoaterea în evidență în proiecție verticală a poziției unei nervuri, a golului cilindric și a unei găuri din flanșa cilindrică. Prin folosirea secțiunii frînte se aduce în plan vertical (prin rabatare) una din găurile de trecere din flanșa respectivă. În proiecție verticală, în urma rabaterii găurii, se rabate în mod corespunzător și nervura situată deasupra urmei frînte a traseului $A-A$, astfel că aceasta va fi reprezentată diferit față de nervura opusă. Nervura din stînga axei, care este prinsă de urma planului secant în proiecție verticală, va apărea nehașurată, conform convențiilor cuprinse în STAS 105-76. Rezolvarea problemei este dată în figura 5.60.

### 5.2.2.2. PROBLEME DE REZOLVAT

**1)** Figura 5.61 reprezintă în dublă proiecție ortogonală fusul cilindric al unui arbore. Fusul este prevăzut cu un canal pentru pană și cu o gaură cilindrică de trecere. Pentru determinarea completă a tuturor detaliilor de formă este necesară o secțiune propriu-zisă obișnuită, care se va realiza prin traseul de secționare $A-A$, perpendicular pe axa fusului. Se cere să se execute desenul la scara 1 : 1, completat cu secțiunea lipsă.

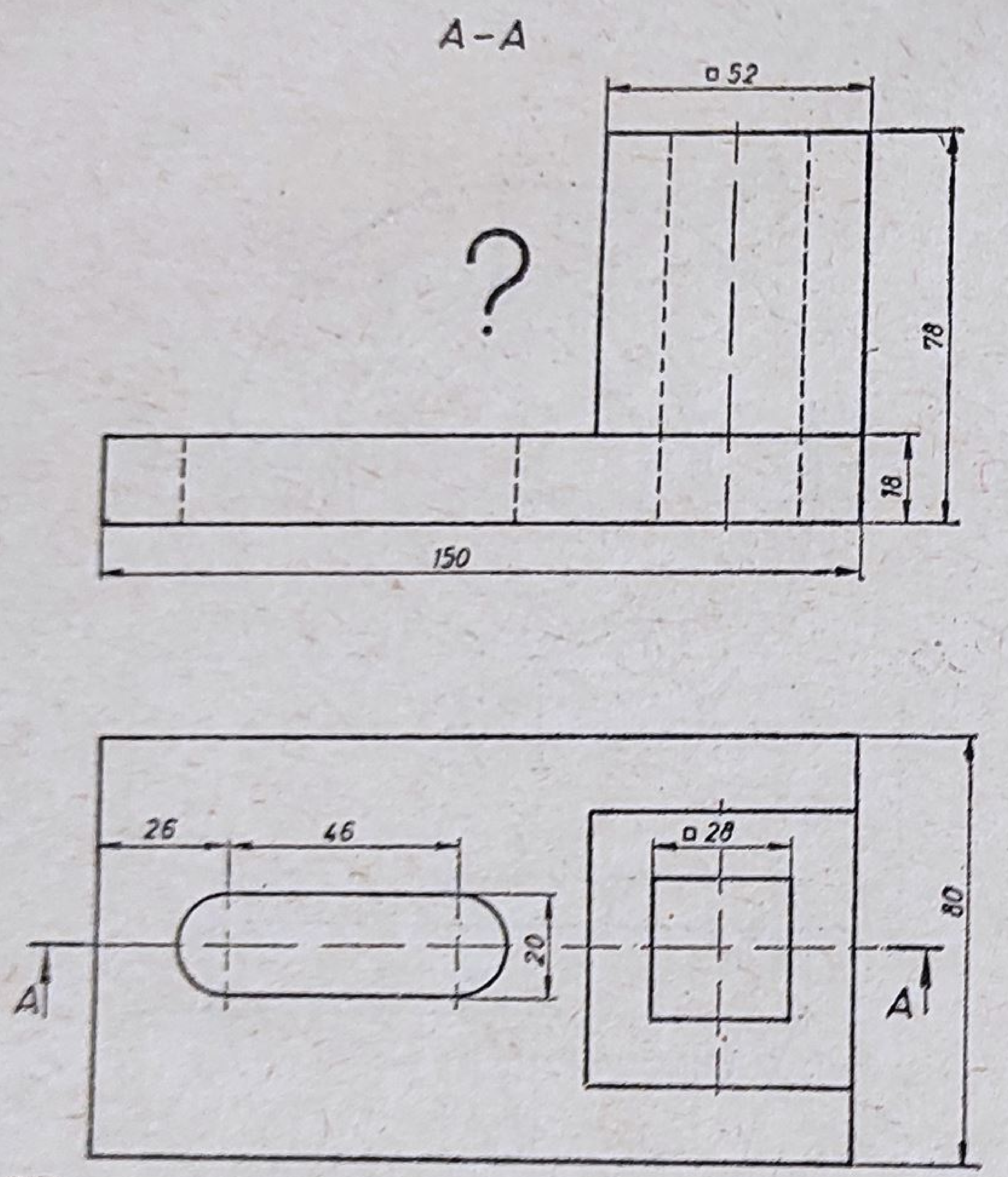
**2)** Bolțul din figura 5.62 este format din succesiunea pe aceeași axă a trei cilindri de lungimi și diametre diferite. Cilindrul cu diametrul redus este teșit conic. Se cere să se execute la scara 1 : 1 desenul piesei de mai sus, completat cu secțiunea propriu-zisă care lipsește.

**3)** Să se construiască la scara 1 : 1 pe un format A4 desenul bielei din figura 5.63 cu cele două secțiuni propriu-zise deplasate, necesare pentru o completă cunoaștere a detaliilor de formă.

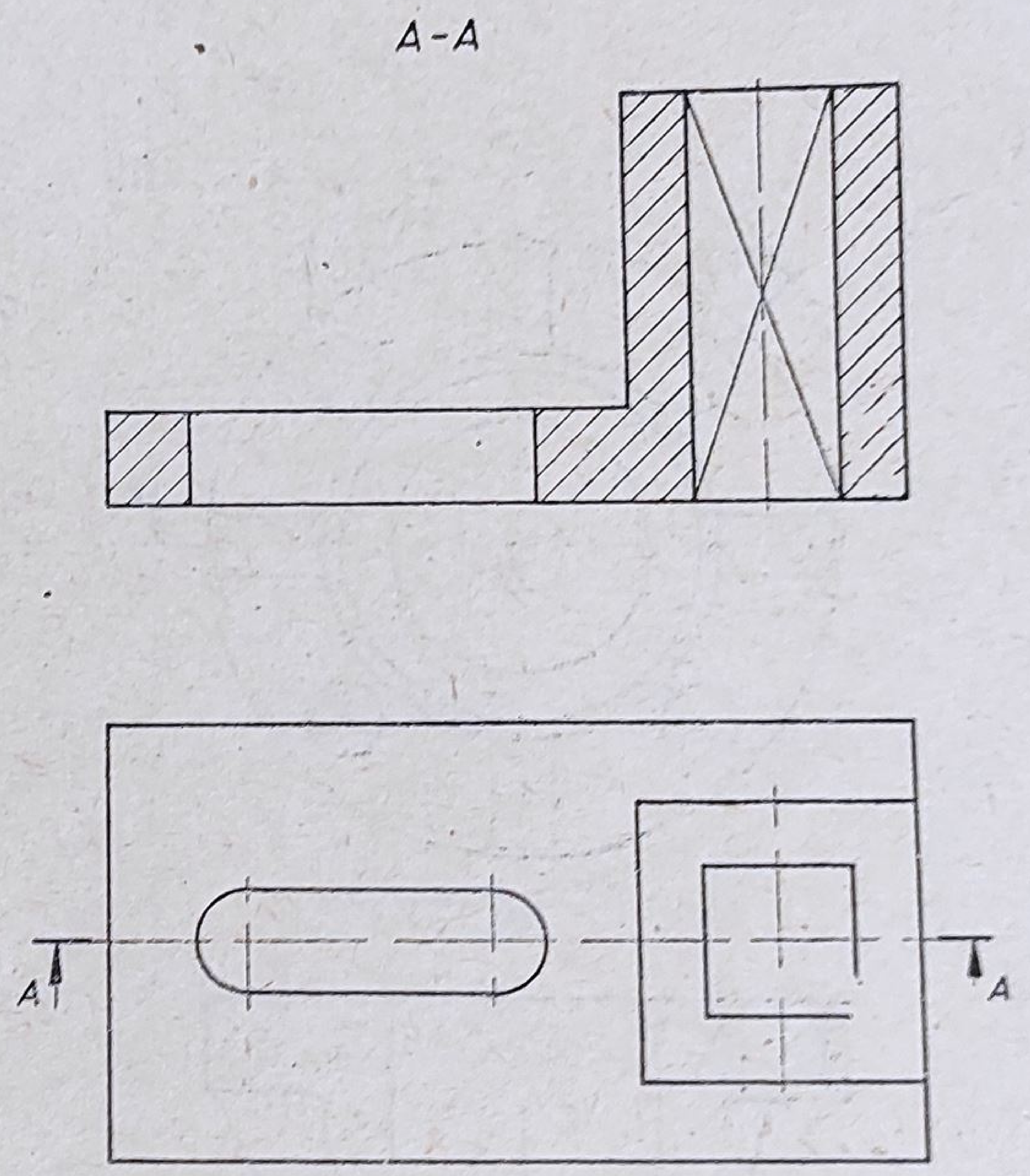
**4)** Lagărul pentru tijă verticală este determinat în figura 5.64 prin două proiecții minime. Se cere să se execute la scara 1 : 1 desenul piesei de mai sus cu o secțiune cu vedere în planul vertical, secțiune care se realizează prin traseul de secționare $A-A$ din proiecție orizontală.

**5)** Lagărul din figura 5.65 este reprezentat în dublă proiecție ortogonală. Se cere să se execute desenul la scara 1:2, prevăzut în proiecție verticală cu o secțiune cu vedere.

**6)** Să se construiască desenul la scara 1 : 1 al piesei reprezentate în figura 5.66. Proiecția verticală va fi prevăzută cu o secțiune frîntă cu vedere după traseul frînt $A-A$. Secțiunea frîntă va scoate în evidență găurile de trecere din piesa respectivă.

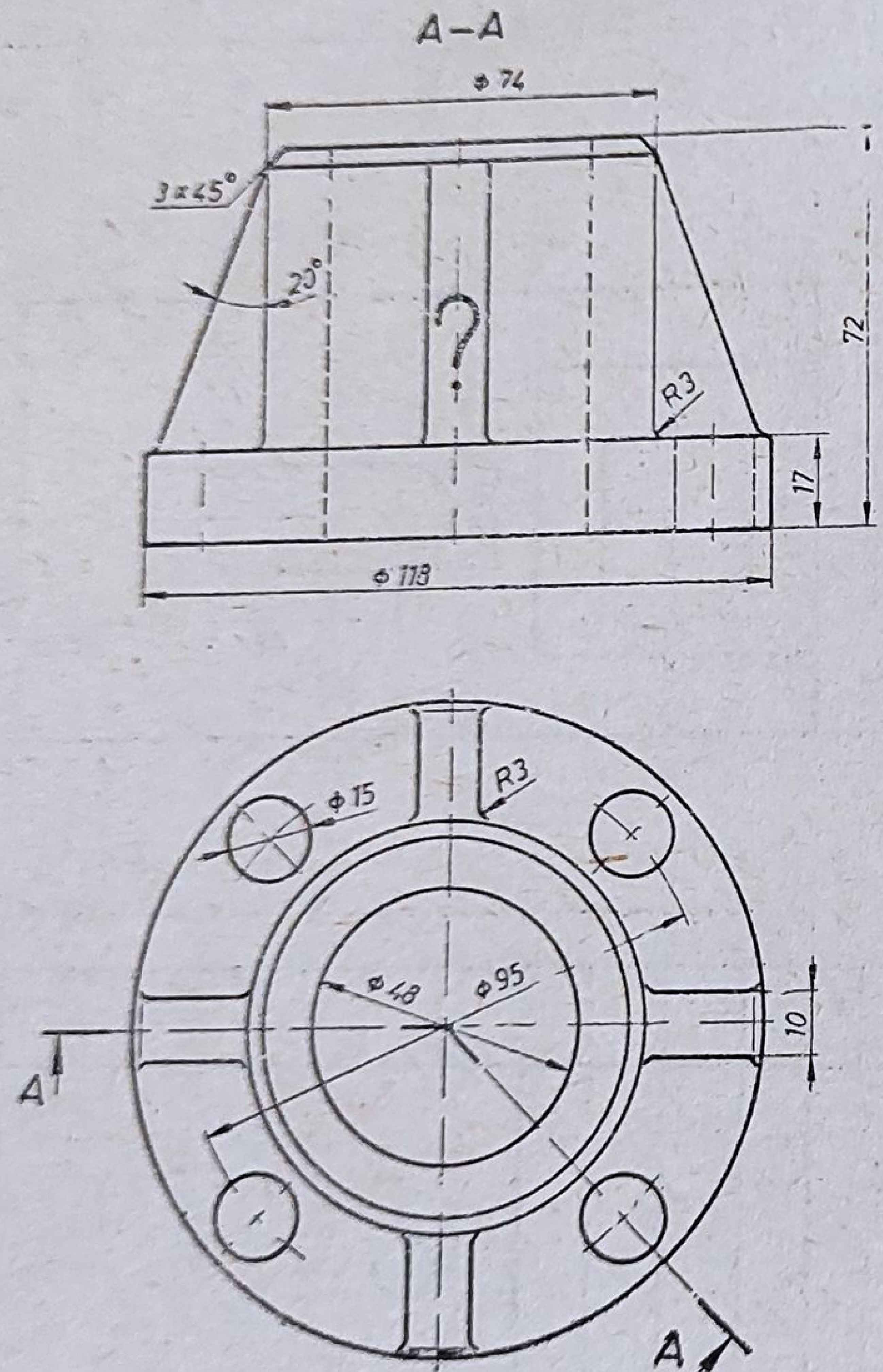



57

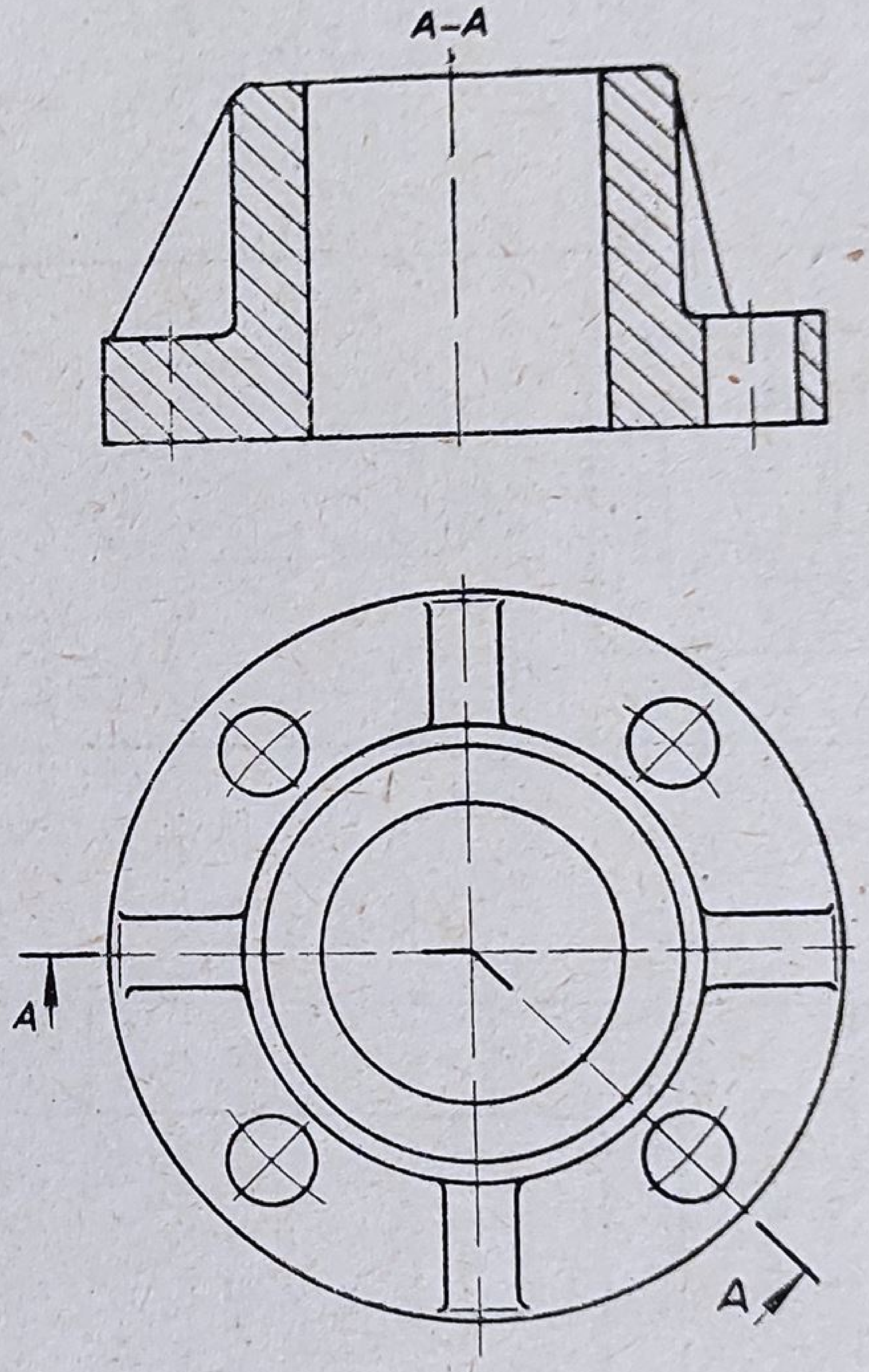



58

Fig. 5.57. Formă constructivă prismatică în secțiune cu vedere în plan vertical (problemă).
Fig. 5.58. Rezolvarea problemei din figura 5.57.



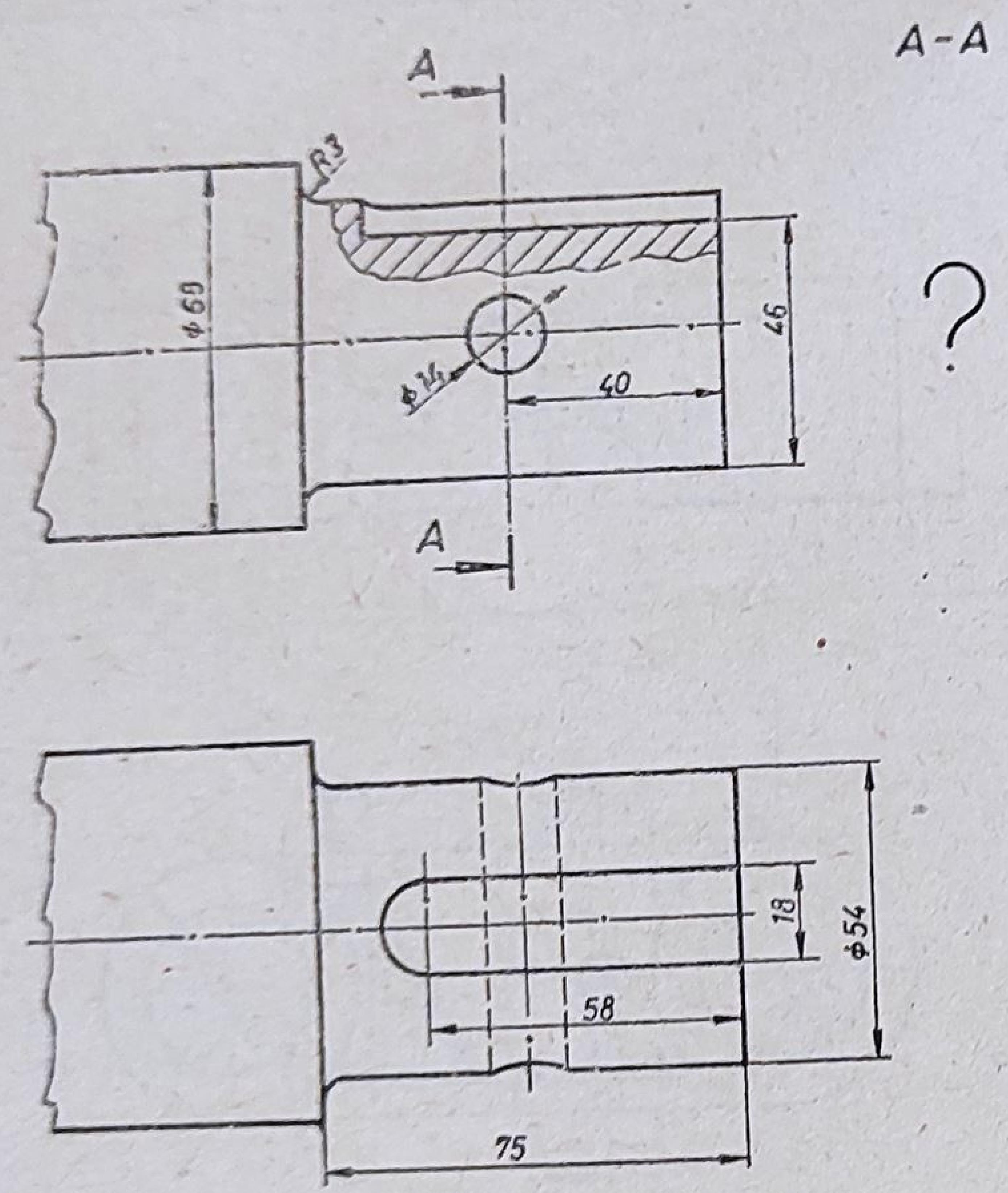

59



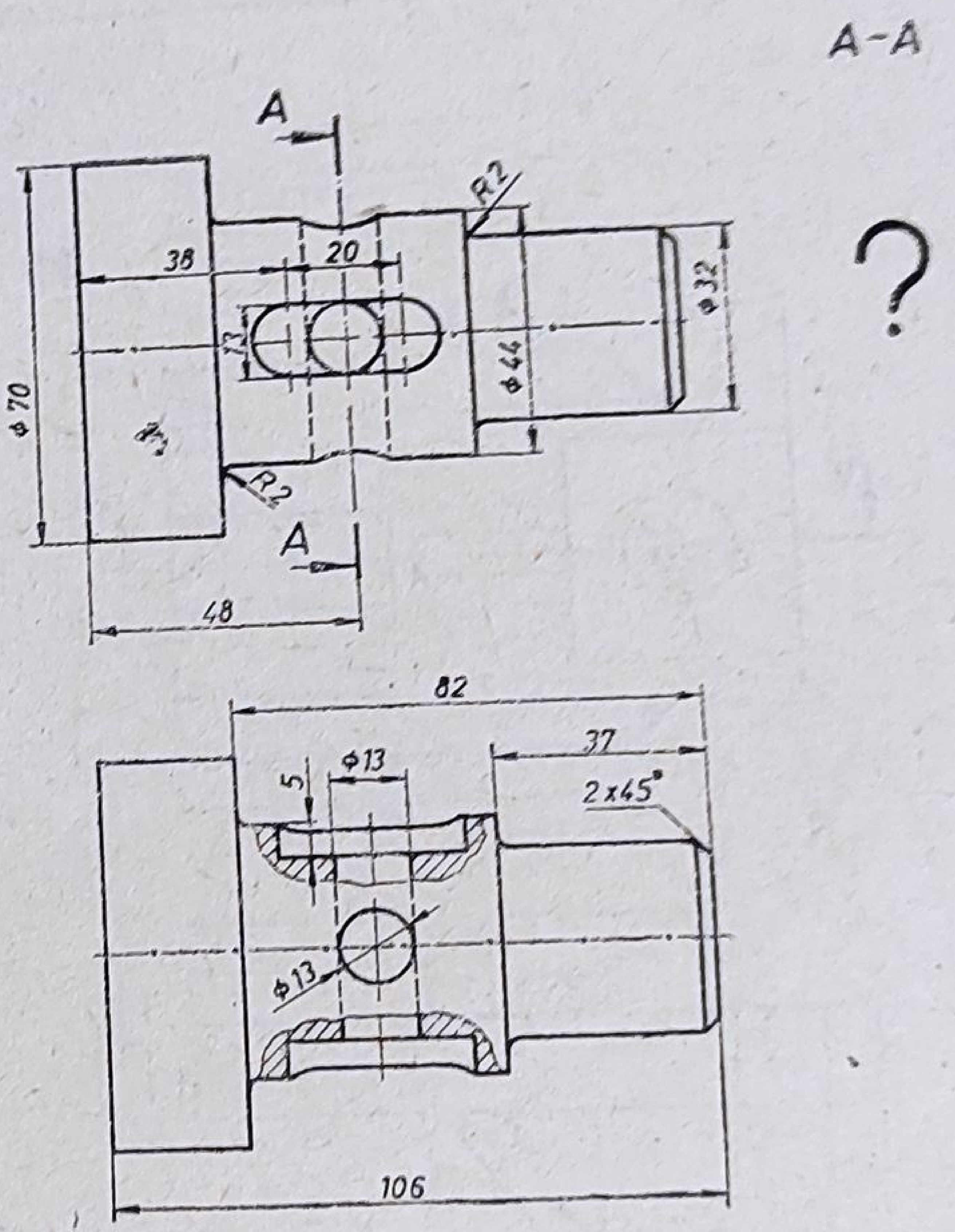

60

Fig. 5.59. Secțiune frîntă într-o piesă cu flanșă cilindrică (problemă).
Fig. 5.60. Rezolvarea problemei din figura 5.59.

Fig. 5.59. Secțiune ...
Fig. 5.60. Rezolvarea problemei din figura 5.59.

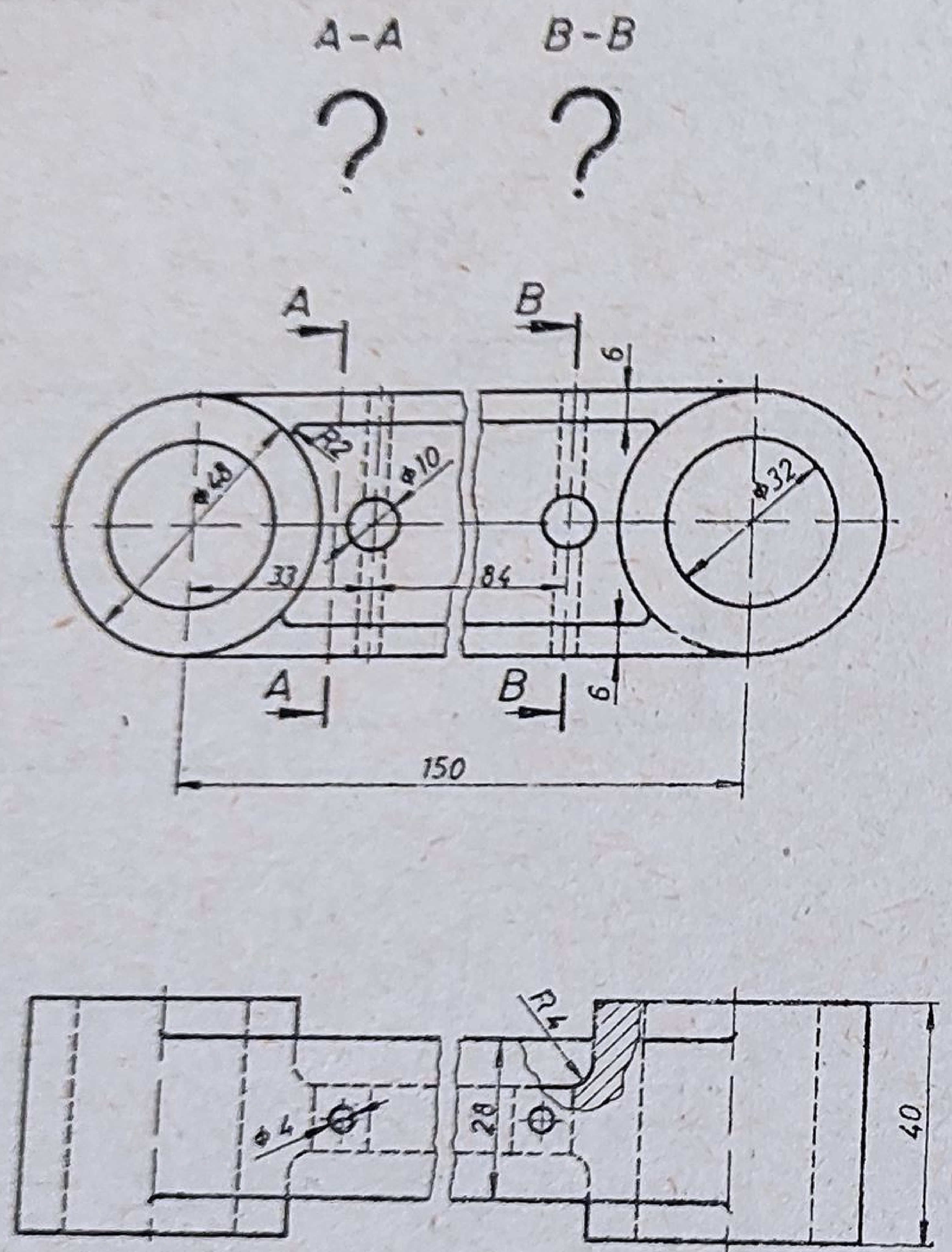



61

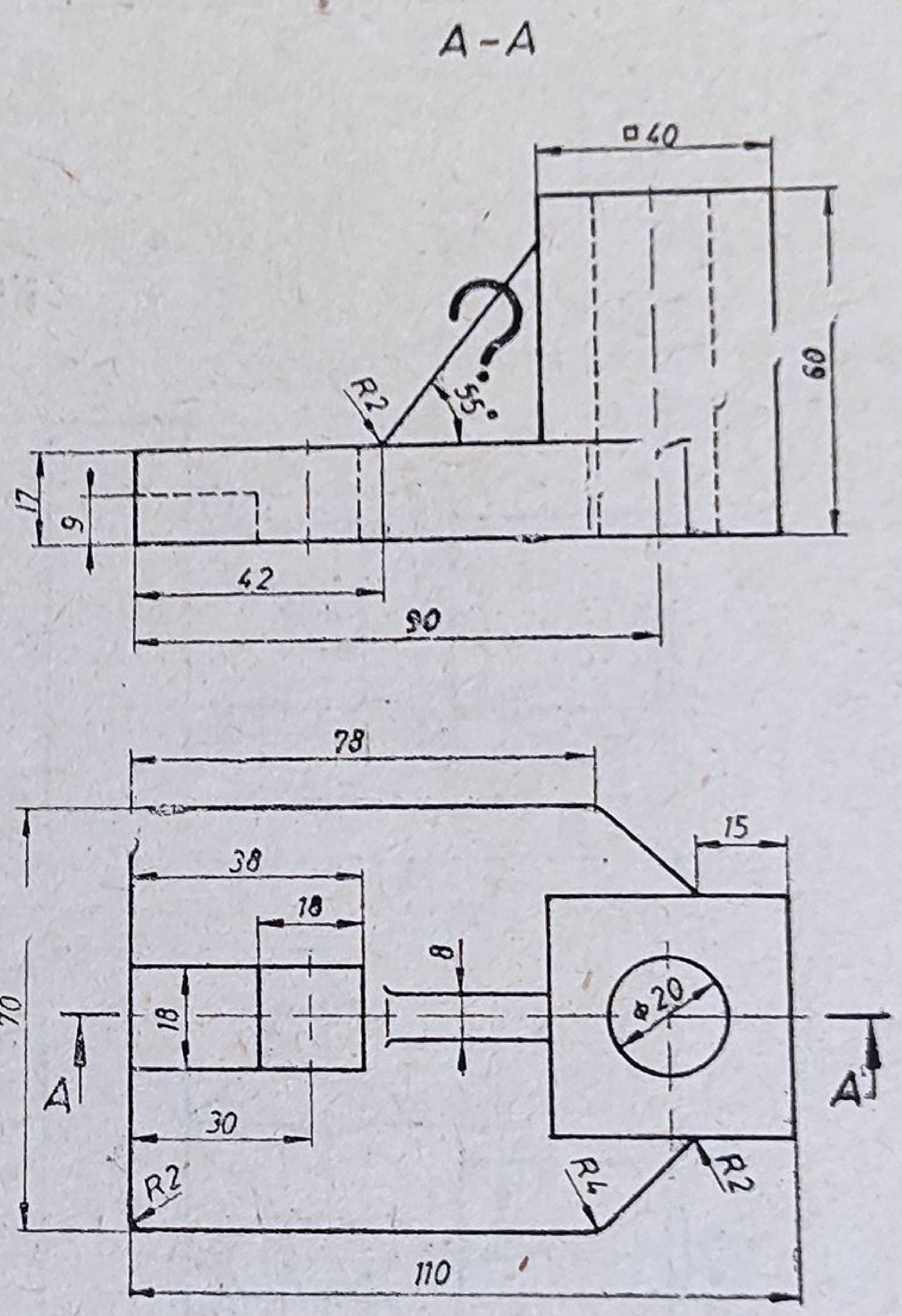



62

Fig. 5.61. Fig. 5.62. Probleme de rezolvat.

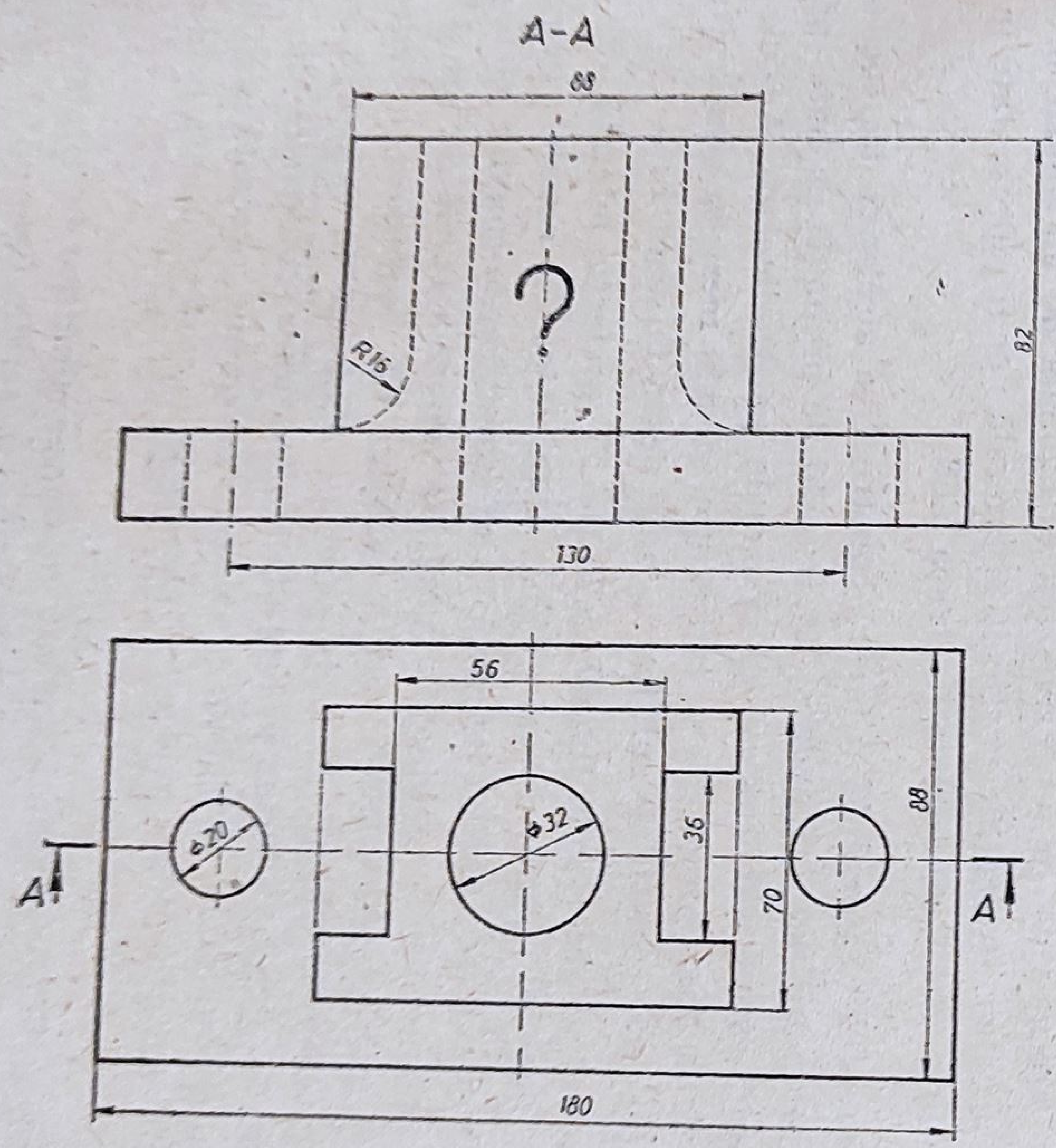



63

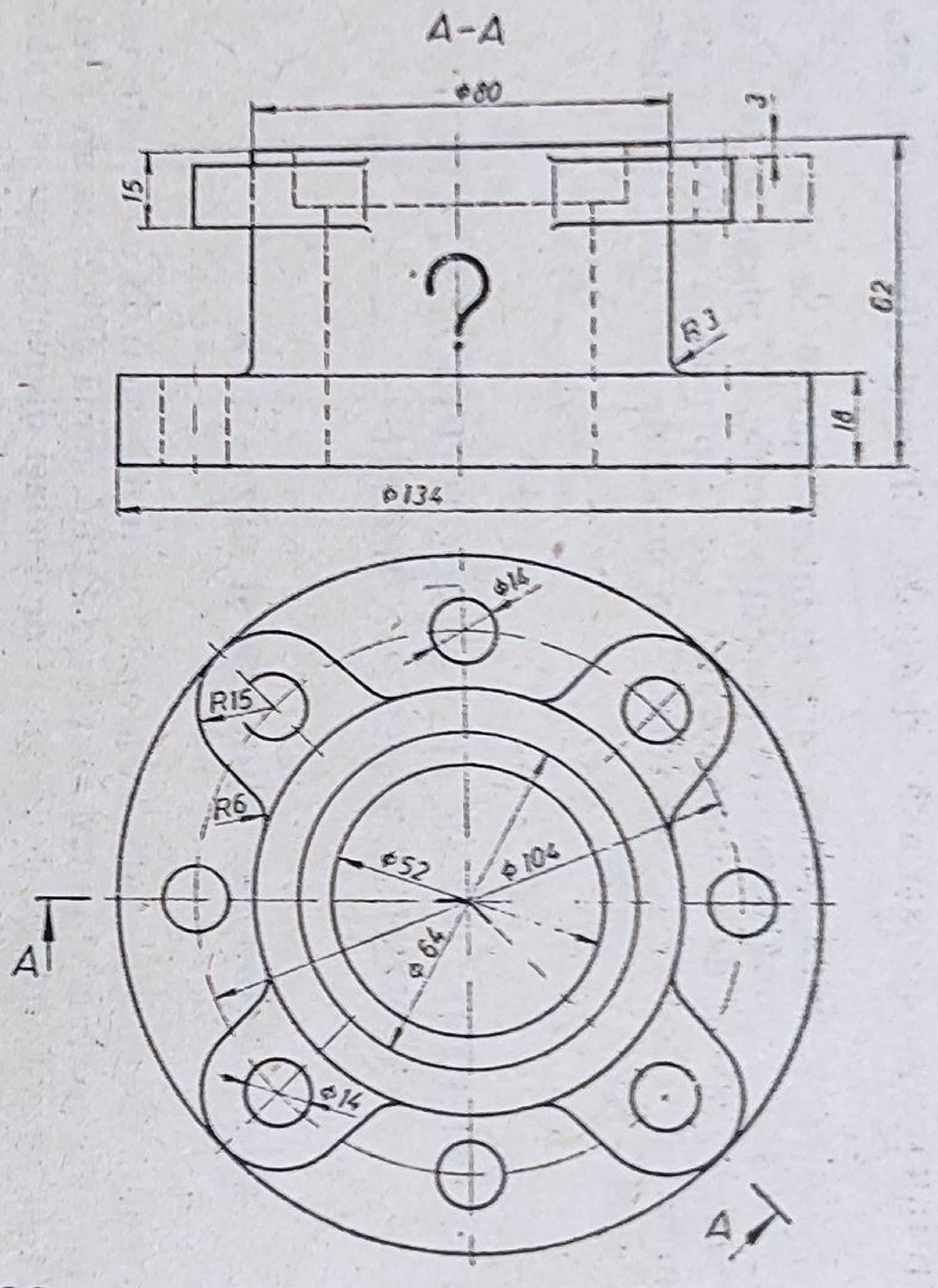



64

Fig. 5.63. Fig. 5.64. Probleme de rezolvat.




65




66

Fig. 5.65. Fig. 5.66. Probleme de rezolvat.

7) Piesa din figura 5.67 este alcătuită din următoarele forme simple : un trunchi de con cu baza mare teşită conic dispus cu axa verticală, un cilindru cu diametrul $\varnothing 50$, dispus cu axa orizontală, care se intersectează cu trunchiul de con, un trunchi de con cu baza mare în continuare pe aceeaşi axă orizontală. Ultimul cilindru are baza liberă teşită conic.

Piesa prezintă în interior două goluri care se intersectează. Se cere să se execute desenul la scară în condiţiile următoare : în proiecţie verticală, piesa se reprezintă în secţiune cu vedere (după traseul de secţionare $A-A$) ; în planul orizontal se va reprezenta combinat – jumătate vedere de sus (din $C$) şi jumătate secţiune cu vedere (după traseul de secţionare $B-B$).

## 5.2.3. SECŢIUNI PRIN PIESE MECANICE REPREZENTATE ÎN MINIMUM TREI PROIECŢII

### 5.2.3.1. PROBLEME PROPUSE ŞI REZOLVATE

1) Forma constructivă reprezentată axonometric în figura 5.68 *a*, *b* este obţinută prin turnare. Ulterior este prelucrată prin aşchiere. Astfel, după netezirea unor suprafeţe exterioare, piesa a fost prevăzută cu două găuri de acelaşi diametru, cu un canal prismatic şi un canal cu capete rotunjite. Se cere să se reprezinte această formă constructivă într-un număr minim de proiecţii (vederi şi secţiuni în aşa fel încît să fie complet determinată. Reprezentarea se va face la scara 1 : 1.

*Rezolvare :* Piesa are nevoie în reprezentarea ortogonală de un număr minim de trei proiecţii. Dintre acestea, proiecţiile verticală şi laterală vor fi reprezentate în secţiune cu vedere, aşa cum dealtfel se observă în figura 5.69.

2) Piesa din figura 5.70 reprezintă o formă constructivă alcătuită din succesiunea a două forme poliedrale : un paralelipiped şi un trunchi de piramidă cu baza pătrată. Trunchiul de piramidă este străbătut de două canale perpendiculare. Acelaşi lucru şi cu paralelipipedul de la baza piesei. Să se reprezinte această piesă în numărul minim de proiecţii necesar (vederi şi secţiuni) sub forma unui desen la scara 1 : 1.

*Rezolvare :* Aşa cum se observă în figurile 5.70 şi 5.71, proiecţia laterală este reprezentată, pentru economie de spaţiu, numai pe jumătate. Deoarece canalele din partea superioară a piesei ca şi cele din partea inferioară sînt simetrice, se convine ca în planul orizontal să apară o reprezentare combinată : jumătate vedere normală de sus şi jumătate vedere de jos (după direcţia săgeţii notată cu litera $C$). Secţiunea cu vedere din planul vertical, obţinută prin traseul de secţionare $A-A$, scoate în evidenţă canalele longitudinale, precum şi gaura inferioară înfundată. Secţiunea cu vedere din planul lateral va scoate la rîndul ei în evidenţă canalele transversale. Această secţiune va cuprinde doar jumătate din conturul proiecţiei laterale şi va fi determinată prin traseul de secţiune $B-B$.

3) Piesa din figura 5.72 reprezintă un cot cu flanşe cilindrice în triplă proiecţie ortogonală. Se cere să se execute desenul la scara 1 : 1 al piesei din figura 5.71 în condiţii care să permită identificarea tuturor detaliilor de formă, care în figura amintită sînt acoperite.

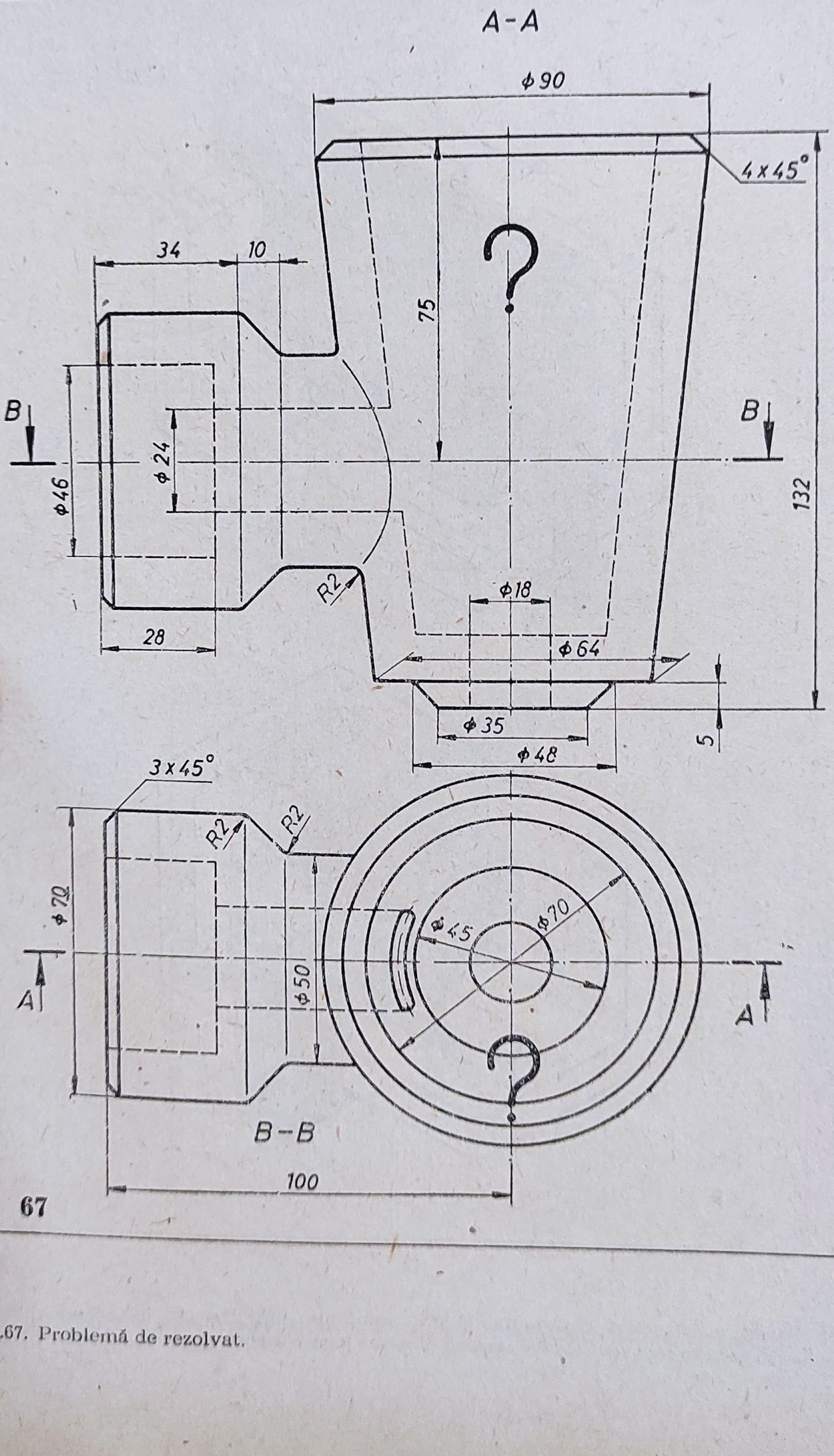





Fig. 5.67. Problemă de rezolvat.

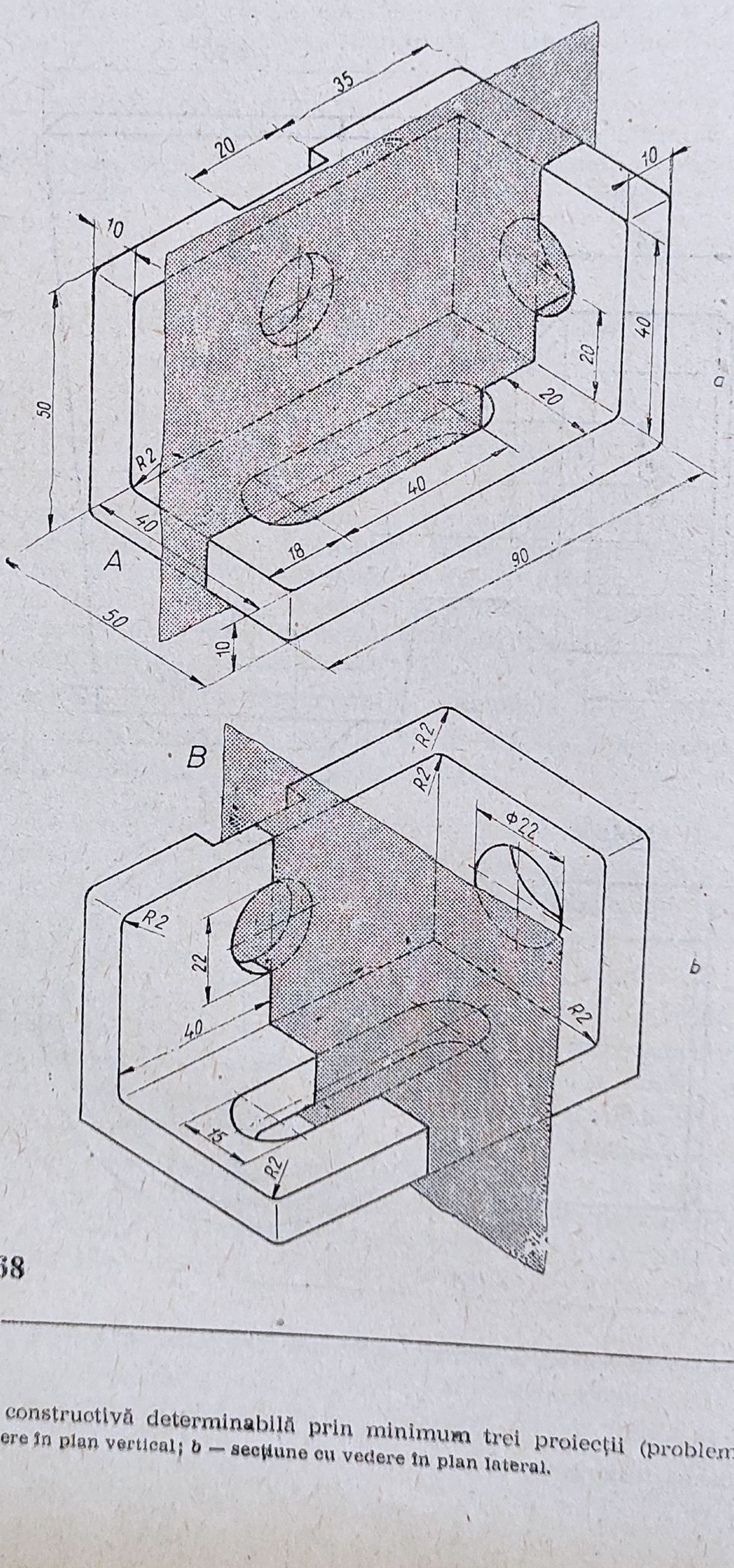
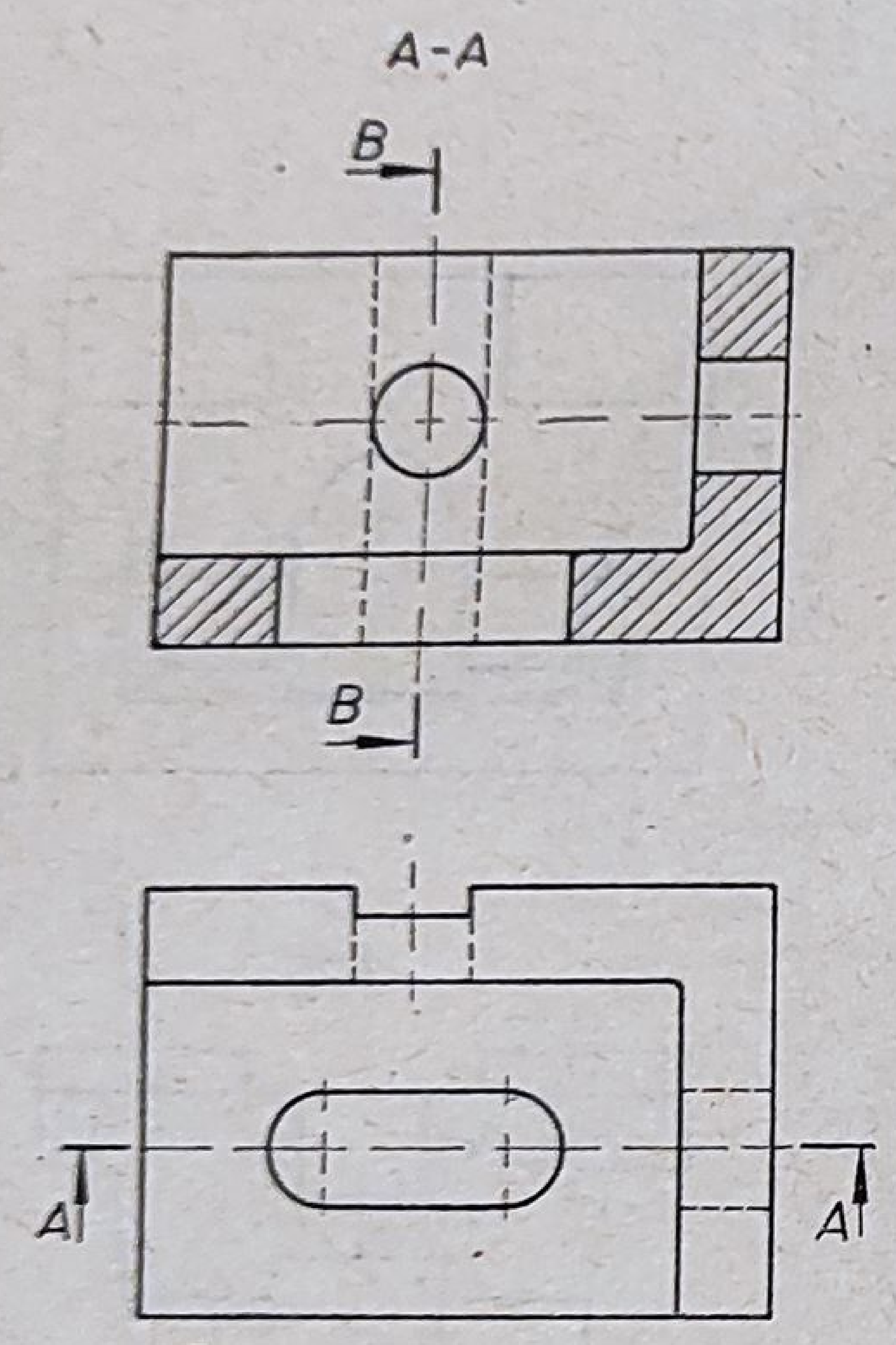
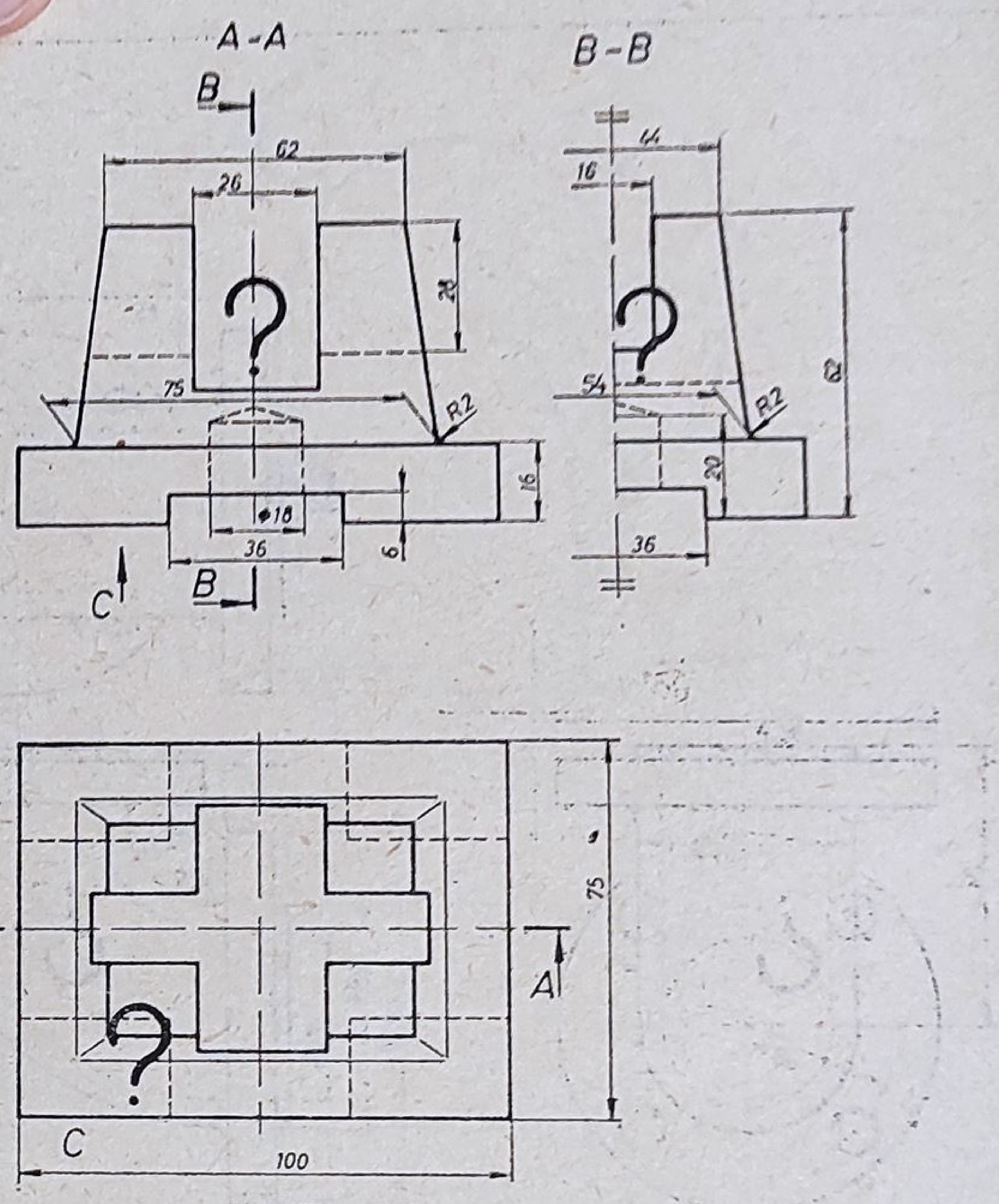





Fig. 5.68. Formă constructivă determinabilă prin minimum trei proiecții (problemă).
*a* — secțiune cu vedere în plan vertical; *b* — secțiune cu vedere în plan lateral.

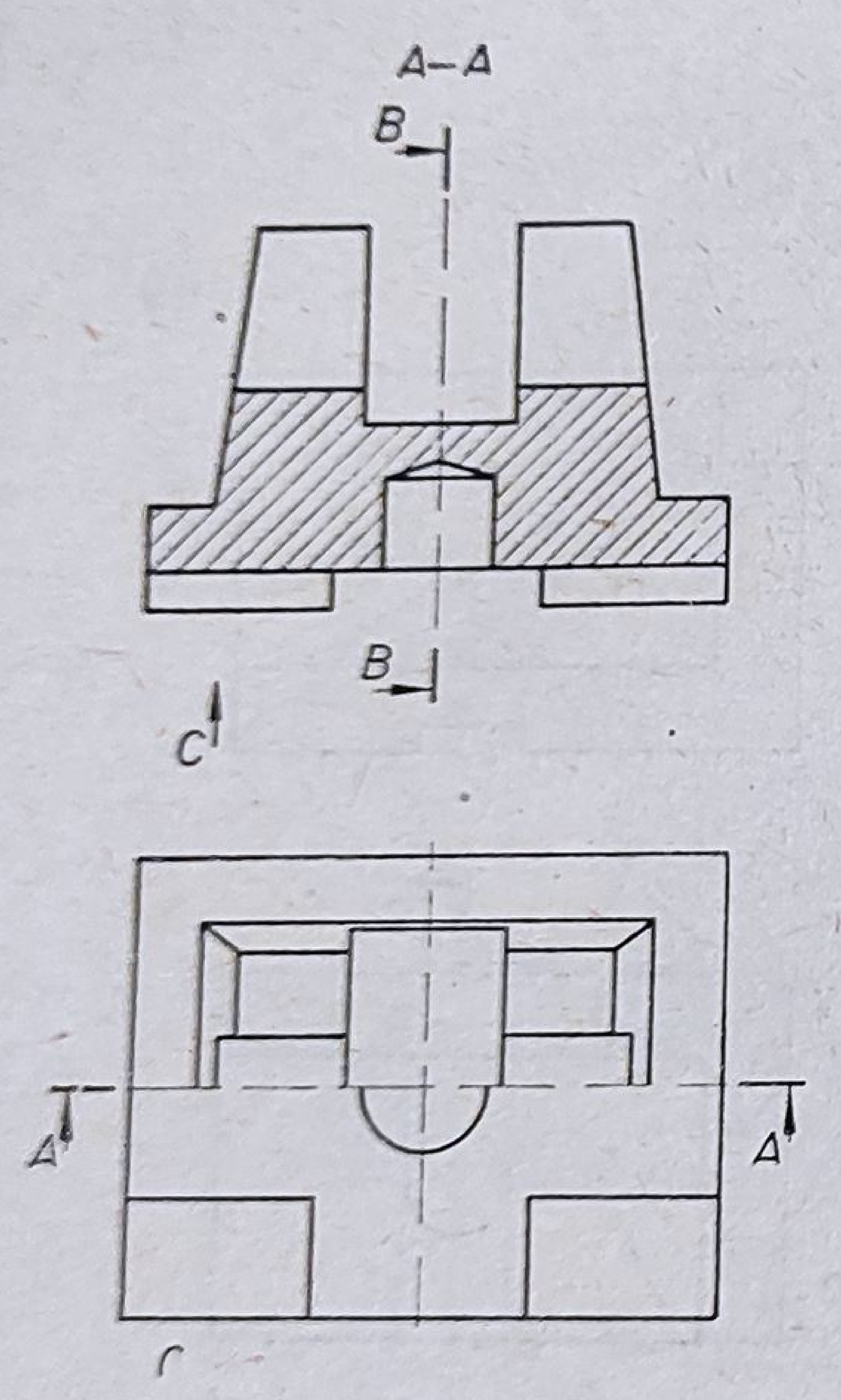



69

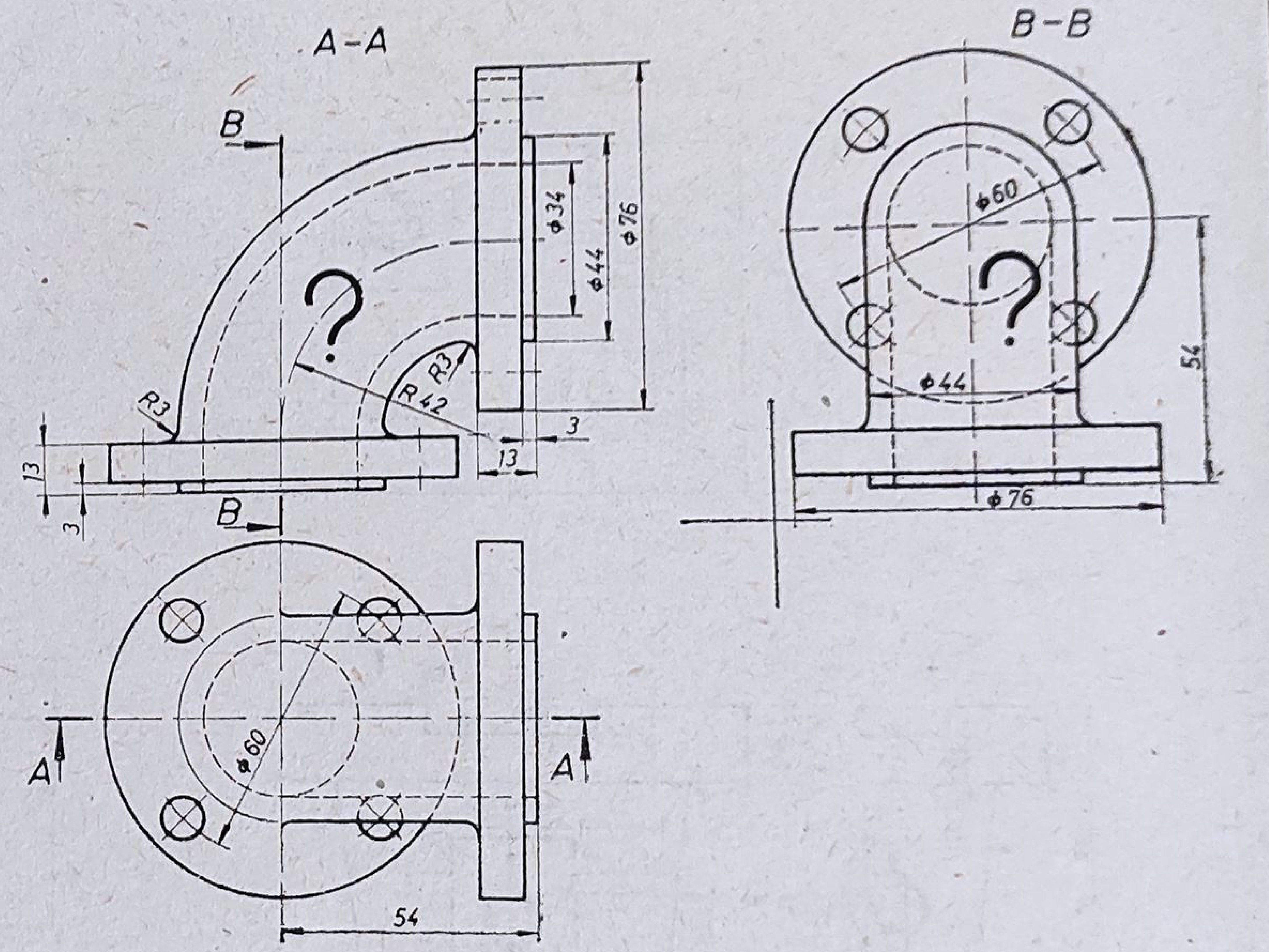



70

Fig. 5.69. Rezolvarea problemei din figura 5.68.
Fig. 5.70. Piesă poliedrală determinabilă în minimum trei proiecții (problemă) (secțiune cu vedere în plan vertical; jumătate vedere de jos — după direcția *C*; secțiune cu vedere în plan lateral).




71

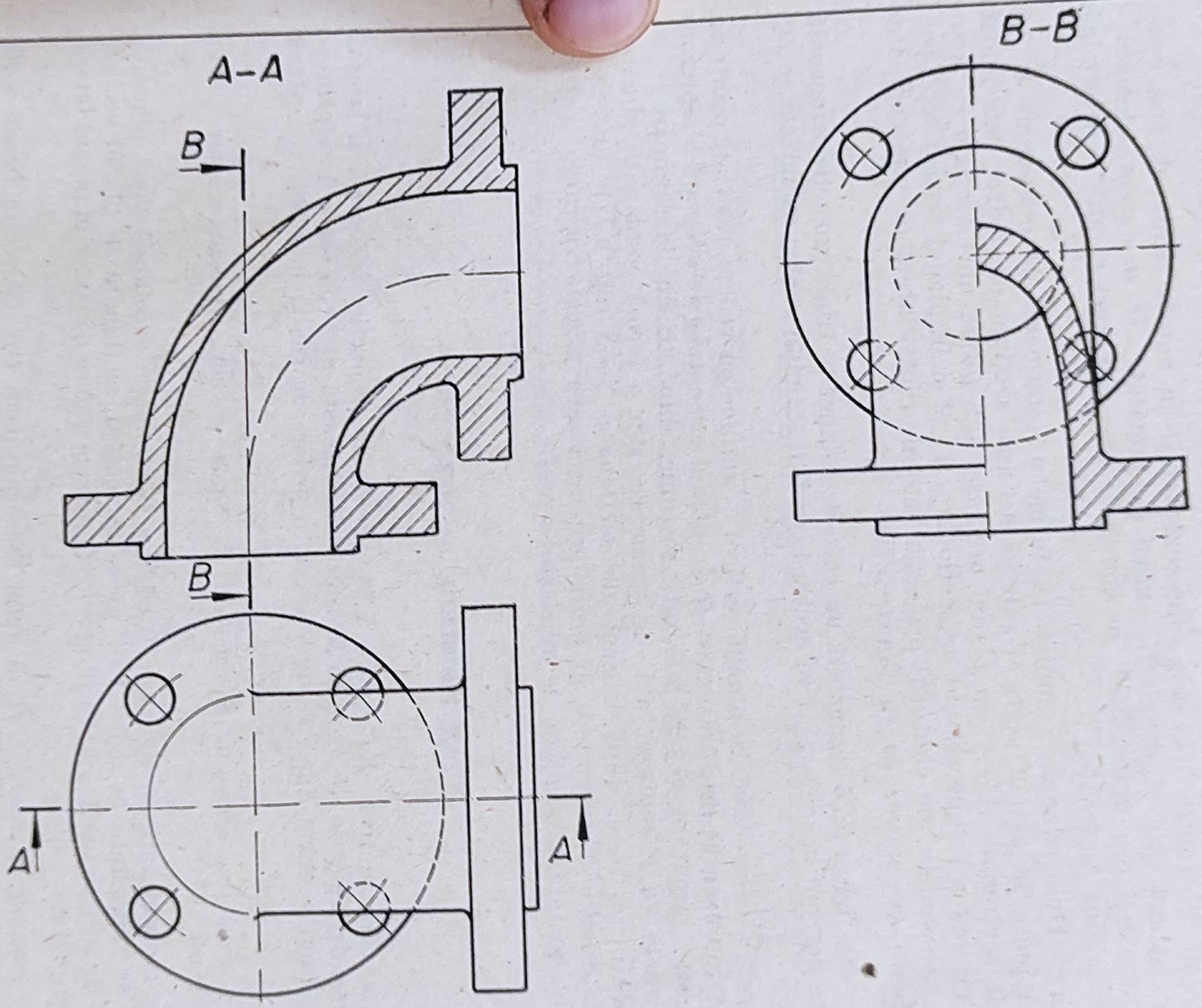



72

Fig. 5.71. Rezolvarea problemei din figura 5.70.

Fig. 5.72. Racord curb cu flanșe, determinabil în minimum trei proiecții (problemă) (secțiune cu vedere în plan vertical; vedere pe jumătate în plan lateral — după direcția C; secțiune cu vedere pe jumătate în plan lateral).

Fig. 5.71. Rezolvarea problemei din figura [illegible] problemă) (secţiune cu vedere în plan vertical; vedere pe
Fig. 5.72. Racord curb cu flanşe, determina[illegible] [illegible]ate în plan lateral).
jumătate în plan lateral — după direcţia C[illegible]




73

Fig. 5.73. Rezolvarea problemei din figura 5.72.

*Rezolvare :* Cotul din figura 5.72 se poate determina complet dacă se reprezintă în proiecție verticală sub forma unei secțiuni cu vedere, în proiecție orizontală ca o vedere normală de sus iar în planul lateral sub forma unei reprezentări combinate : jumătate vedere din stînga și jumătate secțiune cu vedere. Cele două secțiuni cu vedere se fac după traseele de secționare notate corespunzător ($A-A$ și $B-B$), așa cum se observă în figura 5.73. Pentru reprezentarea în plan lateral, se va urmări figura 4.64.

4) Pistonul din figura 5.74 este reprezentat într-un număr minim de trei vederi. Vederea din stînga este reprezentată numai pe jumătate. Să se execute desenul la scara 1 : 1 al piesei din figura 5.74, în condițiile necesare unei complete determinări a tuturor detaliilor acoperite.

*Rezolvare :* Determinarea completă a formelor interioare ale pistonului se face reprezentînd piesa în planul vertical sub forma unei secțiuni cu vedere determinată de traseul de secționare $A-A$, în planul orizontal sub forma unei secțiuni în trepte (combinată cu vedere) după traseul de secționare $B-B$ și în planul lateral sub forma unei secțiuni cu vedere, pe conturul proiecției laterale reprezentată pe jumătate. Problema rezolvată va apărea ca în figura 5.75.

5) Piesa din figura 5.76 reprezintă un corp de robinet în triplă proiecție ortogonală. Să se execute desenul la scara 1 : 1 în aceleași condiții stabilite pentru exemplele anterioare.

*Rezolvare :* Este necesară în planul vertical o secțiune cu vedere, realizată printr-un plan de front, reprezentat prin traseul $0-0$. În planul orizontal este necesară o reprezentare combinată, jumătate vedere-jumătate secțiune, după traseul de secționare $P-P$. Proiecția laterală va fi reprezentată, de asemenea, sub o formă combinată, jumătate vedere-jumătate secțiune, după traseul de secționare $S-S$ (fig. 5.77). Curbele de intersecție interioare și exterioare se obțin prin utilizarea planelor secante auxiliare care, în cazul de față, sînt plane de nivel și de profil.

#### 5.2.3.2. PROBLEME DE REZOLVAT

1) Forma constructivă din figura 5.78 admite în proiecție orizontală și laterală un singur plan de simetrie. Se cere să se reprezinte această piesă la scara 1 : 1 printr-o secțiune în planul vertical după traseul $A-A$, o vedere de sus și o vedere în planul lateral.

*Indicație :* Se va ține seama de prevedeile STAS 105-76 privind reprezentarea nervurilor în secțiune longitudinală.

2) Piesa reprezentată în figura 5.79 admite în proiecție orizontală două plane de simetrie. Să se reprezinte la scara 1 : 1 piesa respectivă, secționată în planul vertical după traseul de secționare $A-A$, în planul orizontal cu vedere de sus și în planul lateral sub formă, jumătate vedere.

3) Să se execute la scara 1 : 1 modelul reprezentat în trei vederi în figura 5.80. Pentru scoaterea în evidență a tuturor detaliilor de formă sînt necesare : o secțiune în planul vertical, după traseul de secționare $A-A$ și o secțiune parțială în planul lateral, după traseul de secționare $B-B$.

4) Obiectul din figura 5.81, reprezentat în triplă proiecție ortogonală, admite două plane de simetrie. Se cere să se execute la scara 1 : 1 desenul acestei piese în proiecție verticală printr-o secțiune după traseul de secționare $A-A$, o vedere în planul orizontal și o secțiune în proiecția laterală după traseul de secționare $B-B$.

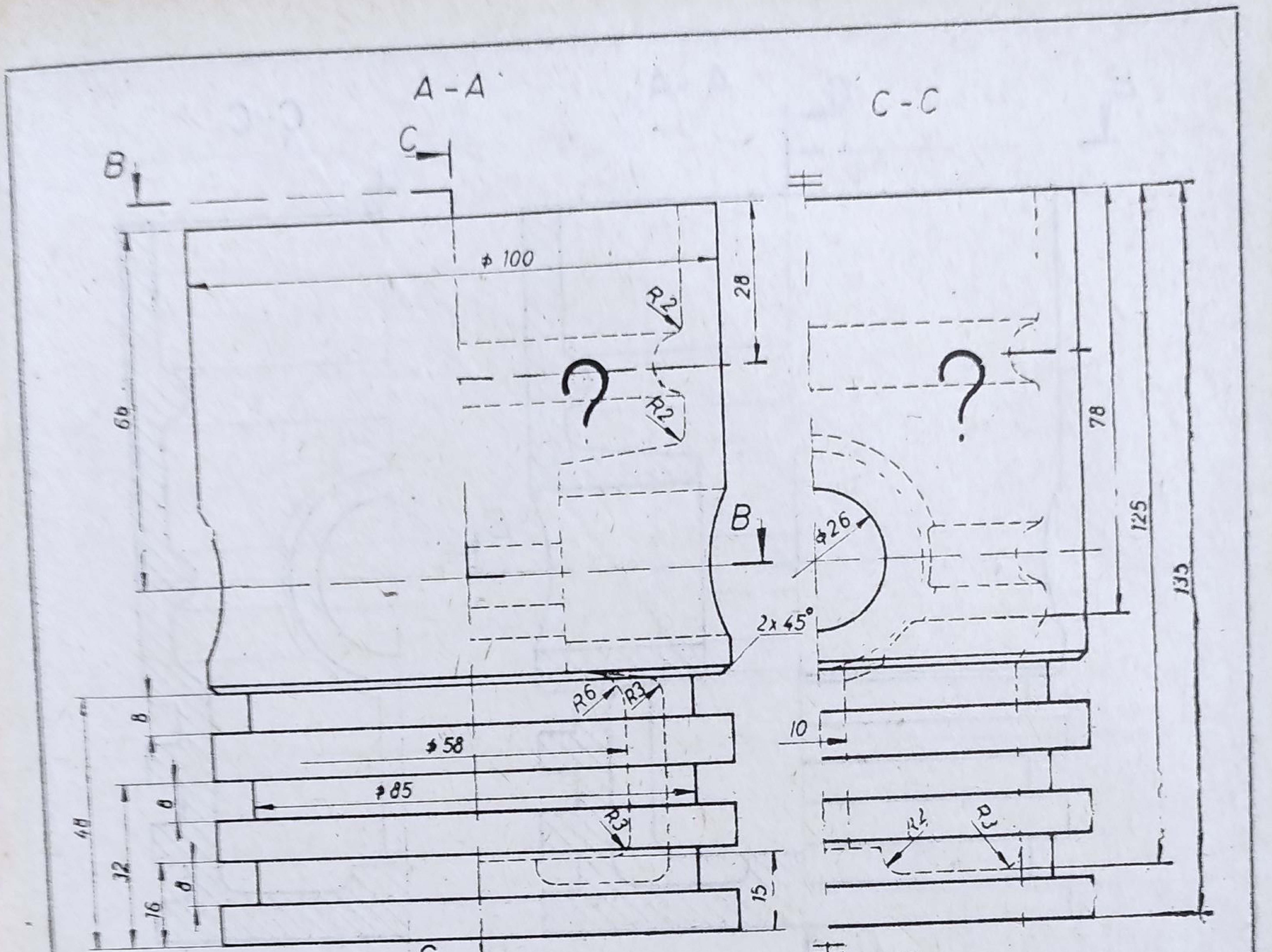



Fig. 5.74. Piston de motor cu ardere internă, determinabil în minimum trei proiecţii (problemă) (o reprezentare combinată în plan vertical — jumătate vedere, jumătate secţiune; o reprezentare combinată în plan orizontal — jumătate vedere, jumătate secţiune ; o reprezentare combinată în plan lateral — jumătate vedere, jumătate secţiune).

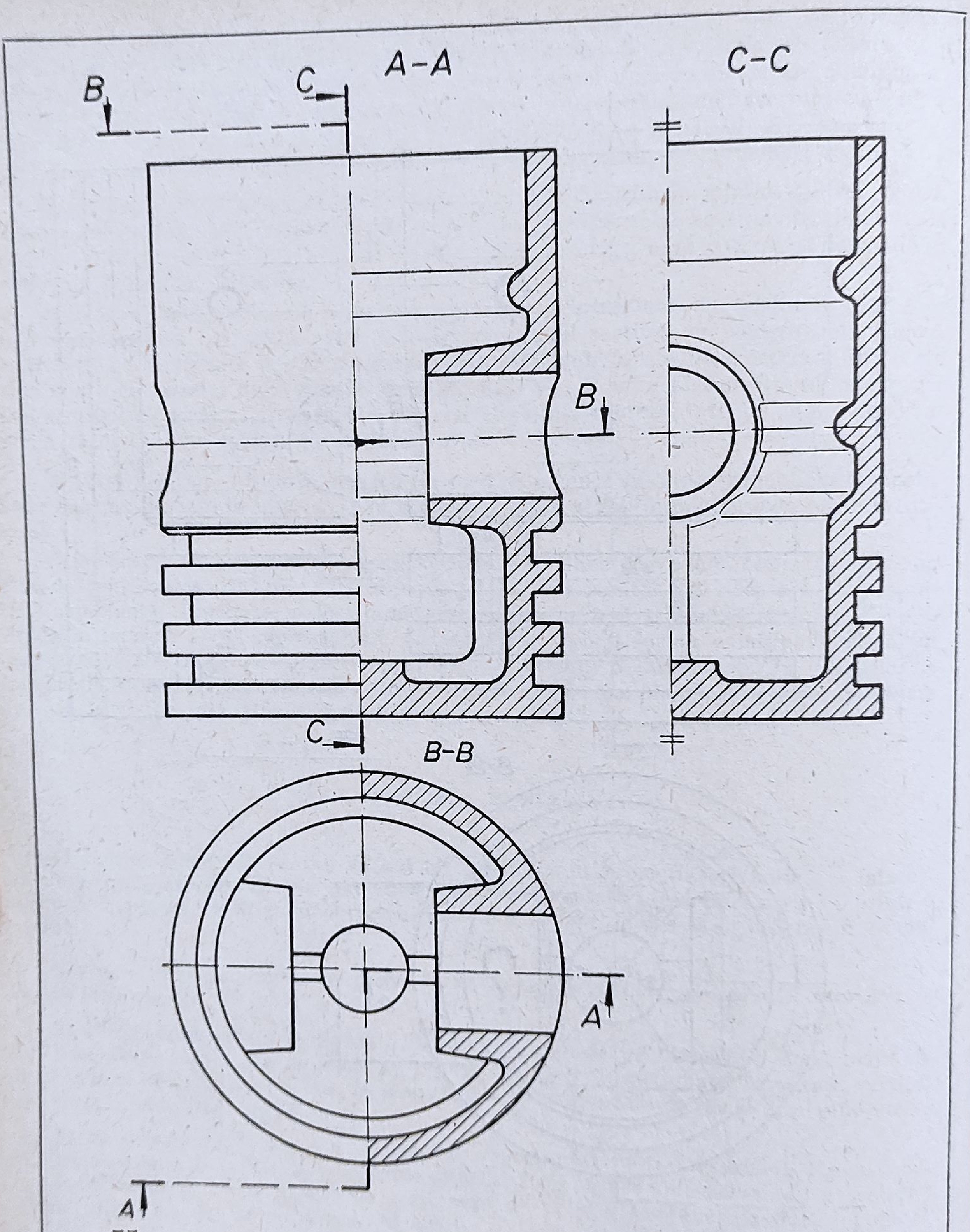



Fig. 5.75. Rezolvarea problemei din figura 5.74.

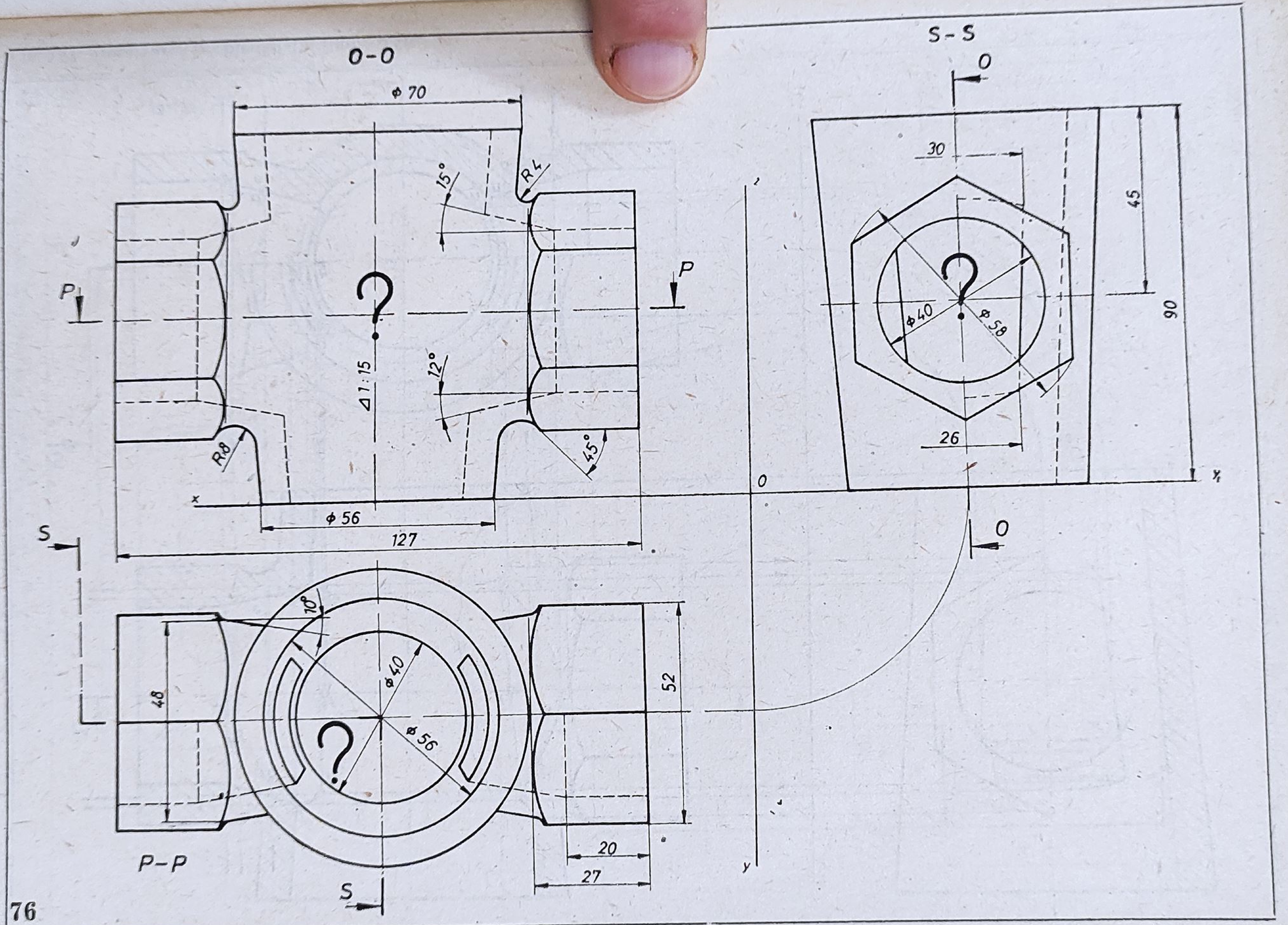



Fig. 5.76. Corp de robinet care se determină prin minimum trei proiecții (problemă) (o secțiune cu vedere în plan vertical; o reprezentare combinată în plan orizontal — jumătate vedere, jumătate secțiune; o reprezentare combinată în plan lateral — jumătate vedere, jumătate secțiune).

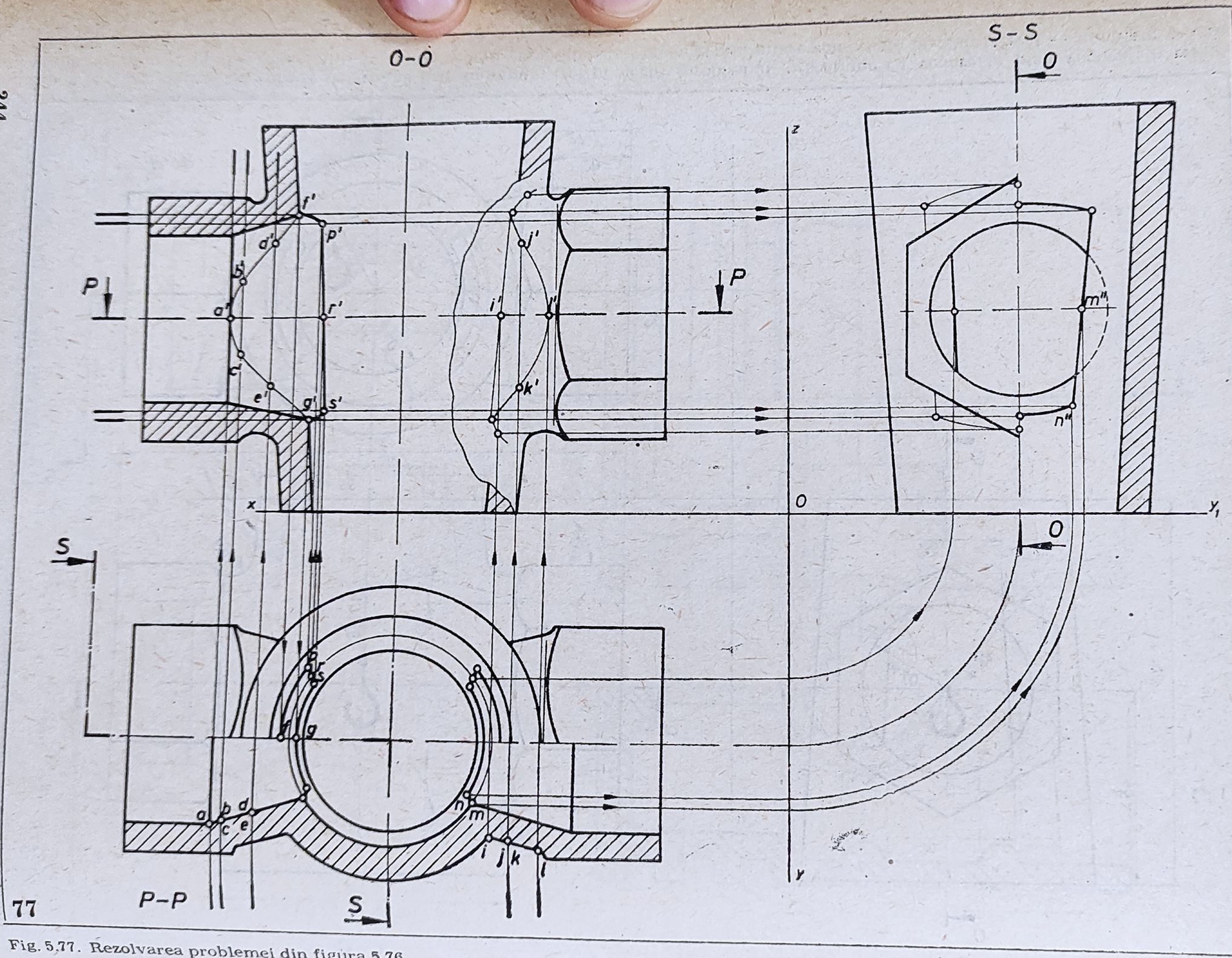



Fig. 5.77. Rezolvarea problemei din figura 5.76.

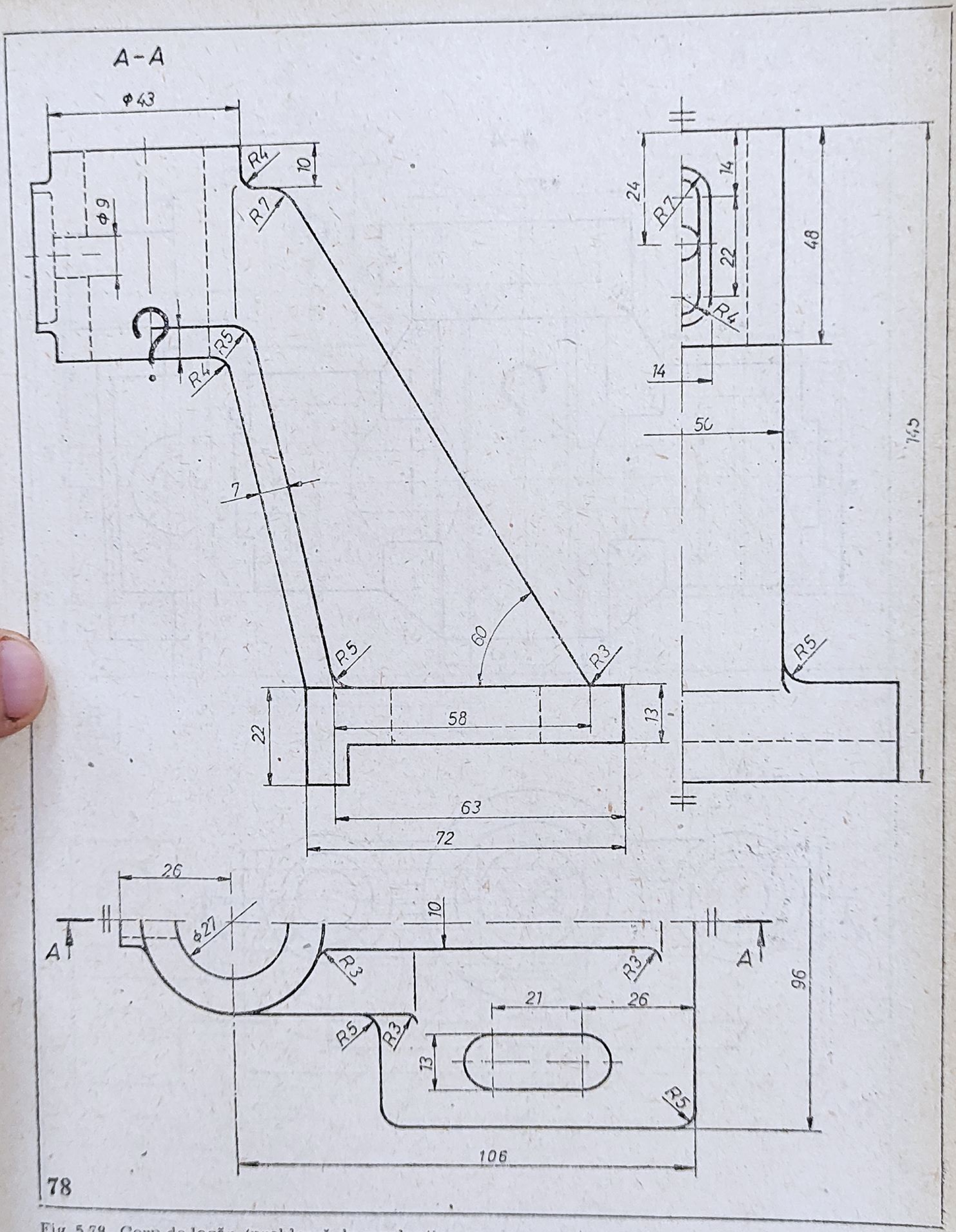



Fig. 5.78. Corp de lagăr (problemă de rezolvat).

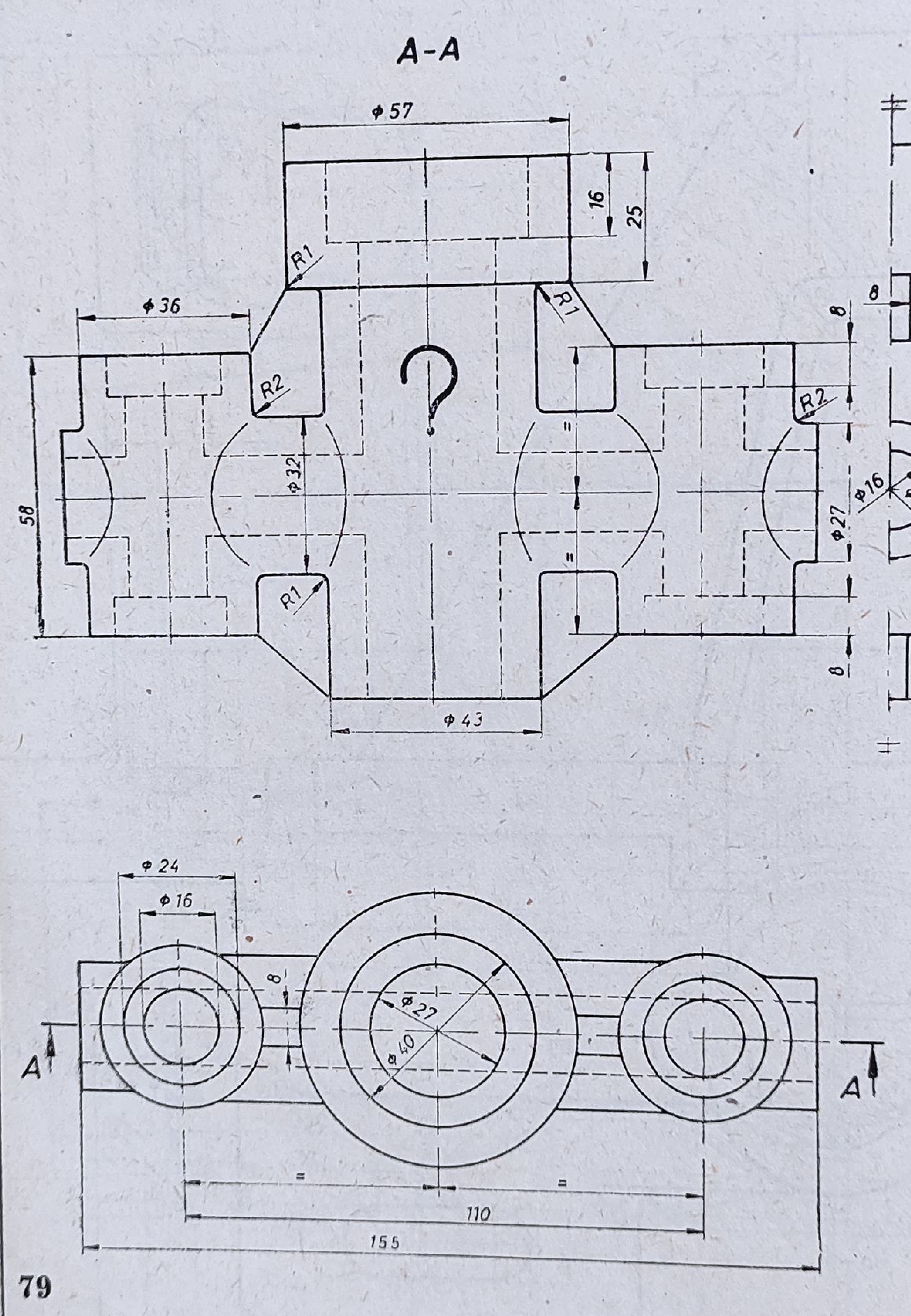



Fig. 5.79. Racord cu ramificație (problemă de rezolvat).

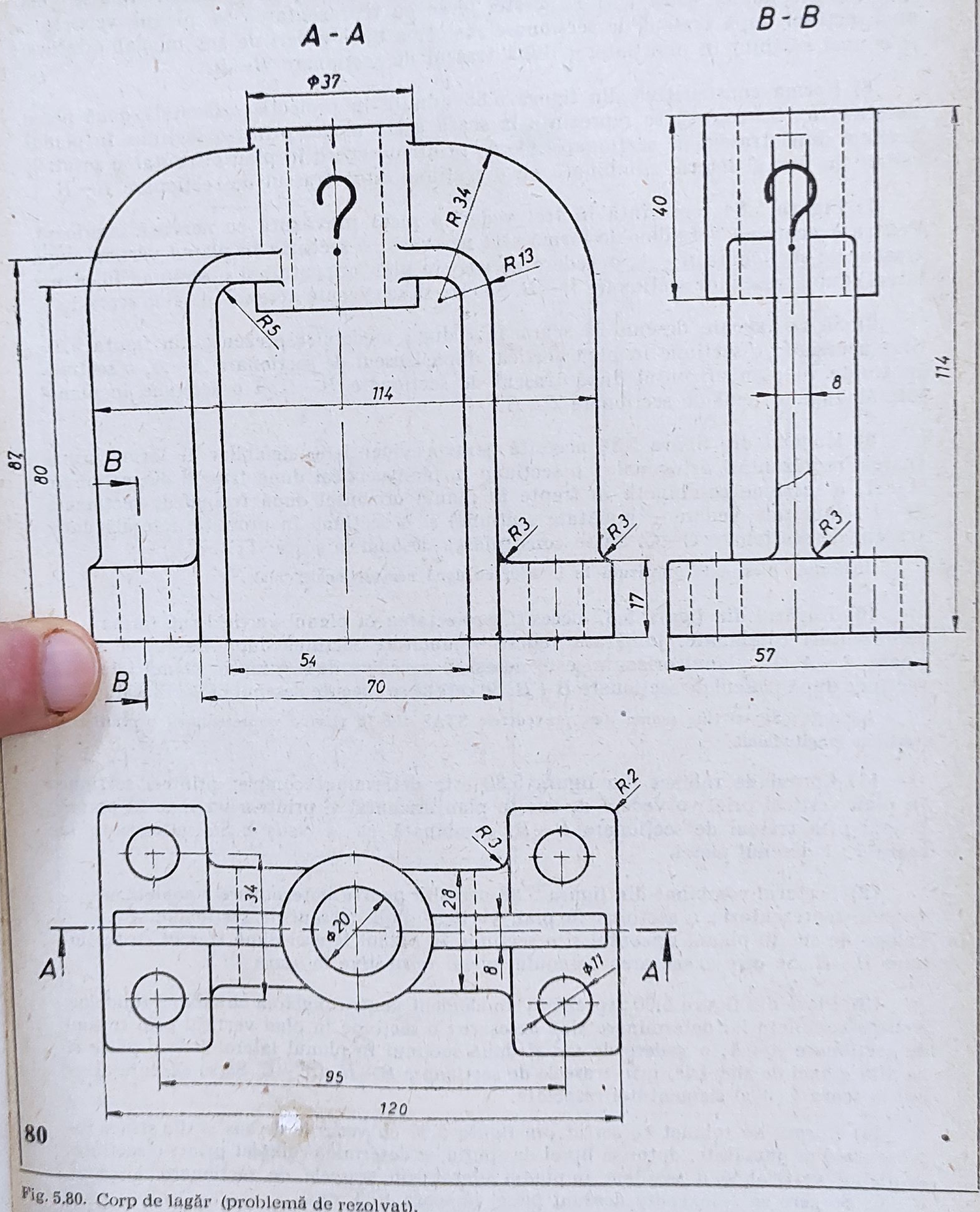



Fig. 5.80. Corp de lagăr (problemă de rezolvat).

5) Piesa reprezentată în figura 5.82 admite un singur plan de simetrie. Să se construiască desenul la scara 1 : 1 al acestei piese cu reprezentarea în planul vertical a unei secțiuni după traseul de secționare $A-A$, a unei vederi de sus în plan orizontal și a unei secțiuni în plan lateral după traseul de secționare $B-B$.

6) Forma constructivă din figura 5.83 admite în proiecție orizontală două plane de simetrie. Se cere să se reprezinte la scară acest model printr-o secțiune în planul vertical după traseul de secționare $A-A$, printr-o vedere în plan orizontal și printr-o vedere în planul lateral combinată cu o secțiune după traseul de secționare $B-B$.

7) Figura 5.84 reprezintă în trei vederi o piesă prevăzută cu nervură interioară, Pentru executarea detaliilor de formă sînt necesare : o secțiune în planul vertical după traseul de secționare $A-A$, o vedere de sus (în plan orizontal) și o secțiune în planul lateral după traseul de secționare $B-B$. Se cere să se execute desenul piesei la scara 1 : 1.

8) Să se execute desenul la scara 1 : 1 după modelul reprezentat în figura 5.85. Sînt necesare : o secțiune în plan vertical după traseul de secționare $A-A$, o secțiune în trepte în plan orizontal după traseul de secționare $B-B$ și o secțiune în planul lateral după traseul de secționare $C-C$.

9) Modelul din figura 5.86 necesită pentru evidențierea delaliilor de formă următoarele reprezentări ortogonale : o secțiune în plan vertical după traseul de secționare $A-A$, o secțiune combinată în trepte în planul orizontal după traseul de secționare $B-B$ (jumătate vedere – jumătate secțiune) și o secțiune în proiecție laterală după traseul de secționare $C-C$. Să se construiască desenul la scara 1 : 1.

*Indicație:* Piesa este prevăzută în interior cu două nervuri longitudinale.

10) Lagărul din figura 5.87 necesită proiectarea în planul vertical sub forma unei reprezentări combinate, jumătate vedere – jumătate secțiune după traseul de secționare $A-A$. În planul orizontal este necesară o vedere de sus, iar în planul lateral o secțiune după traseul de secționare $B-B$. Se cere să se execute desenul piesei la scara 1 : 1.

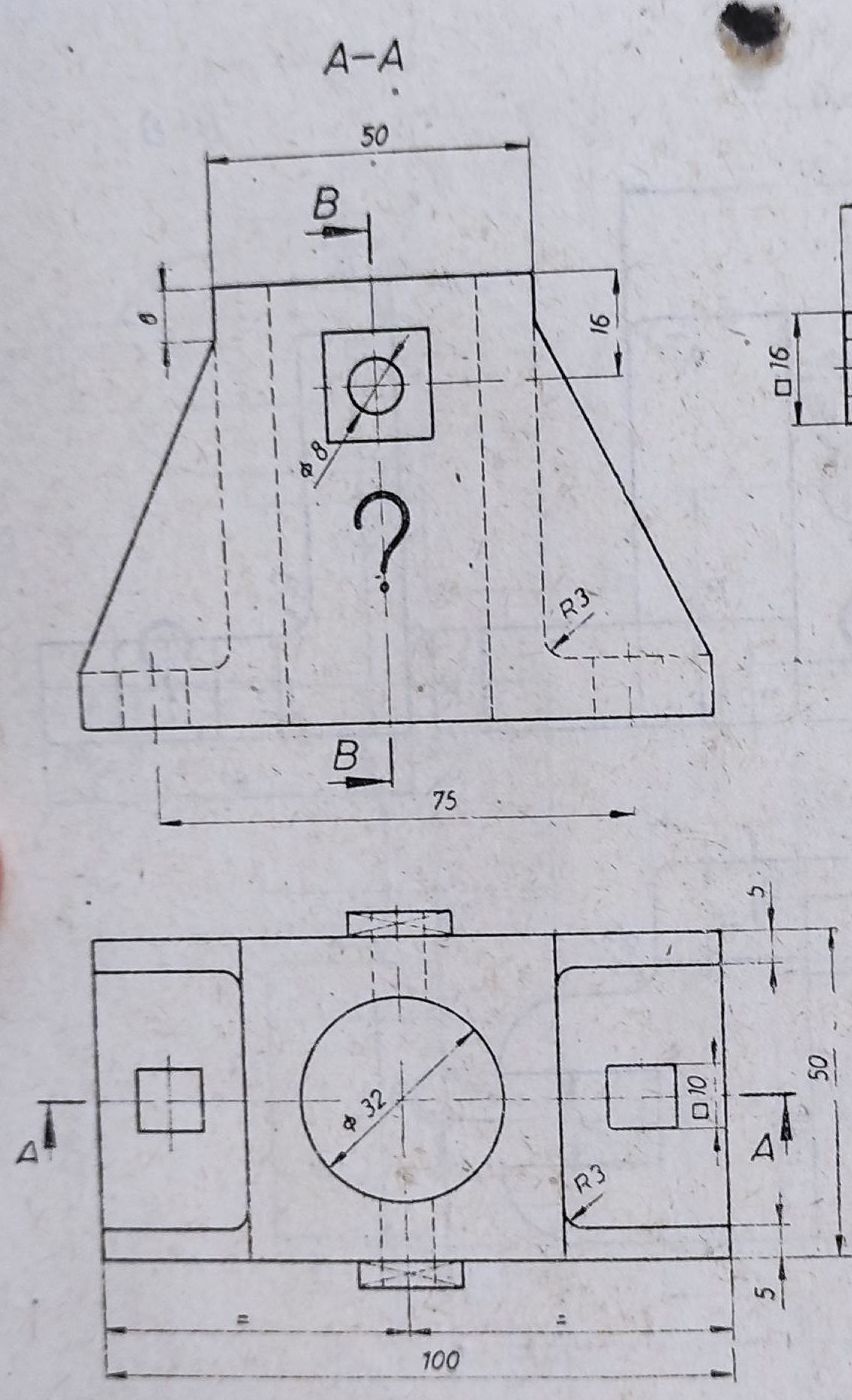
*Indicație*: Se va ține seama de prevederele STAS 105-76 privind reprezentarea nervurilor în secțiune longitudinală.

11) Corpul de robinet din figura 5.88 este determinat complet printr-o secțiune
în plan vertical printr-o vedere de sus în plan orizontal și printr-o secțiune în planul
lateral prin traseul de secționare $B-B$, combinată cu o veder... Să se execute la
scara 1 : 1 desenul piesei.

12) Sertarul combinat din figura 5.89 necesită pentru determinare completă urmă-
toarele reprezentări : o secțiune în plan vertical după traseul de secționare $A-A$, o
vedere de sus în planul orizontal și o secțiune în planul lateral după traseul de secțio-
nare $B-B$. Se cere executarea desenului piesei respective la scara 1 : 1.

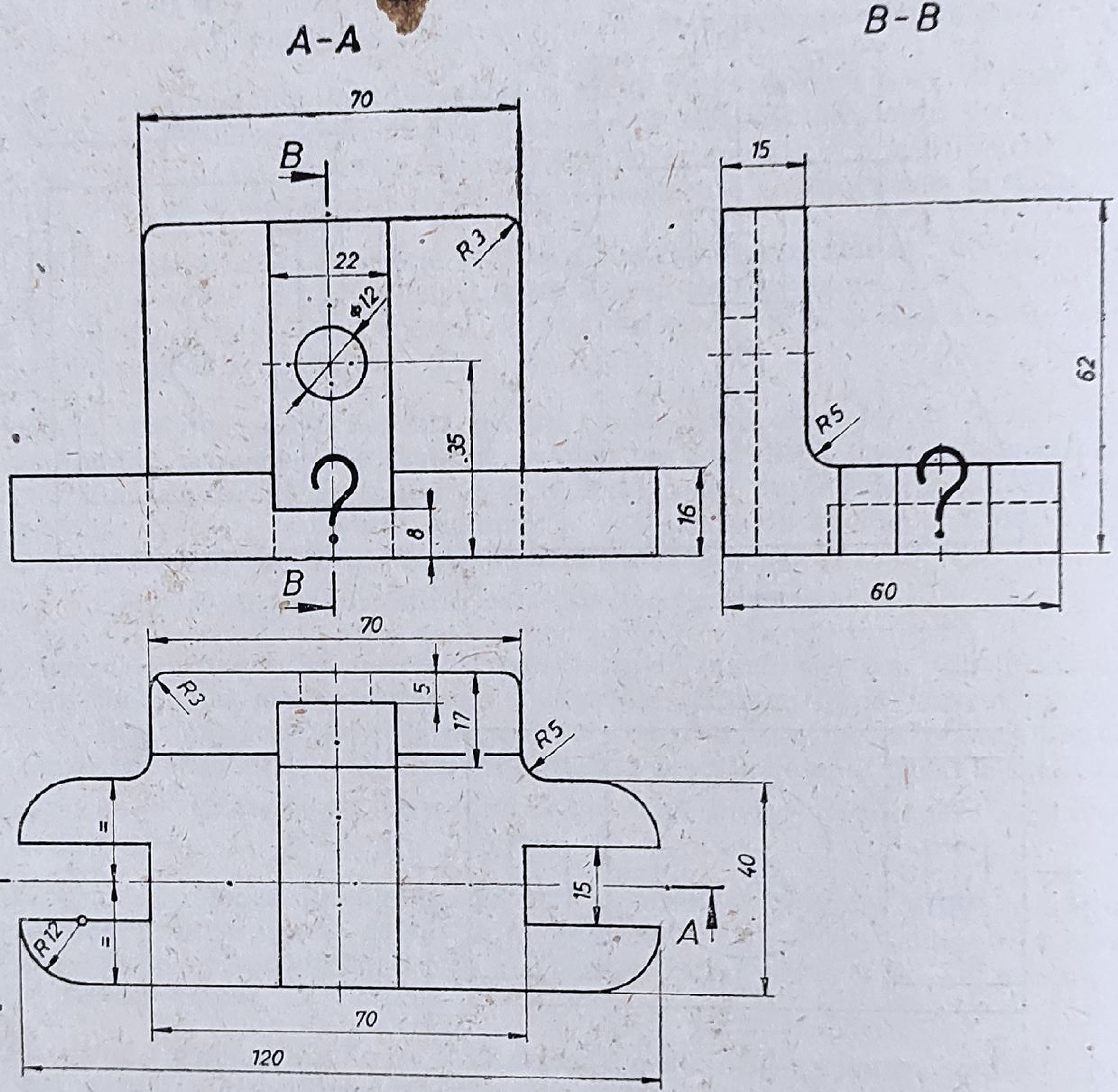
13) Piesa din figura 5.90 reprezintă un element pentru reglarea circulației fluidelor.
Pentru completa lui determinare sînt necesare : o secțiune în plan vertical prin traseul
de secționare $A-A$, o vedere de sus și două secțiuni în planul lateral ( de o parte și
de alta a axei de simetrie) prin traseele de secționare $B-B$ și $C-C$. Să se execute dese-
nul la scara 1 : 1 al elementului respectiv.

14) Corpul de robinet cu sertar din figura 5.91 cu vederile de sus și din stînga re-
prezentate pe jumătate, datorită lipsei de spațiu, se determină complet printr-o secțiune
în planul vertical și o secțiune în planul lateral prin traseele de secționare $A-A$ și
$B-B$. Se cere să se execute desenul piesei la scara 1 : 1.



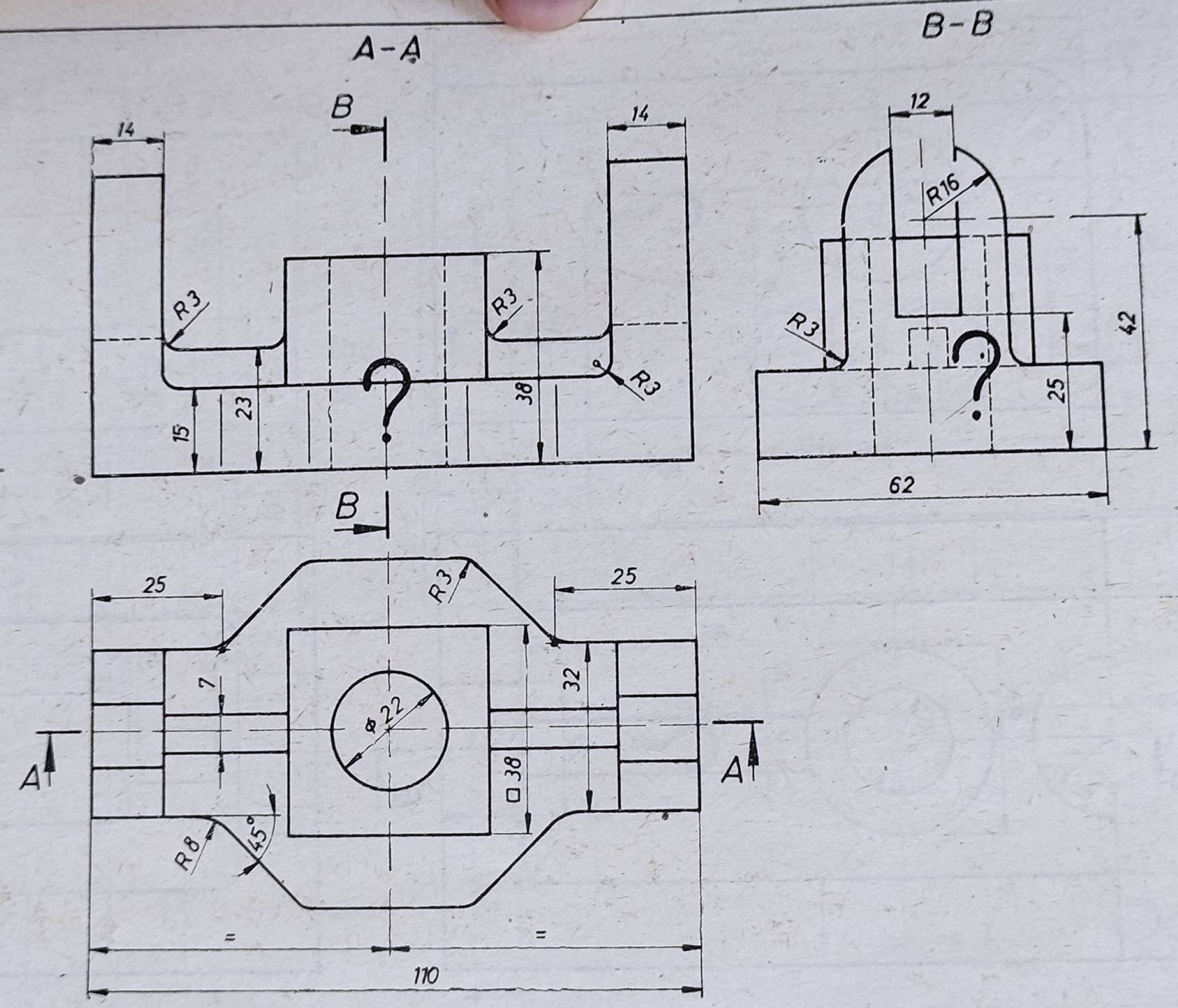

81

Fig. 5.81. Corp de lagăr (problemă de rezolvat).




82

Fig. 5.82. Piesă asimetrică (problemă de rezolvat).




83

Fig. 5.83. Corp de lagăr (problemă de rezolvat).

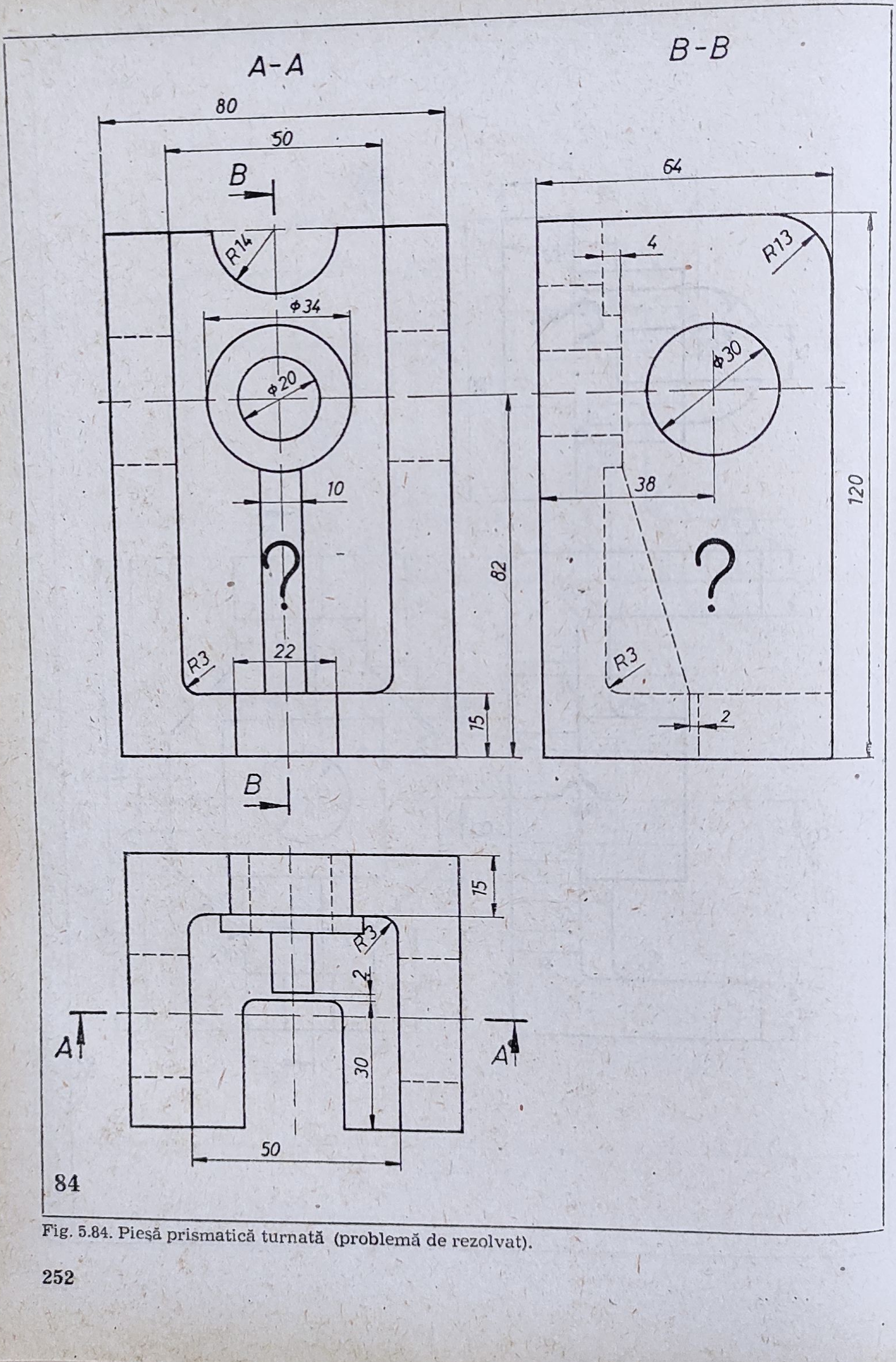



Fig. 5.84. Piesă prismatică turnată (problemă de rezolvat).

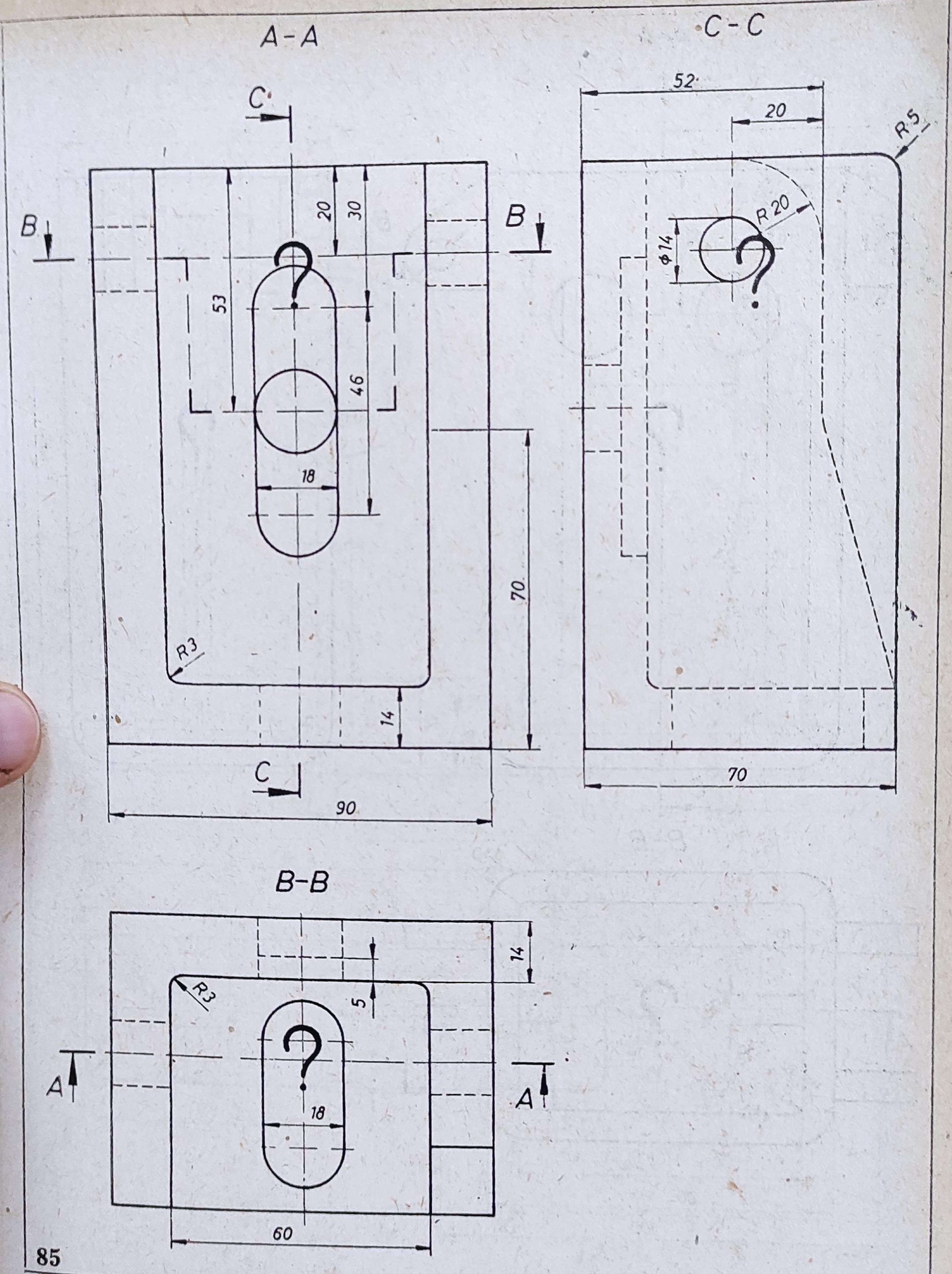
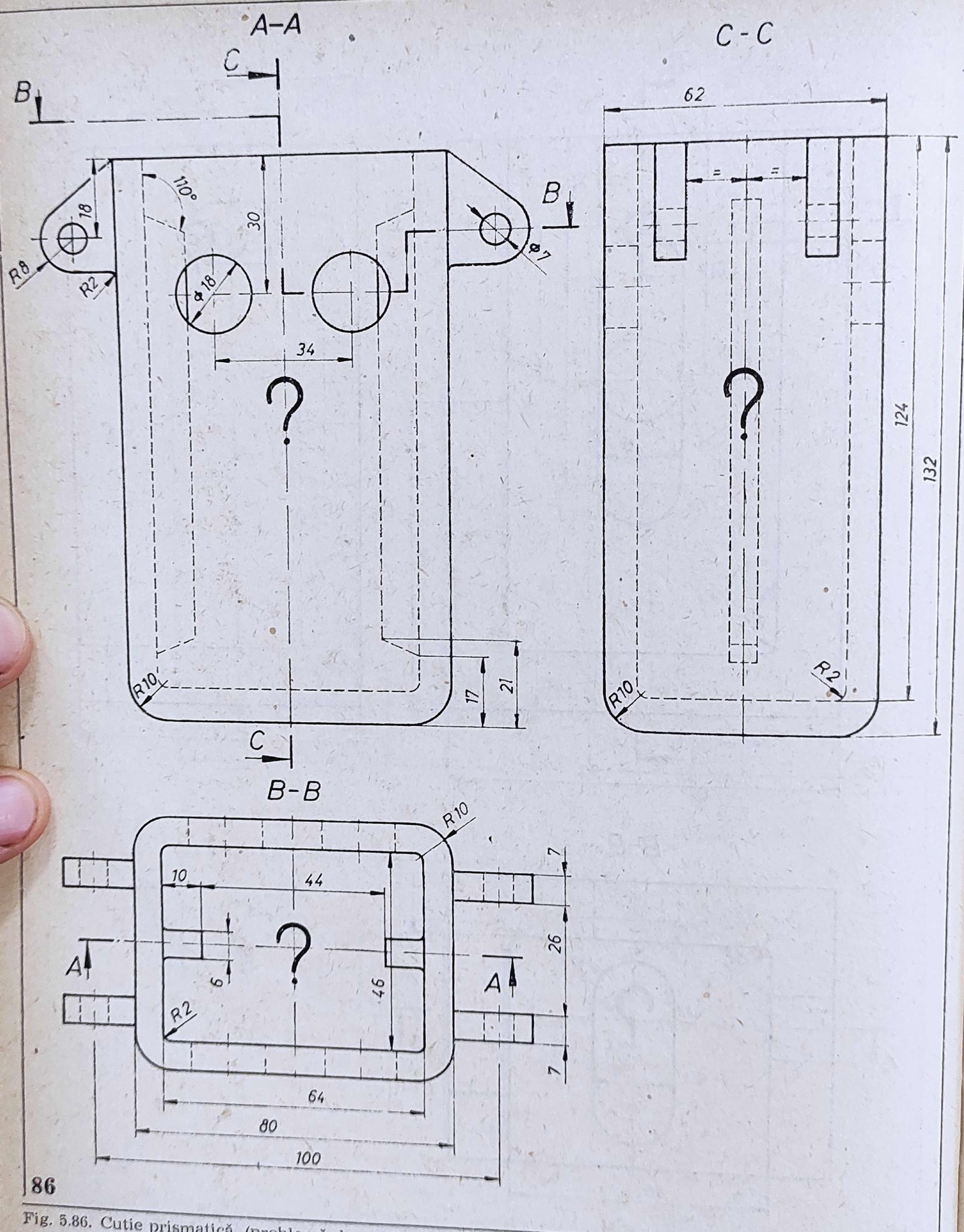



Fig. 5.85. Forma constructivă prismatică (problemă de rezolvat).




86

Fig. 5.86. Cutie prismatică (problemă de rezolvat).

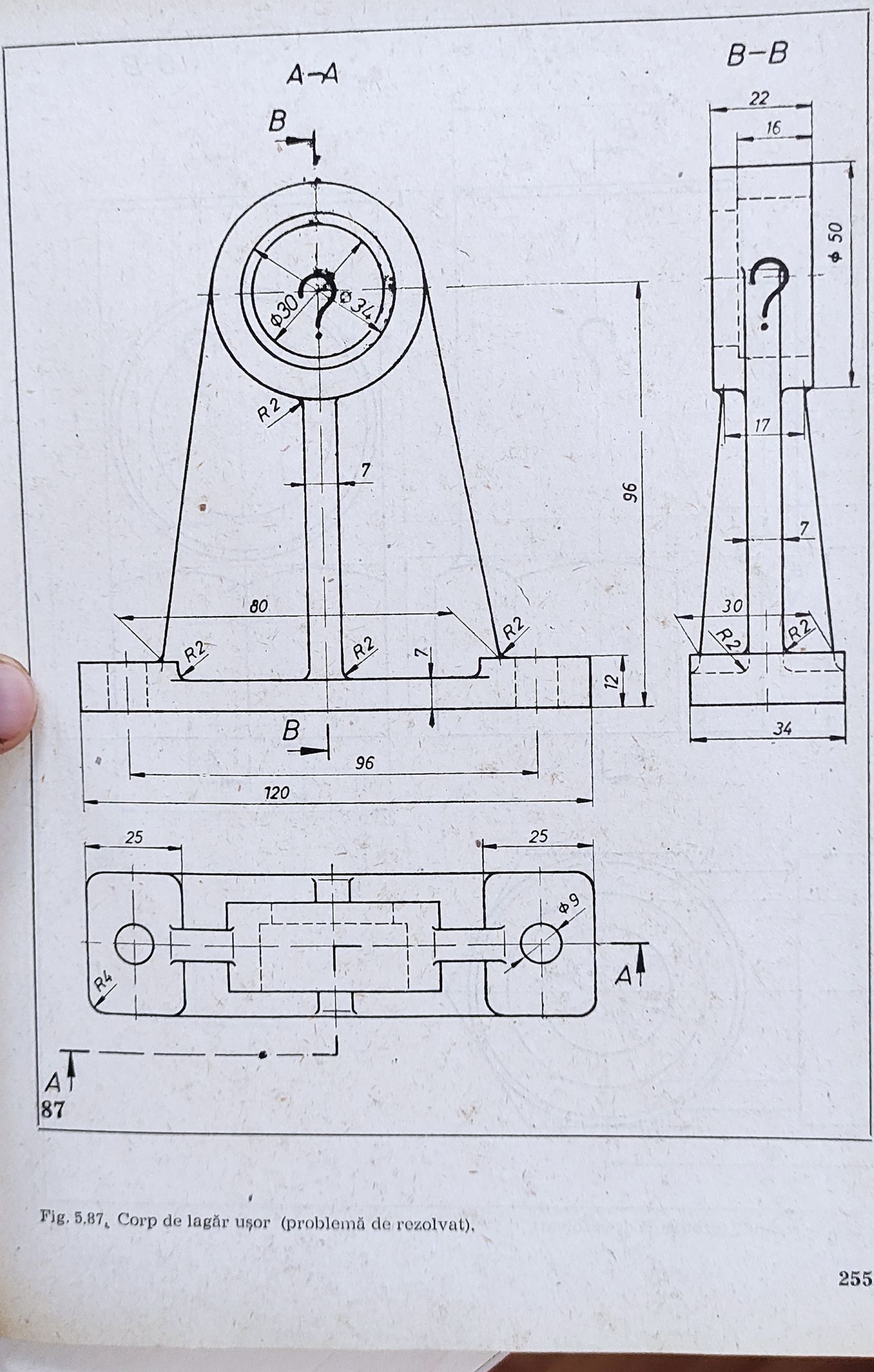



Fig. 5.87. Corp de lagăr ușor (problemă de rezolvat).

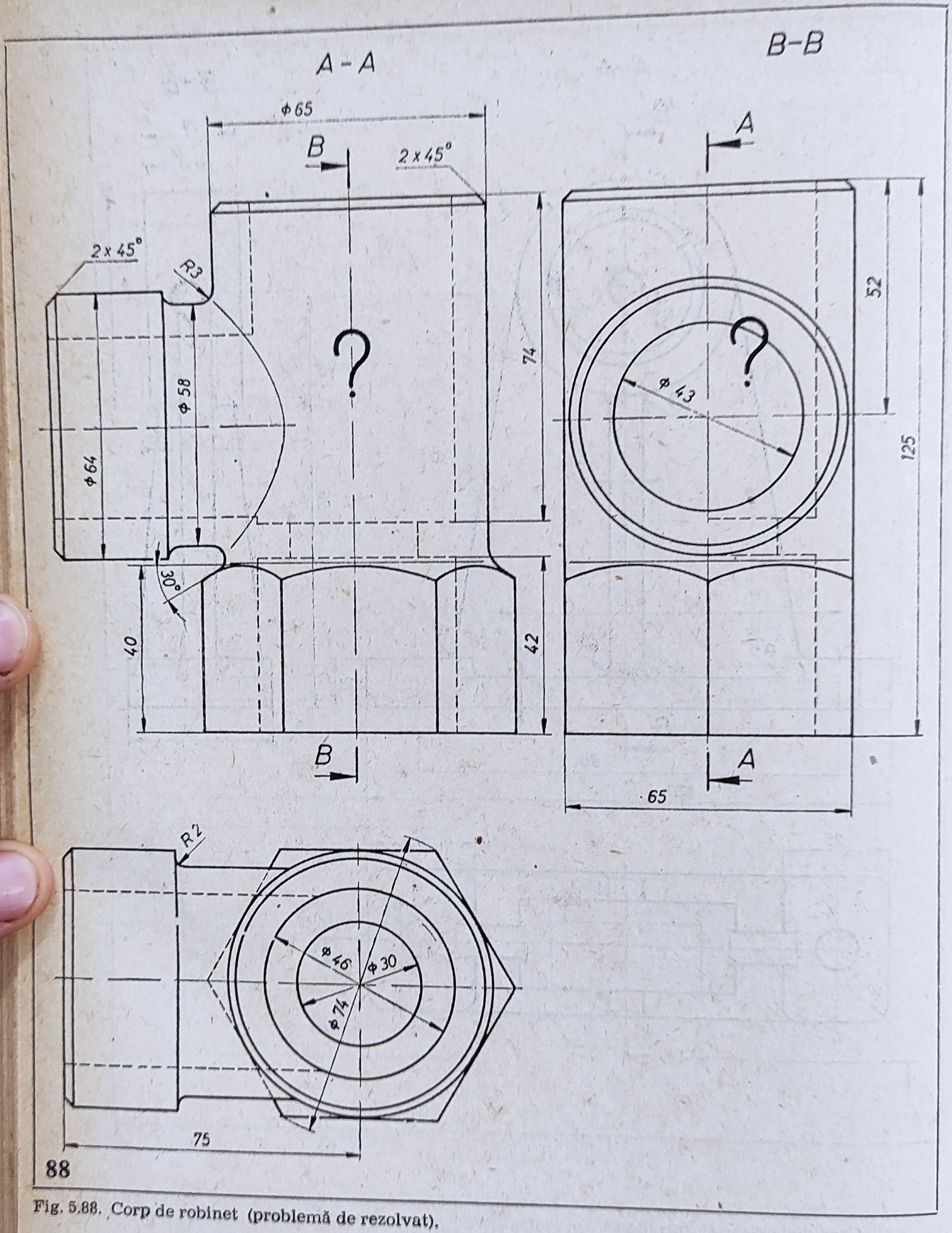
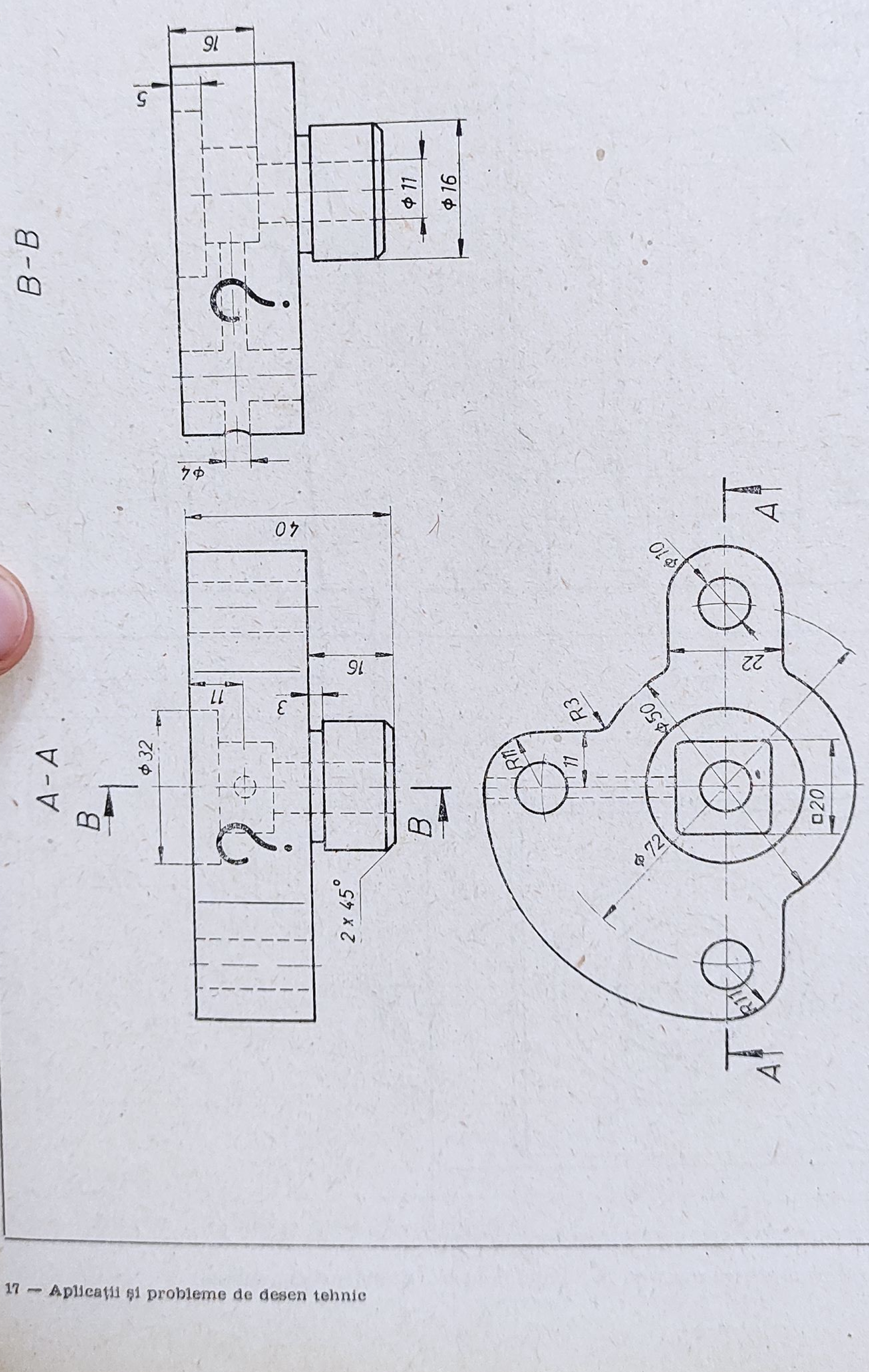



Fig. 5.88. Corp de robinet (problemă de rezolvat).




89

Fig. 5.89. Sertar combinat (problemă de rezolvat).

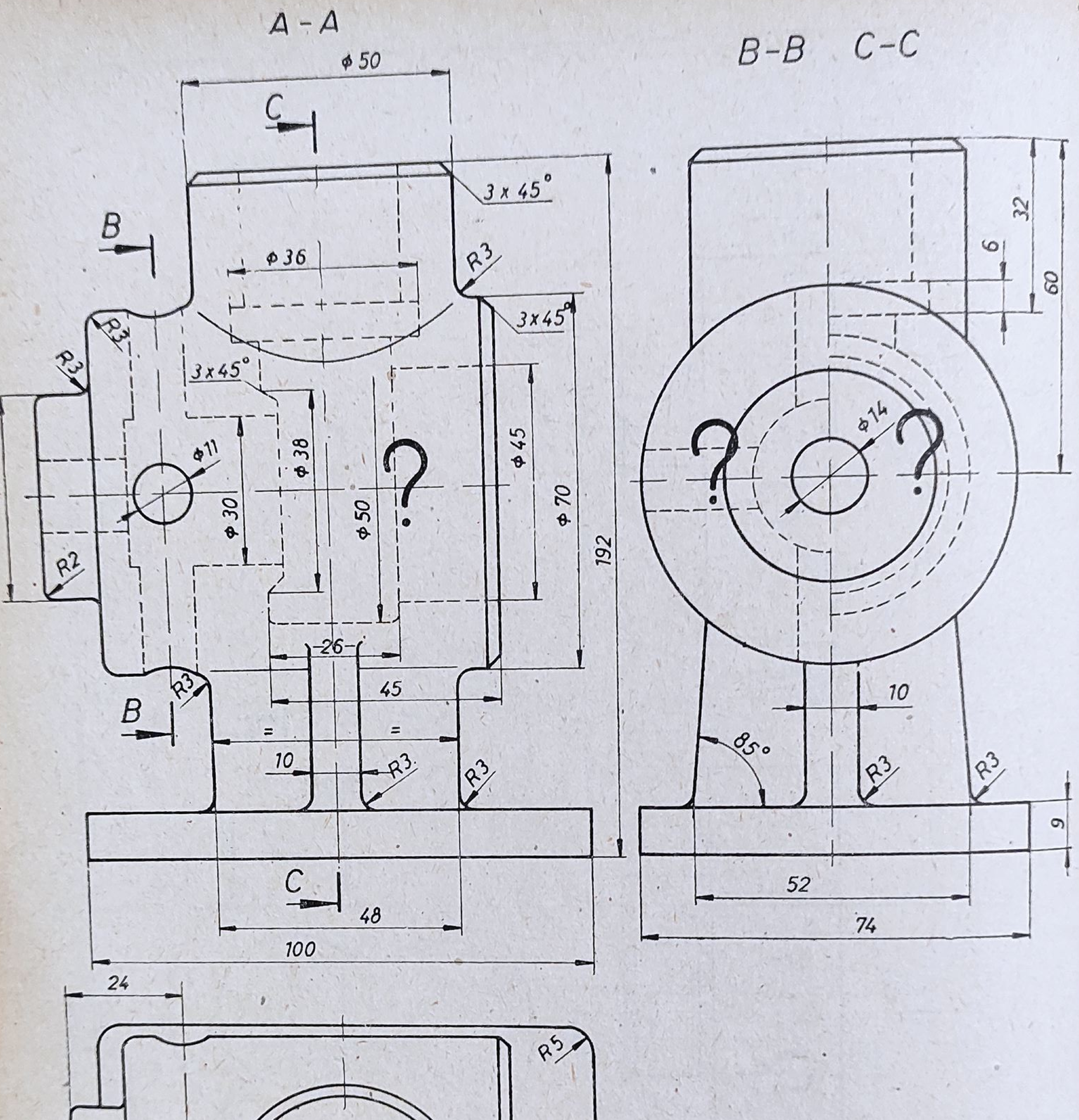



Fig. 5.90. Element pentru reglarea circulației fluidelor (problemă de rezolvat).

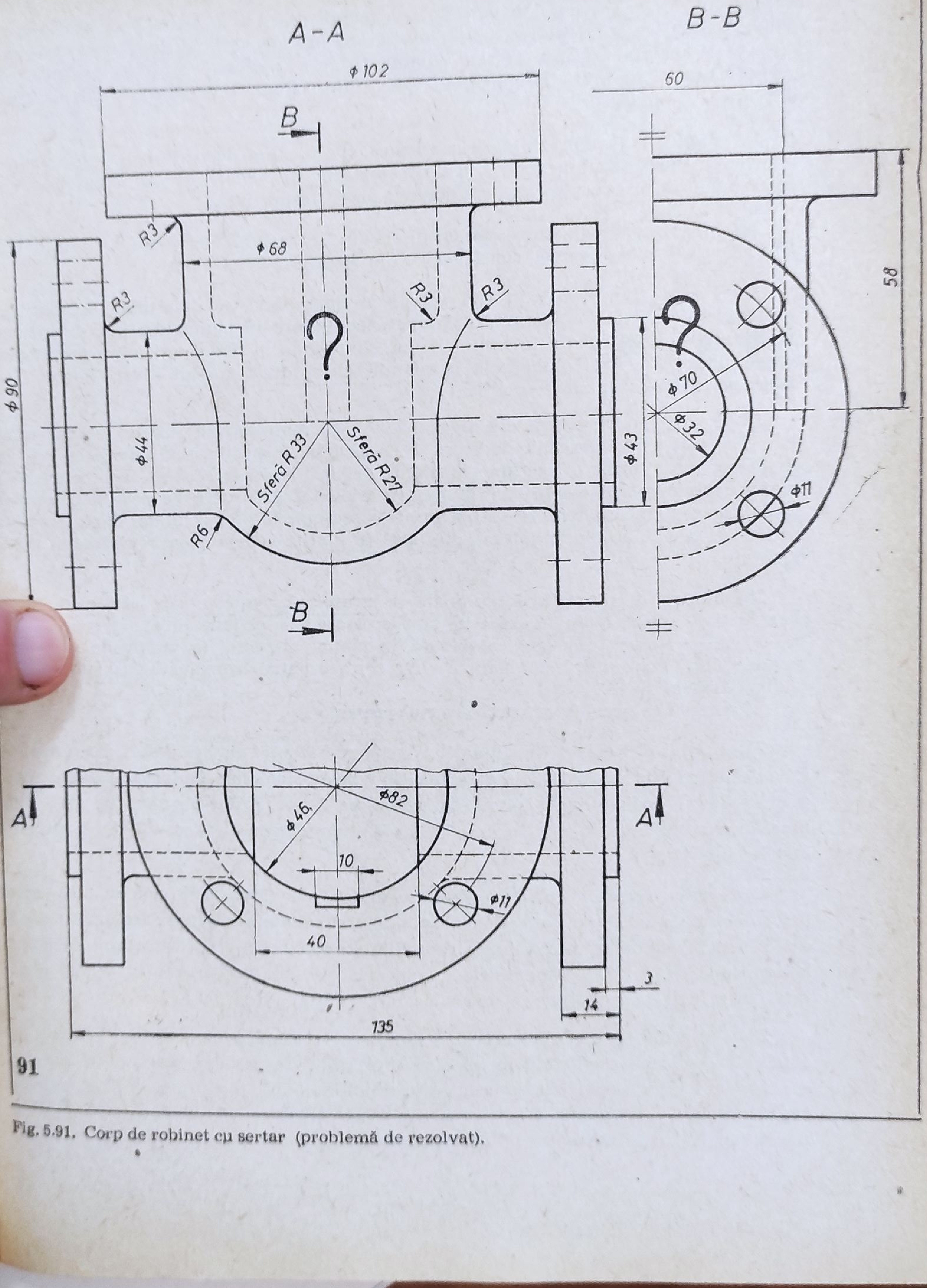





Fig. 5.91. Corp de robinet cu sertar (problemă de rezolvat).

15) Corpul dispozitivului de reglare a circulației unor fluide din figura 5.92 este reprezentat în trei vederi. Se cere să se execute desenul la scara 1 : 1, scoțîndu-se în evidență detaliile constructive, printr-o secțiune în plan vertical după traseul de secționare $A-A$, printr-o vedere de sus combinată cu o secțiune în plan orizontal după traseul de secționare $B-B$, și printr-o vedere din stînga, reprezentată numai jumătate (din lipsă de spațiu).

16) Figura 5.93 reprezintă, de asemenea, corpul unui dispozitiv de reglare a circulației unor fluide. Sînt necesare aceleași secțiuni și vederi ca în cazul piesei din figura 5.92. Să se execute la scară desenul piesei respective.

17) Să se execute la scară desenul piesei din figura 5.94, în aceleași condiții de reprezentare cu cele ale formelor constructive din figurile 5.92 și 5.93.

18) Piesa reprezentată în trei vederi în figura 5.95 se determină complet prin următoarele secțiuni : o secțiune combinată cu vedere în planul vertical de proiecție, după traseul de secționare în trepte $A-A$, o secțiune în planul orizontal după traseul de secționare $B-B$ și o secțiune în planul lateral după traseul de secționare $C-C$. Să se execute desenul la scara 1 : 1.

19) Forma constructivă din figura 5.96 este reprezentată într-un număr minim de trei vederi. Să se execute la scara 1 : 1 modelul respectiv, scoțîndu-se în evidență părțile acoperite, printr-o secțiune în planul vertical după traseul de secționare $A-A$, printr-o reprezentare combinată în planul orizontal (o vedere de sus și o secțiune după traseul de secționare $B-B$) și printr-o secțiune în planul lateral după traseul de secționare $D-D$. În planul lateral, din lipsă de spațiu, vederea s-a reprezentat numai jumătate.

20) Pentru o completă determinare a tuturor elementelor care alcătuiesc forma constructivă a piesei din figura 5.97 sînt necesare : o secțiune în plan vertical după traseul $A-A$, o reprezentare combinată în planul orizontal (o vedere de sus, și o secțiune după traseul de secționare $B-B$), o reprezentare combinată în planul lateral și după traseul $E-E$.

Se cere să se execute la scară desenul respectiv.

21) Corpul de robinet din figura 5.98 este reprezentat în trei vederi. Se cere să se execute desenul la scara 1 : 1, scoțîndu-se în evidență detaliile de formă, printr-o secțiune în planul vertical după traseul de secționare $A-A$, printr-o vedere de sus combinată cu o secțiune în plan orizontal după traseul de secționare $B-B$ și printr-o vedere din stînga.

22) Pentru racordul cu flanșă dreptunghiulară din figura 5.99, pentru o completă determinare, sînt necesare : o secțiune în planul vertical după traseul de secționare $A-A$, o secțiune în planul orizontal după traseul de secționare $B-B$ și o secțiune în planul lateral după traseul de secționare $C-C$, reprezentată, din lipsă de spațiu, numai jumătate. Se cere să se construiască desenul corespunzător la scara 1 : 1.

23) Piesa din figura 5.100 urmează să fie reprezentată, pentru cunoașterea tuturor detaliilor de formă secționată în cele trei proiecții. Se cere să se construiască desenul la scara 1 : 1 pentru modelul reprezentat în condițiile date : o secțiune în plan vertical, după traseul de secționare $A-A$, o secțiune în plan orizontal după traseul $B-B$ și o secțiune în trepte după traseul de secționare $C-C$.

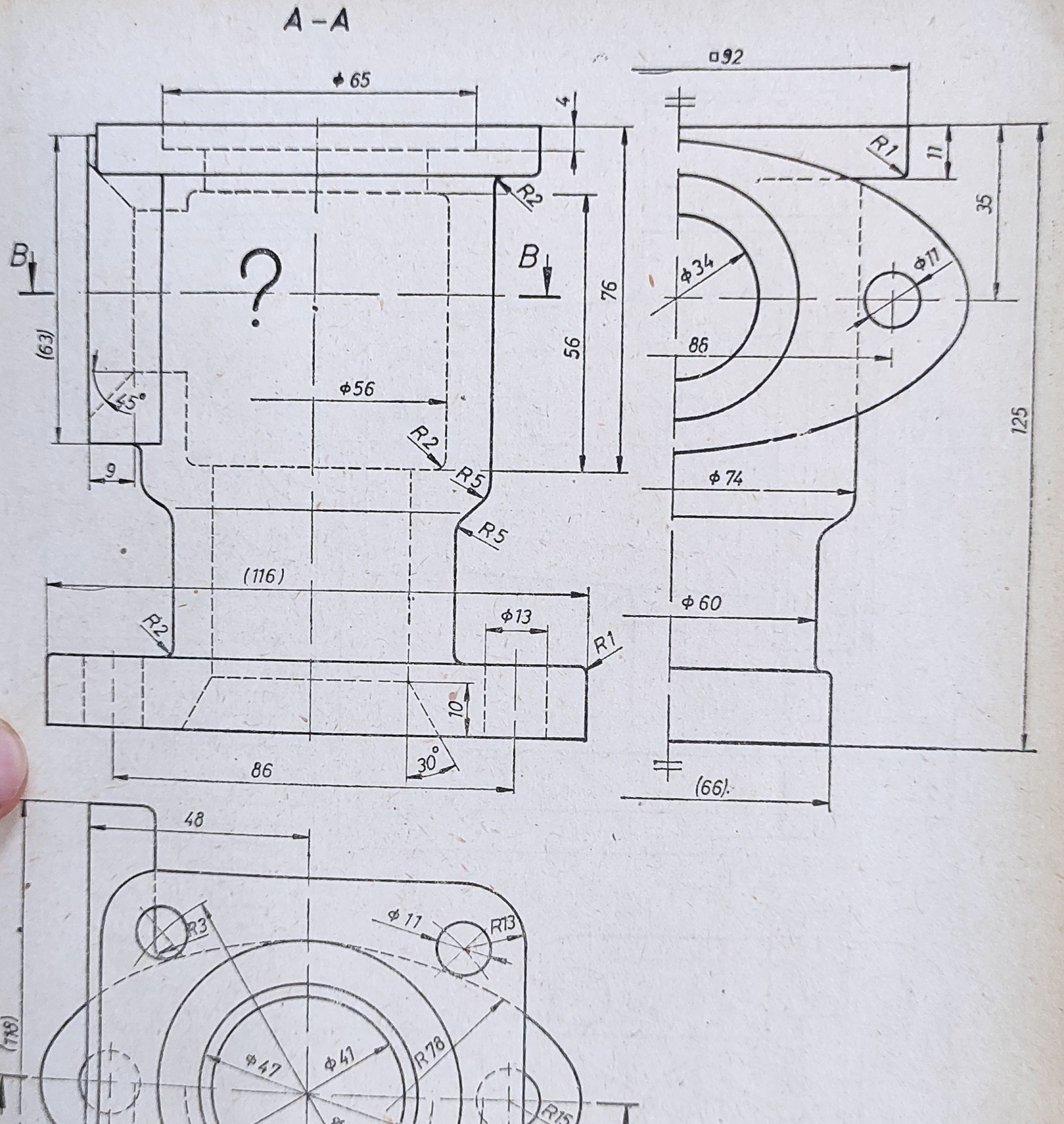





Fig. 5.92. Corp de dispozitiv pentru reglarea circulației fluidelor (problemă de rezolvat).

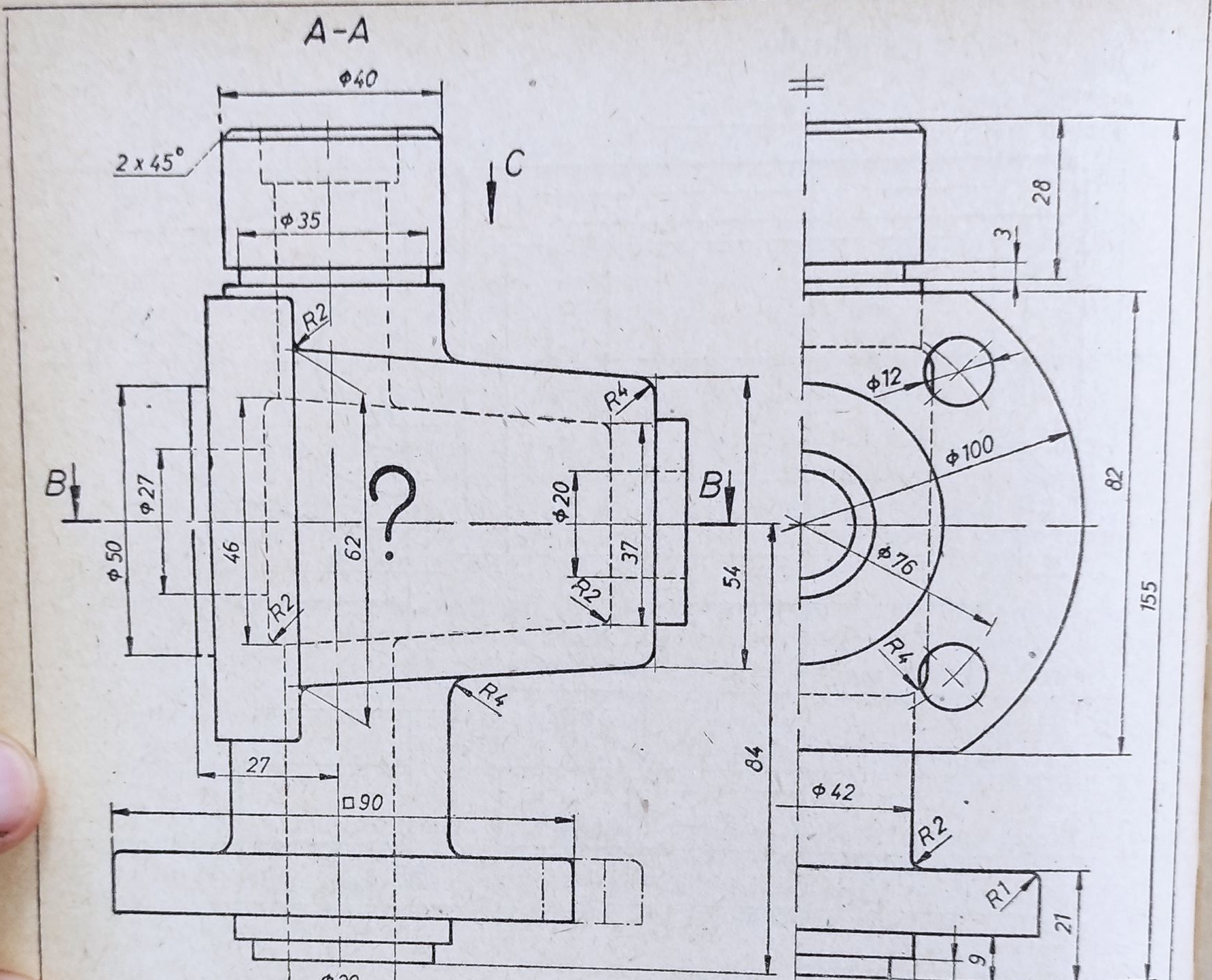



Fig. 5.93. Element pentru reglarea circulaţiei unor fluide (problemă de rezolvat).

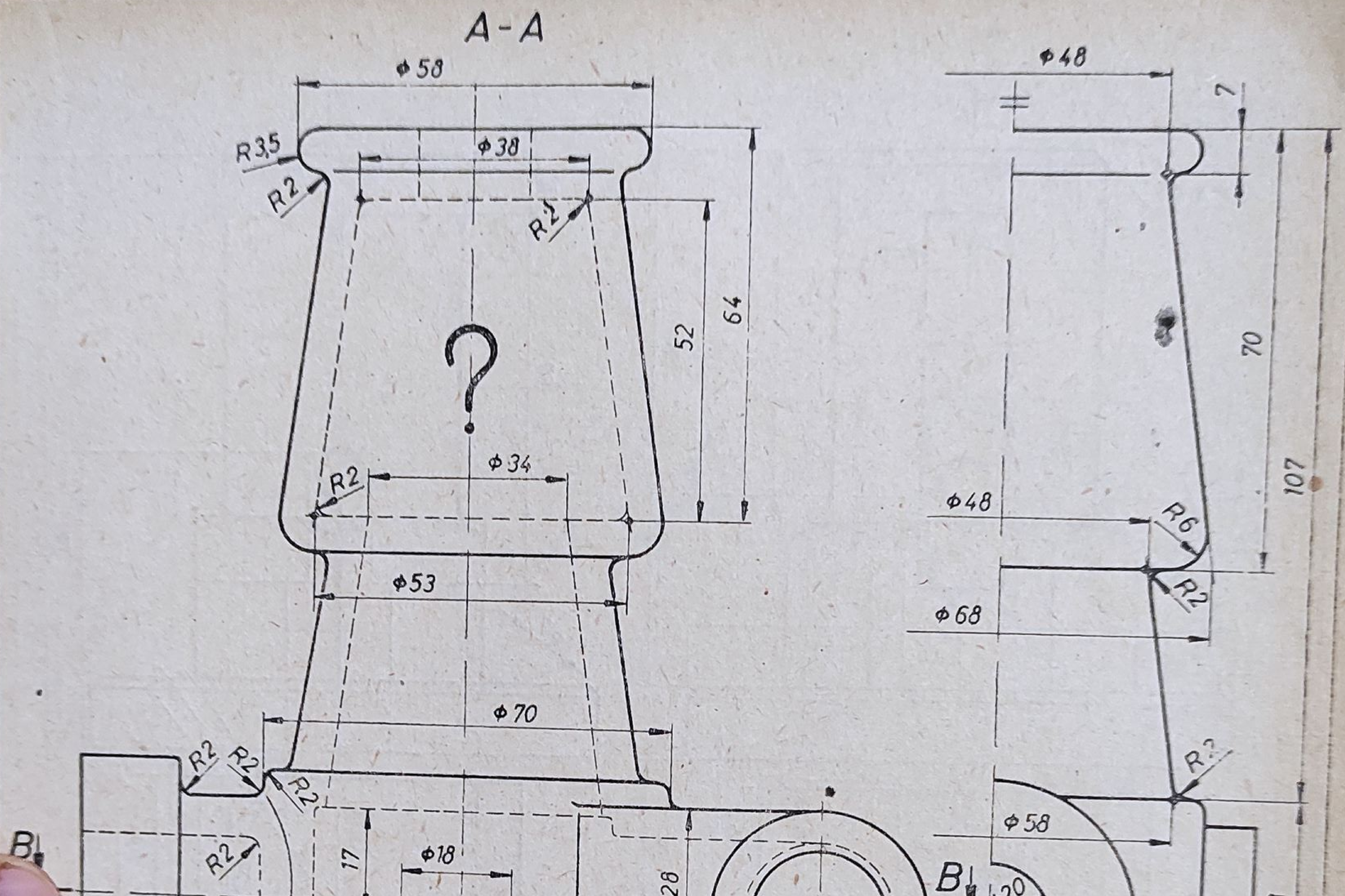





Fig. 5.94. Element pentru comanda circulației fluidelor (problemă de rezolvat).

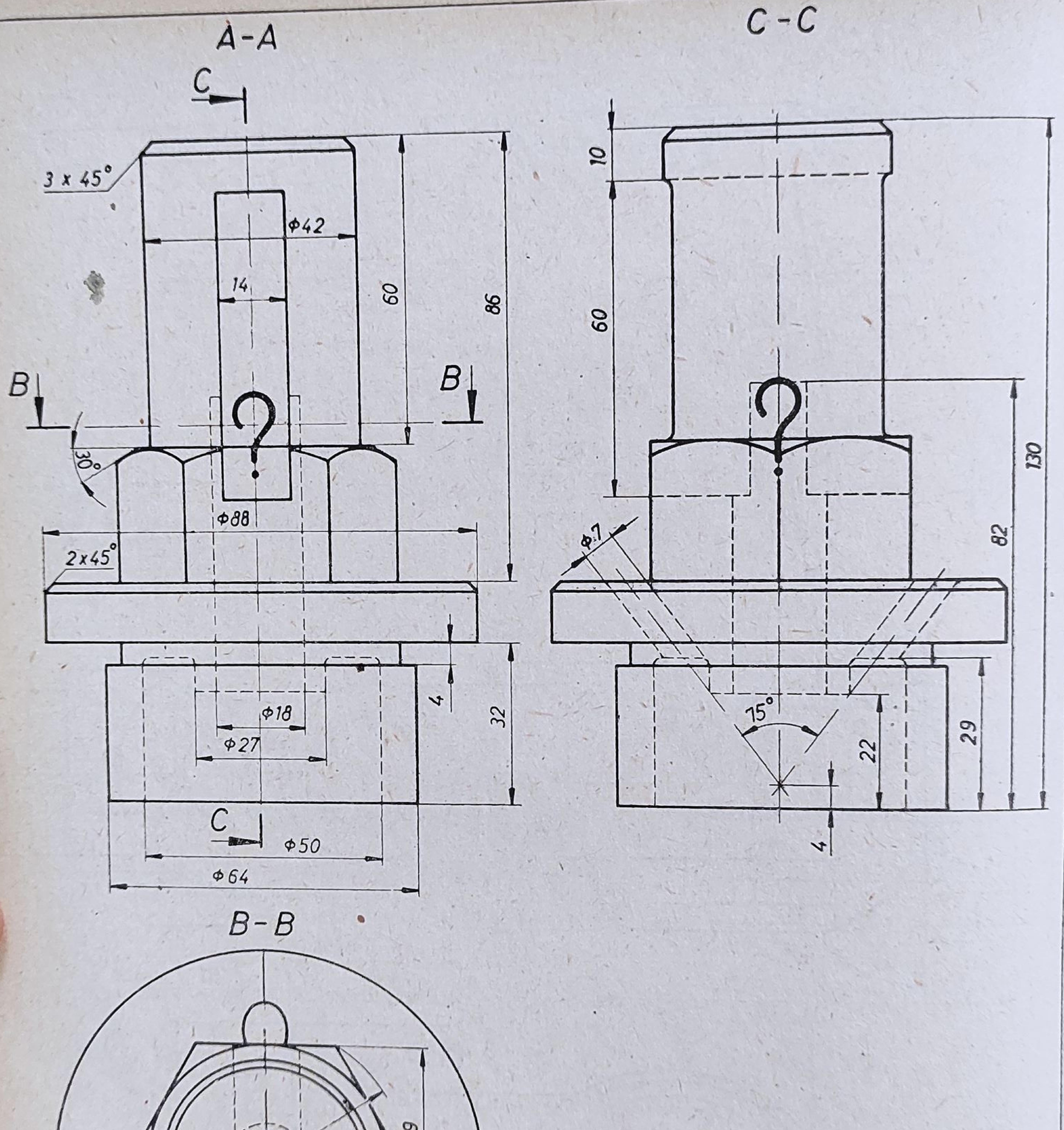





Fig. 5.95. Ghidaj ventil (problemă de rezolvat).

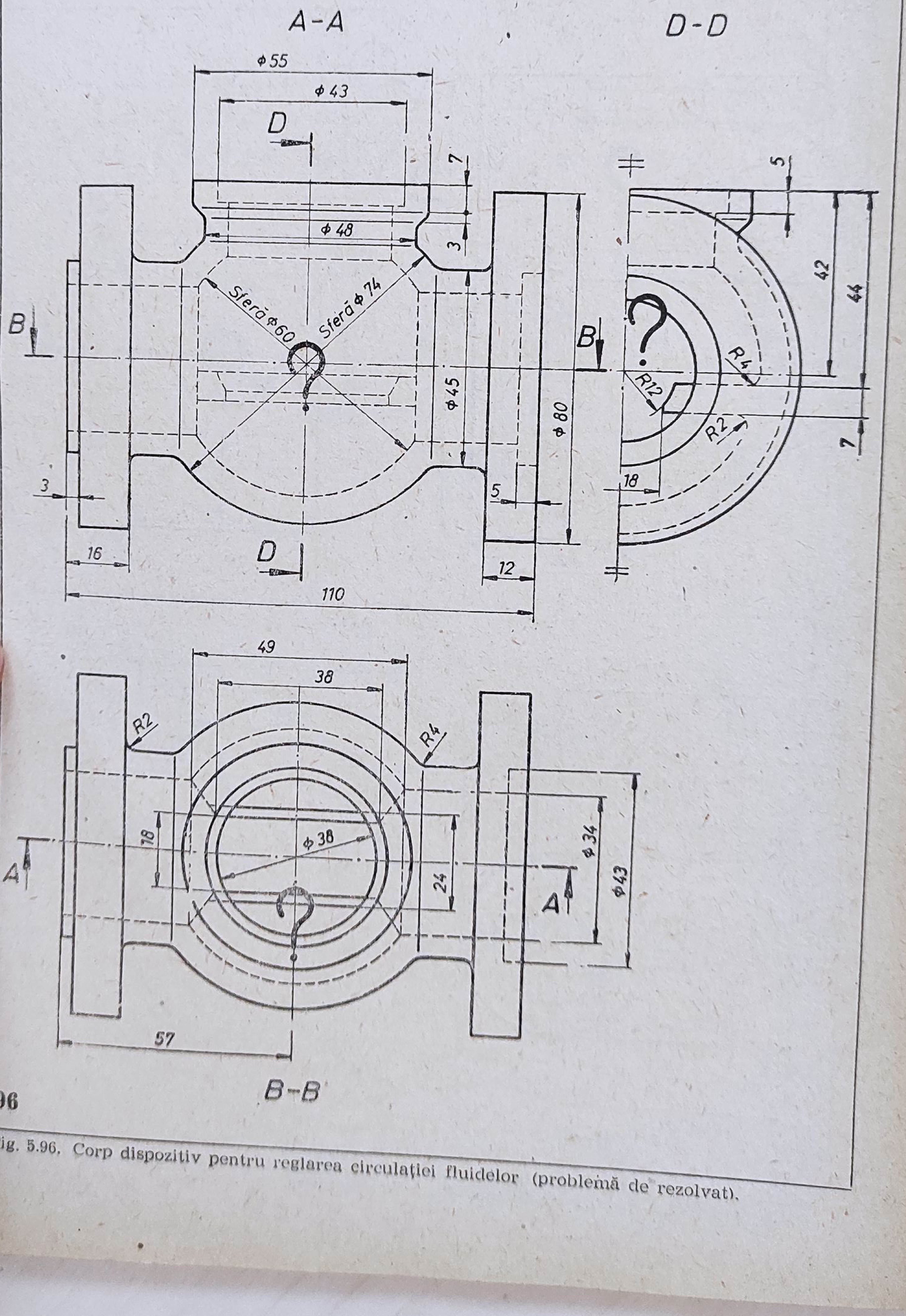
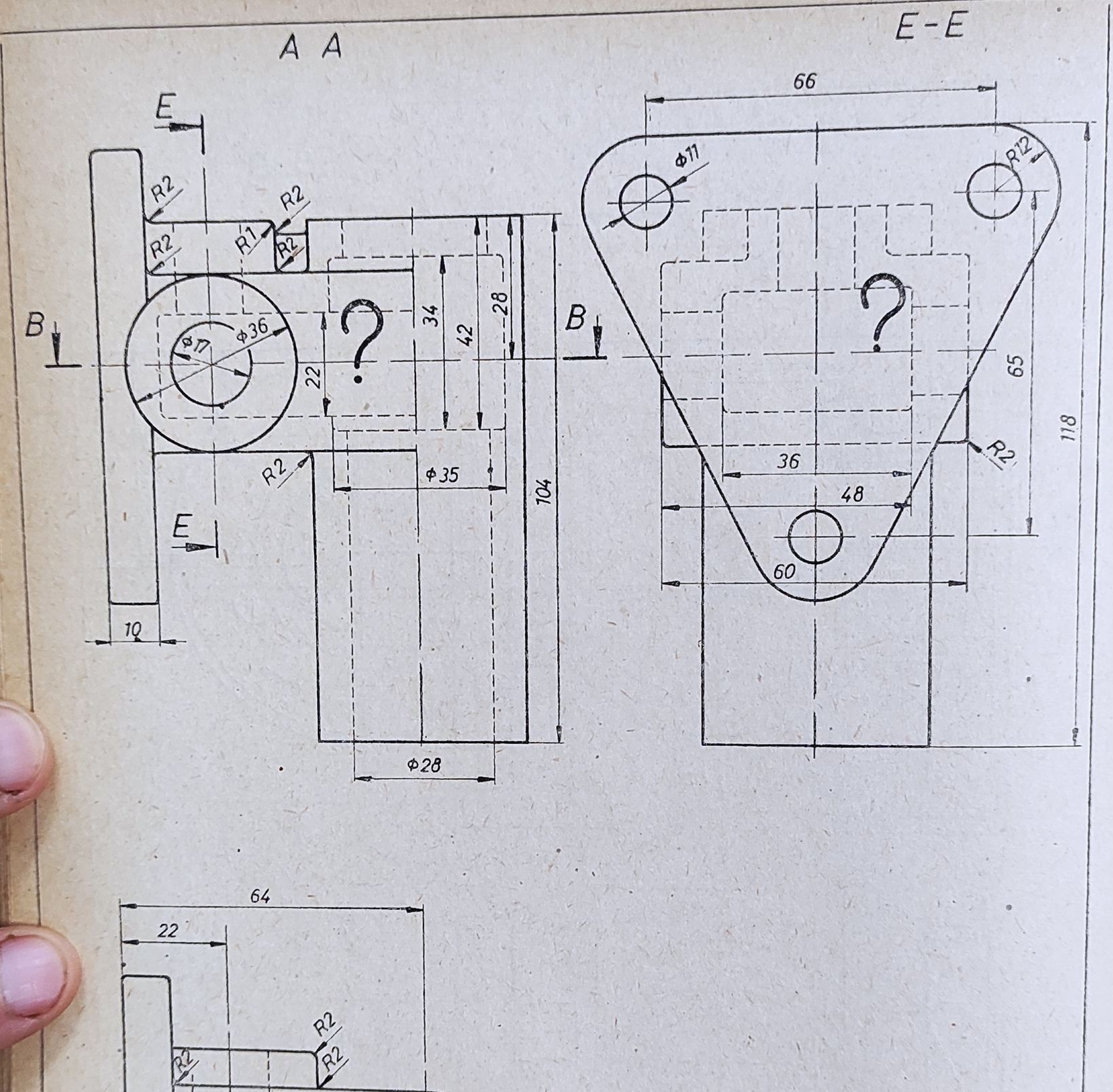





Fig. 5.96. Corp dispozitiv pentru reglarea circulației fluidelor (problemă de rezolvat).




97

Fig. 5.97. Piesă de legătură pentru conducerea fluidelor (problemă de rezolvat).

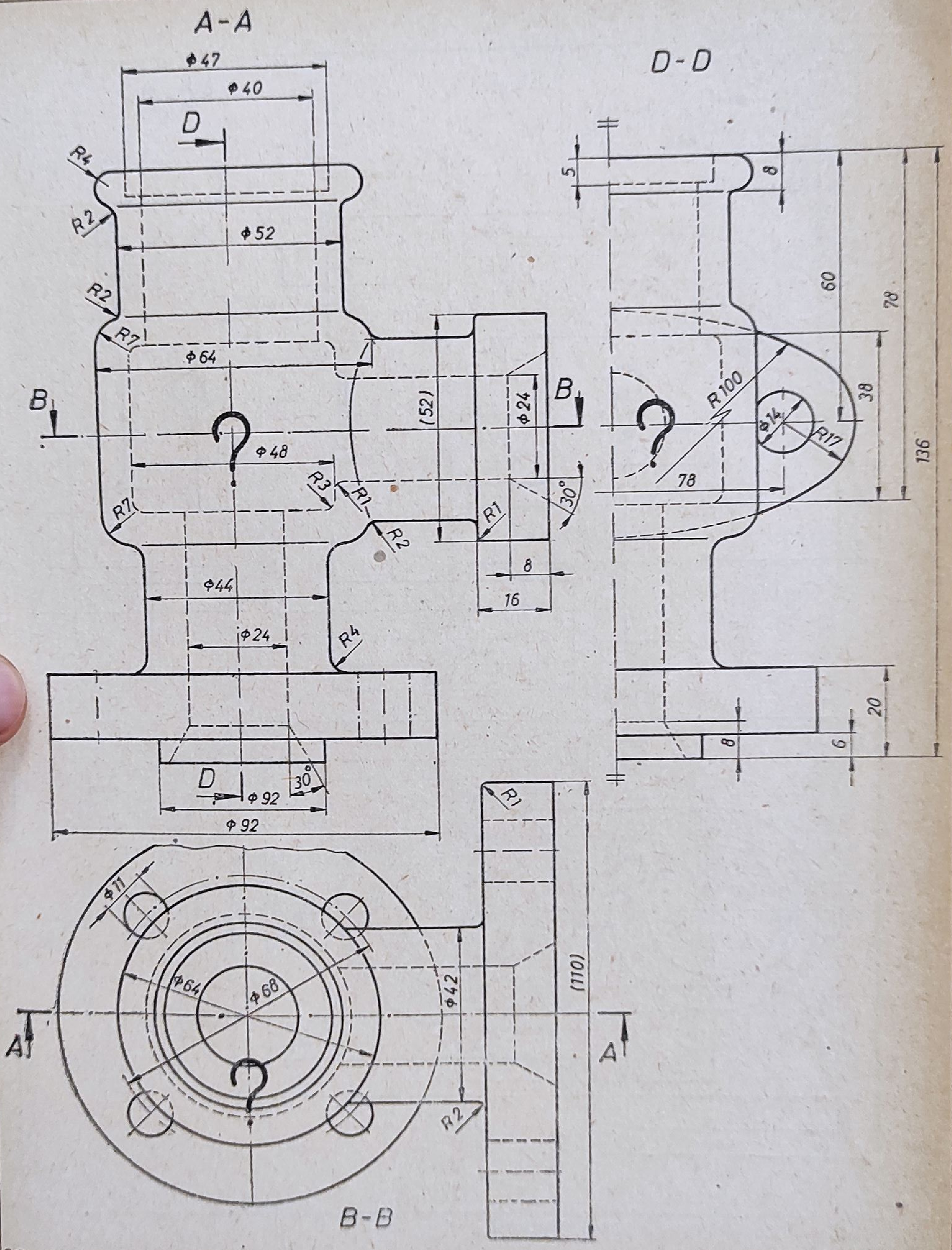
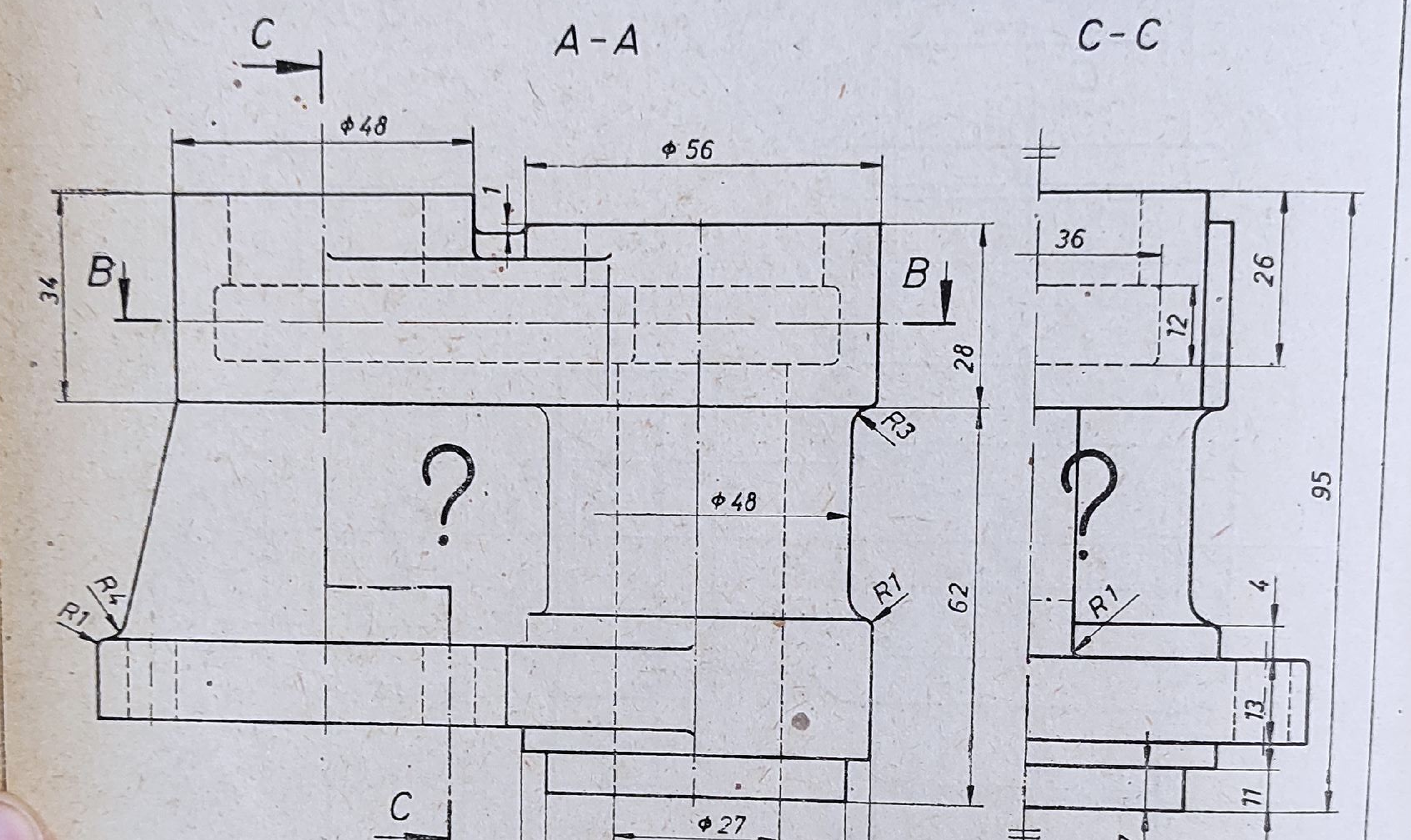





Fig. 5.98. Corp de robinet pentru abur (problemă de rezolvat)




99

Fig. 5.99. Racord cu flanșă dreptunghiulară (problemă de rezolvat).

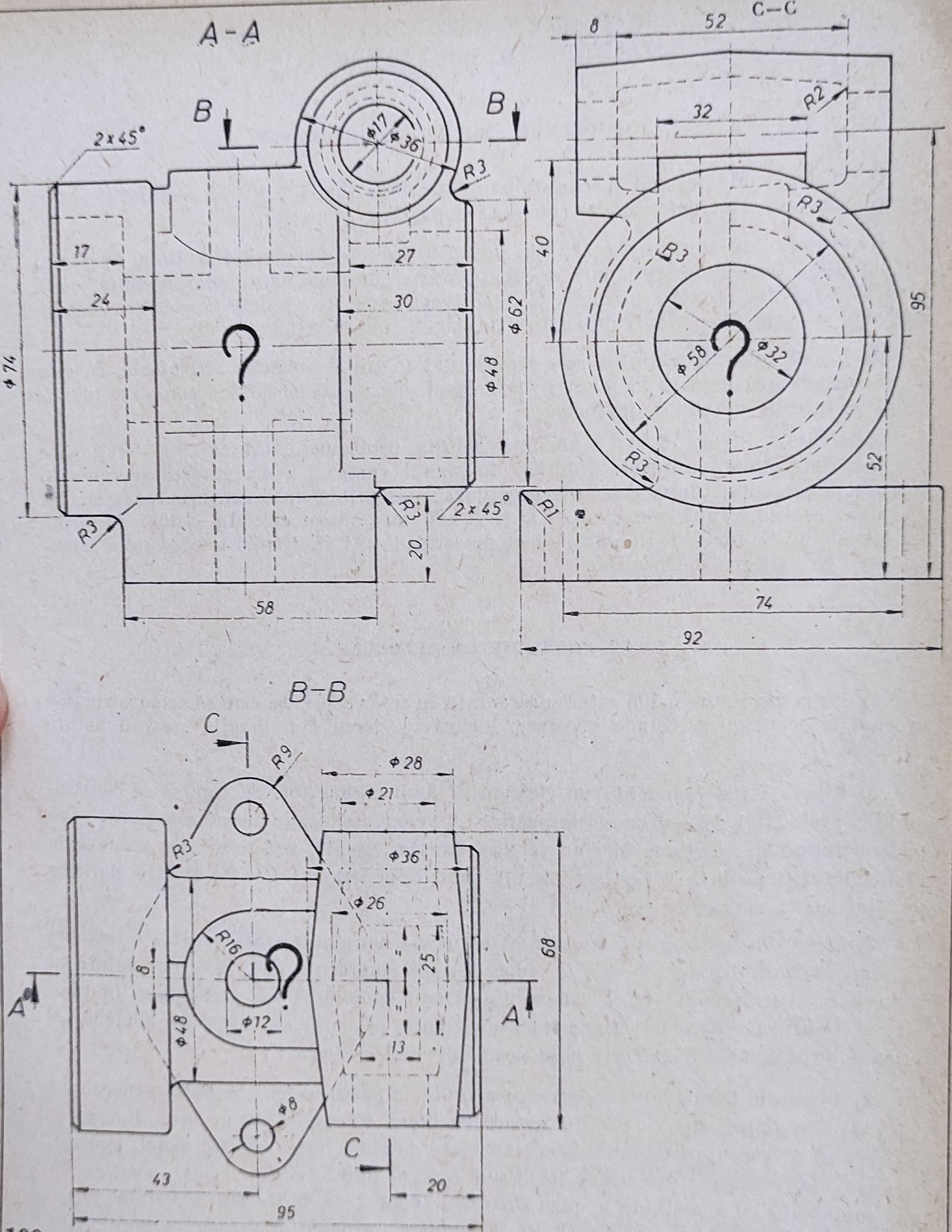





Fig. 5.100. Racord cu flanșă ovală (problemă de rezolvat).

## 5.2.4. SECŢIUNI PRIN FORME CONSTRUCTIVE REPREZENTATE ÎN MAI MULT DE TREI PROIECŢII

### 5.2.4.1. PROBLEME PROPUSE ŞI REZOLVATE

1) Să se execute desenul la scară după modelul din figura 5.101 în secţiuni şi vederi corespunzătoare unei determinări complete a părţilor acoperite.

*Rezolvare :* Aşa cum se observă din figura 5.102 este necesară o secţiune în planul vertical după traseul de secţionare $A-A$, o vedere combinată în planul orizontal după direcţiile săgeţilor notate cu literele $C$ şi $D$ (vedere de sus, vedere de jos) şi o vedere parţială separată (din spate) după direcţia săgeţii notată cu litera $E$.

2) Modelul din figura 5.103 este reprezentat în triplă proiecţie ortogonală. Se cere să se construiască desenul la scara 1 : 1 în condiţii care să permită o completă identificare a tuturor detaliilor de formă.

*Rezolvare :* Figura 5.104 reprezintă soluţia problemei. Traseul de secţionare $A-A$ a determinat conturul golurilor în planul vertical, reprezentarea combinată din planul orizontal (după direcţiile săgeţilor) a lămurit asupra contururilor bazei, iar cele două secţiuni după traseele $D-D$ şi $E-E$ au lămurit celelalte detalii de formă ale modelului. Se observă că s-au aplicat prescripţiile STAS 105-76 privitoare la reprezentarea în secţiune a nervurilor.

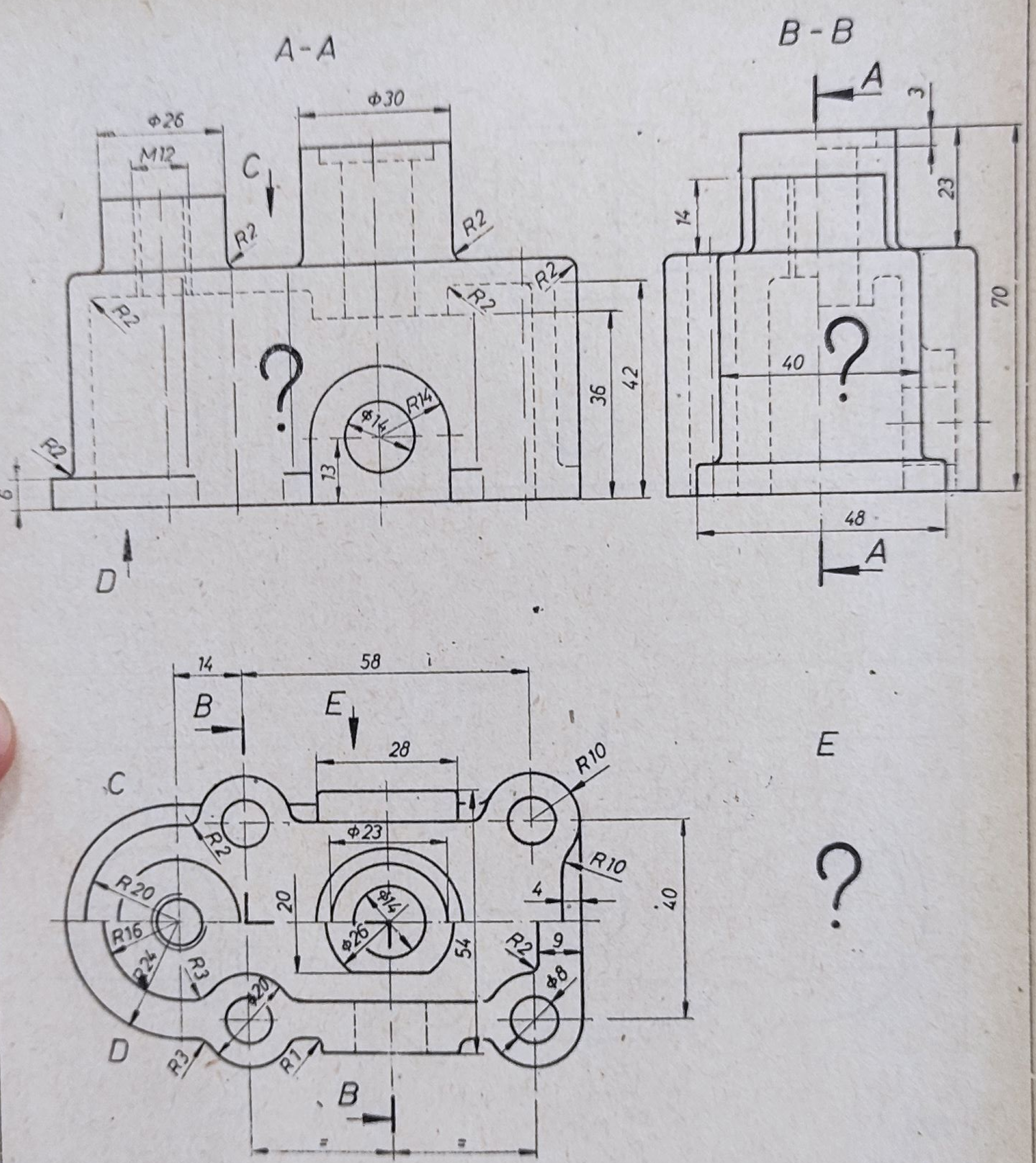
### 5.2.4.2. PROBLEME DE REZOLVAT

1) Piesa din figura 5.105 este reprezentată în trei vederi. Se cere să se construiască desenul la scară cu secţiunile necesare, inclusiv vederea din direcţia săgeţii notată cu litera $D$.

2) Figura 5.106 reprezintă un element al unui carburator. Se cere să se construiască la scara 2 : 1 desenul piesei respective cu vederea şi secţiunile necesare unei complete determinări : secţiune în plan vertical (traseul $A-A$), vedere de sus, secţiune în plan lateral (traseul $C-C$) şi secţiune într-un detaliu (traseul $B-B$.) Pentru claritate detaliul se va majora la scara 5 : 1.

3) Piesa din figura 5.107 necesită următoarele reprezentări ortogonale : o secţiune în plan vertical (traseul $A-A$), o vedere de sus combinată cu o secţiune printr-un plan de nivel (traşeul $B-B$), o vedere din stînga combinată cu o secţiune în plan lateral (traseul $E-E$), şi o secţiune transversală prin nervurile ce leagă cei doi cilindri orizontali (traseul $F-F$). Se cere să se executedesenul la scara 1 : 1.

4) Piesa din figura 5.108 a fost reprezentată în patru vederi . A patra vedere aşezată separat (după direcţia săgeţii notată cu litera $E$) reprezintă vederea din spate. Se cere să se execute desenul la scară cu toate detaliile interioare ale piesei. Pentru aceasta, sînt necesare : o secţiune în planul vertical (după traseul $A-A$), o vedere de sus combinată cu o secţiune în plan orizontal (după traseul $B-B$), o secţiune laterală după traseul de secţionare $D-D$ şi, evident, vederea din spate după direcţia săgeţii $E$.




101

Fig. 5.101. Formă constructivă turnată, determinabilă prin minimum patru proiecţii, dintre care : o secţiune cu vedere în plan vertical; o vedere combinată în plan orizontal (după direcţiile *C* şi *D*); o secţiune în trepte în plan lateral; o vedere din spate (după direcţia *E*).

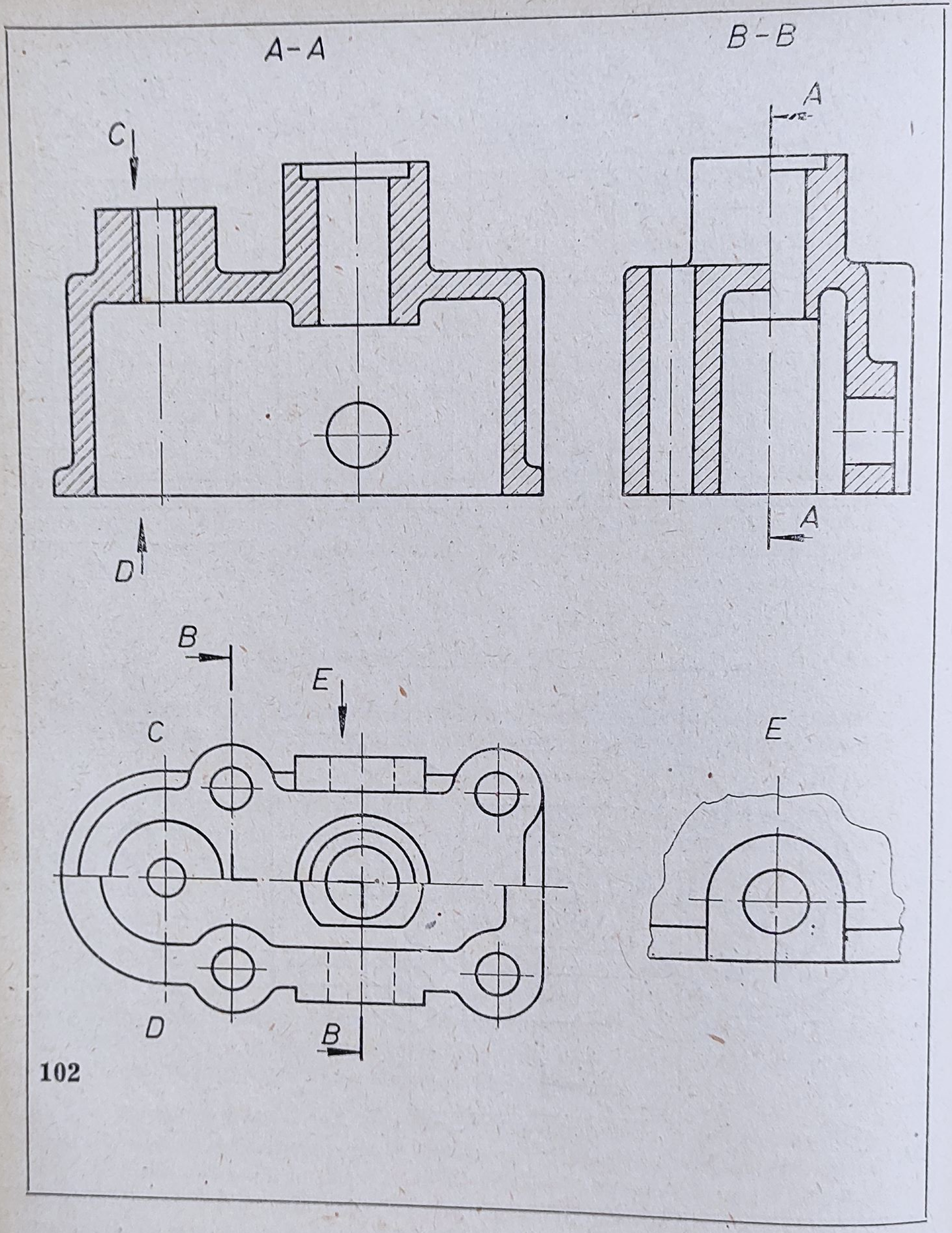
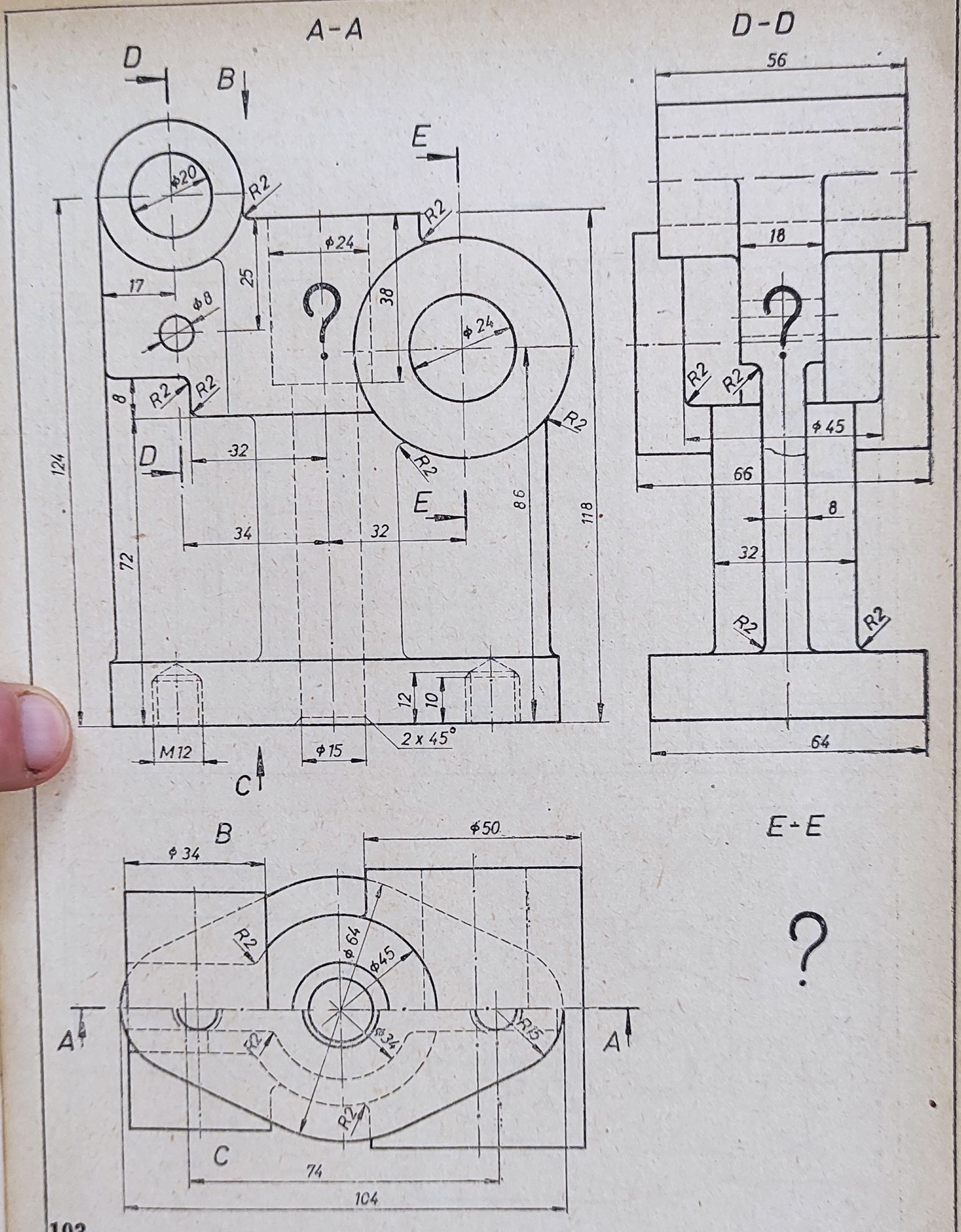



Fig. 5.102. Rezolvarea problemei din figura 5.101.




103

Fig. 5.103. Corp distribuitor, determinabil în minimum patru proiecții, dintre care : o secțiune cu vedere în plan vertical; o vedere combinată în plan orizontal (după direcțiile *B* și *C*); o secțiune cu vedere în plan lateral (după traseul *D—D*); o secțiune cu vedere (deplasată — după traseul *E—E*).

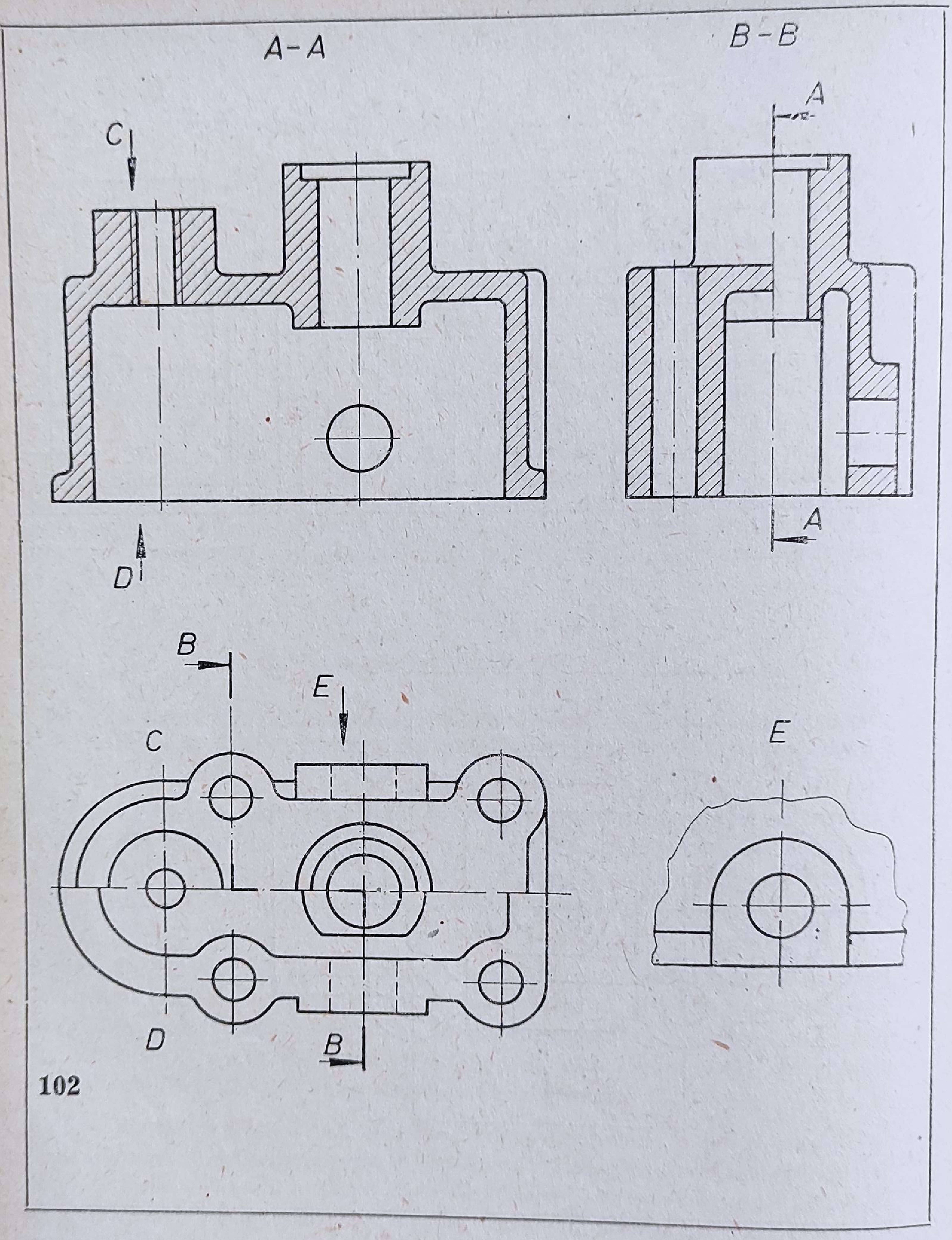
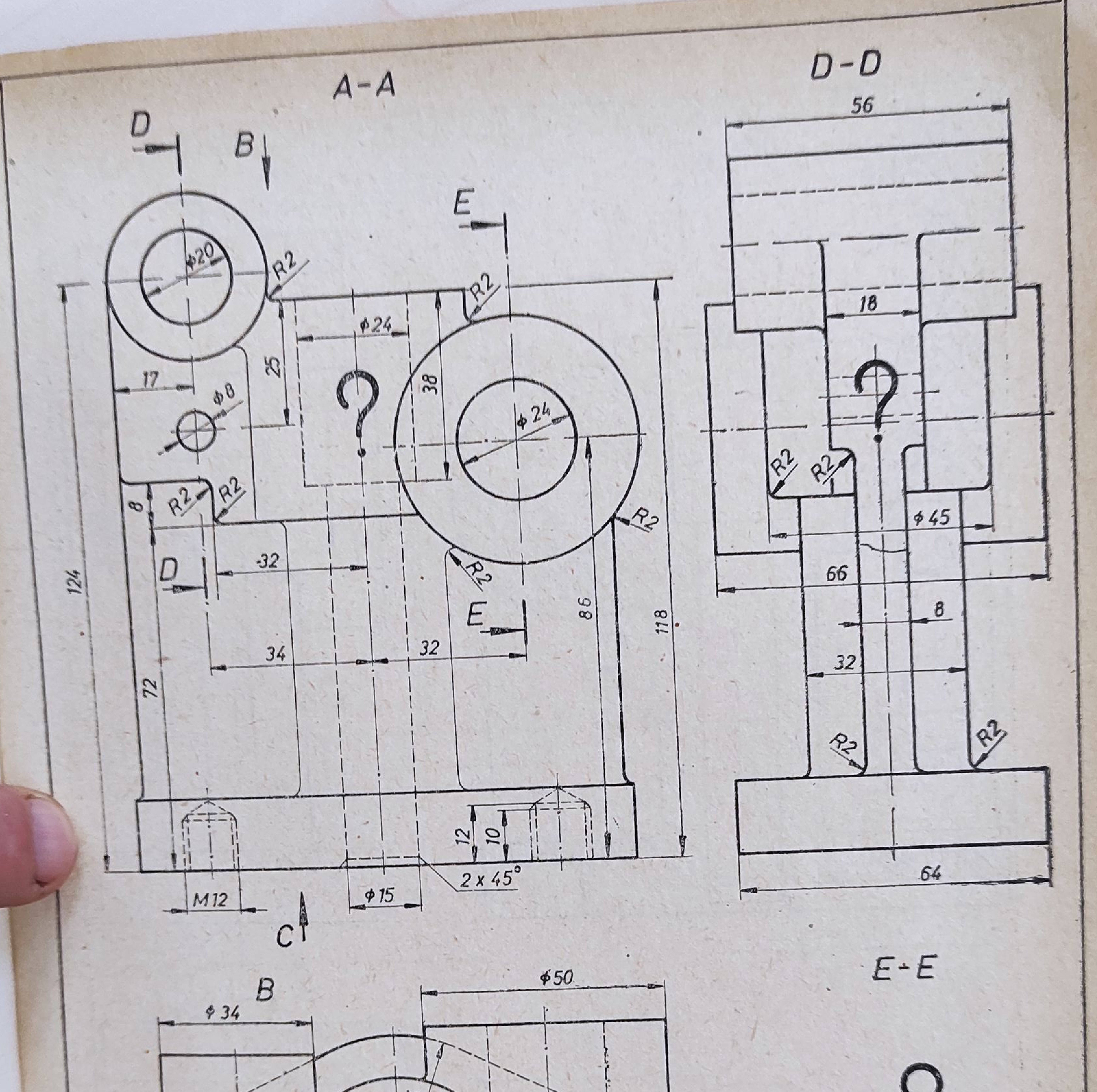



Fig. 5.102. Rezolvarea problemei din figura 5.101.




**103**

Fig. 5.103. Corp distribuitor, determinabil în minimum patru proiecţii, dintre care : o secţiune cu vedere în plan vertical; o vedere combinată în plan orizontal (după direcţiile *B* şi *C*); o secţiune cu vedere în plan lateral (după traseul *D—D*); o secţiune cu vedere (deplasată — după traseul *E—E*).

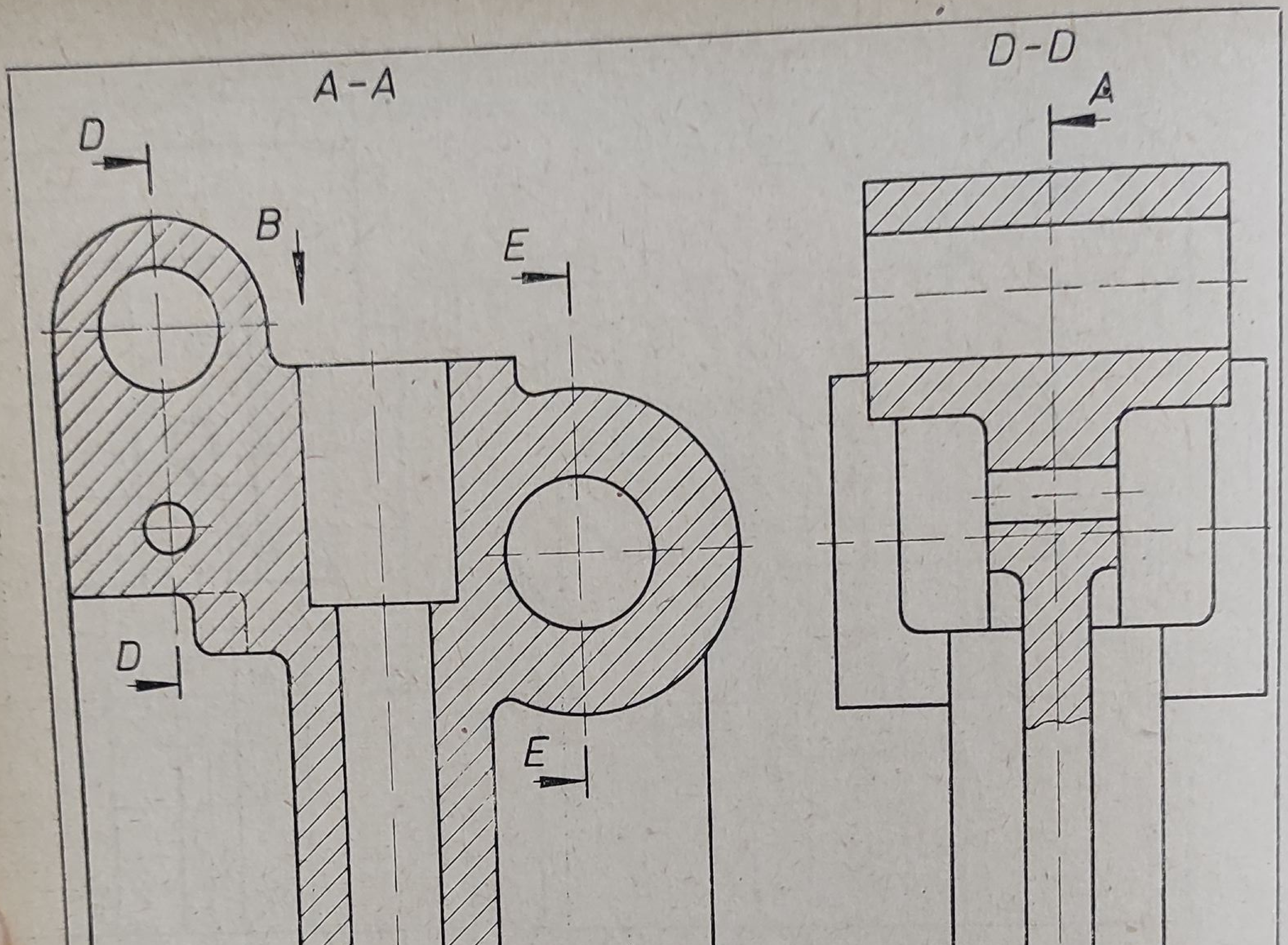



Fig. 5.104. Rezolvarea problemei din figura 5.103.

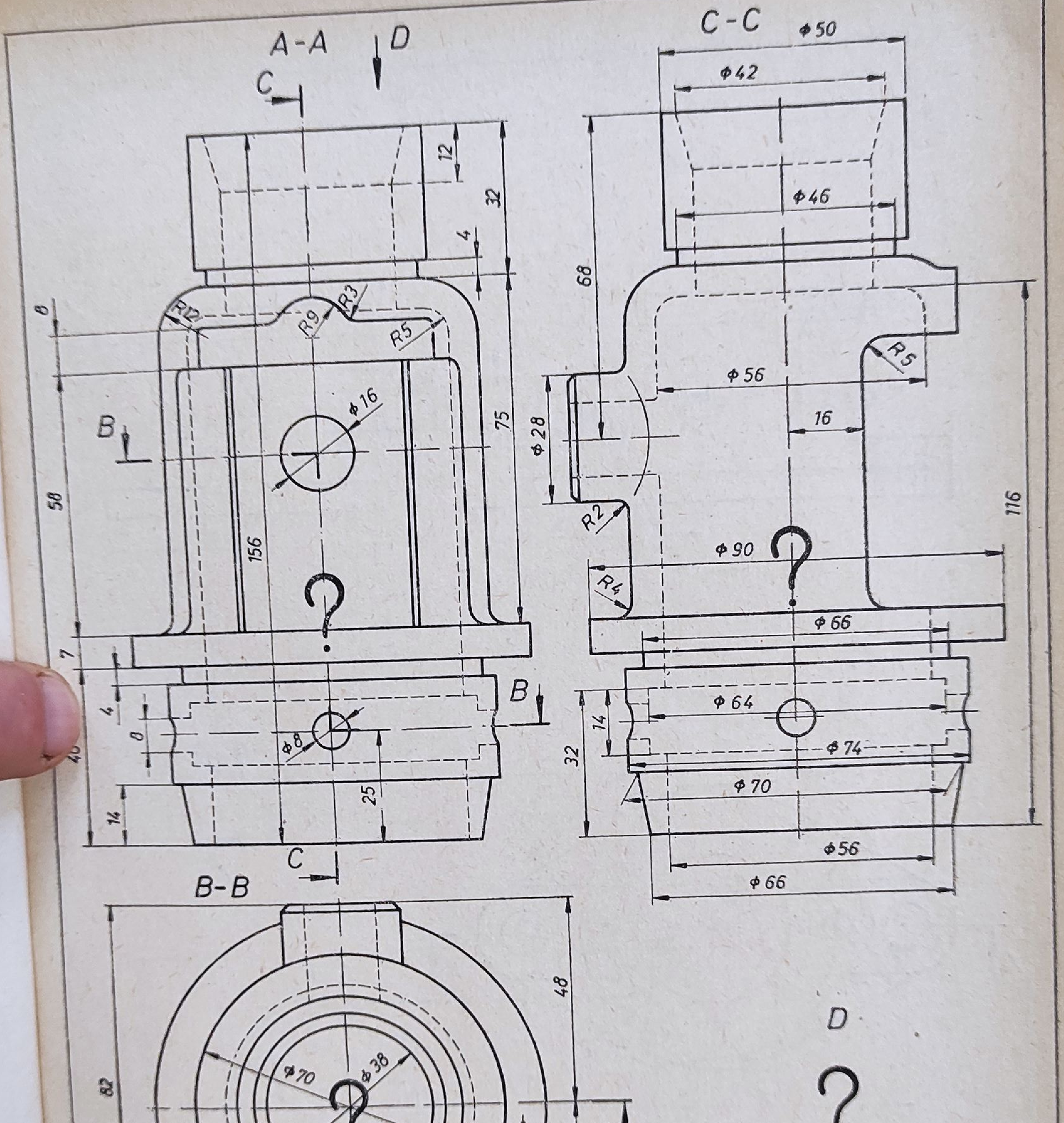





Fig. 5.105. Piesă de legătură (problemă de rezolvat).

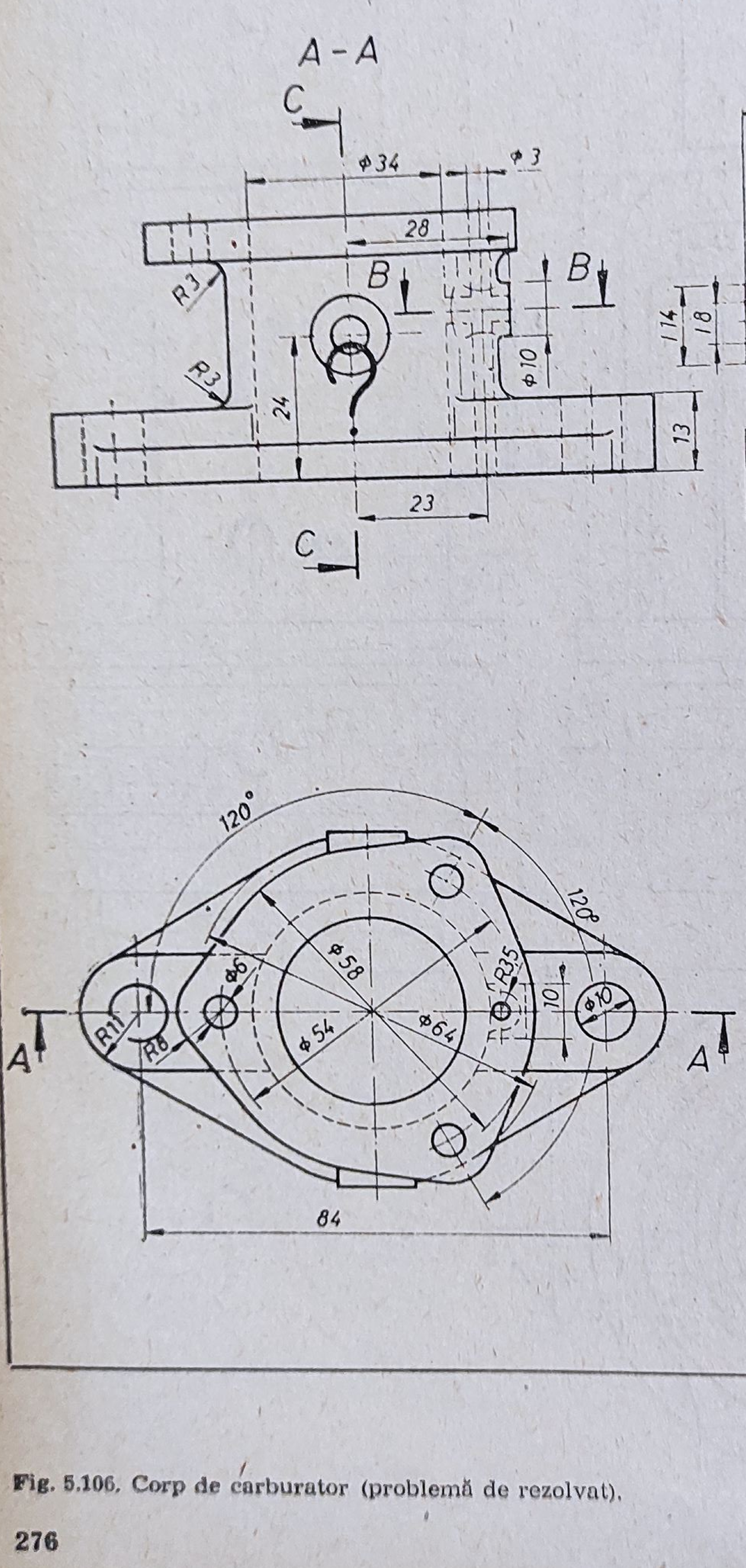



Fig. 5.106. Corp de carburator (problemă de rezolvat).

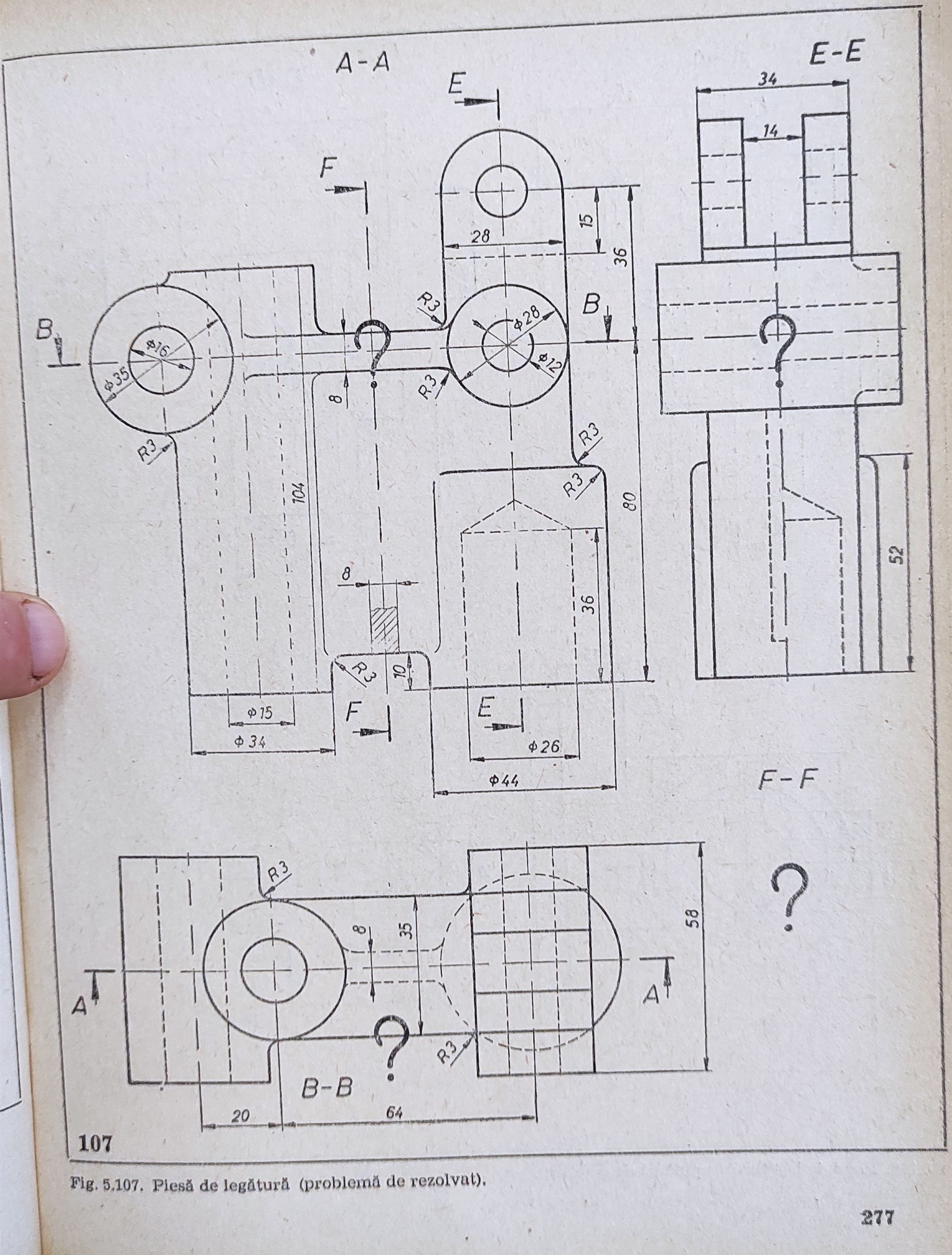
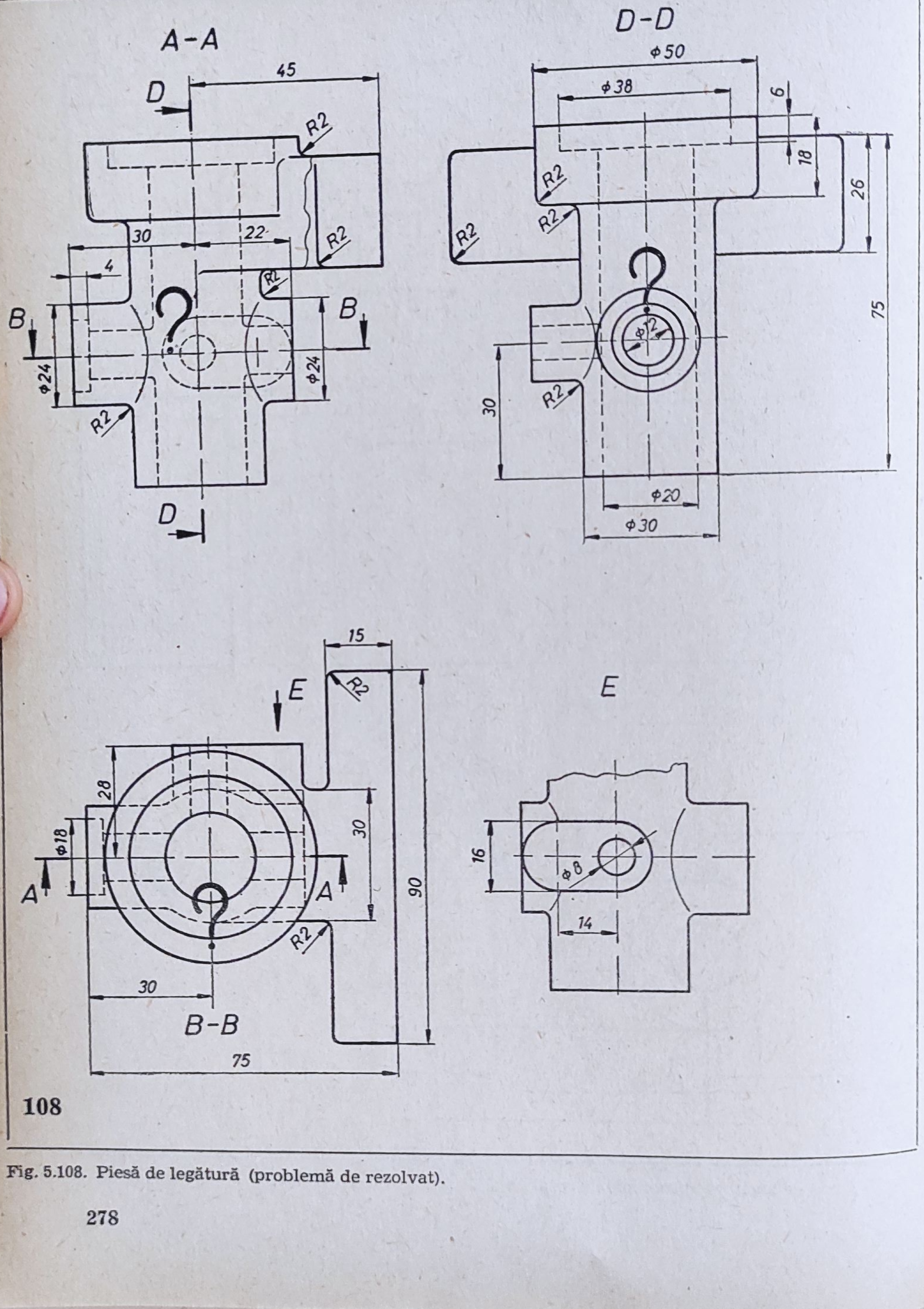
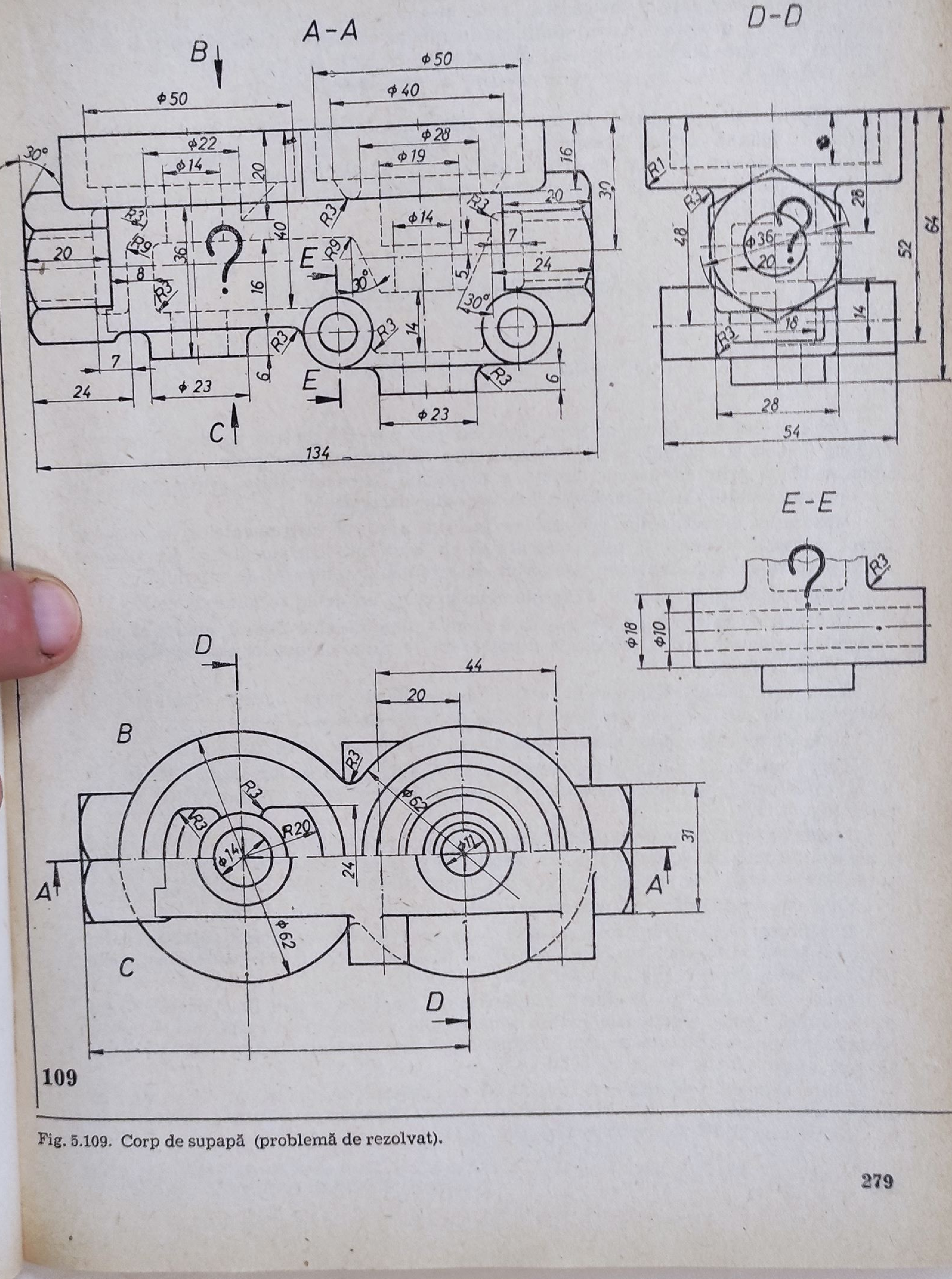



Fig. 5.107. Piesă de legătură (problemă de rezolvat).




108

Fig. 5.108. Piesă de legătură (problemă de rezolvat).




109

Fig. 5.109. Corp de supapă (problemă de rezolvat).

5) Pentru corpul de supapă din figura 5.109, pentru o completă determinare şi evidenţiere a elementelor acoperite, sînt necesare: o secţiune în planul vertical (traseul $A-A$), o reprezentare combinată în planul orizontal (după săgeţile $B$ şi $C$), o secţiune în trepte în planul lateral (traseul $D-D$) şi o secţiune locală, separat aşezată (traseul $E-E$ ). Se cere să se execute desenul la scara 2 : 1.

6) Să se execute desenul la scară al piesei din figura 5.110 cu toate detaliile: o secţiune în planul vertical (traseul $A-A$), o secţiune parţială în planul orizontal, pînă la linia de ruptură (traseul $B-B$), o secţiune în planul lateral (după traseul $C-C$), o secţiune parţială, aşezată separat (după traseul $D-D$), şi o secţiune parţială rotită (după traseul $E-E$).

## 5.3. COTAREA FORMELOR CONSTRUCTIVE

### 5.3.1. GENERALITĂŢI

Orice schiţă sau desen la scară (releveu sau preiect) conţine pe lîngă proiecţiile minime (vederi şi secţiuni) şi valorile numerice ale dimensiunilor piesei. Aceste dimensiuni se obţin prin măsurarea directă a modelului în cazul schiţei sau desenului de releveu, sau rezultă din calcule în cazul desenului de proiect.

Măsurarea dimensiunilor pieselor se face cu ajutorul instrumentelor de măsurat direct (metrul, şublerul şi micrometrul) şi cu ajutorul instrumentelor de măsurat indirect (compasul de lungime, compasul de grosime şi compasul de interior).

Valoarea numerică a unei dimensiuni înscrisă pe un desen se numeşte *cotă*.

Operaţia de înscriere pe desenul unei piese a dimensiunilor care îi determină toate elementele geometrice ale acesteia se numeşte *cotare*. Cotarea pieselor este reglementată prin STAS 188-76.

*Elementele cotării*. Elementele cotării exemplificate prin figurile 5.111 şi 5.112 sînt: liniile de cotă, liniile ajutătoare, liniile de indicaţie şi cotele.

*Linia de cotă* este linia deasupra căreia se înscrie cota respectivă.

*Liniile ajutătoare* indică punctele sau planele între care se scrie cota: ele servesc şi la construcţia punctelor necesare pentru determinarea formei geometrice a unei piese (fig. 5.112).

*Liniile de indicaţie* servesc pentru precizarea pe desen a elementului la care se referă o prescripţie tehnică, o observaţie, un număr de poziţie, o notare convenţională sau o cotă, care, din lipsă de spaţiu, nu poate fi înscrisă deasupra liniei de cotă (fig. 5.111).

*Cota* reprezintă valoarea numerică a elementului cotat (fig. 5.111).

*Clasificarea cotelor*. După rolul pe care îl au, cotele în definirea obiectului reprezentat (criteriul funcţional), conform STAS 188-76, se deosebesc (fig. 5.113): cote funcţionale (*F*), cote nefuncţionale (NF) şi cote auxiliare (Aux).

*Cotele funcţionale* (F) se referă la dimensiuni esenţiale pentru funcţionarea piesei reprezentate. Cotele funcţionale indică dimensiunile unui element funcţional al piesei, precum şi legătura acestuia cu alte elemente de formă sau constructive. De exemplu: alezaje, umere, filete etc. (fig. 5.113).

*Cotele nefuncţionale* (NF) se referă la dimensiuni ce nu au un rol esenţial în funcţionarea piesei, dar care sînt necesare pentru determinarea formei constructive în vederea executării piesei respective (fig. 5.113).

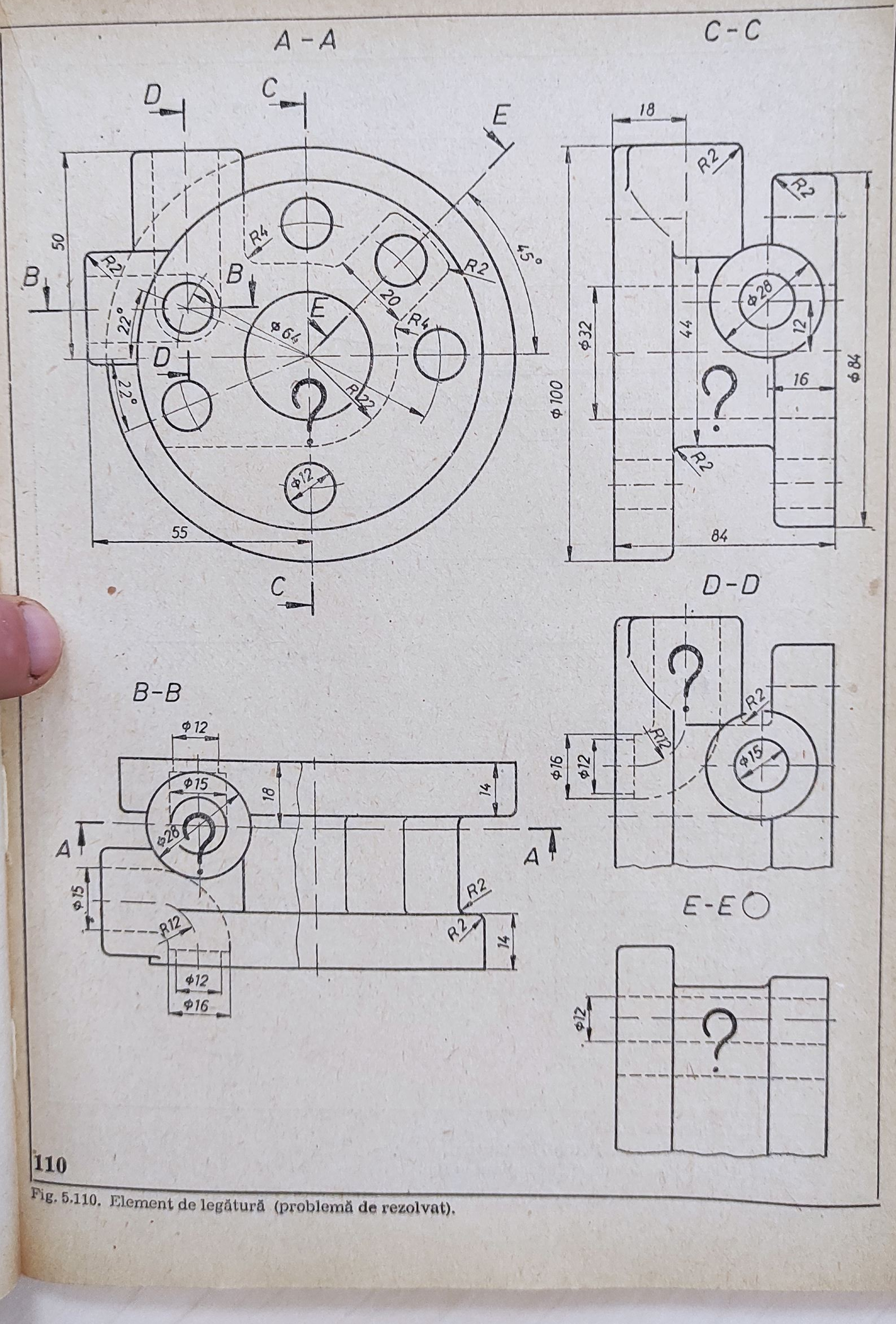
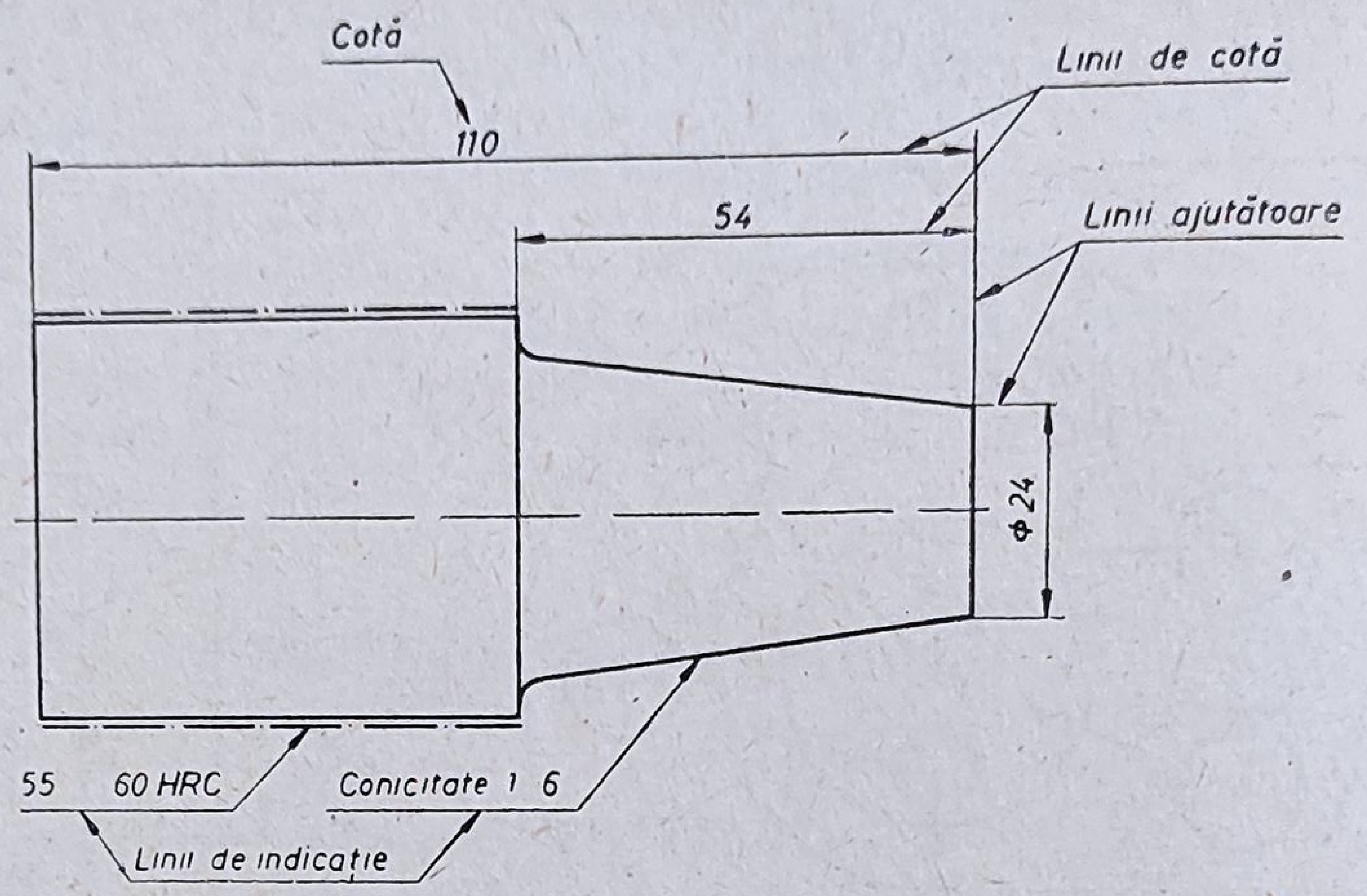
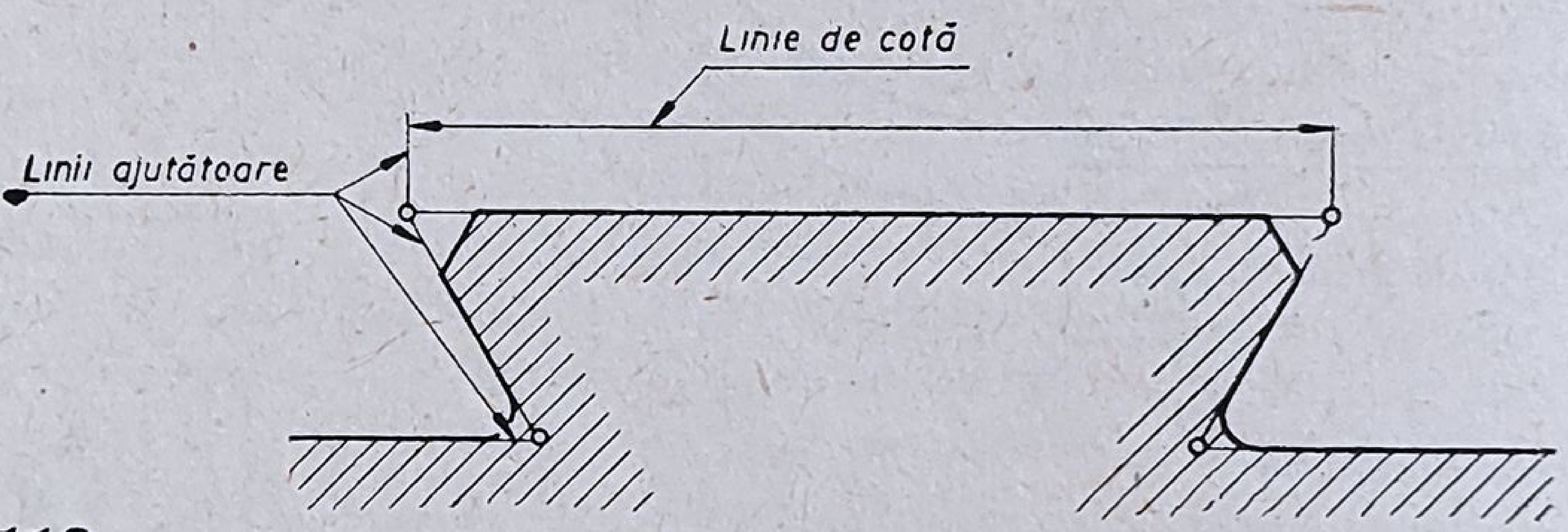




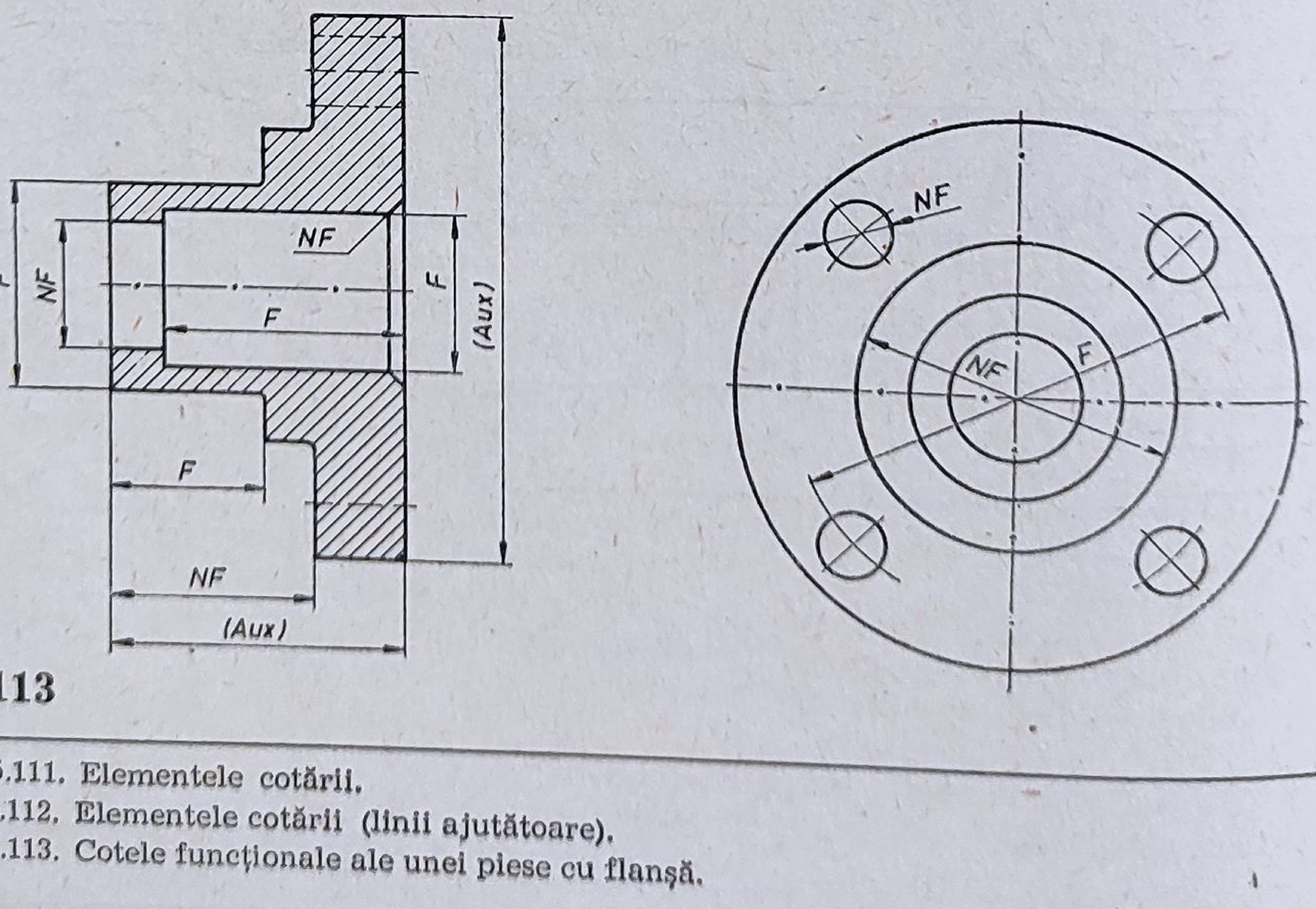

Fig. 5.110. Element de legătură (problemă de rezolvat).




**111**

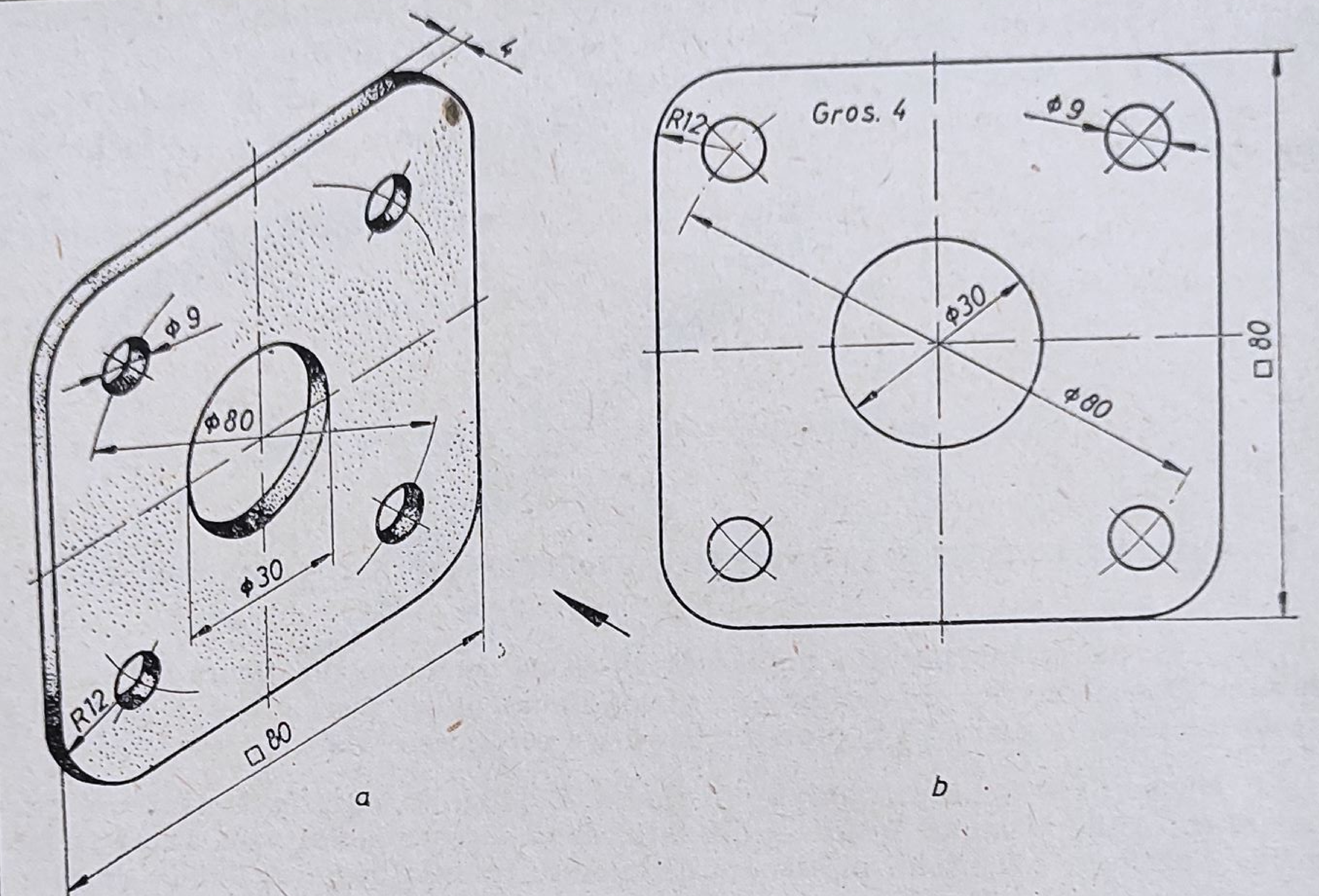



**112**

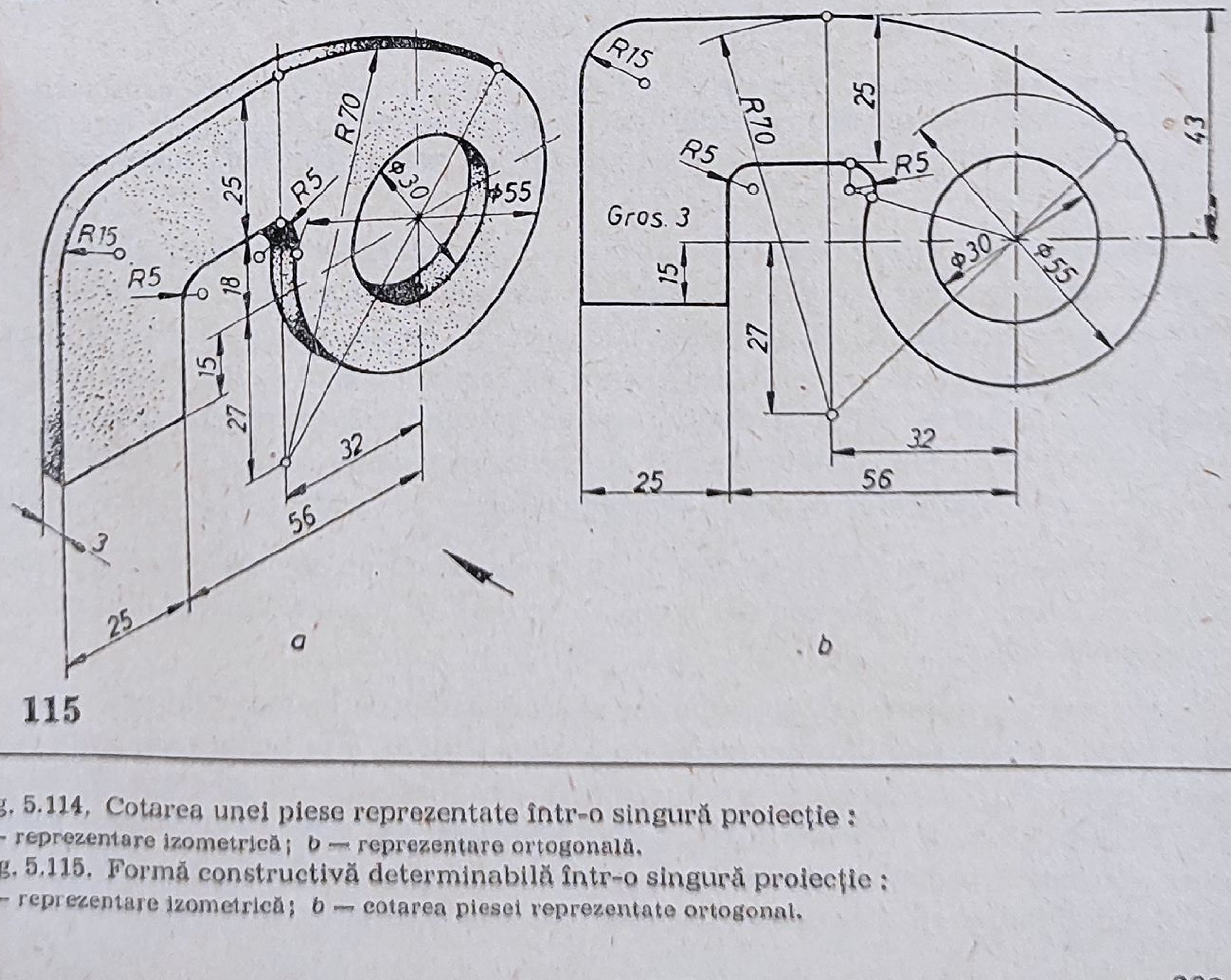



**113**

Fig. 5.111. Elementele cotării.
Fig. 5.112. Elementele cotării (linii ajutătoare).
Fig. 5.113. Cotele funcționale ale unei piese cu flanșă.




**114**




**115**

Fig. 5.114. Cotarea unei piese reprezentate într-o singură proiecție :
*a* — reprezentare izometrică ; *b* — reprezentare ortogonală.

Fig. 5.115. Formă constructivă determinabilă într-o singură proiecție :
*a* — reprezentare izometrică ; *b* — cotarea piesei reprezentate ortogonal.

*Cotele auxiliare* (Aux) se referă la dimensiuni date informativ, pentru indicarea unor date suplimentare și pentru evitarea calculelor (fig. 5.113).

Scrierea pe desen a cotelor după această clasificare se face în modul următor:

– cotele funcționale se scriu direct pe desen, nefiind permis ca ele să fie deduse din alte cote;

– cotele nefuncționale se scriu în modul cel mai convenabil pentru executarea piesei și verificarea ei;

– cotele auxiliare se scriu în paranteză și fără toleranțe.

## 5.3.2. PROBLEME PROPUSE ȘI REZOLVATE

### 5.3.2.1. COTAREA FORMELOR CONSTRUCTIVE REPREZENTATE ÎNTR-O SINGURĂ PROIECȚIE

**1)** Piesa de formă pătrată prevăzută cu găuri de fixare din figura 5.114, *a* este reprezentată izometric. Cunoscîndu-se dimensiunile piesei respective, se cere să se execute desenul la scara 1 : 1, prevăzut cu toate cotele necesare.

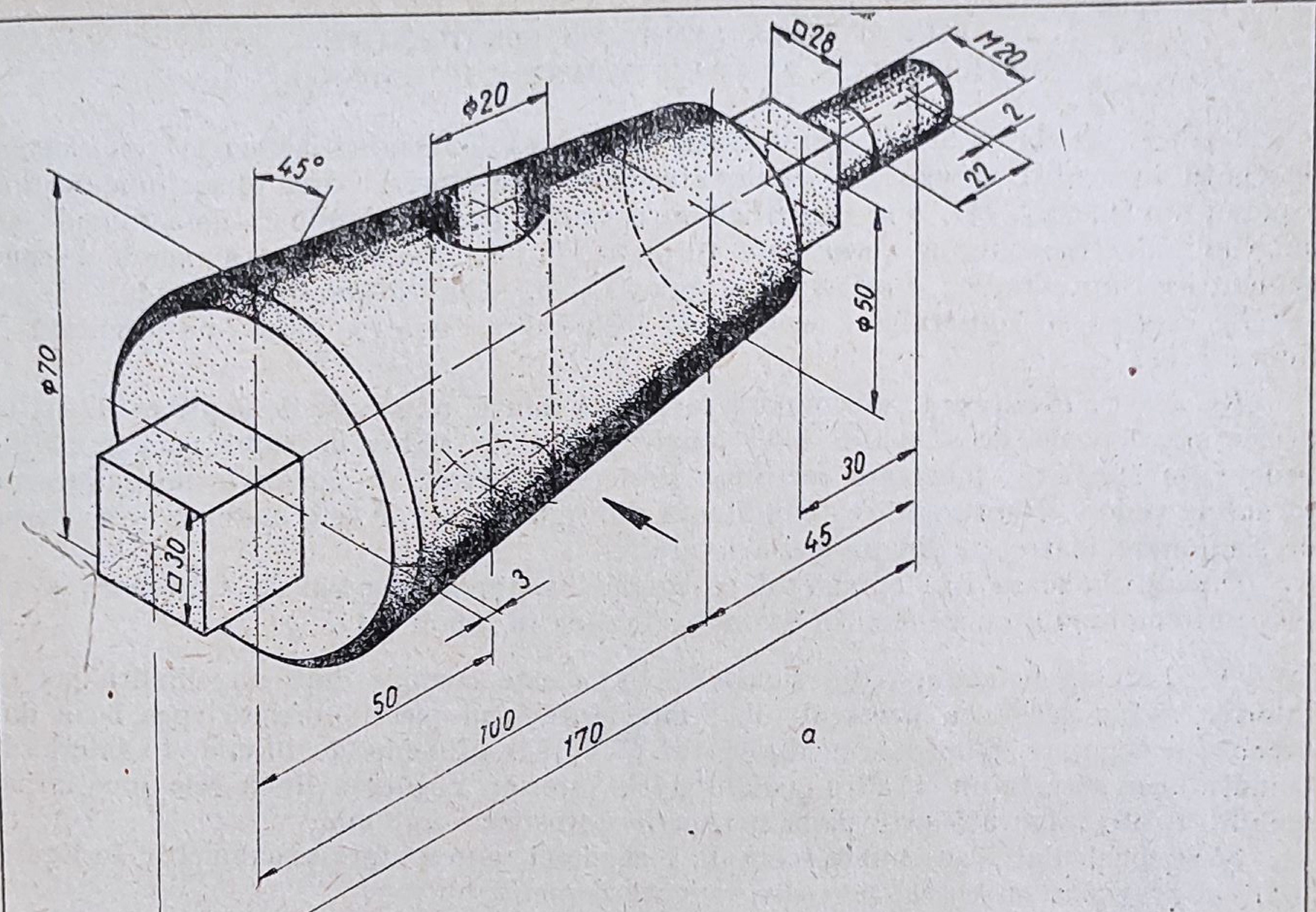
*Rezolvare:* Forma constructivă din figura 5.114, *a* se reprezintă ortogonal într-o singură proiecție, și anume o vedere din față, după săgeata indicatoare. După trasarea cu linie subțire a conturului piesei și a găurilor se trece la așezarea liniilor de cotă și la înscrierea cotelor. Grosimea se indică prin mențiunea Gros. 4. Cota de gabarit se prevede cu simbolul corespunzător pentru latura unui pătrat. După îngroșarea conturului, desenul la scară apare ca în figura 5.114, *b*.

**2)** Piesa reprezentată izometric în figura 5.115, *a* este o formă constructivă ale cărei contur este alcătuit din racordări de drepte cu un cerc prin arce de cerc. Se cere să se execute desenul la scară al piesei respective și care să cuprindă toate cotele necesare (scara 1 : 1).

*Rezolvare:* Se trasează cu linie subțire conturul exterior al unicei proiecții, care, așa cum s-a arătat mai sus, este alcătuit din racordarea cercului cu diametrul ⌀55 cu drepte paralele prin razele de racordare *R*5 și *R*70, precum și din racordarea dreptelo paralele verticale cu cele orizontale cu razele de racordare *R*15 și *R*5. După închiderea conturului exterior al piesei și după trasarea cercului concentric de diametru ⌀30, se trece, apoi, la trasarea liniilor de cotă și la inscripționarea cotelor. Desenul finalizat prin îngroșarea conturului cu linie corespunzătoare va arăta ca în figura 5.115, *b*.

**3)** Imaginea izometrică din figura 5.116, *a* reprezintă un cep conic de la un robinet. Ținîndu-se seama de cotele cepului conic, se cere să se execute desenul la scara 1 : 1 al respectivei piese.

*Rezolvare:* Prin folosirea simbolurilor speciale la cotele ce indică un diametru sau latura bazei unei prisme pătrate, modelul din figura 5.116, *a* se poate reprezenta într-o singură proiecție, și anume o vedere din față în sensul săgeții ce indică direcția de proiecție. Figura 5.116, *b* reprezintă rezolvarea problemei. Se observă că formele prismatice se precizează în proiecția unică prin trasarea diagonalelor fețelor prismelor respective. Golul cilindric cu diametrul ⌀20 este scos în evidență printr-o ruptură.




116

Fig. 5.116. Cep conic, determinabil într-o singură proiecție:
*a* — imagine izometrică; *b* — cepul reprezentat ortogonal și prevăzut cu cote, după imaginea din figura 5.116, *a*.

### 5.3.2.2. COTAREA FORMELOR CONSTRUCTIVE REPREZENTATE ÎN DOUĂ PROIECȚII ORTOGONALE

4) Piesa din figura 5.117, *a* reprezintă sub formă de imagine izometrică un element de legătură (racord), prevăzut cu filete exterioare. Prin reprezentarea în secțiune parțială a piesei din figura 5.117, *a* se identifică cu ușurință golurile interioare de-a lungul axei longitudinale. În exterior, piesa este formată din următoarea succesiune de corpuri geometrice : un cilindru, o prismă hexagonală și un cilindru identic cu primul.

Se cere să se construiască desenul la scară 1 : 1 pentru piesa reprezentată în figura 5.117, *a*.

*Rezolvare :* Piesa este determinată printr-un număr minim de două proiecții. Astfel, proiecția verticală de-a lungul axei longitudinale va apărea deasupra axei jumătate vedere iar sub axă, jumătate secțiune. Proiecția laterală va apărea în întregime sub formă de vedere. Reprezentarea combinată din figura 5.117, *b* este marcată prin traseul de secționare în trepte din proiecția laterală.

Desenul la scara 1 : 1 completat cu cotele și notarea traseului de secționare și cu secțiuni combinate cu vedere va arăta în final ca în figura 5.117, *b*.

5) Ghidajul de supapă din figura 5.118, *a* este compus dintr-un cilindru gol în interior, avînd grosimea peretelui de 7 mm. Interiorul piesei prezintă spre baza din dreapta o degajare cilindrică cu diametrul ∅70 și o adîncime de 10 mm. În interiorul cilindrului se găsește un cilindru coaxial gol în interior. Legătura dintre cele două forme cilindrice este asigurată prin două nervuri cu grosimea de 8 mm.

Să se construiască desenul la scara 1 : 1 al piesei reprezentate axonometric în figura 5.118,*a*, prevăzut cu cotele necesare executării piesei.

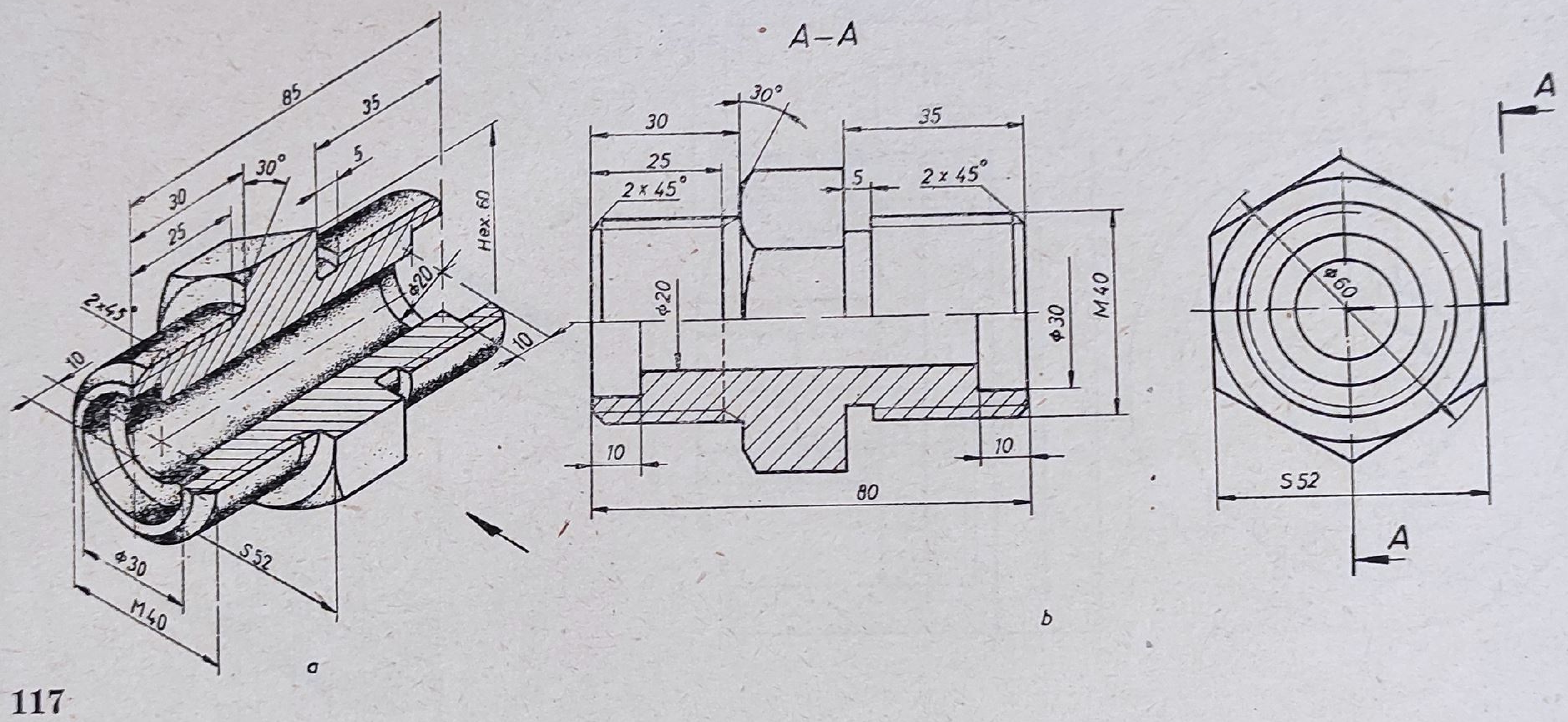
*Rezolvare :* În proiecție verticală ghidajul, de supapă apare sub forma unei secțiuni complete, determinată prin traseul de secționare din proiecția laterală notat, cu simbolul literal $A-A$. Cu aceleași litere se notează și secțiunea respectivă. Figura 5.18, *b* reprezintă modelul executat la scară și prevăzut cu cotele corespunzătoare. Se observă că nervurile piesei prinse longitudinal în secțiune se desenează fără a fi hașurate.

6) Capacul reprezentat axonometric în figura 5.119, *a* este format, așa cum se observă în figura amintită, din succesiunea următoarelor forme simple : un cilindru cu diametrul ∅60, o prismă pătrată cu fețele racordate, avînd latura bazei 70, și un cilindru de același diametru cu primul, de înălțime redusă. Piesa este prevăzută cu un gol cilindric, patru găuri de fixare și patru nervuri de întărire cu grosimea de 10 mm. Se cere reprezentarea la scara 1 : 1 a obiectului respectiv.

*Rezolvare :* Piesa se determină complet în două proiecții : în planul vertical sub forma unei secțiuni cu vedere și în planul lateral printr-o vedere prin care se determină formele flanșei și cilindrului exterior, precum și pozițiile găurilor de fixare. După trasarea liniilor de cotă, completarea lor prin scrierea cotelor și după îngroșarea contururilor, desenul la scară va aparea finalizat ca în figura 5.119, *b*. Conform convenției cunoscute, nervurile nu se hașurează în secțiune longitudinală.

### 5.3.2.3. COTAREA FORMELOR CONSTRUCTIVE DETERMINABILE ÎN TREI PROIECȚII ORTOGONALE

7) Imaginea izometrică din figura 5.120, reprezintă un piston de la un motor cu ardere internă. Acest piston este reprezentat secționat. Se cere să se reprezinte la scara 1 : 1 (pe format *A*4) desenul definitiv al piesei în cele trei proiectii minime, cu cotele necesare.




117

Fig. 5.117. Racord filetat, determinabil în minimum două proiecții :
*a* — imagine izometrică ; *b* — reprezentare dublu ortogonală complet cotată.

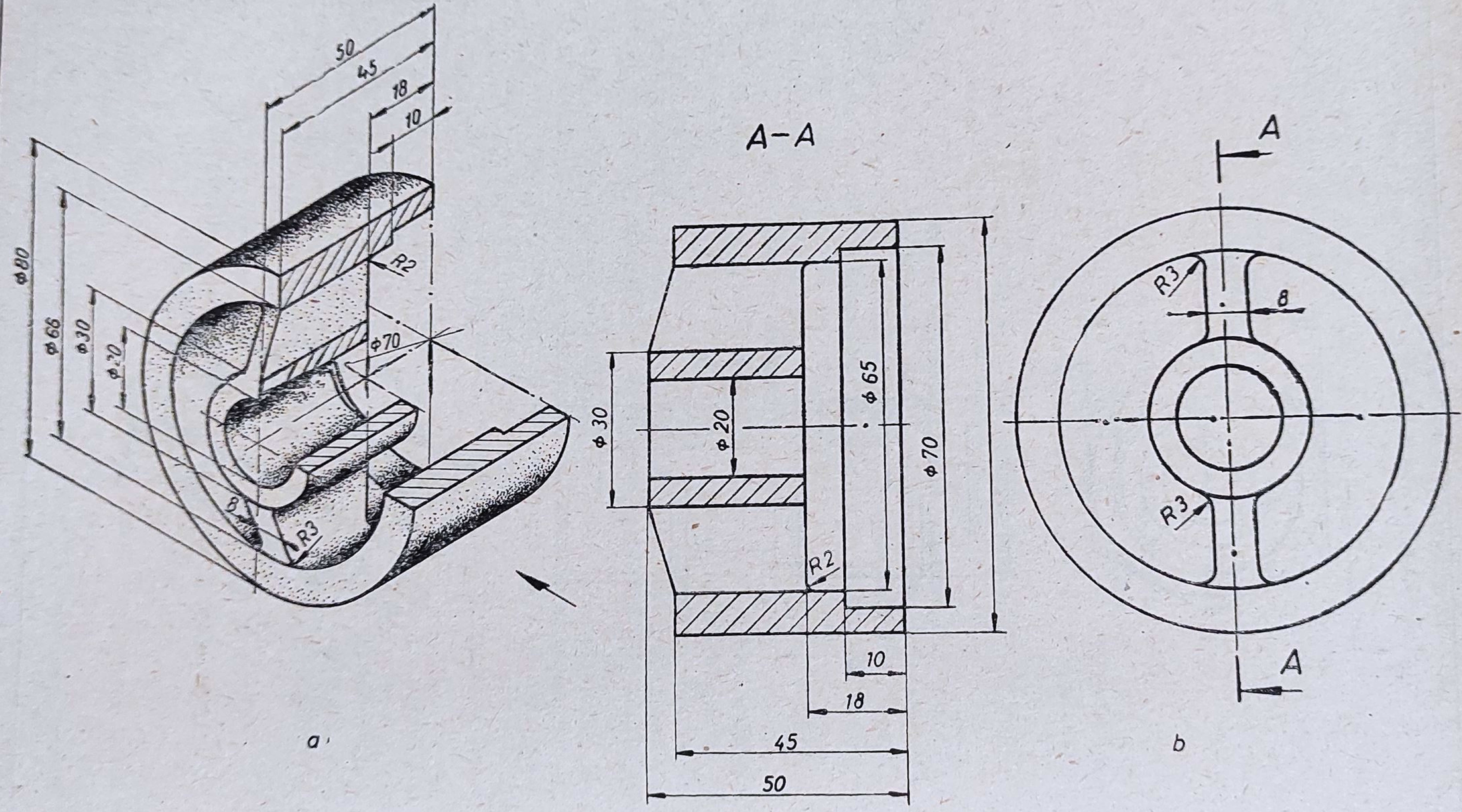
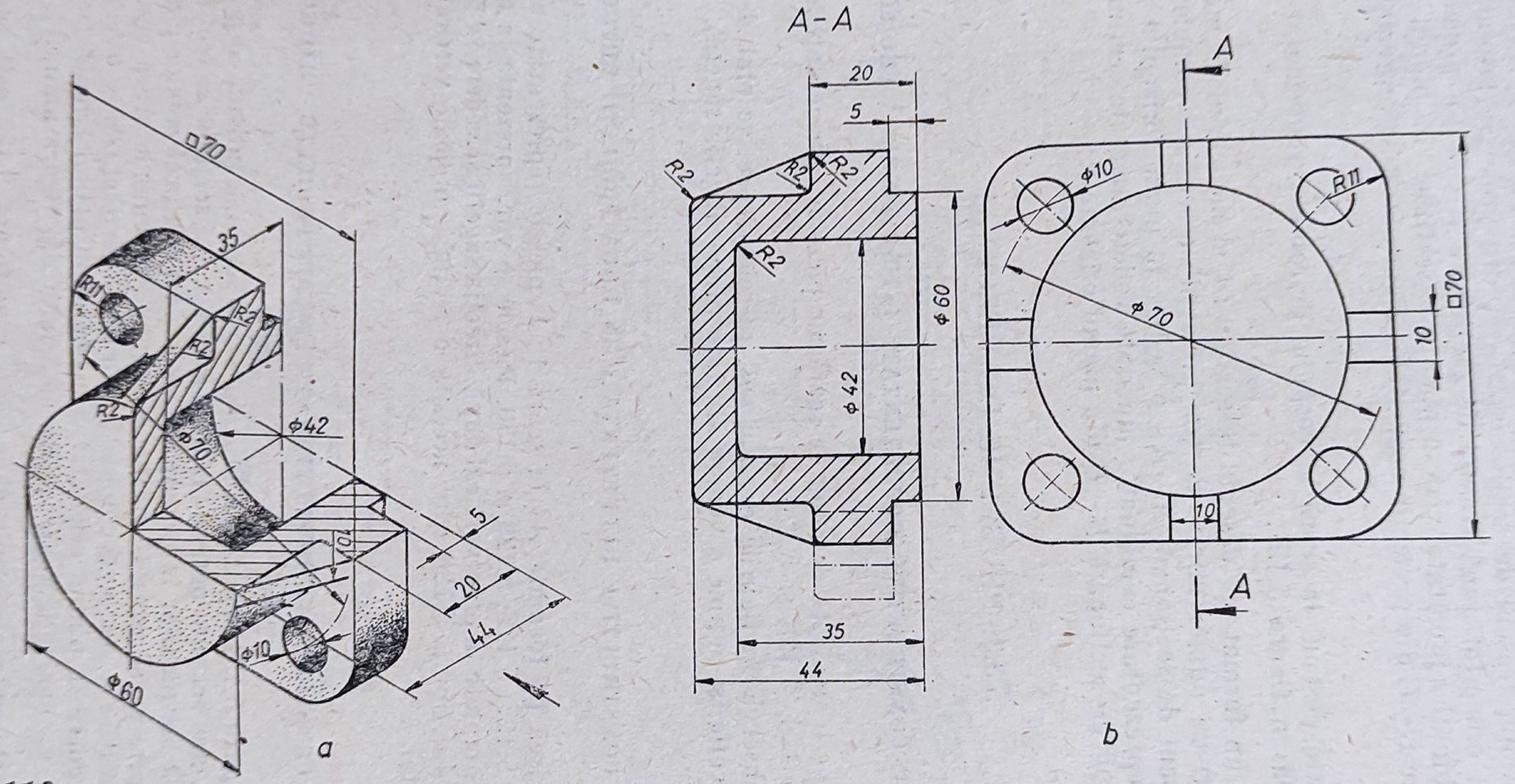





Fig. 5.118. Ghidaj de supapă (problemă) :
*a* — imagine izometrică; *b* — reprezentare dublu ortogonală complet cotată.




119

Fig. 5.119. Capac cu flanșă pătrată (problemă) :
*a* — imagine izometrică; *b* — reprezentare dublu ortogonală complet cotată.

*Rezolvare :* Pentru determinarea completă a pistonului este necesară reprezentarea acestuia în triplă proiecție ortogonală în următoarele condiții : o secțiune completă în planul vertical după traseul de secționare $A-A$ din proiecția laterală, o secțiune în trepte în planul orizontal după traseul de secționare $B-B$ din proiecția verticală și o secțiune combinată, jumătate vedere-jumătate secțiune în planul lateral după traseul de secționare $C-C$ din proiecția orizontală. Figura 5.120, *b* reprezintă rezolvarea problemei.

8) Să se execute desenul la scară al corpului de robinet, reprezentat axonometric în secțiune parțială în figura 5.121.

*Rezolvare :* Pe un format *A3* desenul la scară 1 : 1 al modelului de mai sus apare în figura 5.122, într-un număr minim de trei proiecții : o secțiune completă în planul vertical (după traseul de secționare $A-A$), o vedere în planul orizontal reprezentată pe jumătate și o reprezentare combinată, jumătate vedere-jumătate secțiune în planul lateral (după traseul de secționare $B-B$ din planul orizontal).

## 5.3.3. PROBLEME DE REZOLVAT

### 5.3.3.1. FORME CONSTRUCTIVE REPREZENTATE ÎNTR-O SINGURĂ PROIECȚIE

Să se execute pe format *A4* desenele la scară ale pieselor reprezentate axonometric în figurile 5.123, 5.124, 5.125 și 5.126.

Așa cum se observă în figurile de mai sus, piesele respective sînt determinabile într-o singură proiecție, și anume o vedere din față (după direcția săgeții).

### 5.3.3.2. FORME CONSTRUCTIVE REPREZENTATE ÎN DOUĂ PROIECȚII ORTOGONALE

Să se construiască pe formate *A4* la scara 1 : 1 piesele reprezentate axonometric și cotele în figurile 5.127, 5.128, 5.129 și 5.130. Piesele se vor reprezenta în următoarele condiții : secțiune completă în plan vertical după direcția săgeții și vedere în plan lateral, cu excepția piesei din figura 5.128 care necesită o secțiune în plan vertical și o vedere în plan orizontal.

### 5.3.3.3. FORME CONSTRUCTIVE REPREZENTATE ÎN TREI PROIECȚII ORTOGONALE

1) Piesa din figura 5.131 reprezintă în izometrie o secțiune într-un corp de robinet, realizată prin trei plane secante perpendiculare. Prin această secțiune se scot în evidență și detaliile de formă ale părților interioare din piesă. Cu ajutorul cotelor din reprezentarea amintită se cere să se execute pe un format *A3* desenul la scară corespunzător în următoarele condiții : o secțiune completă în planul vertical, după direcția săgeții, o reprezentare în vedere în planul orizontal și o vedere în planul lateral. Desenul executat la scara 1 : 1 va cuprinde toate cotele modelului din figura amintită.

2) Corpul de robinet reprezentat axonometric în figura 5.132 este secționat de trei plane de secționare, care scot în evidență părțile interioare ale piesei. Ținîndu-se seama de cotele din figura amintită, să se execute pe un format *A3* desenul la scară al corpului de robinet, în aceleași condiții ca în problema nr. 1.

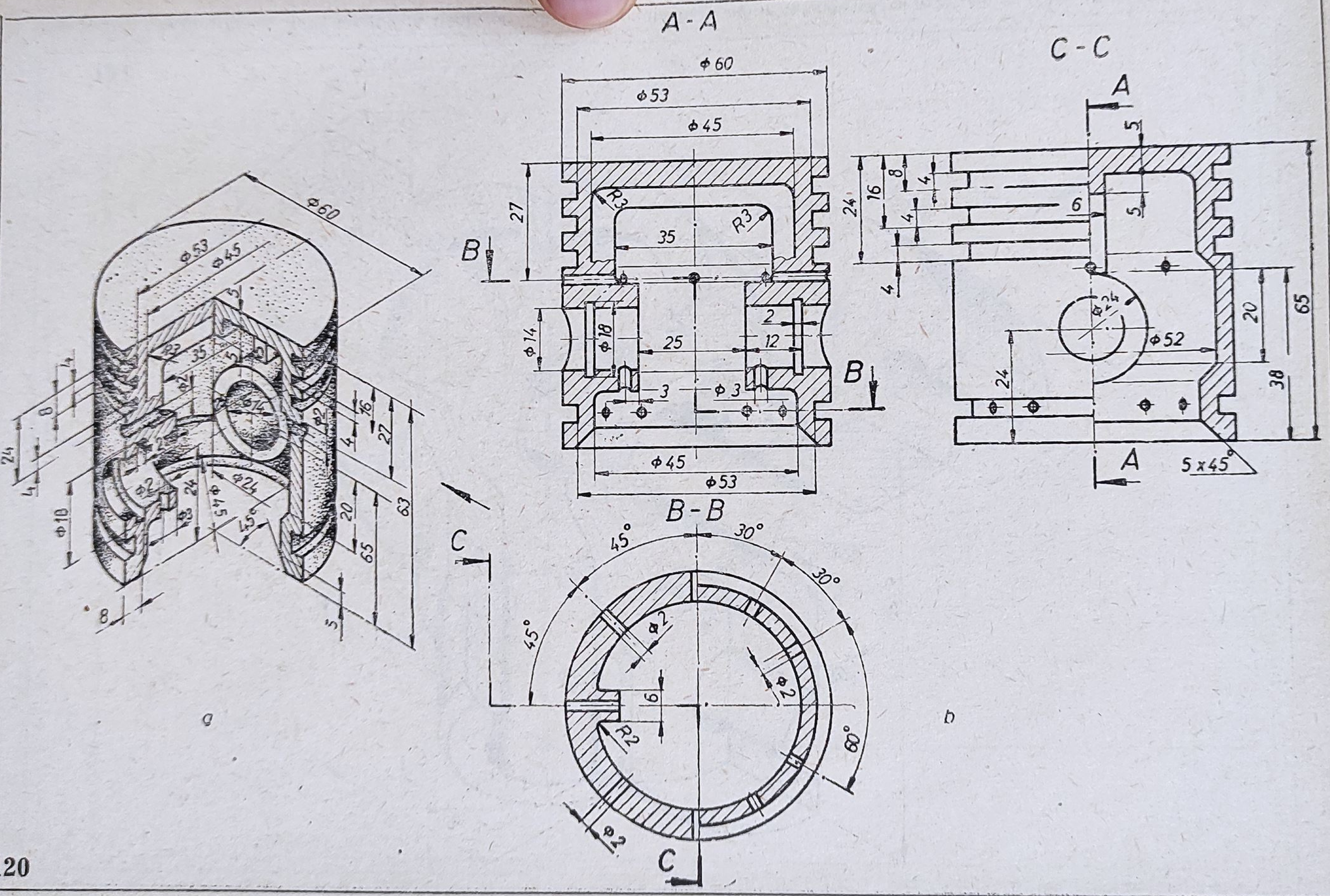
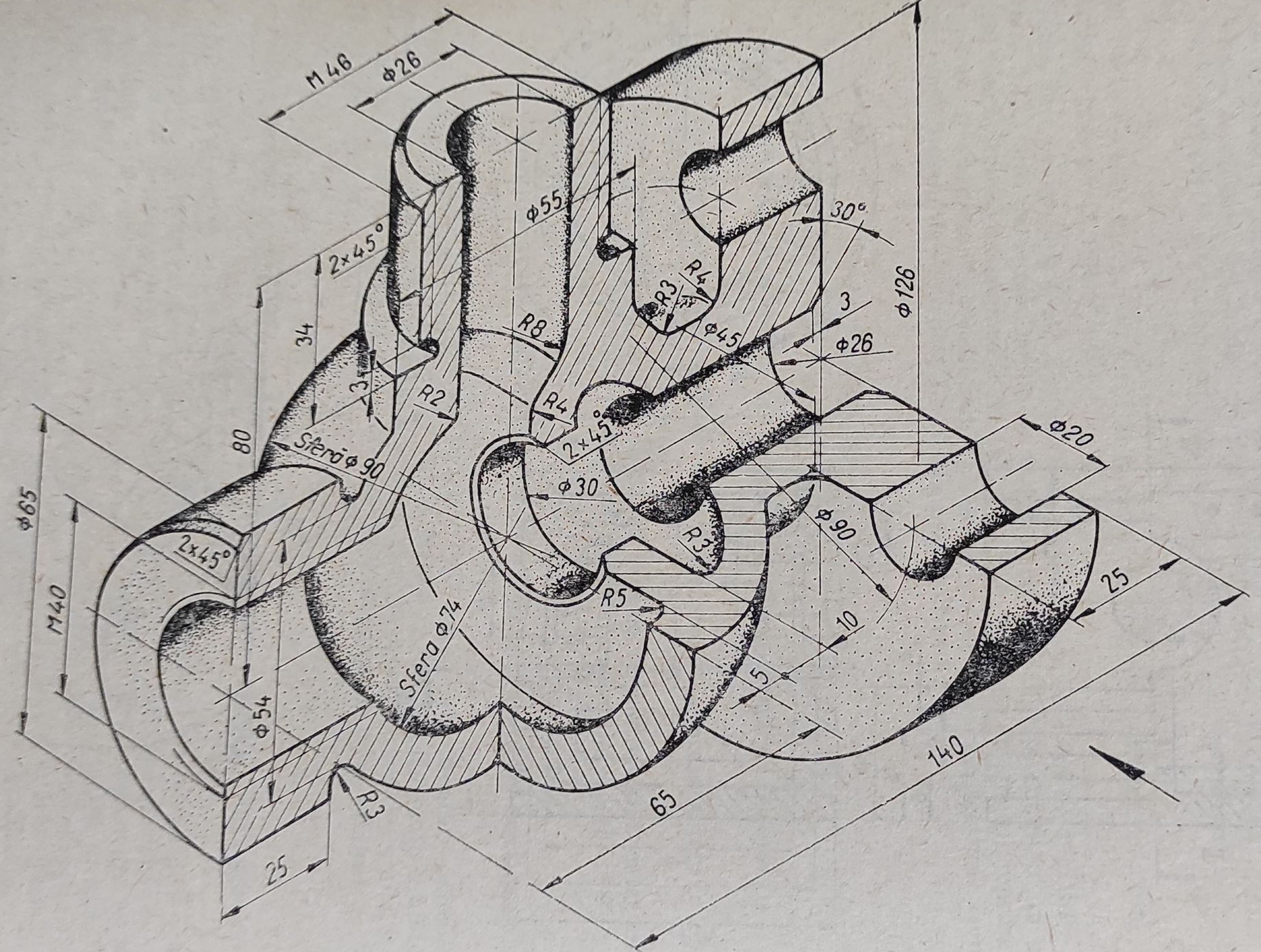





Fig. 5.120. Piston determinabil în minimum trei proiecții :

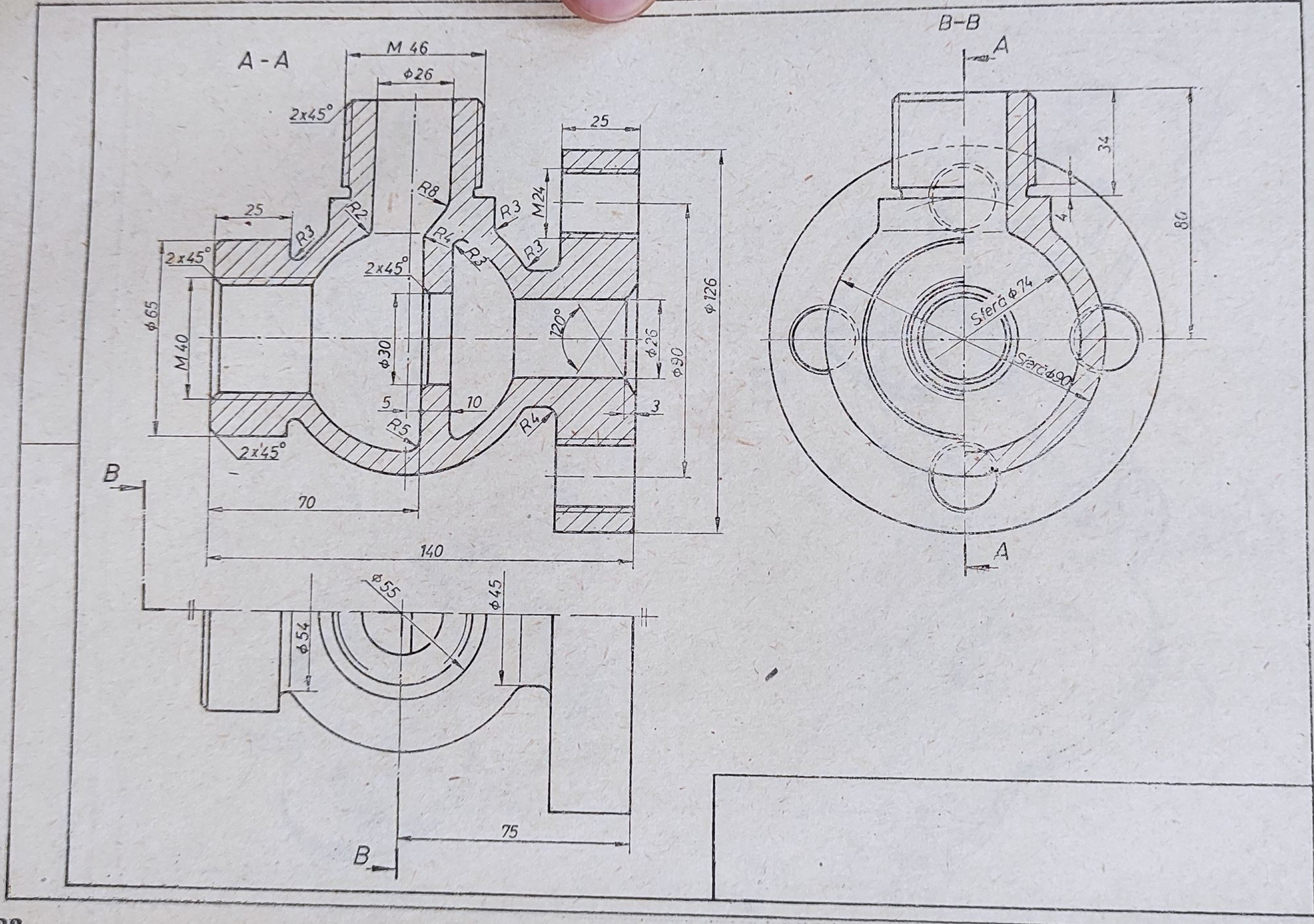
*a* — reprezentare axonometrică prevăzută cu cote; *b* — reprezentare în triplă proiecție ortogonală și complet cotată.




121

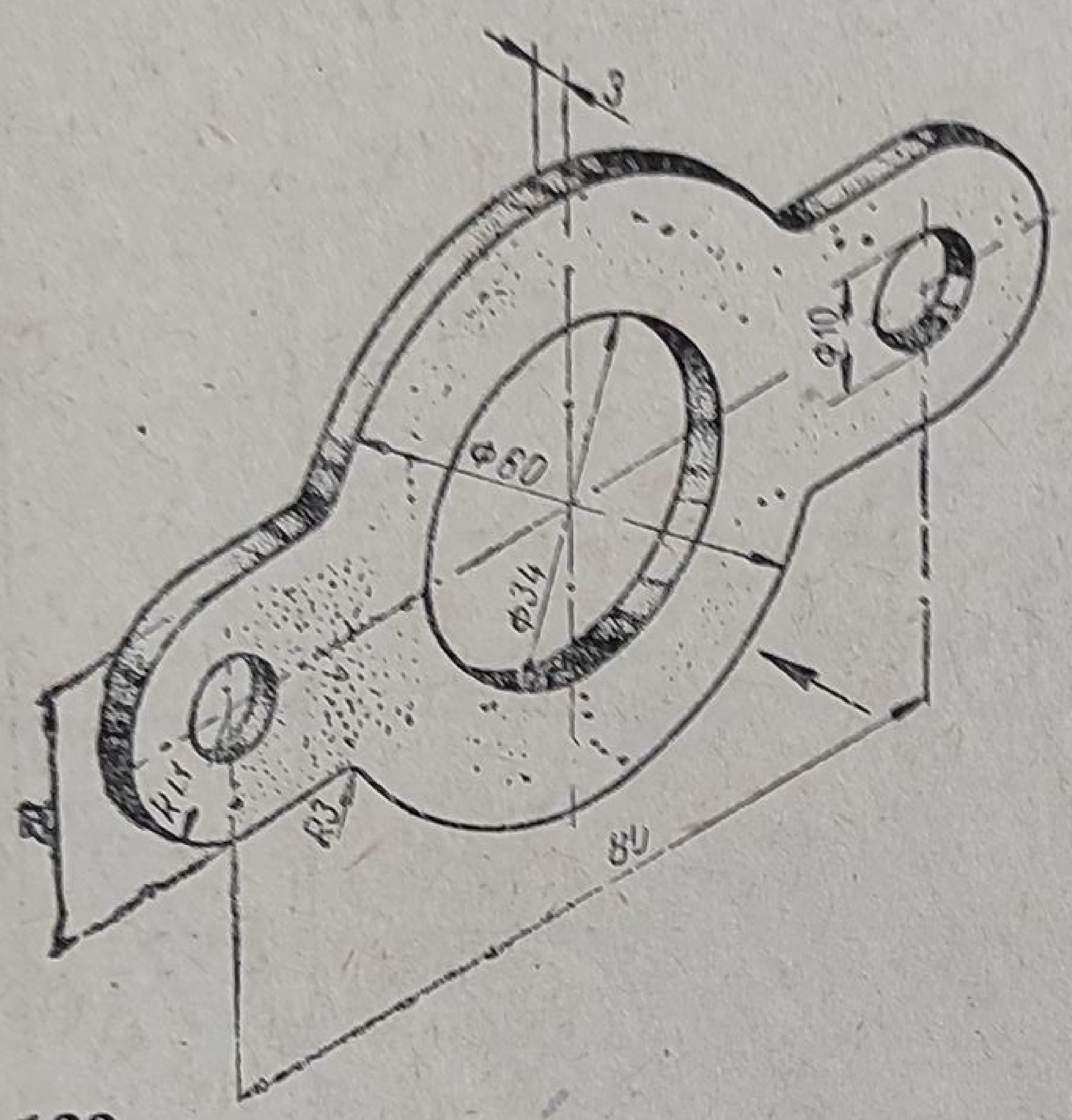
Fig. 5.121. Corp de robinet, determinabil în triplă proiecție ortogonală în imagine izometrică, și prevăzut cu cote (problemă).

Fig. 5.121. Corp de robinet, determina[illegible] ... lă în imagine izometrică, și prevăzut cu cote (problemă).

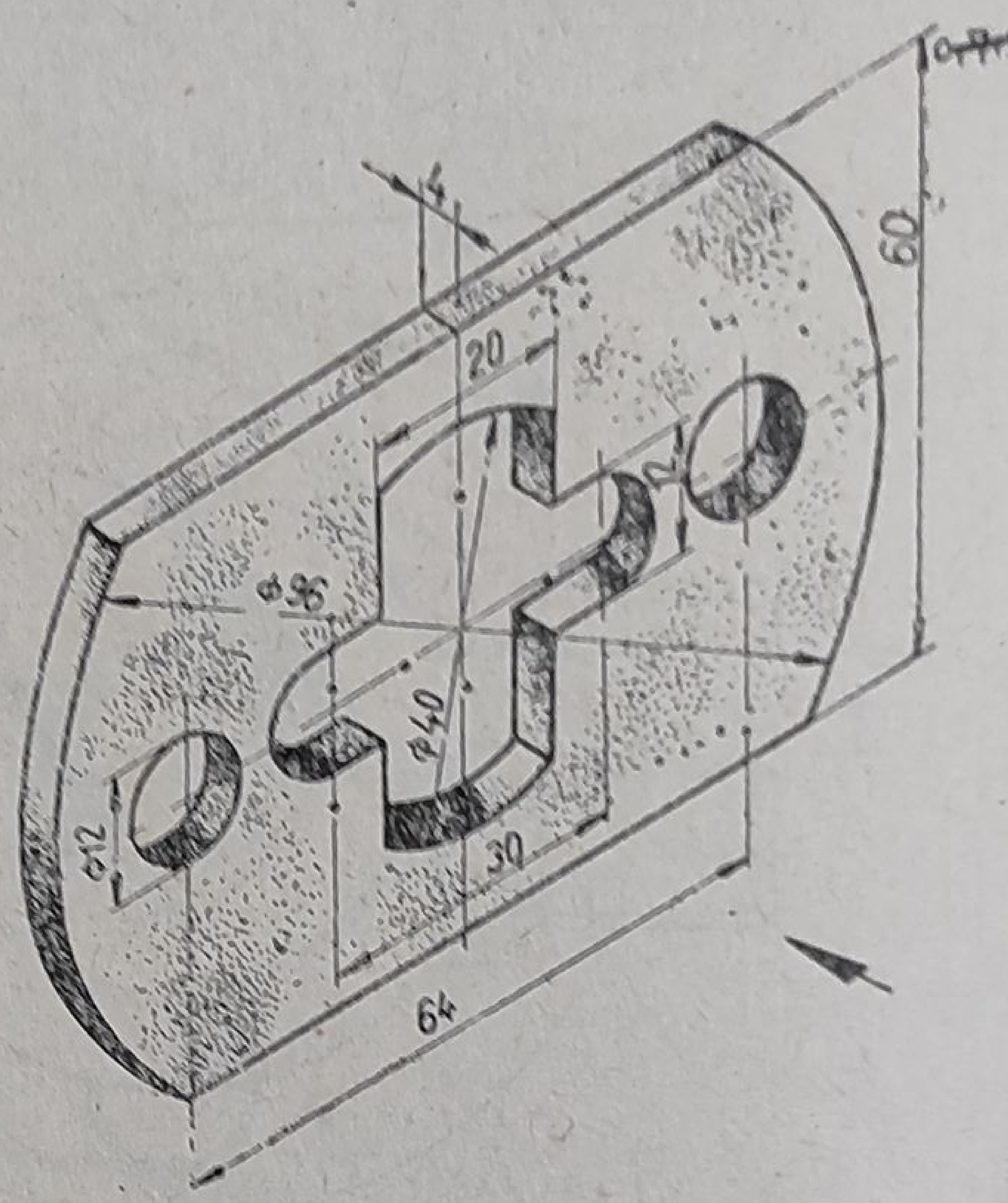



122

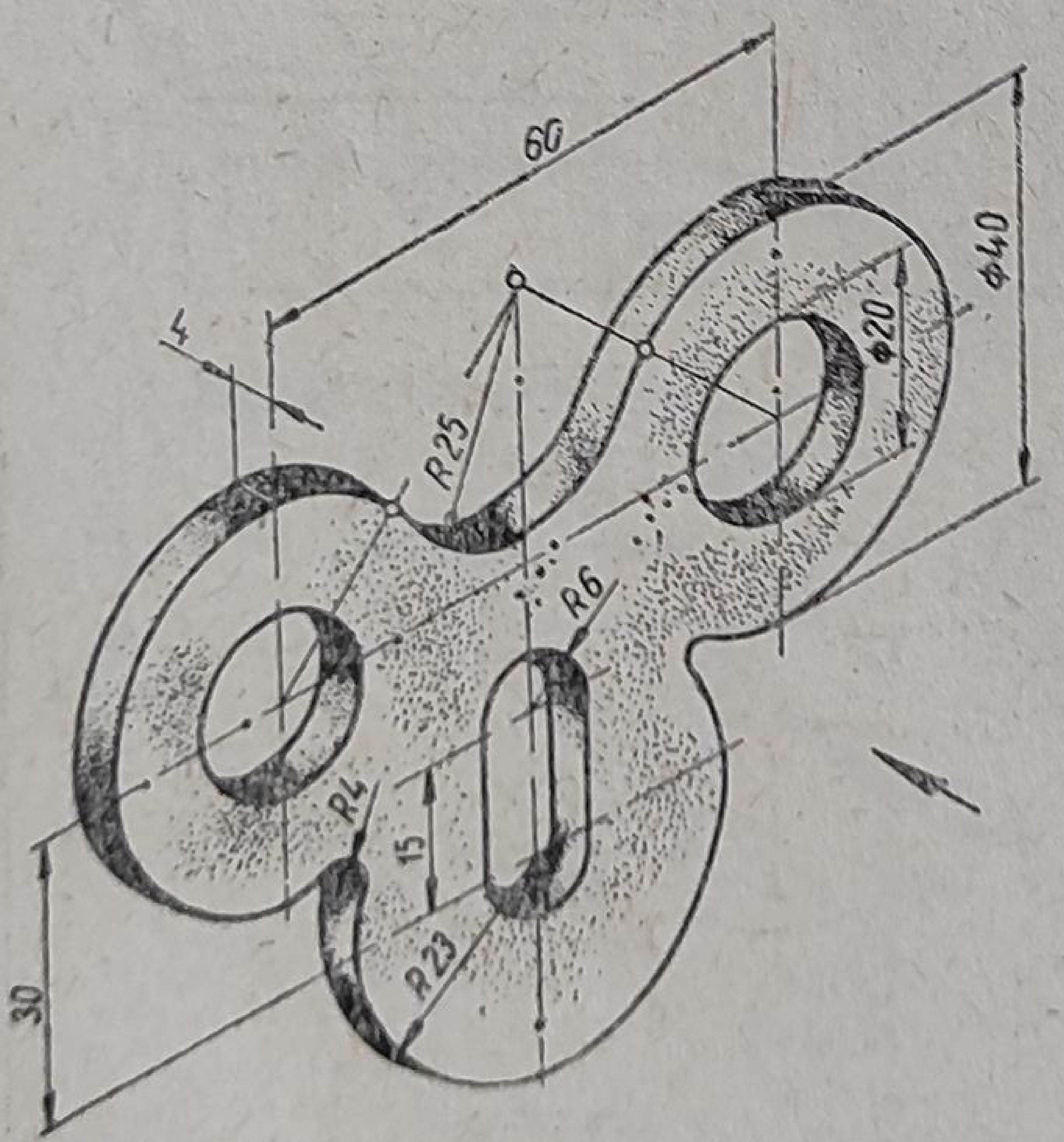
Fig. 5.122. Rezolvarea problemei din figura 5.121.



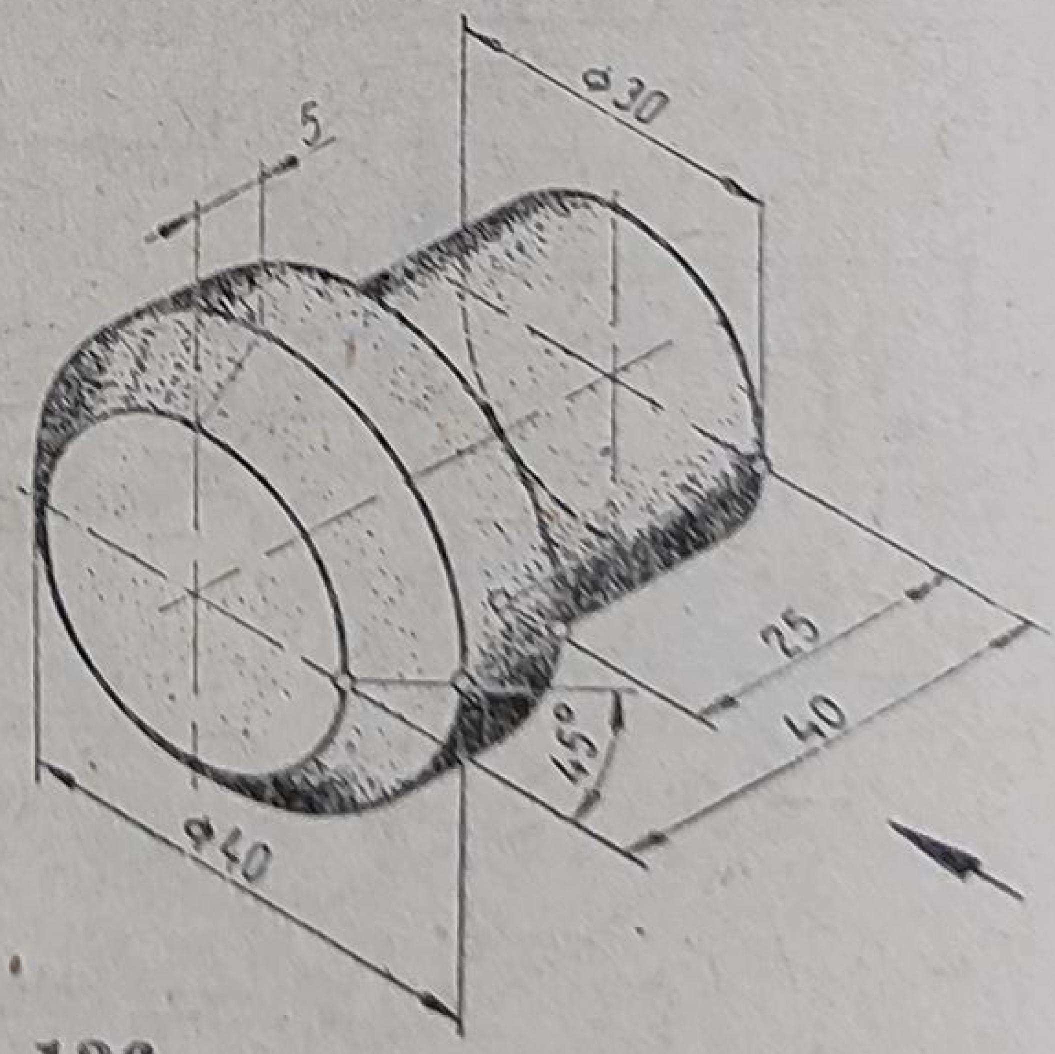

123




124

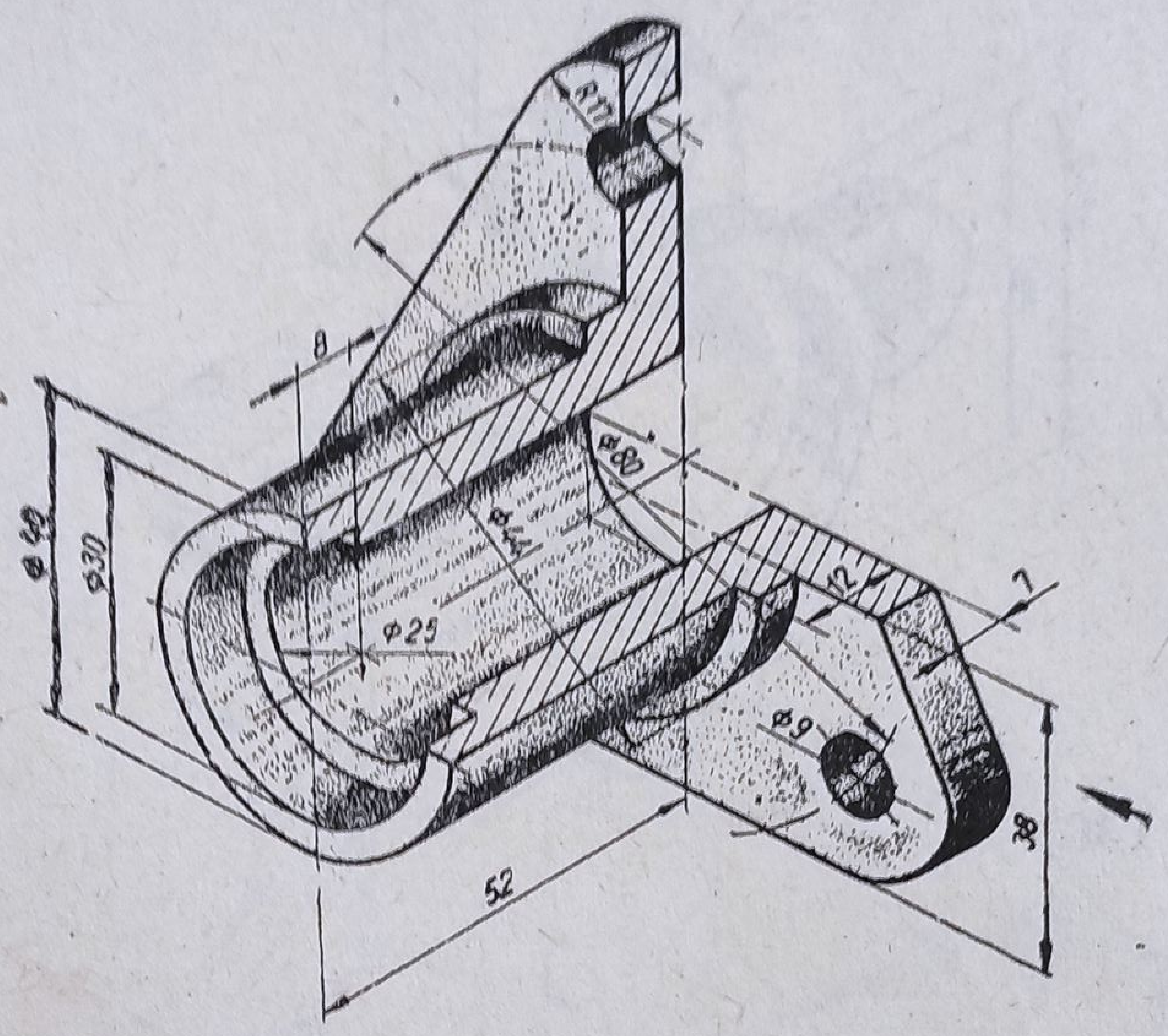



125

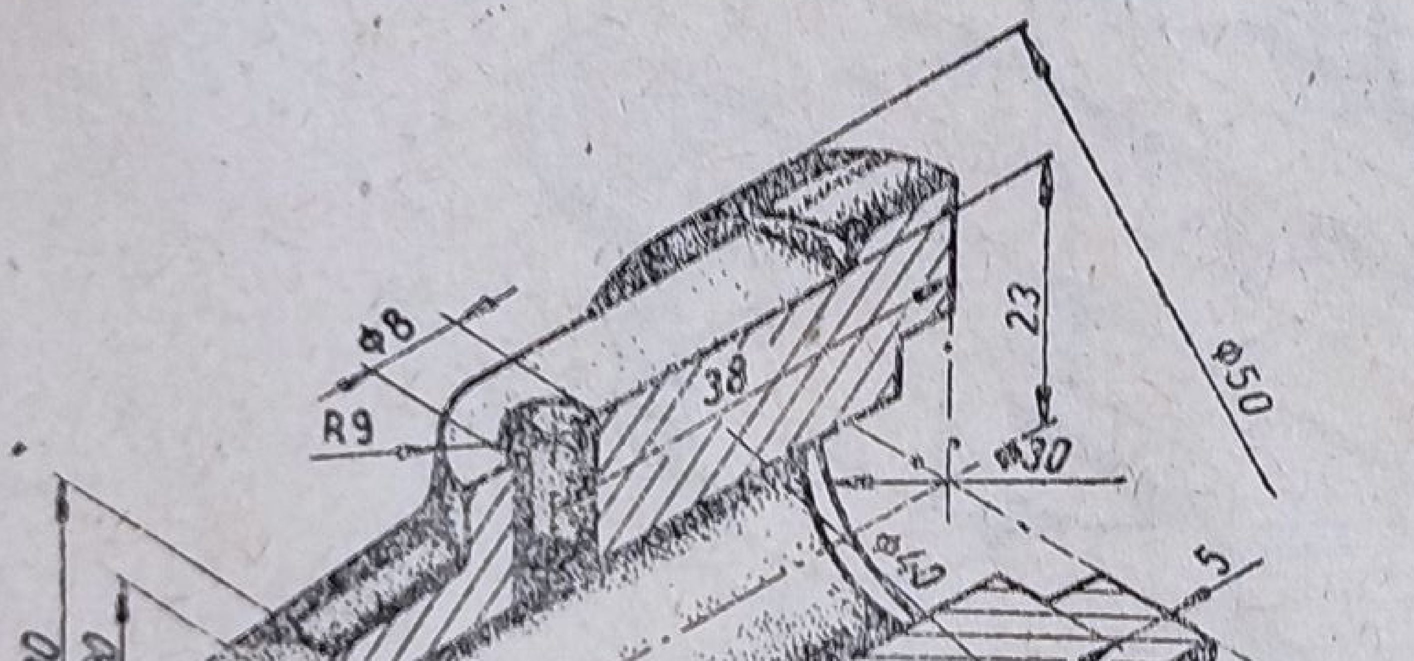



126

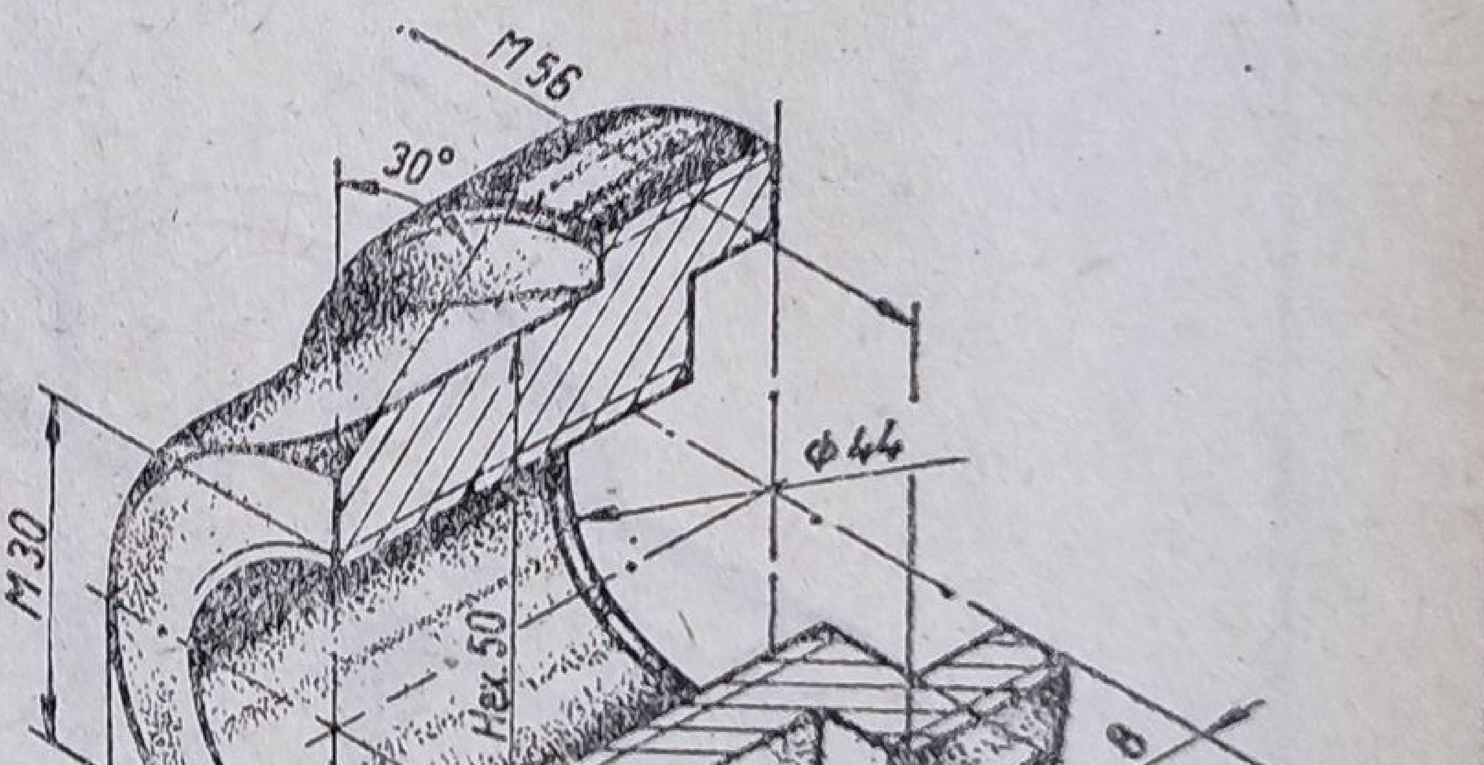
Fig. 5.123. Fig. 5.124. Fig. 5.125. Fig. 5.126. Probleme de rezolvat.




**127**

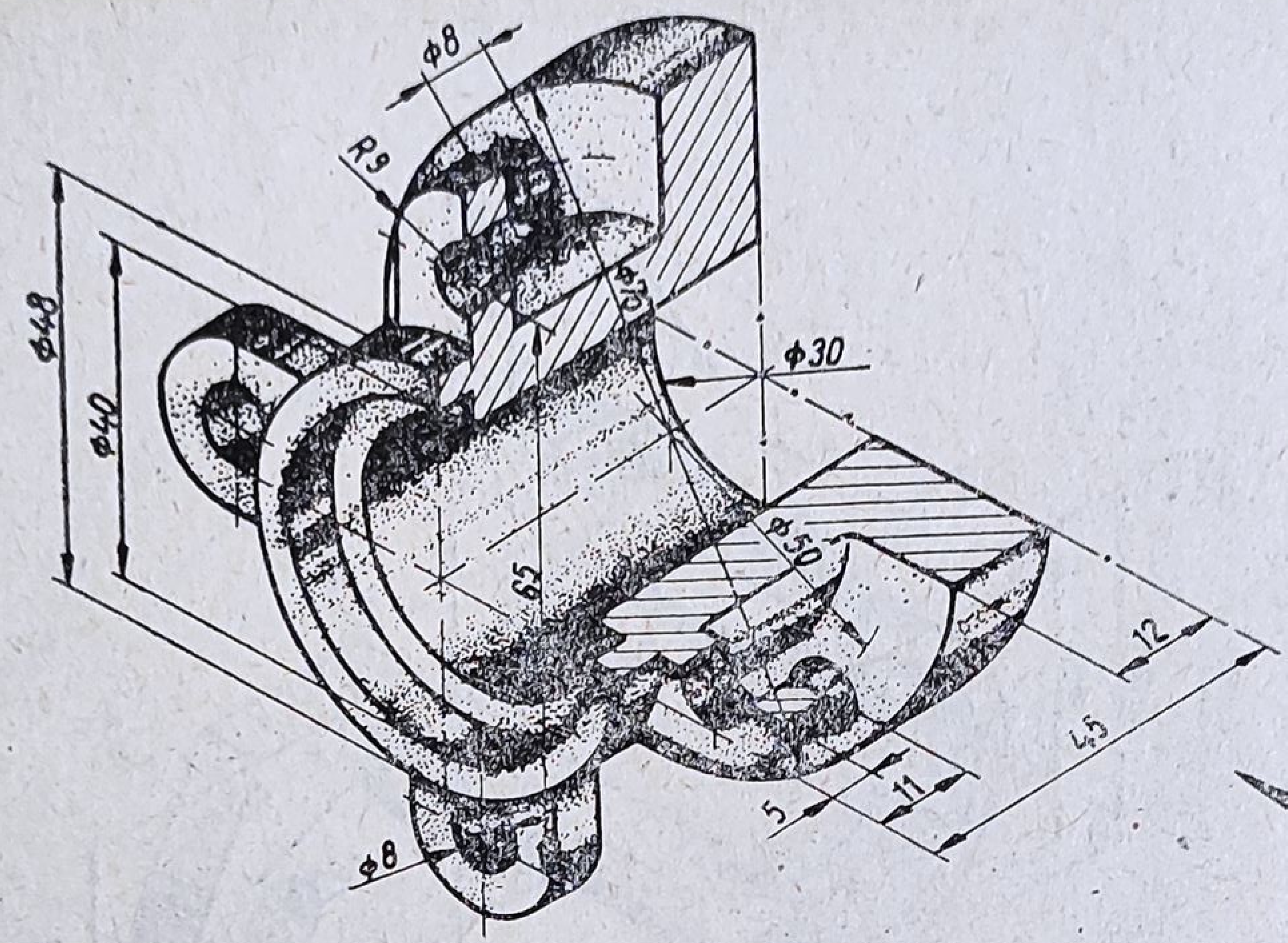



**128**

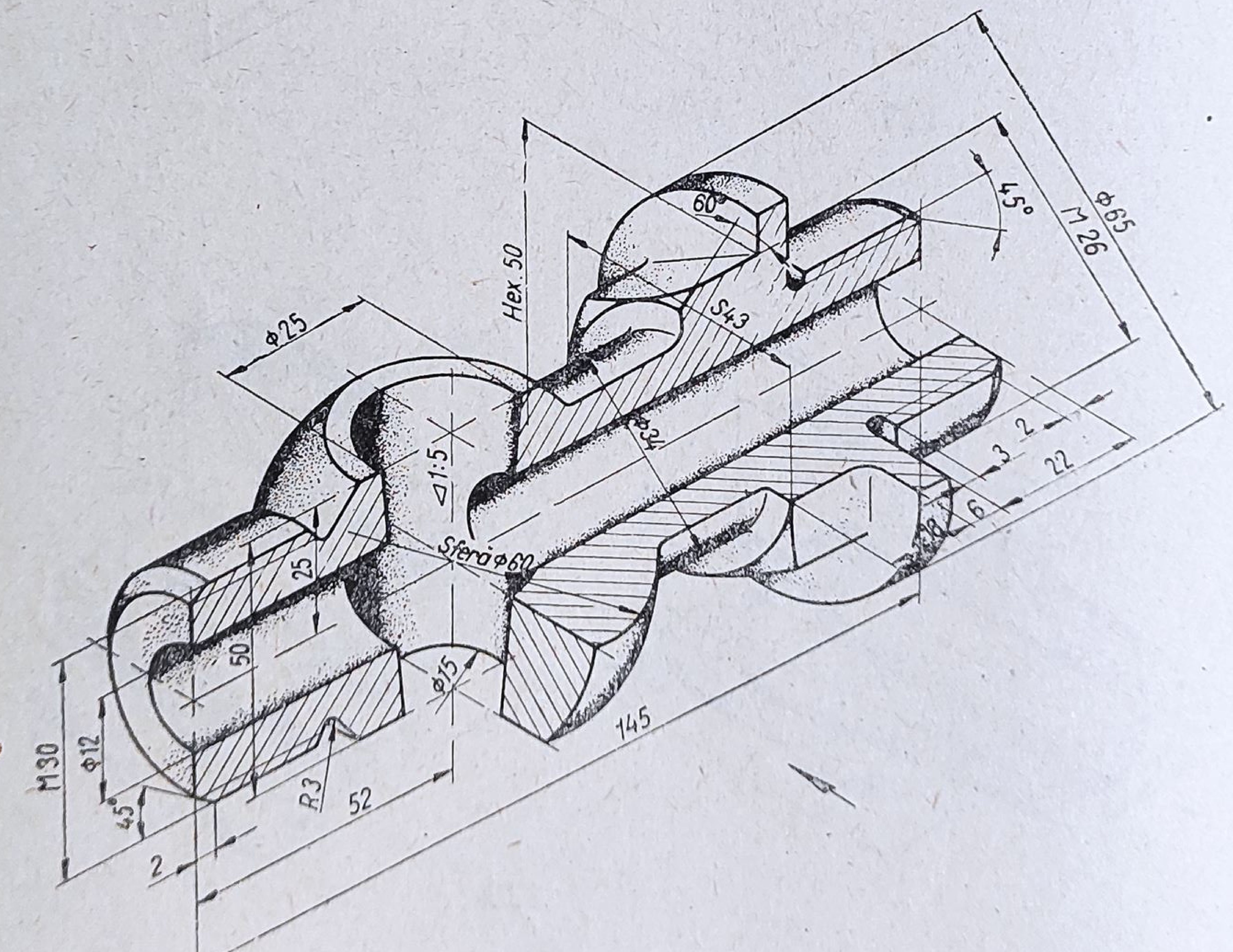



**129**

Fig. 5.127. Fig. 128. Fig. 129. Probleme de rezolvat.

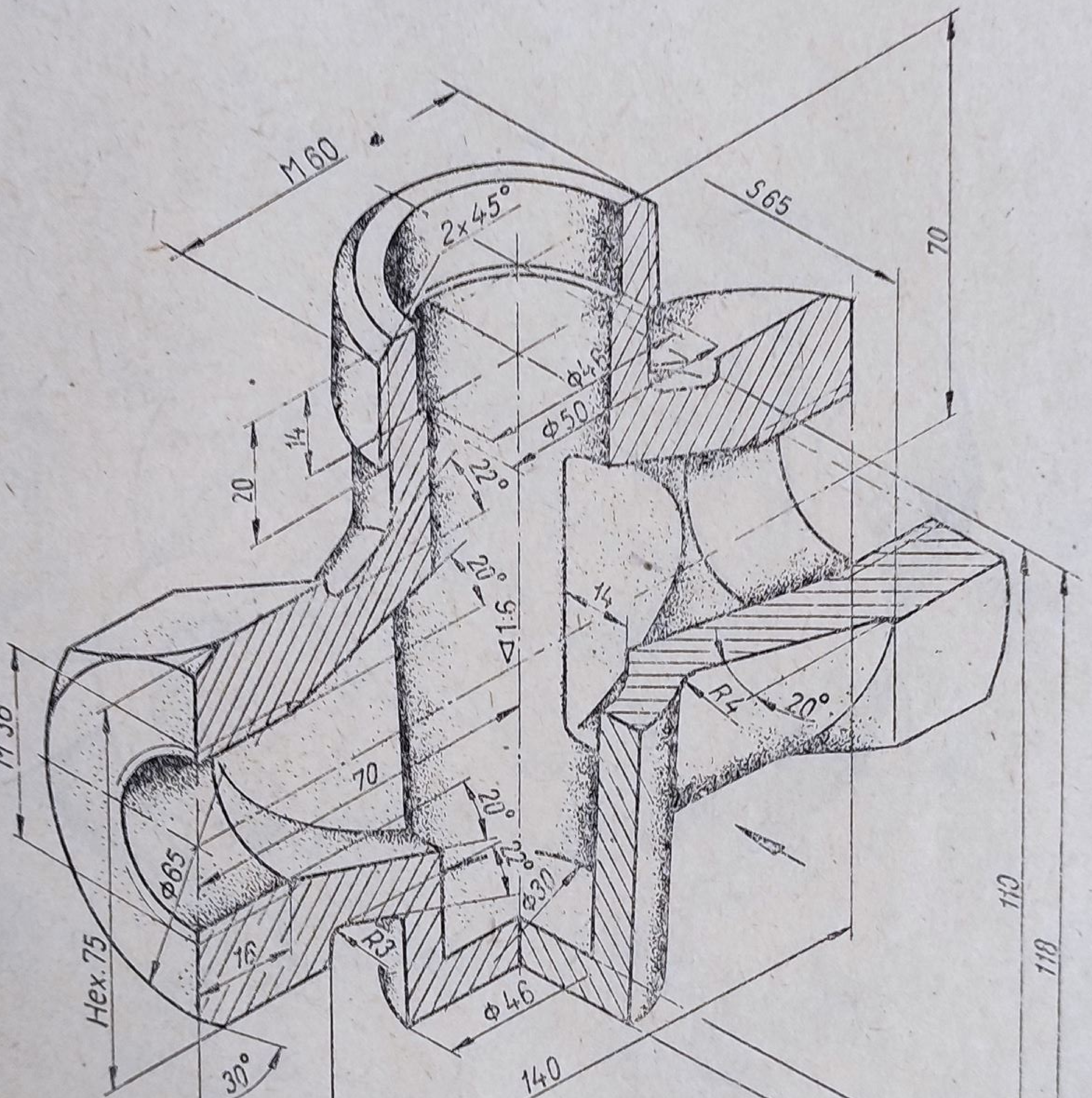



130




131

Fig. 5.130. Fig. 5.131. Probleme de rezolvat.




132

Fig. 5.132. Corp de robinet (problemă de rezolvat).

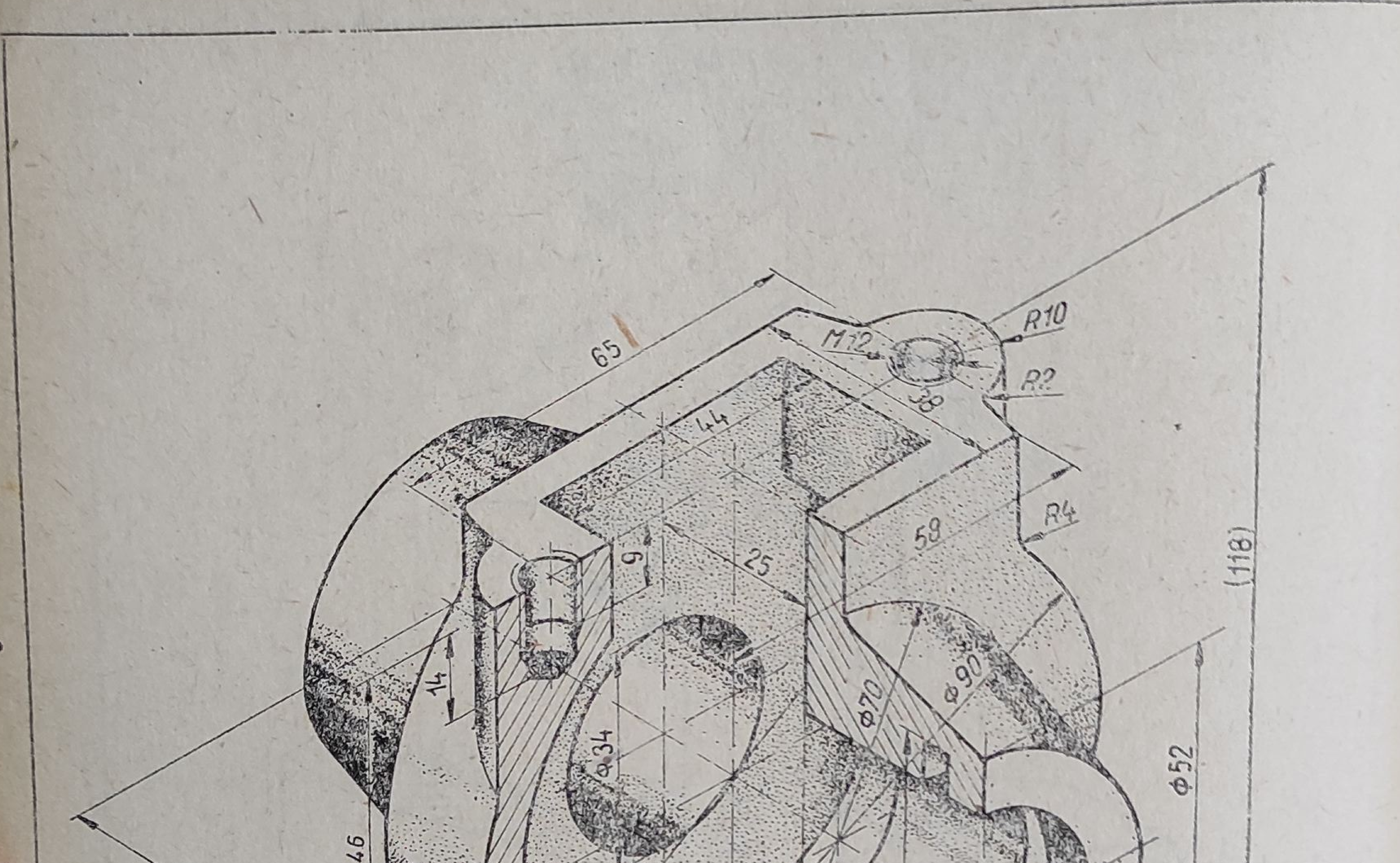



Fig. 5.133. Corp de lagăr (problemă de rezolvat).

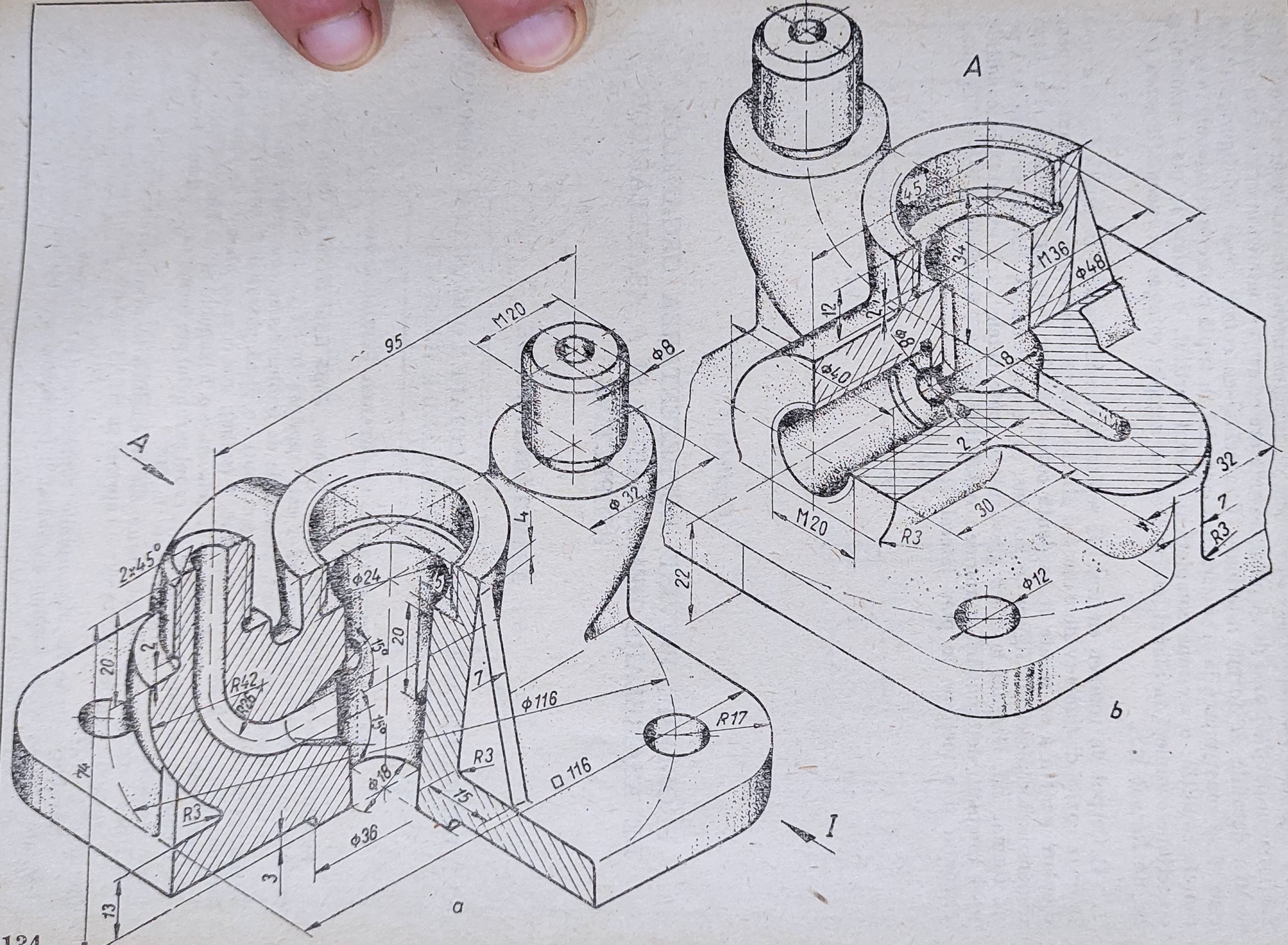





Fig. 5.134. Corp de robinet (problemă de rezolvat).

3) Figura 5.133 reprezintă sub formă de imagine izometrică un lagăr cu alunecare. Secţionarea parţială prin două plane-secante are ca scop scoaterea în evidenţă a cotelor pentru detaliile de formă interioare. Cunoscîndu-se cotele piesei din figura 5.133, se cere să se construiască la scară desenul lagărului în triplă proiecţie ortogonală în următoarele condiţii : o secţiune completă în planul vertical, o vedere în plan orizontal şi o secţiune completă în planul lateral. Desenul complet cotat se va executa la scara 1 : 1 pe un format *A3*.

4) Corpul de robinet cu trei căi reprezentat axonometric în figura 5.134, *a* şi *b* în două poziţii distincte (vedere din *I* şi din *A*), este secţionat prin plane secante perpendiculare pentru a se scoate în evidenţă cotele părţilor interioare din piesă. Pe baza dimensiunilor piesei din figura de mai sus, să se construiască desenul la scara 1 : 1 pe un format *A3*. Desenul la scară prevăzut cu toate cotele va fi executat în condiţiile unei complete determinări, şi anume : o secţiune în plan vertical, o vedere în plan orizontal şi o secţiune în plan lateral.

*Capitolul 6*

# PROBLEME PRIVIND REPREZENTAREA ORGANELOR DE ASAMBLARE DEMONTABILE ŞI A ASAMBLĂRILOR RESPECTIVE

## 6.1. **ASAMBLĂRI FILETATE**

### 6.1.1. REPREZENTAREA, NOTAREA ŞI COTAREA ORGANELOR PRINCIPALE FOLOSITE LA ASAMBLĂRILE FILETATE

#### 6.1.1.1. **REPREZENTAREA ŞI COTAREA ŞURUBURILOR**

Şuruburile se clasifică după forma cepului, după tipul filetului, după precizia de execuţie etc. Clasificarea şuruburilor este cuprinsă în STAS 1450-62.

La asamblările cu şuruburi, elementele de îmbinare sînt constituite din trei piese distincte : o piesă care pătrunde *1* (şurubul) ; o piesă pătrunsă *2*, prevăzută cu filet interior (piuliţa) ; o piesă intermediară *3* (şaiba), aşa cum se observă în figura 6.1.

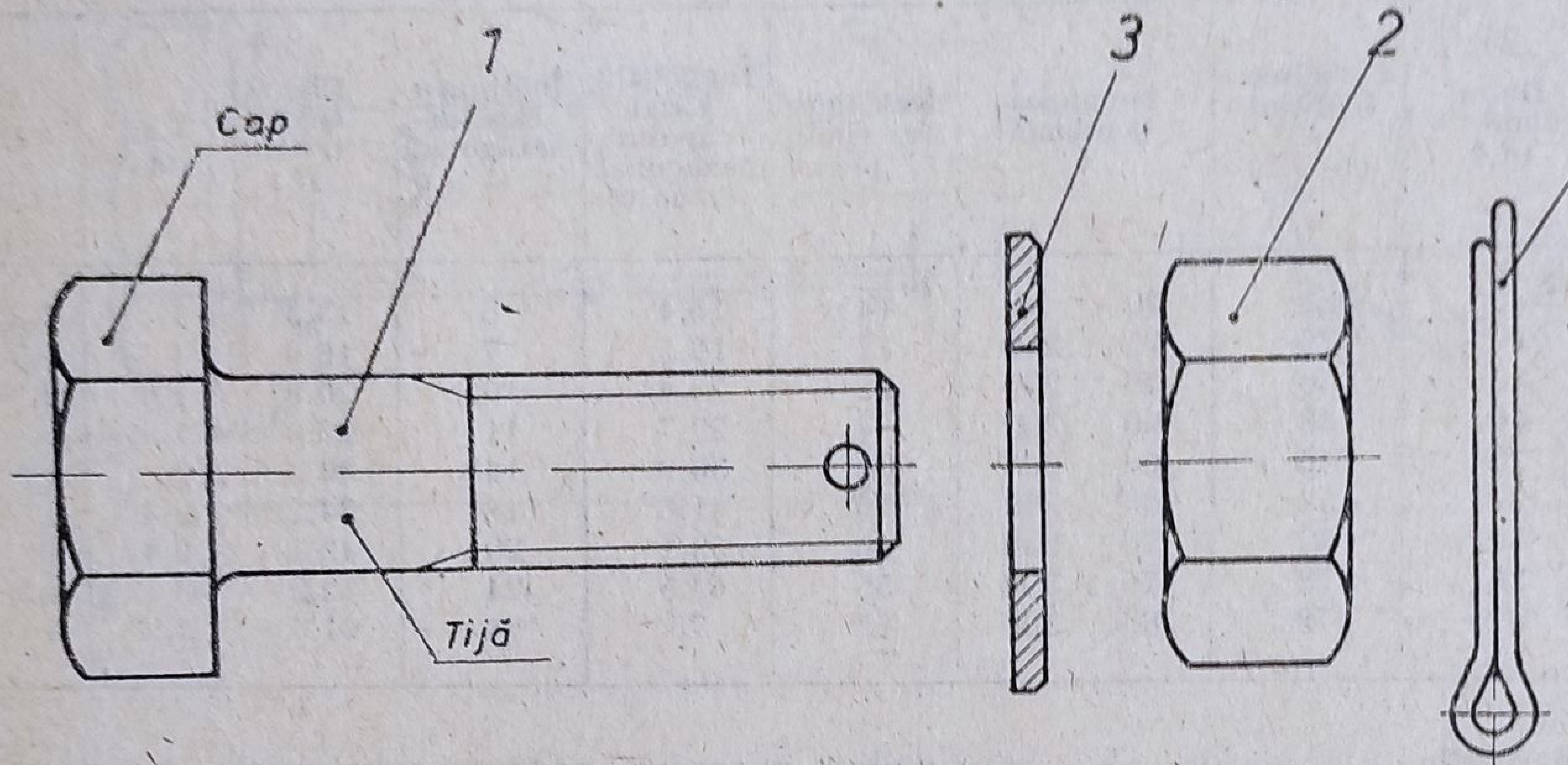
Şuruburile cele mai utilizate sînt cele cu cep hexagonal şi cu filet metric.

După cum se observă în figura 6.2, capul şurubului are forma unei prisme hexagona
le cu muchiile feţei superioare teşite la 30°.

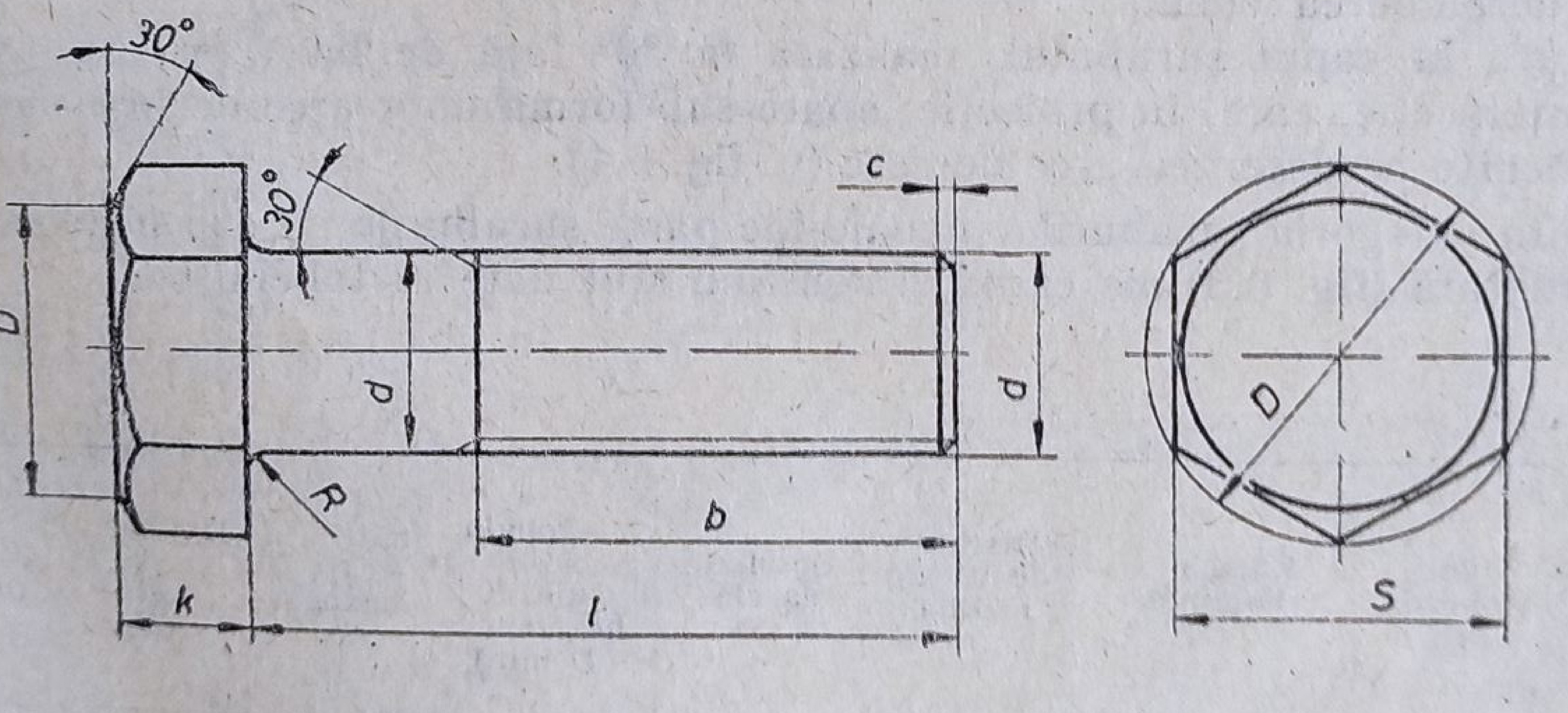
După precizia de execuţie, şuruburile se clasifică în următoarele grupe :

— şuruburi uzuale cu dimensiuni cuprinse în STAS 920-69, avînd prelucrat numai filetul (fig. 6.2);

— şuruburi precise cu dimensiunile cuprinse în STAS 4272-60, executate din bare profilate care au forma capului şurubului şi prelucrate prin aşchiere.




1




2

Fig. 6.1. Elementele asamblării cu şurub :
*1* — şurub; *2* — piuliţă; *3* — şaibă; *4* — splint (cui spintecat).
Fig. 6.2. Şurub uzual (STAS 920-69) cu tija parţial filetată.

În figura 6.2 s-a reprezentat, conform STAS 920-69, un șurub uzual cu cap hexagonal, iar în tabelul 6.1 s-au extras valorile dimensiunilor pentru șuruburile de la M8 pînă la M42.

*Tabelul 6.1*

| Filet ($d$) | Diam. nomin. ($d_1$) | Lungimea filetului ($b$) (1—125) | Lungimea nominală $l$ | Deschiderea cheii ($S$) | Diagonala bazei capului hexagonal ($D$ min) | Înălțimea capului hexagonal ($k$) | Diam. cerc. teșirii ($D_1$) | $R$ (max) | $C$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M 8 | 8 | 22 | 30... 80 | 14 | 15,4 | 6 | 13,3 | 1 | 1,2 |
| M10 | 10 | 26 | 35...200 | 17 | 19,5 | 7 | 16,9 | 1 | 1,5 |
| M14 | 14 | 30 | 40...260 | 22 | 25,4 | 10 | 20,9 | 1,6 | 2 |
| M16 | 16 | 38 | 50...260 | 24 | 27,7 | 11 | 25,6 | 1,6 | 2 |
| M20 | 20 | 46 | 60...260 | 32 | 36,9 | 14 | 30,4 | 2 | 2,5 |
| M24 | 24 | 54 | 65...260 | 36 | 41,6 | 16 | 34,2 | 2,4 | 4 |
| M30 | 30 | 62 | 70...300 | 46 | 53,1 | 20 | 43,7 | 2,4 | 4 |
| M36 | 36 | 70 | 75...300 | 55 | 63.5 | 24 | 52,2 | 3 | 4,5 |
| M42 | 42 | 78 | 80...300 | 65 | 75 | 28 | 61,7 | 3,2 | 5 |

Dimensiunile principale ale șuruburilor necesare pentru construirea acestora (fig. 6.2) sînt :

$d$ — diametrul tijei în partea filetată ;
$d_1$ — diametrul tijei în partea nefiletată ;
$l$ — lungimea totală a tijei ;
$b$ — lungimea părții filetate ;
$k$ — înălțimea capului hexagonal ;
$D$ — diametrul cercului circumscris conturului hexagonal al capului ;
$S$ — deschiderea cheii.

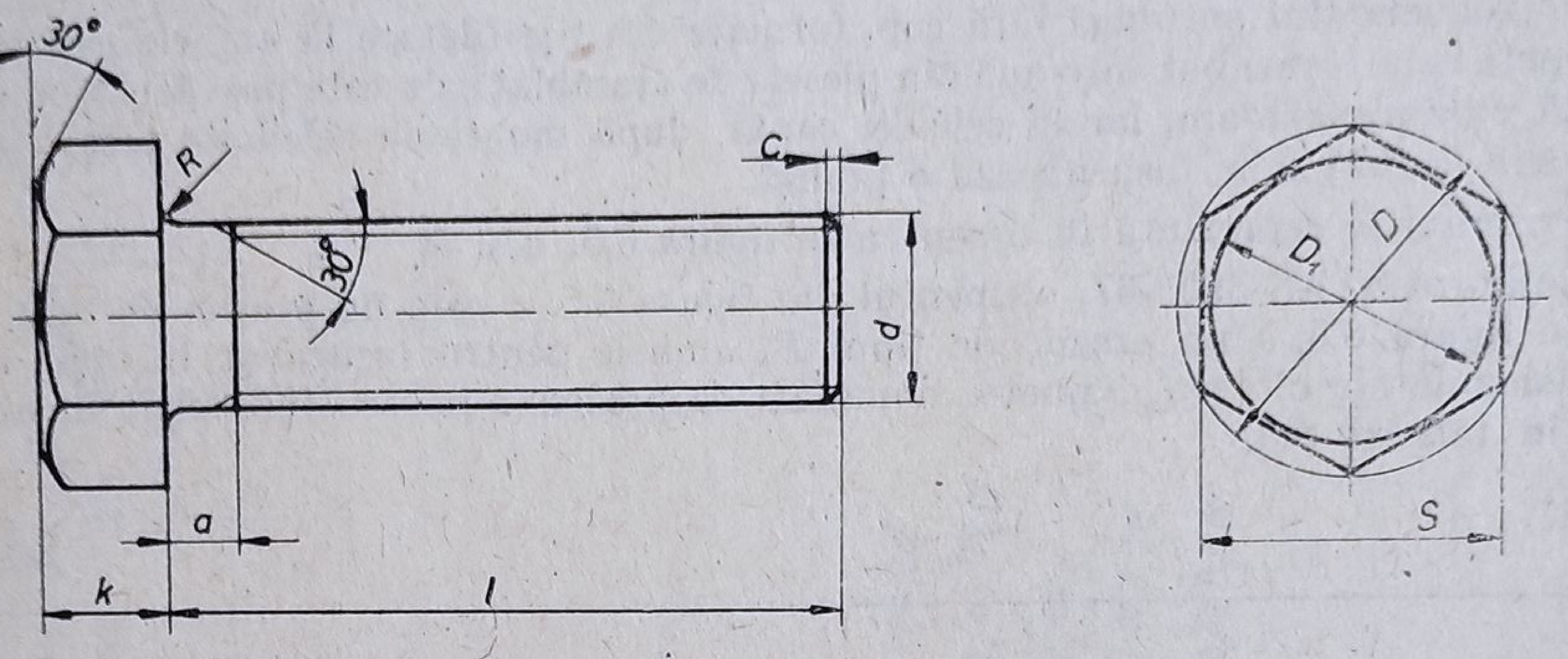
Teșitura la capul șurubului, realizată la 30° față de baza prismei, generează o linie de intersecție, care, în proiecție, apare sub forma unor arce de hiperbolă. Acestea vor fi înlocuite pe desen cu arce de cerc (v. fig. 6.4).

Tot din categoria șuruburilor uzuale fac parte șuruburile cu cap hexagonal cu tija complet filetată (fig. 6.3) ale căror dimensiuni sînt date în tabelul 6.2.

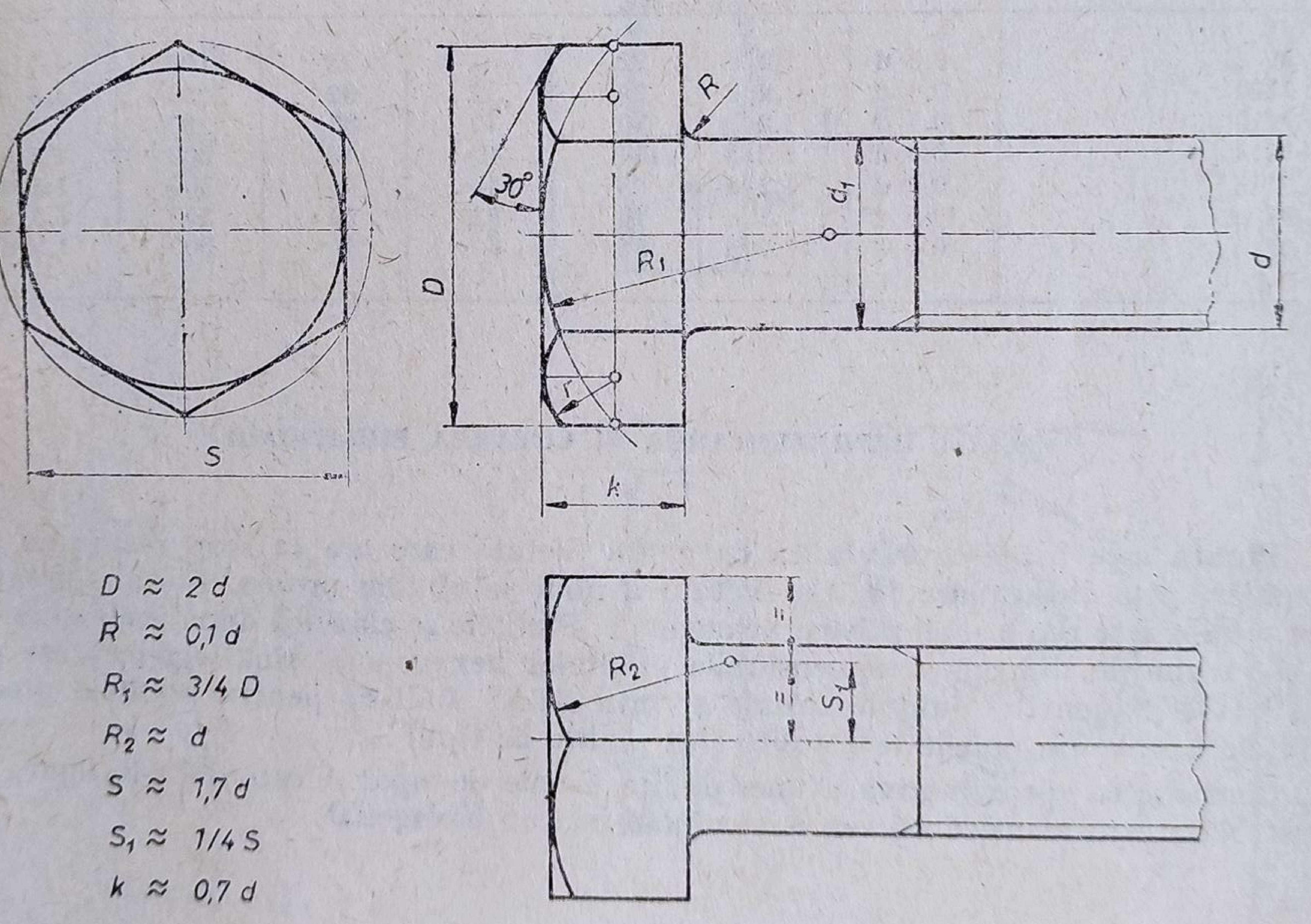
*Tabelul 6.2*

| Filet ($d$) | Diam. nomin. ($d_1$) | Lungimea nominală ($l$) | Distanța de la cap la filet ($a$) | Deschiderea cheii ($S$) | Diagonala bazei capului hexagon ($D$ min) | Înălțimea cap. hexag. ($k$) | Diametrul cerc. teșirii ($D_1$) | $R$ (max) | $C$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M10 | 10 | 35...200 | 8,5 | 17 | 19,5 | 7 | 16,9 | 1 | 1,5 |
| M14 | 14 | 40...260 | 10 | 22 | 25,4 | 10 | 20,9 | 1,6 | 2 |
| M16 | 16 | 50...260 | 11,5 | 24 | 27,7 | 11 | 25,6 | 1,6 | 2 |
| M20 | 20 | 60...260 | 11,5 | 32 | 36,9 | 14 | 30,4 | 2 | 2,5 |
| M24 | 24 | 65...260 | 13 | 36 | 41,6 | 16 | 34,2 | 2,4 | 3 |
| M30 | 30 | 70...300 | 13 | 46 | 53,1 | 20 | 43,7 | 2,4 | 4 |

În cazul reprezentării pe desene de ansamblu a șuruburilor cu cap hexagonal, se folosesc construcții aproximative, așa cum se observă în figura 6.4. Elementele dimensionale sînt stabilite cu aproximație în funcție de diametrul nominal $d$.




3




4

Fig. 6.3. Șurub uzual (Stas 4845-69) cu tija total filetată.
Fig. 6.4. Construcția grafică a unui șurub cu cap hexagonal.

### 6.1.1.2. REPREZENTAREA ŞI COTAREA PREZOANELOR

Prezoanele sînt şuruburi fără cap, formate din tije filetate la ambele capete. Unul din capete este înşurubat într-una din piesele de asamblat care este prevăzută cu o gaură filetată corespunzătoare, iar la celălalt capăt, după montarea celeilalte piese, se aşază o rondelă (şaibă) şi se înşurubează o piuliţă.

Prezonul se reprezintă în desen ca în figura 6.5, *a* şi *b*.

Conform STAS 3953-67, elementul din figura 6.5, *a* este un prezon de tipul *A*, iar cel din figura 6.5, *b* un prezon de tipul *B*, ambele pentru înşurubat în oţel. Valorile dimensionale ale cîtorva diametre nominale de prezoane pentru înşurubat în oţel sînt date în tabelul 6.3.

*Tabelul 6.3*

| $d$ (nominal) | $d_1$ | $e$ | $b$ | | $l$ (nominal) | | $R$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $l<150$ | $l>150$ | *min* | *max* | |
| M 8 | 0,9 d | 1,2 d | 22 | — | 28 | 100 | 1,5 d |
| M10 | 0,9 d | 1,2 d | 26 | 32 | 32 | 200 | 1,5 d |
| M12 | 0,9 d | 1,2 d | 30 | 36 | 35 | 260 | 1,5 d |
| M14 | 0,9 d | 1,2 d | 34 | 40 | 40 | 300 | 1,5 d |
| M16 | 0,9 d | 1,2 d | 38 | 44 | 45 | 300 | 1,5 d |
| M20 | 0,9 d | 1,2 d | 46 | 52 | 55 | 300 | 1,5 d |
| M24 | 0,9 d | 1,2 d | 54 | 60 | 65 | 300 | 1,5 d |

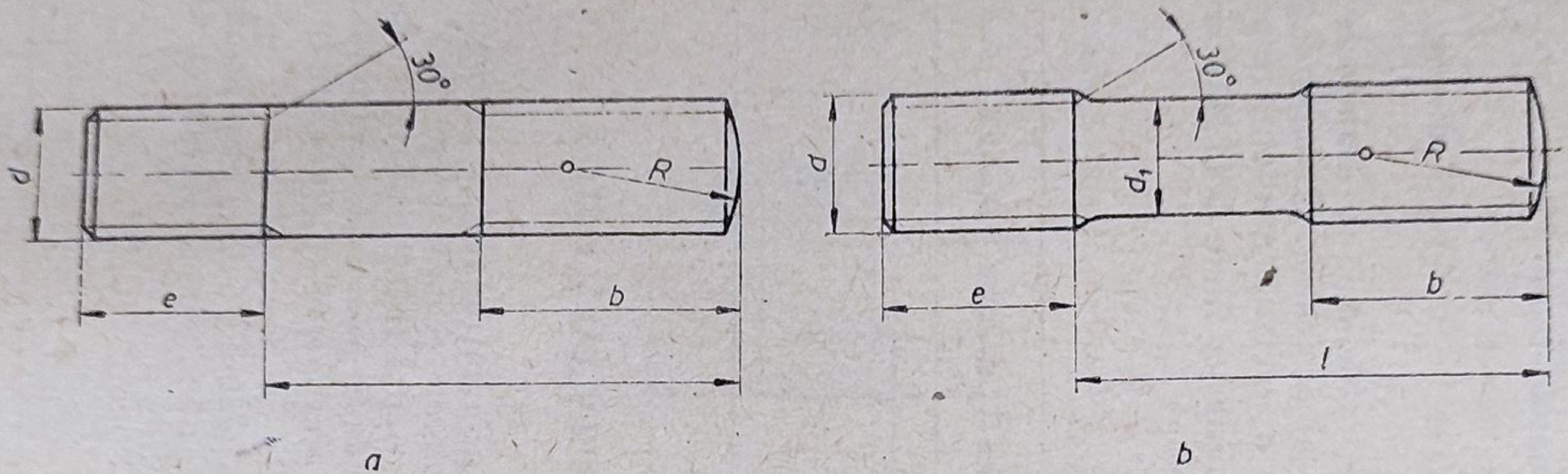
### 6.1.1.3. REPREZENTAREA ŞI COTAREA PIULIŢELOR

Piuliţa este o piesă prevăzută cu gaură filetată care are ca scop realizarea unei asamblări prin înşurubare în tija filetată a unui şurub sau prezon. Forma curentă a unei piuliţe este cea a unei prisme hexagonale. Piuliţele se clasifică după aceleaşi criterii ca şi şuruburile. Forma şi dimensiunile piuliţelor hexagonale sînt reglementate prin STAS 922-69 pentru piuliţele uzuale şi prin STAS 4071-69 pentru piuliţele precise. Piuliţele uzuale cu ambele feţe teşite sînt piuliţe de tipul A.

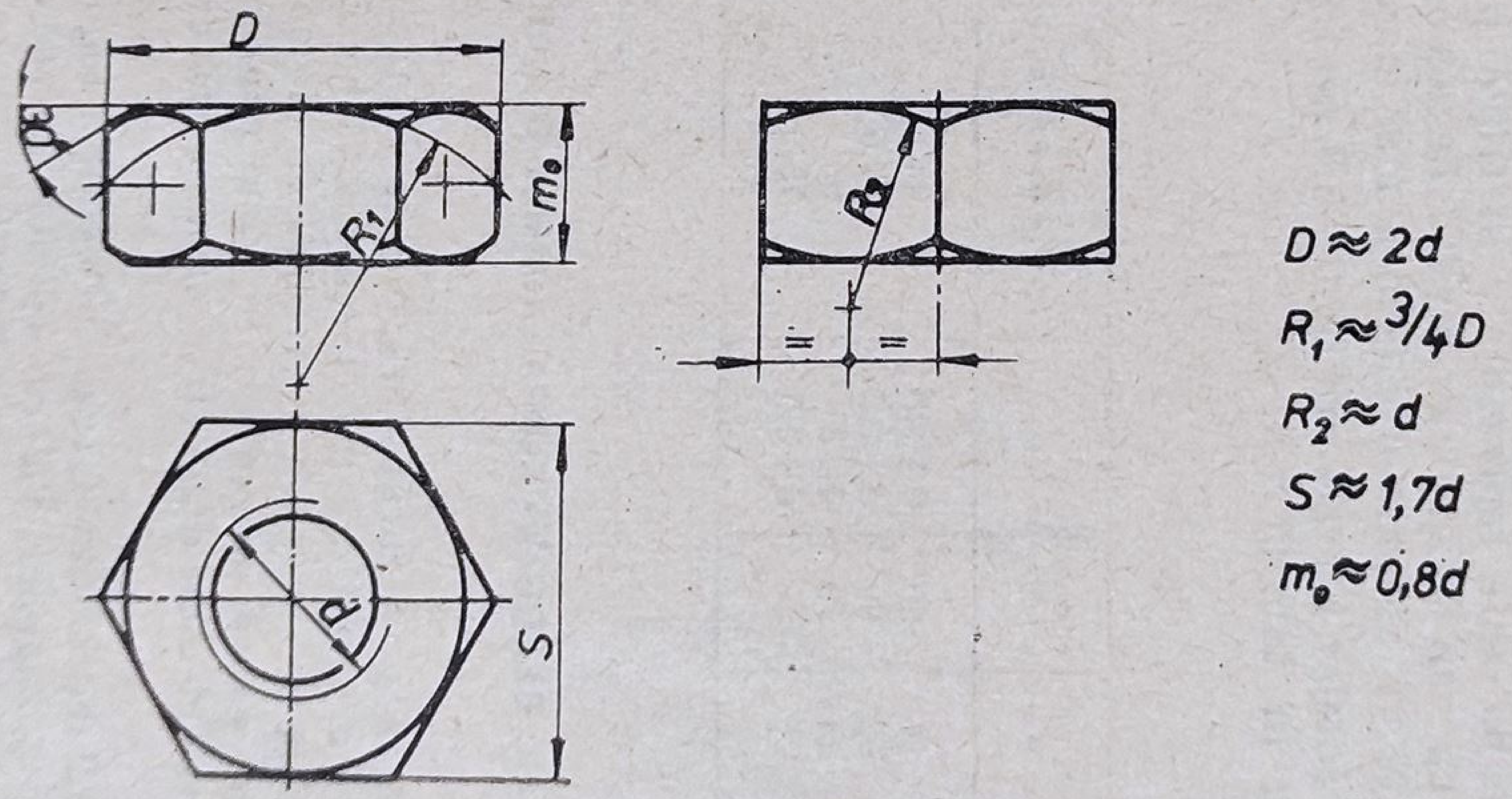
Construcţia aproximativă a unei piuliţe uzuale de tipul A este dată în figura 6.6. Construcţia este identică cu cea a şurubului cu cap hexagonal.

### 6.1.1.4. REPREZENTAREA ŞI COTAREA ŞAIBELOR

Şaiba (rondela) este o piesă metalică inelară cu gaura ceva mai mare decît diametrul exterior al tijei şurubului sau prezonului. Se deosebesc şaibe uzuale (grosolane) de tipul A, STAS 1388-72 (fig. 6.7, *a*), şi şaibe precise de simbolul B, STAS 5200-72 (fig. 6.7, *b*). Reprezentarea şaibelor şi valorile constructive aproximative ale cotelor sînt date în figura 6.7, *a* şi *b*.




5




6

Fig. 6.5. Prezoane pentru înșurubat în oțel :
a — forma A; b — forma B.
Fig. 6.6. Piuliță hexagonală (construcția grafică).

## 6.1.2. REPREZENTAREA OBIȘNUITĂ A ASAMBLĂRILOR CU PIESE FILETATE

### 6.1.2.1. REPREZENTAREA ASAMBLĂRILOR PRIN ȘURUB CU PIULIȚĂ

Reprezentarea obișnuită în desen a asamblărilor cu șurub, piuliță și șaibă se face conform STAS 187-60 (fig. 6.8), respectîndu-se următoarele reguli :

— șurubul, piulița și șaiba se desenează în vedere nesecționate ;

— piesele asamblate se desenează secționate și hașurate în direcții diferite, conform STAS 104-60.

În figura 6.8 este reprezentată în triplă proiecție ortogonală o asamblare prin șurub uzual cu cap hexagonal, piuliță hexagonală și șaibă uzuală. Diametrul găurii de trecere este cu aproximativ 0,15 $d$ mai mare decît diametrul șurubului respectiv.

Valorile cotelor literale din figura 6.8 pentru șuruburile cu filete de la M14 la M24 sînt cuprinse în tabelul 6.4.

*Tabelul 6.4*

| $d$ | $G_1$ | $G_2$ | $L$ | $d_1$ | $l=G_1+G_2+h+m_0+m$ | $l_0\approx0,6\,l$ | $m\approx0,25\,d$ | $D_1\approx2,2\,d$ | $h\approx0,15\,d$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **M14** | 16 | 16 | 50 | d+1,5 | 44 | 6,5 | 3,5 | 31 | 2 |
| **M16** | 18 | 18 | 60 | d+1,5 | 50,5 | 30 | 4 | 40 | 2,5 |
| **M20** | 24 | 24 | 75 | d+3 | 65 | 39 | 5 | 53 | 3 |
| **M24** | 28 | 28 | 80 | d+3,5 | 75,5 | 45,5 | 6 | 62 | 4 |

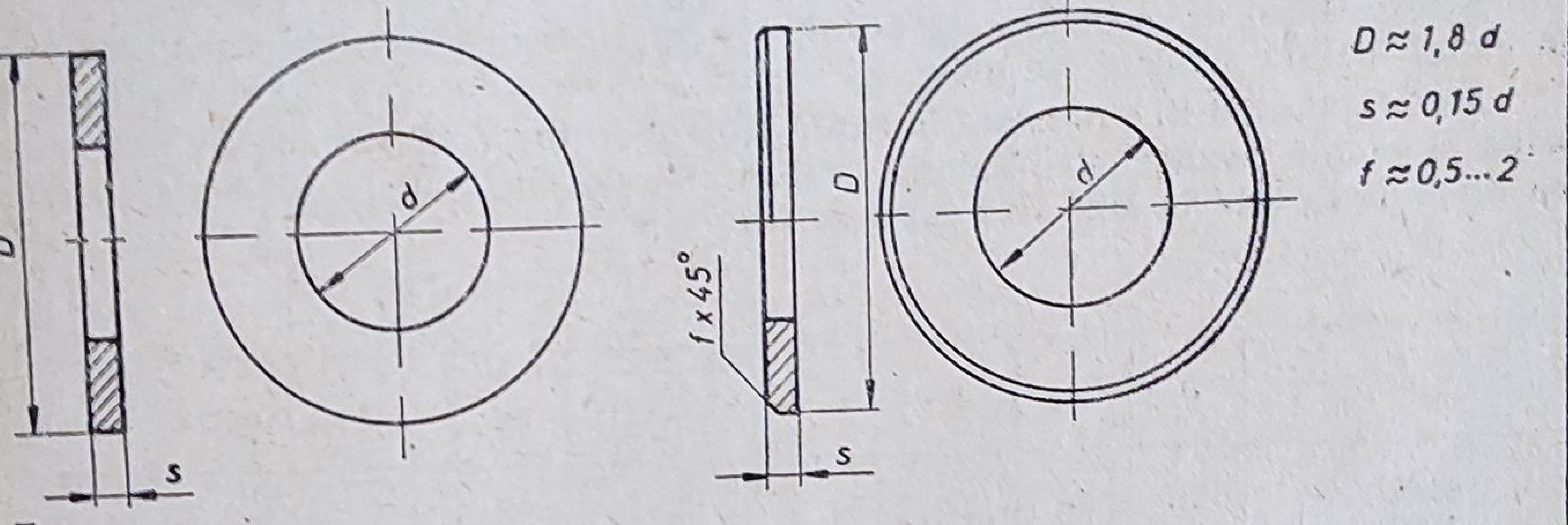
### 6.1.2.2. REPREZENTAREA ASAMBLĂRILOR CU ȘURUB FĂRĂ PIULIȚĂ

Asamblarea prin șurub fără piuliță se realizează prin introducerea șurubului în gaura filetată a uneia din piesele care alcătuiesc asamblarea, cealaltă piesă fiind obligatoriu prevăzută cu gaura de trecere de diametru $d_1$. Gaura filetată poate fi : gaură de trecere sau gaură înfundată. În cazul găurilor înfundate, adîncimea găurii filetate se alege în așa fel încît după stringerea șurubului vîrful acestuia să nu ajungă în fundul găurii.

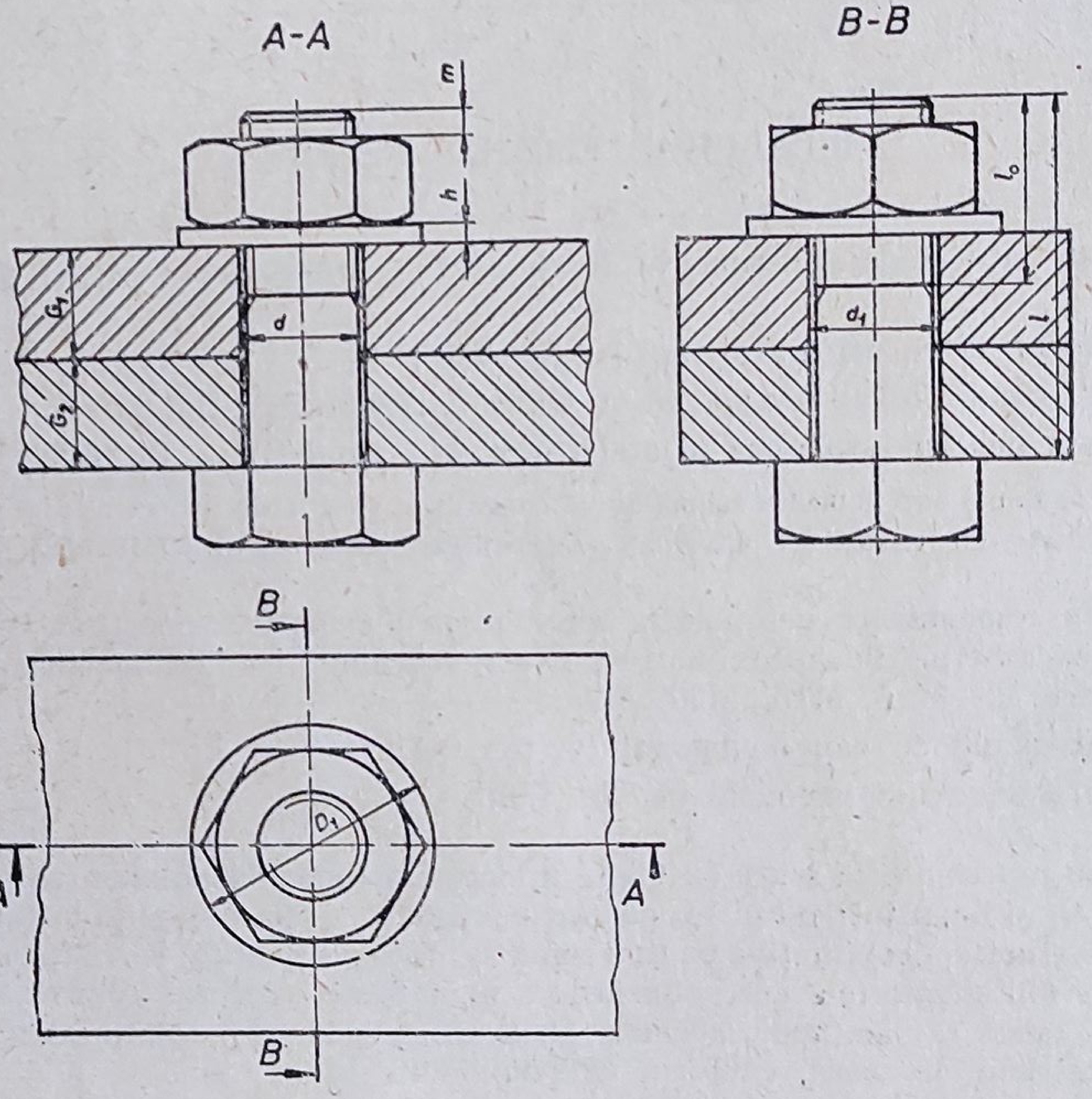
Figura 6.9 reprezintă în triplă proiecție ortogonală o asamblare a două piese printr-un șurub cu cap hexagonal. Valorile cotelor literare din figura 6.9 pentru șuruburi cu filete de la M14 la M24 se găsesc în tabelul 6.5.

*Tabelul 6.5*

| $d$ | $G_1$ | $G_2$ | $L$ | $d_1$ | $l$ | $l_0\approx0,85l$ | $D_1\approx2,2\,d$ | $h\approx0,15\,d$ | $h_1$ | $h_2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **M14** | 16 | 36 | 50 | 15,5 | 40 | 33 | 31 | 2 | 30 | 25 |
| **M16** | 20 | 48 | 60 | 17,5 | 54,4 | 44 | 35 | 2,4 | 40 | 36 |
| **M20** | 23 | 54 | 75 | 23 | 63 | 51 | 44 | 3 | 46 | 42 |
| **M24** | 28 | 64 | 80 | 27,5 | 71,6 | 58 | 53 | 3,6 | 52 | 46 |




**7**




**8**

Fig. 6.7. Şaibă cilindrică :
*a* — şaibă grosolană; *b* — şaibă precisă.
Fig. 6.8. Asamblarea a două piese prin şurub, şaibă şi piuliţă.

### 6.1.2.3. REPREZENTAREA ASAMBLĂRILOR CU PREZON ŞI PIULIŢĂ

Aceste tipuri de asamblări sînt realizate prin introducerea unui cap al prezonului în gaura filetată a uneia din piese, în acelaşi mod ca şi în cazul arătat în figura 6.9.

Astfel, figura 6.10 reprezintă în triplă proiecţie ortogonală o asamblare prin prezon, şaibă şi piuliţă hexagonală. Valorile cotelor literale din figura 6.10 pentru prezoane cu filete de la M14 la M24 sînt cuprinse în tabelul 6.6.

*Tabelul 6.6*

| $d$ | $G_1$ | $G_2$ | $b$ | $e$ | $h$ | $h_1$ | $h_2$ | $l$ | $D_1 \approx 2,2\,d$ | $L$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M14 | 16 | 36 | 22 | 24 | 2 | 30 | 25 | 34 | 31 | 50 |
| M16 | 20 | 48 | 26 | 35 | 2,4 | 40 | 36 | 40 | 35 | 60 |
| M20 | 23 | 54 | 32 | 38 | 3 | 46 | 42 | 49 | 44 | 75 |
| M24 | 28 | 64 | 36 | 40 | 3,6 | 52 | 46 | 64 | 53 | 80 |

## 6.1.3. PROBLEME DE REZOLVAT

**1)** Să se întocmească desene la scară pentru următoarele organe de asamblare prin filet:

— şurub uzual cu cap hexagonal (v. fig. 6.2);
— şurub uzual cu cap hexagonal cu tija total filetată (v. fig. 6.3);
— prezon pentru înşurubat în oţel (tipul A şi tipul B) (v. fig. 6.5);

*Indicaţie:* Capul şurubului hexagonal se va construi în funcţie de diametrul $d$ al tijei, cu valori dimensionale luate din tabelele 6.1, 6.2 şi 6.3 pentru diferite valori ale lui $d$ (M8, M10, etc.).

**2)** Să se construiască desenele la scară pentru următoarele organe de asamblare, utilizîndu-se construcţiile aproximative, pentru şuruburi cu filet metric, avînd următoarele valori: $d$=M14, M16, M20, M24:

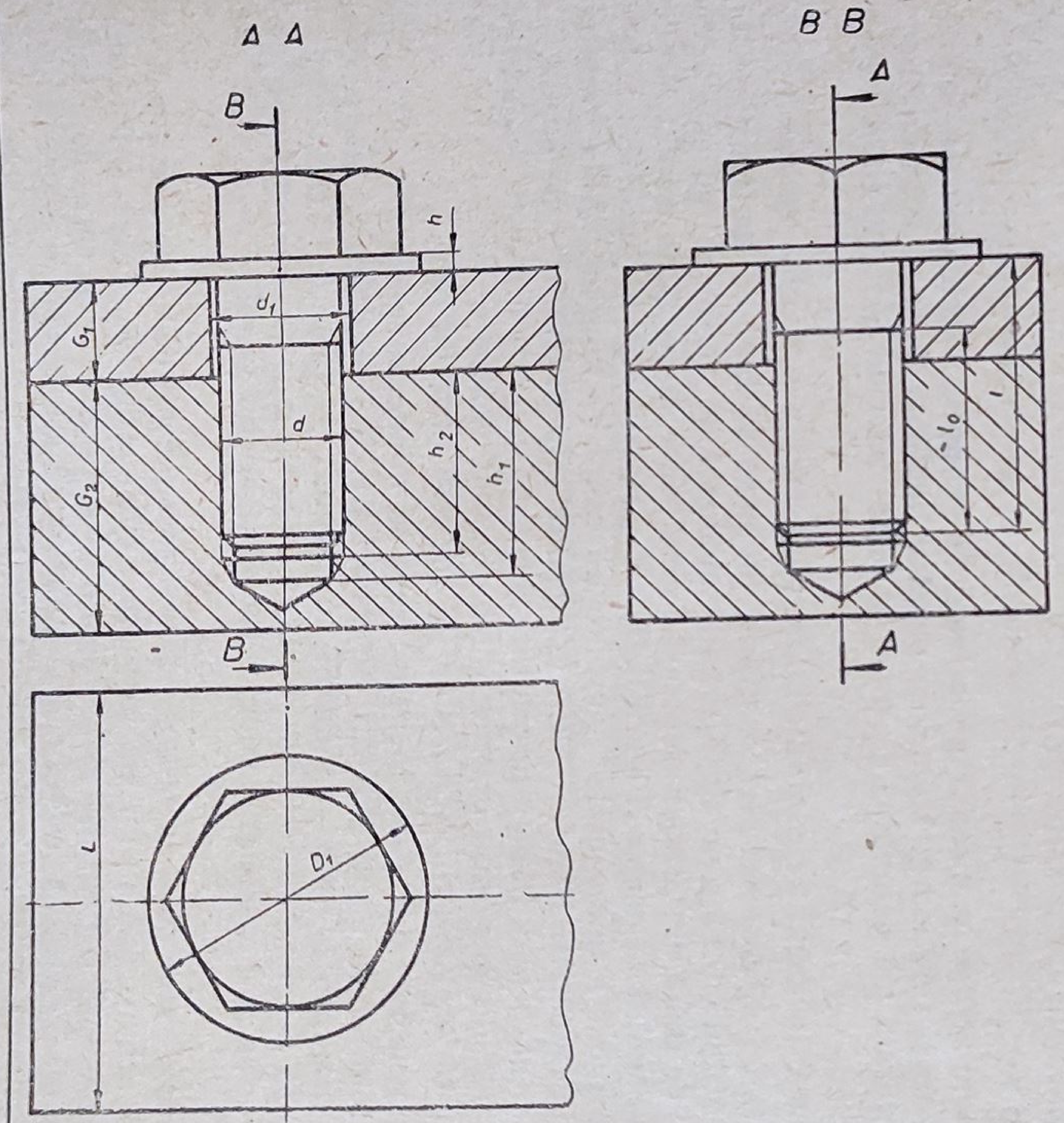
— şurub uzual cu cap hexagonal (v. fig. 6.4);
— piuliţă uzuală hexagonală (v. fig. 6.6).

**3)** Să se reprezinte la scară în triplă proiecţie ortogonală asamblarea a două piese de grosime $G_1$ şi $G_2$, printr-un şurub cu cap hexagonal, şaibă şi piuliţă hexagonală, folosindu-se construcţii aproximative pentru capul şurubului şi piuliţă. Se va folosi tabelul 6.4 pentru unul din diametrele corespunzătoare unor filete cuprinse în şirul M14...M24. Din acelaşi tabel se iau, apoi, celelalte elemente constructive aproximative, necesare realizării desenului la scară, conform modelului din figura 6.8.

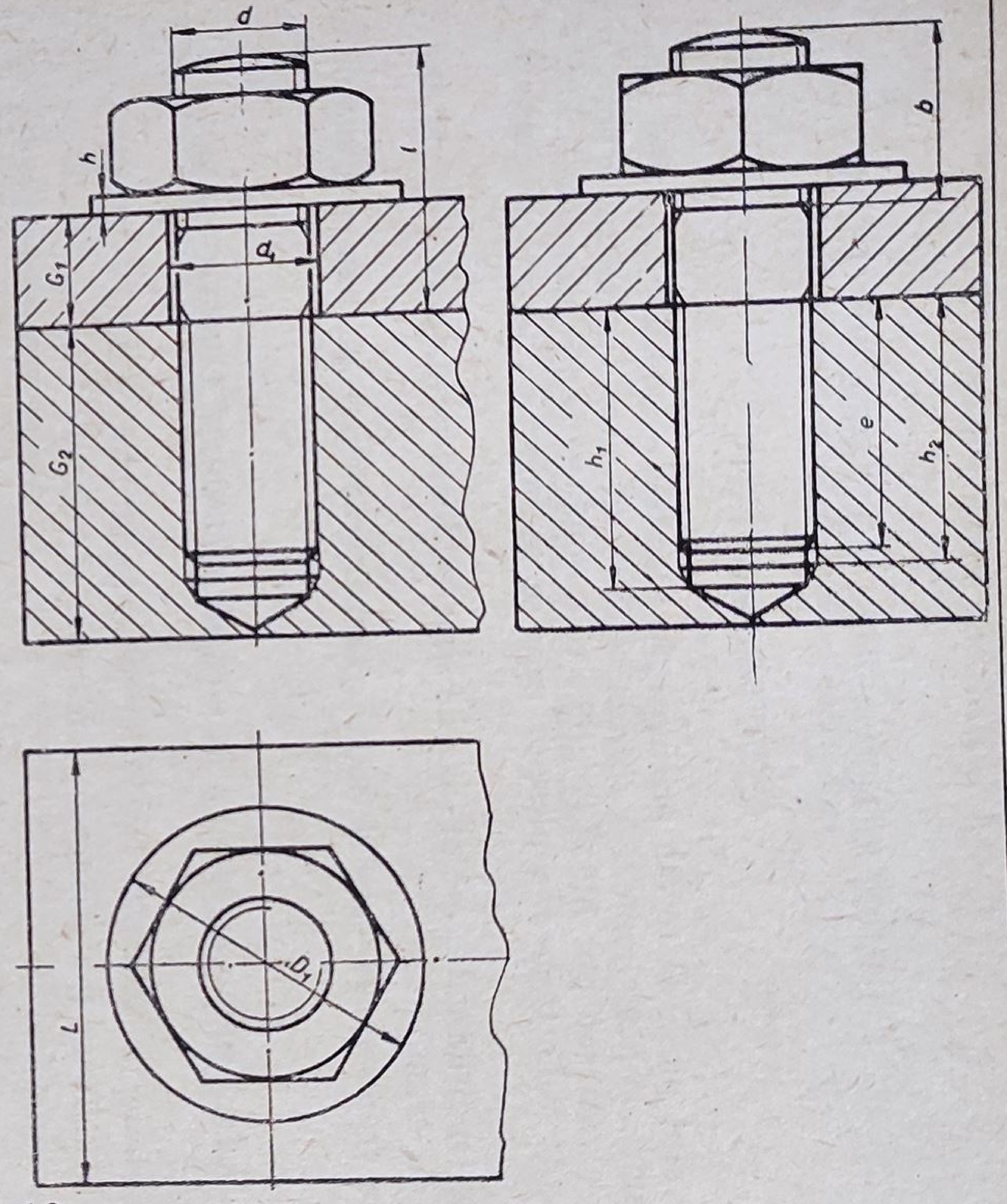
**4)** Să se reprezinte la scară în triplă proiecţie ortogonală următoarele tipuri de asamblări cu filet:

— asamblare cu şurub cu cap hexagonal cu tijă total filetată (v. fig. 6.9).
— asamblare prin prezon cu piuliţă (v. fig. 6.10).

*Indicaţie:* Desenele la scară ale asamblărilor filetate se obţin pentru diferite valori ale diametrului părţii filetate (M14 ... M24) cu ajutorul tabelelor 6.5 şi 6.6.




9




10

Fig. 6.9. Asamblarea a două piese prin șurub fără piuliță (gaură filetată).
Fig. 6.10. Asamblarea a două piese prin prezoane și piuliță (gaură filetată).

## 6.2. ASAMBLĂRI PRIN PENE

### 6.2.1. REPREZENTAREA ȘI COTAREA PENELOR

#### 6.2.1.1. GENERALITĂȚI

Penele sînt piese de formă prismatică utilizate la asamblarea roților sau manivelelor pe arbori. Penele împiedică rotirea roților sau altor organe pe arbori, împiedică deplanarea axială sau pot bloca complet cele două elemente asamblate. După poziția de montare în raport cu axa pieselor care se asamblează, penele se împart în două grupe :

— pene longitudinale care au axa de simetrie longitudinală paralelă cu axa comună a pieselor de asamblat ;

— pene transversale care se montează perpendicular pe axa comună a pieselor.

#### 6.2.1.2. REPREZENTAREA ȘI COTAREA PENELOR LONGITUDINALE

Se deosebesc următoarele tipuri de pene longitudinale :

— pene înclinate (cu strîngere), obișnuite și subțiri ;

— pene tangențiale ;

— pene paralele (fără strîngere) ;

— pene disc.

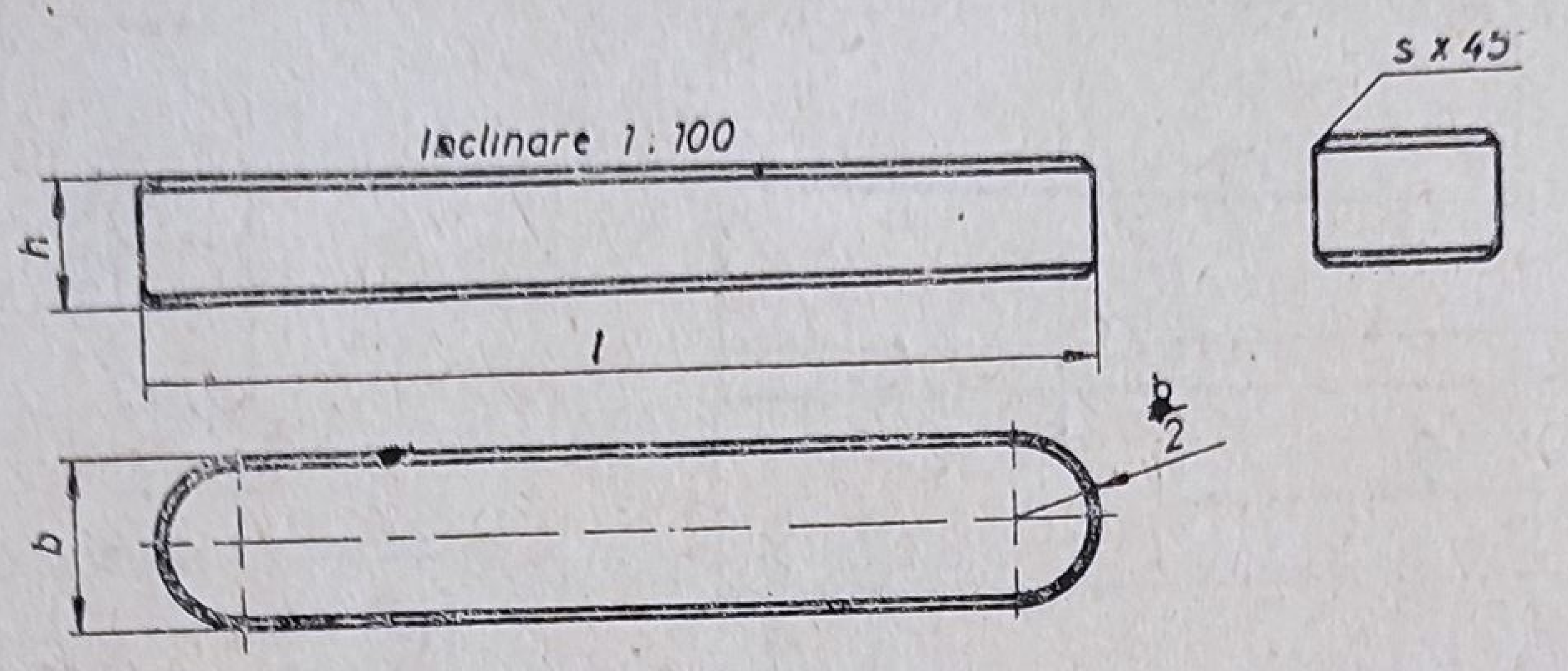
Penele înclinate se montează pe arbore cu strîngere. Strîngerea se realizează pe fețele superioare și inferioare. Montarea penelor înclinate se face asigurîndu-se un joc între fețele laterale ale canalului de pană și fețele laterale ale organului respectiv de asamblare.

Se deosebesc în cazul penelor înclinate, pene fără nas și pene cu nas.

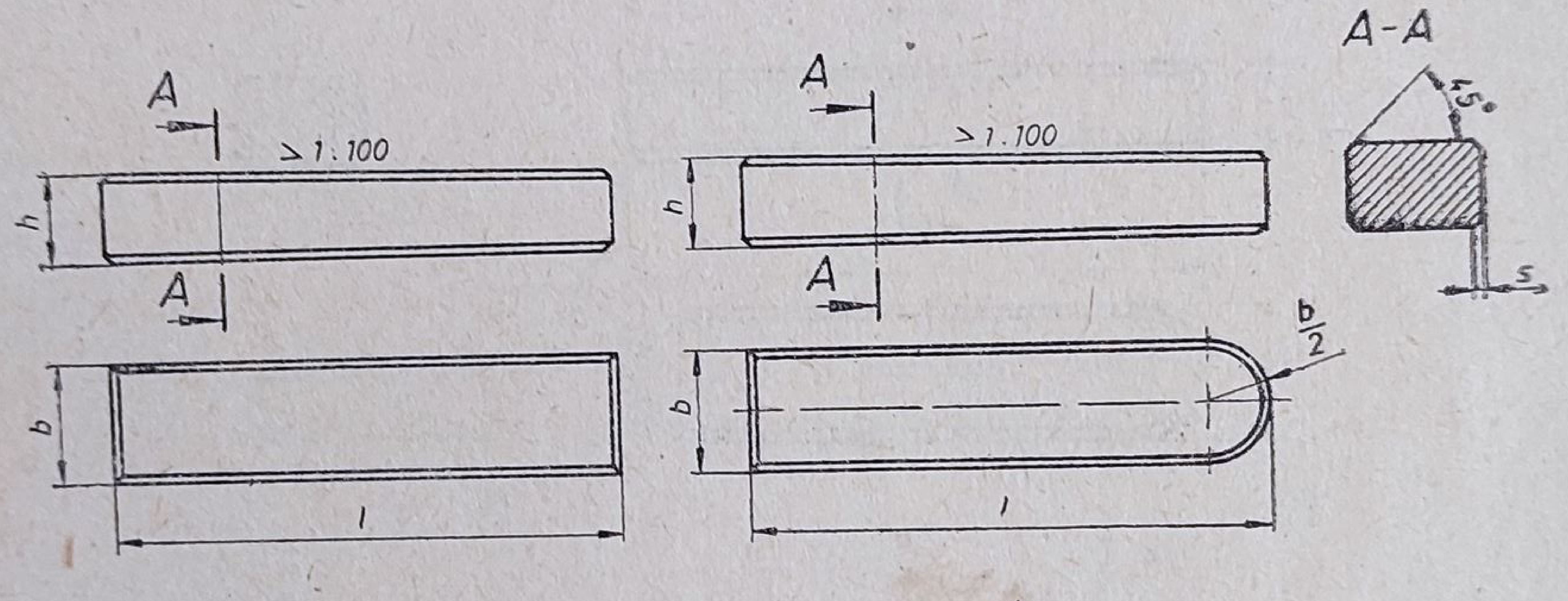
Reprezentarea și cotarea acestor tipuri de pene se face ca în figurile 6.11, 6.12 și 6.13. Astfel, figura 6.11 reprezintă o pană înclinată de forma A cu capete rotunde la care canalul de pană din arbore are exact forma penei, aceasta din urmă fiind complet imobilizată în canalul respectiv. Figura 6.12, *a* reprezintă o pană înclinată de forma B. Acestui tip de pană îi corespunde în arbore un canal de lungime dublă lungimii față de cea a penei respective. Figura 6.12, *b* reprezintă o pană înclinată de forma C cu un capăt drept și altul rotund. Pana reprezentată și cotată în figura 6.13 este o pană înclinată cu nas. Forma și dimensiunile penelor înclinate sînt stabilite prin STAS 1008-71 (pentru pene fără nas) și prin STAS 1009-71 (pentru pene cu nas).

Penele tangențiale sînt pene înclinate care se montează perechi (pană și contrapană). Ele se folosesc în cazul montării pe arbori a roților cu diametre mari construite din jumătăți, montate înaintea împănării cu șuruburi și inele de fixare. Figura 6.14 reprezintă o pană tangențială complet cotată ; cu linie-punct subțire s-a trasat conturul contrapenei. Forma și dimensiunile penelor tangențiale sînt stabilite prin STAS 1010-74 și 1011-74.

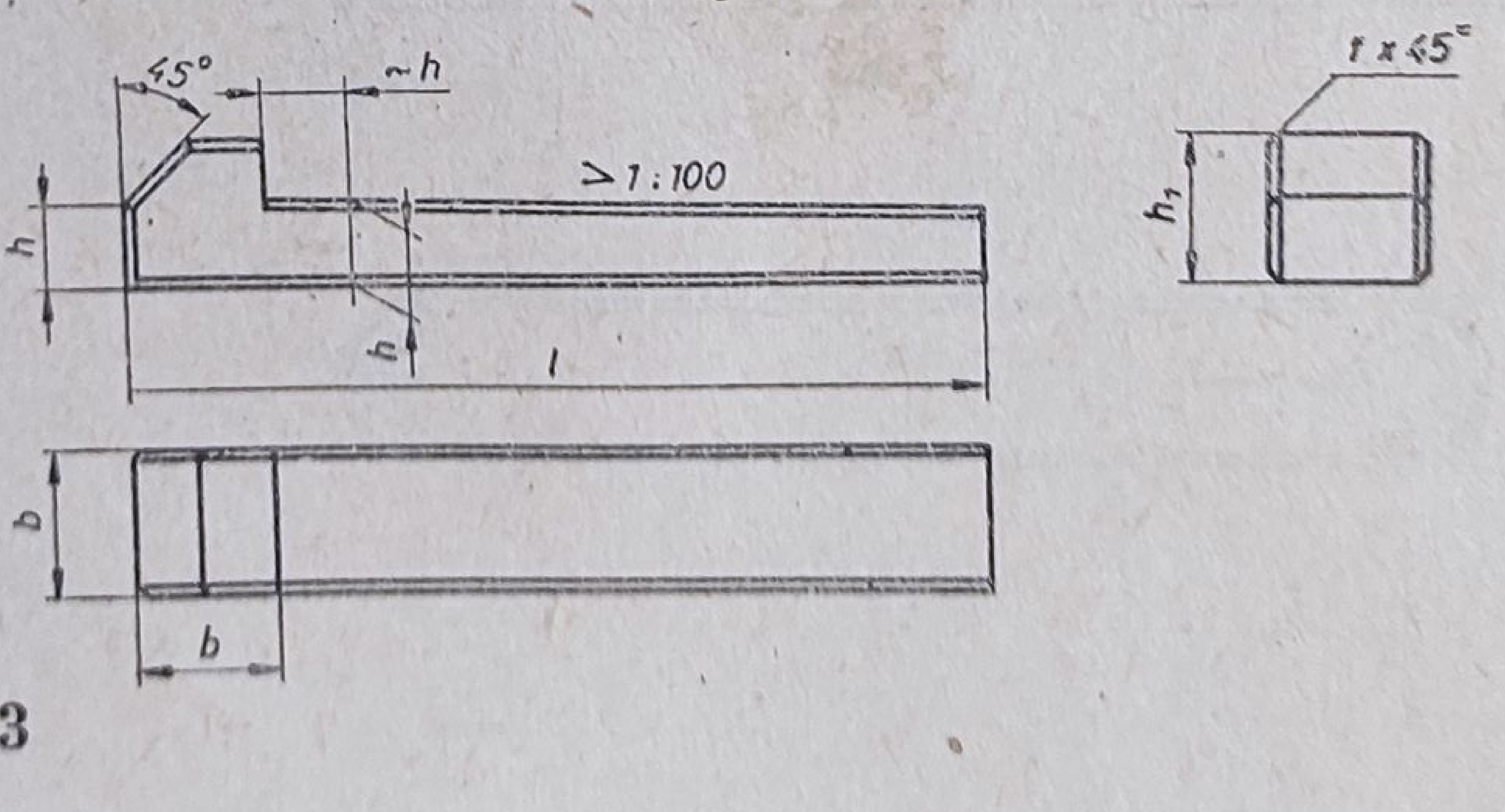
Penele paralele sînt pene cu fețe paralele și care permit deplasarea axială a organelor montate pe arbore. Ele au un joc mare pe înălțime față de canalul butucului roții. Figura 6.15 reprezintă o pană paralelă obișnuită de forma A, cu capetele rotunde, iar figura 6.16, *a* o pană paralelă de forma A cu găuri de fixare. Forma și dimensiunile penelor paralele sînt stabilite prin STAS 1004-71 și 1006-71.




11

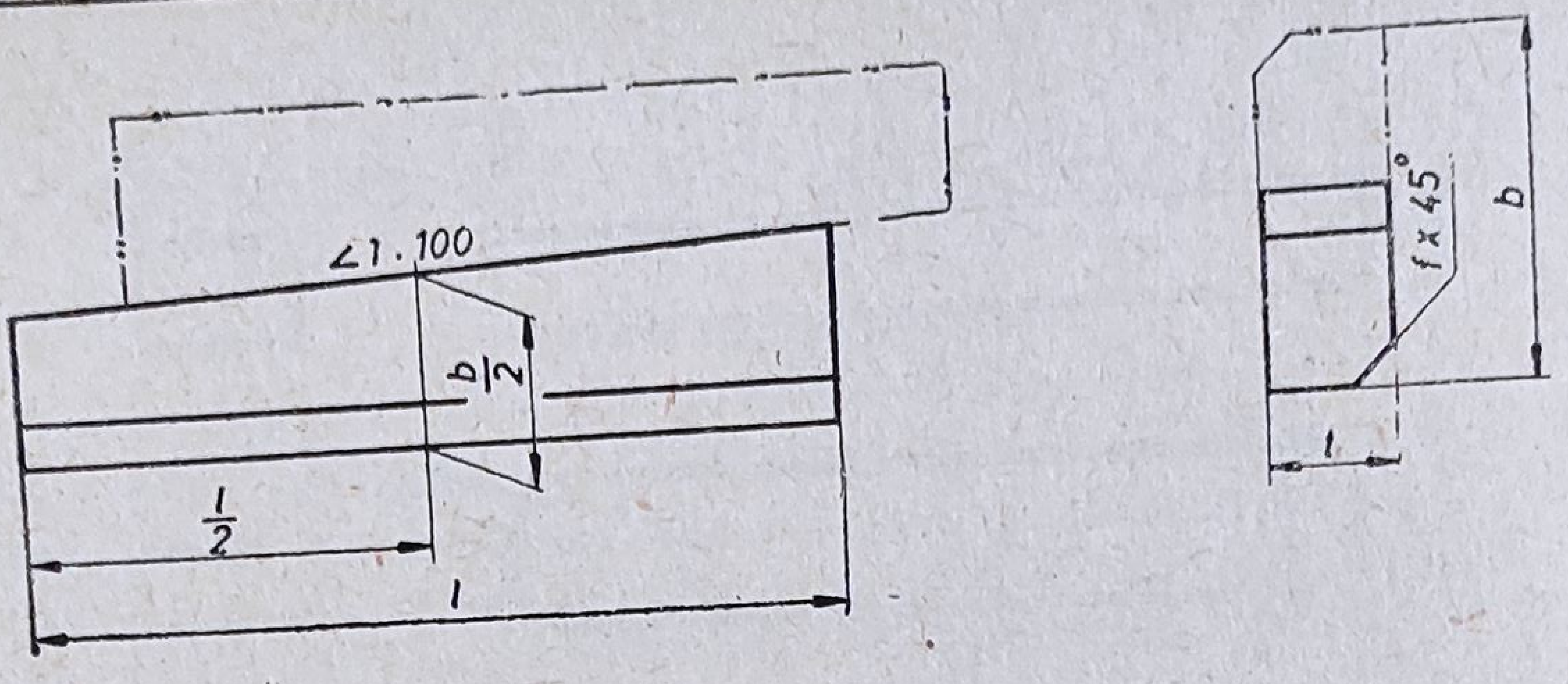



12

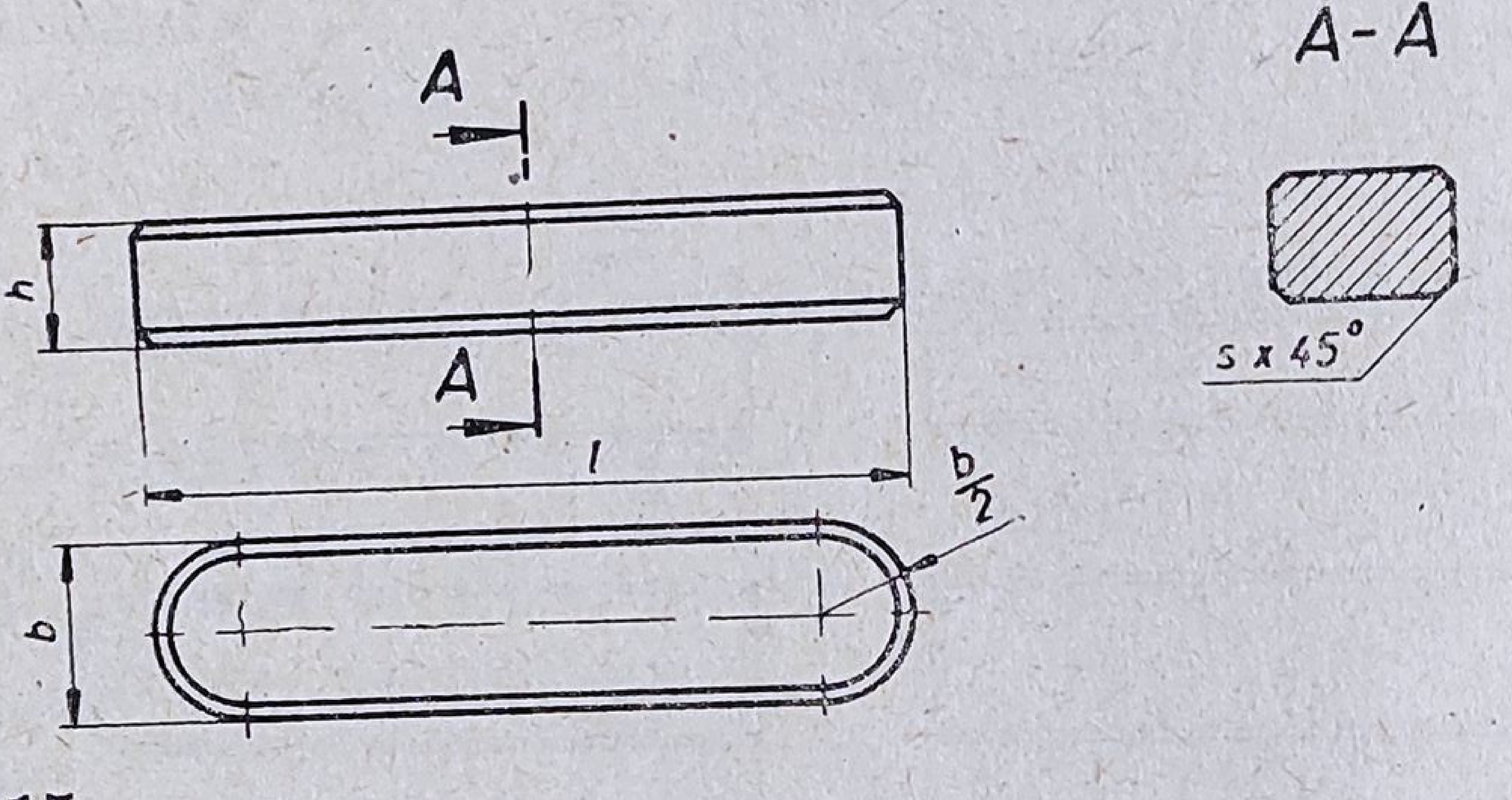



13

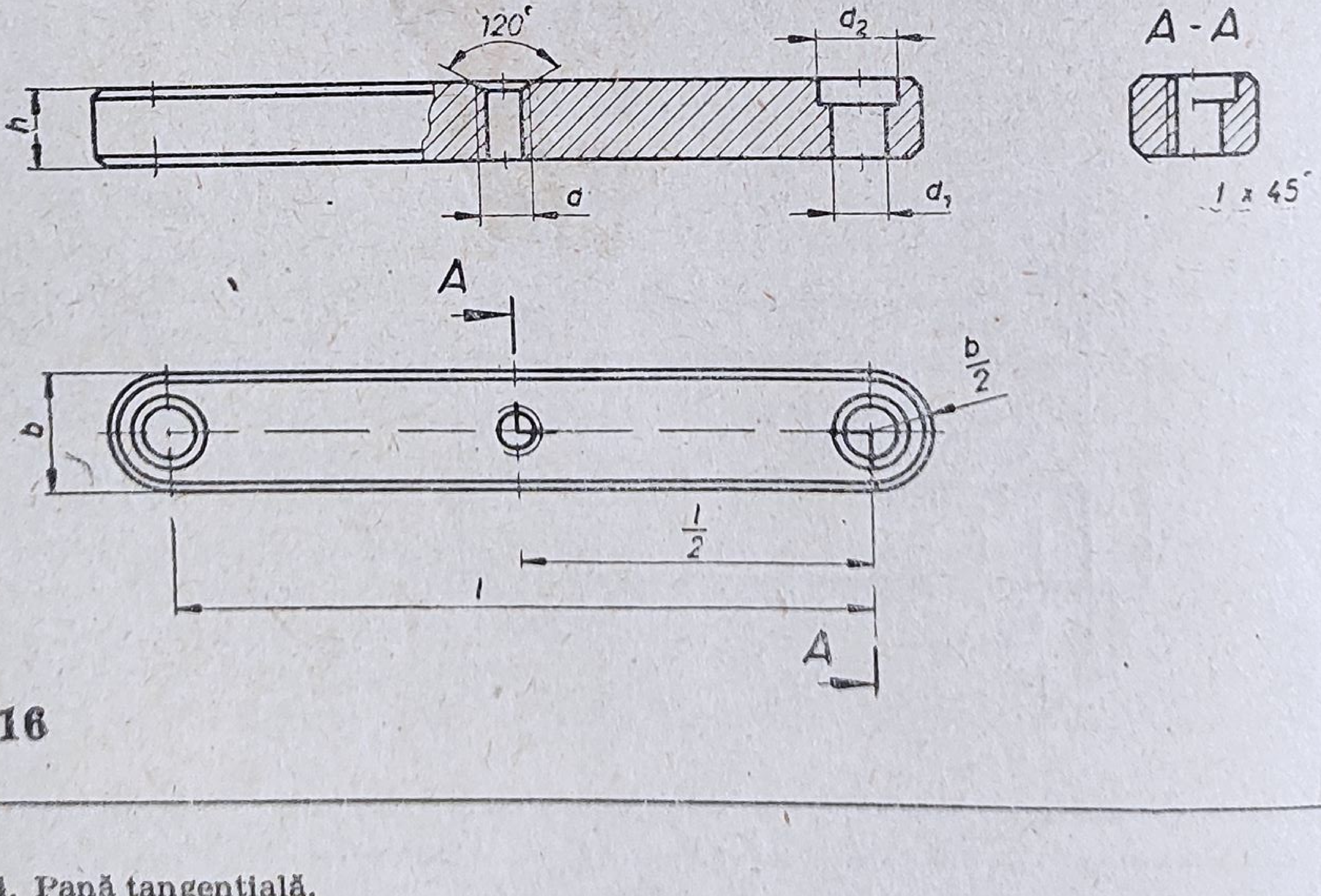
Fig. 6.11. Pană înclinată cu capete rotunde (forma A).
Fig. 6.12. Pene înclinate :
*a* — cu capete drepte (forma B) ; *b* — cu un capăt drept și unul rotund (forma C).
Fig. 6.13. Pană înclinată cu nas.




**14**

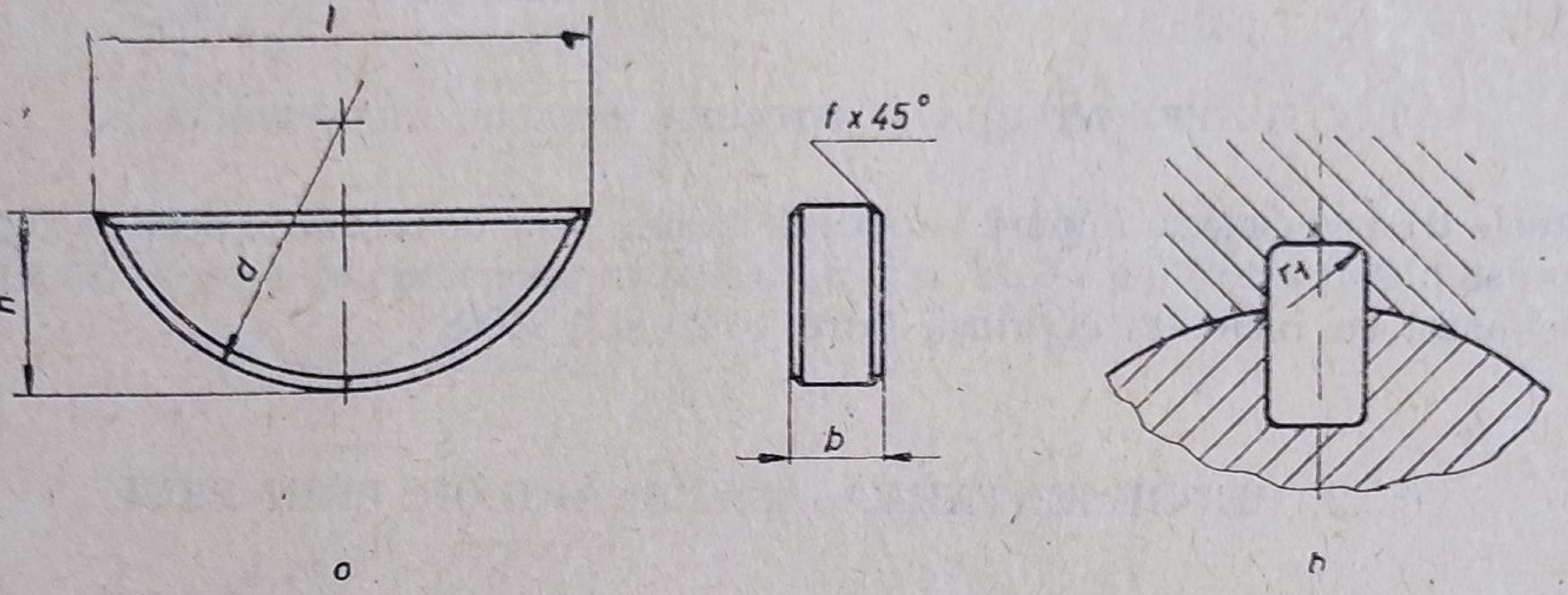



**15**

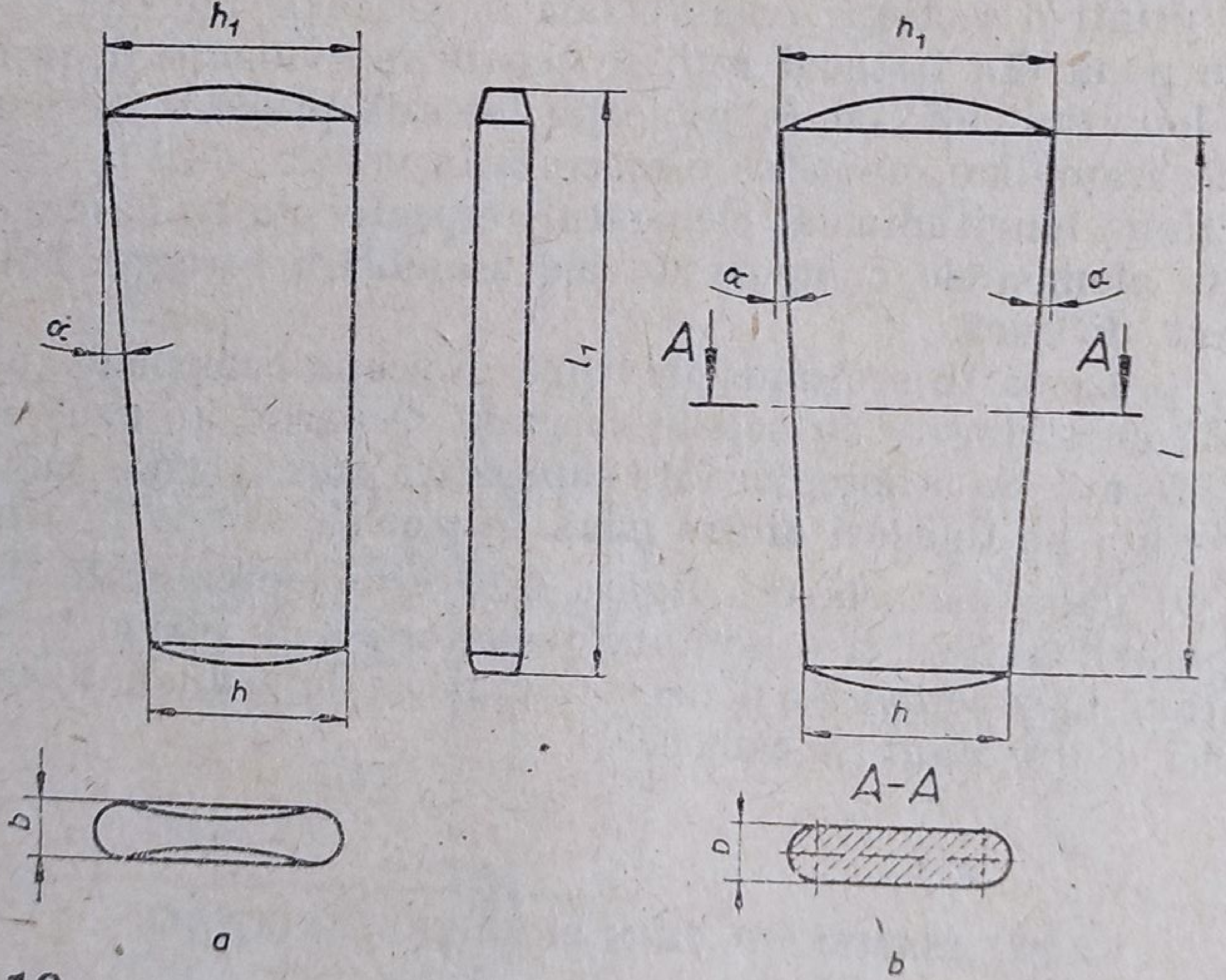



**16**

Fig. 6.14. Pană tangențială.
Fig. 6.15. Pană paralelă.
Fig. 6.16. Pană paralelă cu găuri de fixare (forma AS).




17




18

Fig. 6.17. Pană-disc.

Fig. 6.18. Pene transversale :

*a* — cu înclinare pe o parte ; *b* — cu înclinare pe ambele părți.

Penele-disc au forma unui segment de disc. Penele-disc se calează pe un arbore cu umăr pentru a se evita deplasarea axială a butucului roţii. Reprezentarea penei-disc şi cotarea ei se fac ca în figura 6.17, *a*. Canalele de pană din butucul roţii se racordează cu un arc de cerc de rază mai mică decît raza arcului de racordare a penei-disc (fig. 6.17, *b*). Forma şi dimensiunile penelor-disc sînt stabilite prin STAS 1012-72.

#### 6.2.1.3. REPREZENTAREA ŞI COTAREA PENELOR TRANSVERSALE

Penele transversale se împart în pene de fixare, pene de reglare şi pene de siguranţă. Aşa cum se observă în figura 6.18, *a* şi *b*, penele transversale pot avea o faţă sau două feţe înclinate, cu înclinare cuprinsă între 1 : 20 şi 1 : 100.

### 6.2.2. REPREZENTAREA ASAMBLĂRILOR PRIN PENE

#### 6.2.2.1. ASAMBLĂRI PRIN PENE LONGITUDINALE

Reprezentarea asamblărilor prin pene se face pe desen pe baza următoarelor reguli şi convenţii :

— Canalul de pană din arbore este scos în evidenţă printr-o ruptură locală în proiecţie verticală şi printr-o secţiune transversală în proiecţie laterală.

— Canalul de pană din butucul roţii se scoate în evidenţă în proiecţie verticală printr-o secţiune longitudinală, iar în proiecţie laterală printr-o secţiune transversală.

— Organul de asamblare, pana, se reprezintă în vedere, deci în cazul reprezentării asamblării în secţiune longitudinală, elementul respectiv nu se haşurează. În secţiune transversală, toate elementele componente ale asamblării (arbore, butuc şi pană) se haşurează în mod distinct.

Figura 6.19 reprezintă în secţiune, în triplă proiecţie ortogonală, o asamblare prin pană longitudinală cu strîngere cu capete rotunde. O parte din pană este cuprinsă în canalul de aceeaşi formă din arbore, iar faţa superioară este în strîns contact cu butucul roţii. Se observă jocul pe flancuri dintre pană şi canalele săpate în arbore şi butuc.

Asamblarea cu pană paralelă din figura 6.20 este reprezentată printr-o secţiune longitudinală în planul vertical şi o secţiune transversală în planul lateral. Se observă jocul distinct dintre faţa superioară a penei şi fundul canalului din butucul roţii şi absenţa jocului pe flancuri dintre pană şi canale.

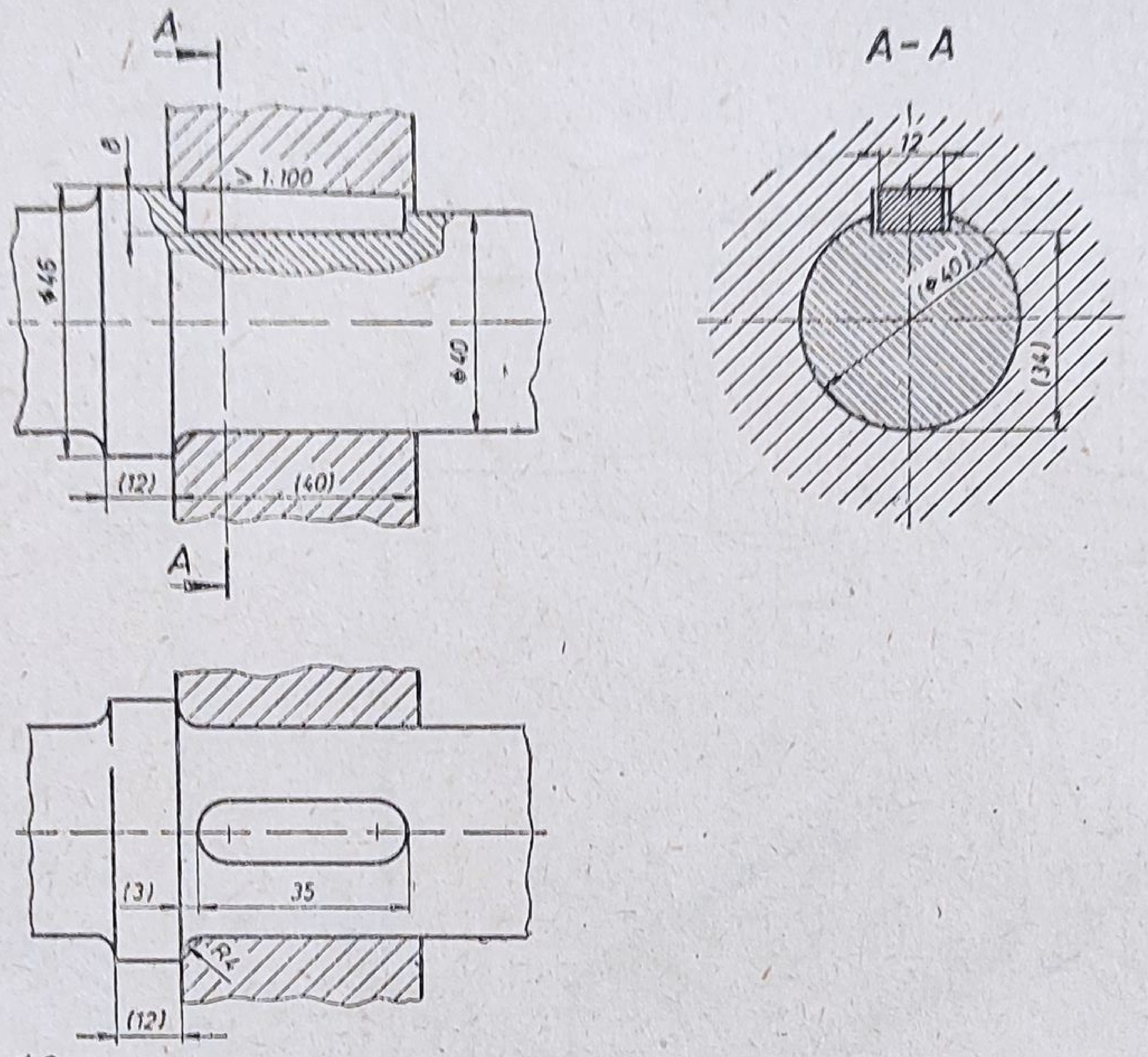
#### 6.2.2.2. ASAMBLĂRI PRIN PENE TRANSVERSALE

Ca şi în cazul asamblărilor prin pene longitudinale, reprezentarea asamblărilor prin pene transversale se face prin respectarea următoarelor reguli şi convenţii :

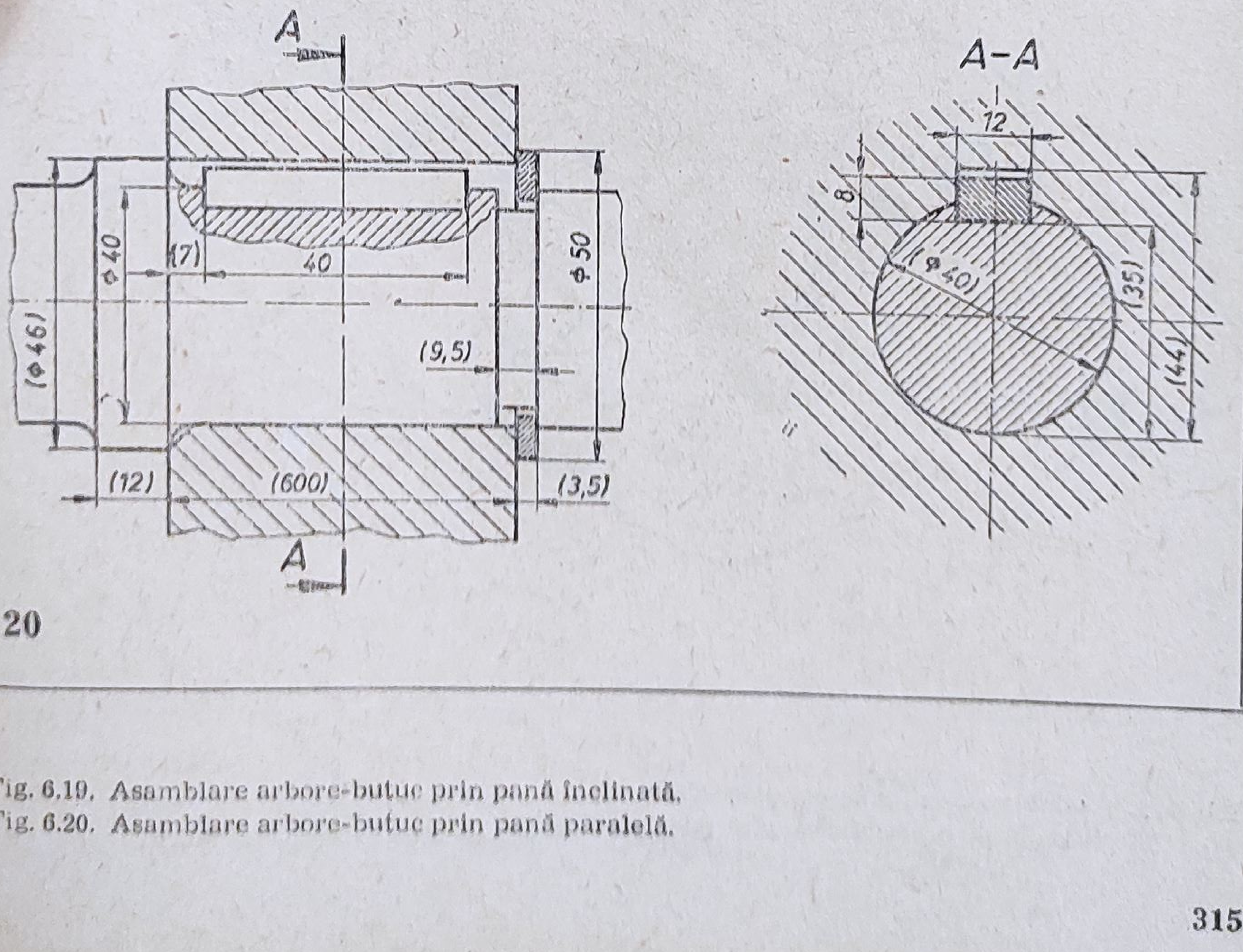
— Canalele din cele două piese care se asamblează se scot în evidenţă prin rupturi locale, în cazul secţiunii longitudinale. În secţiunea transversală, canalele de pană din tijă şi butuc se confundă cu conturul penei.

— Pana transversală se reprezintă în vedere (nehaşurată), atît în secţiune longitudinală cît şi în secţiune transversală.

Figura 6.21 reprezintă în dublă proiecţie ortogonală o asamblare prin pană transversală. Prin această pană se fixează tija pistonului la capul de cruce de la o locomotivă. Prima proiecţie este o secţiune longitudinală, iar cea de-a doua, o secţiune transversală.

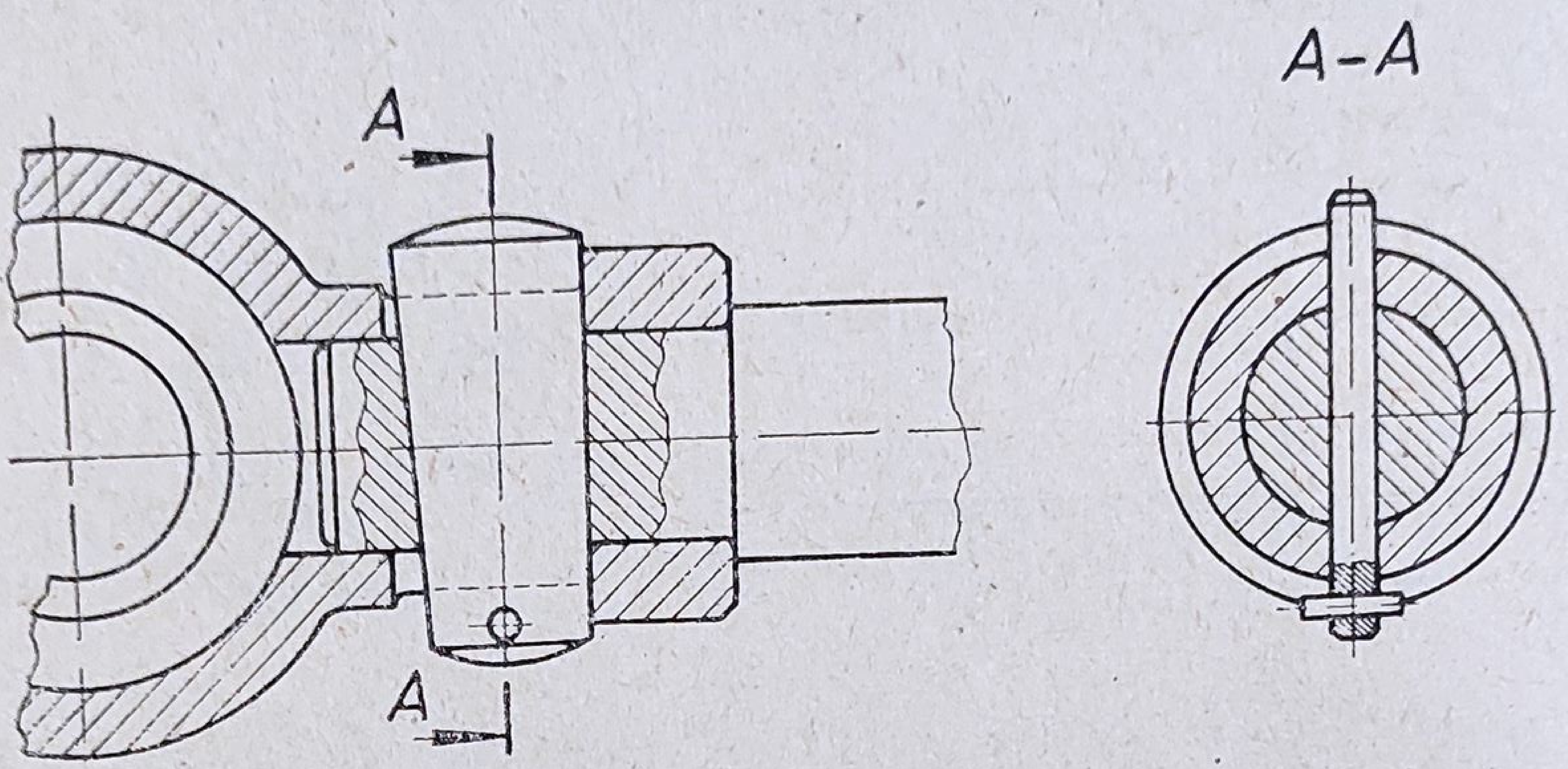



19

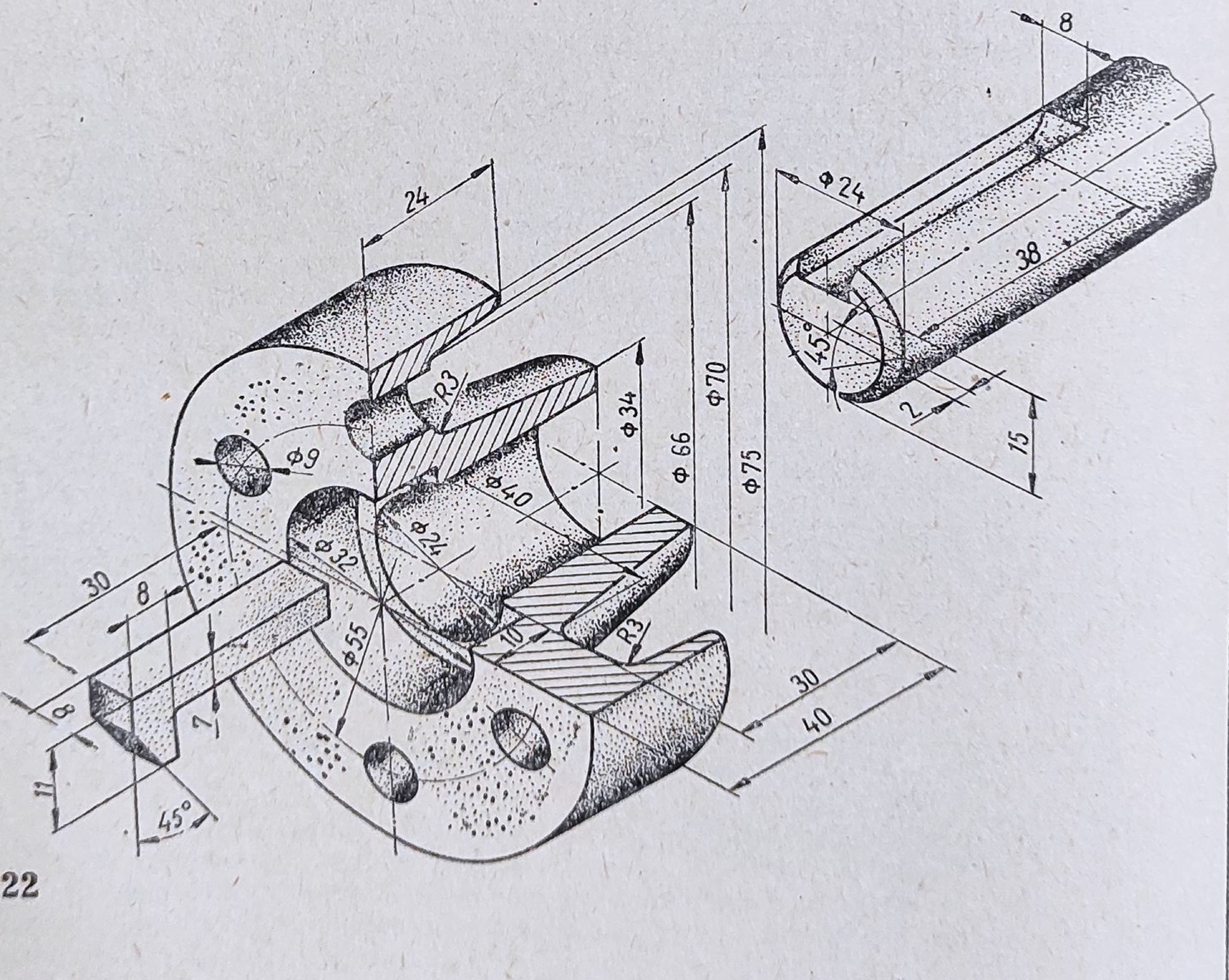



20

Fig. 6.19. Asamblare arbore-butuc prin pană înclinată.
Fig. 6.20. Asamblare arbore-butuc prin pană paralelă.

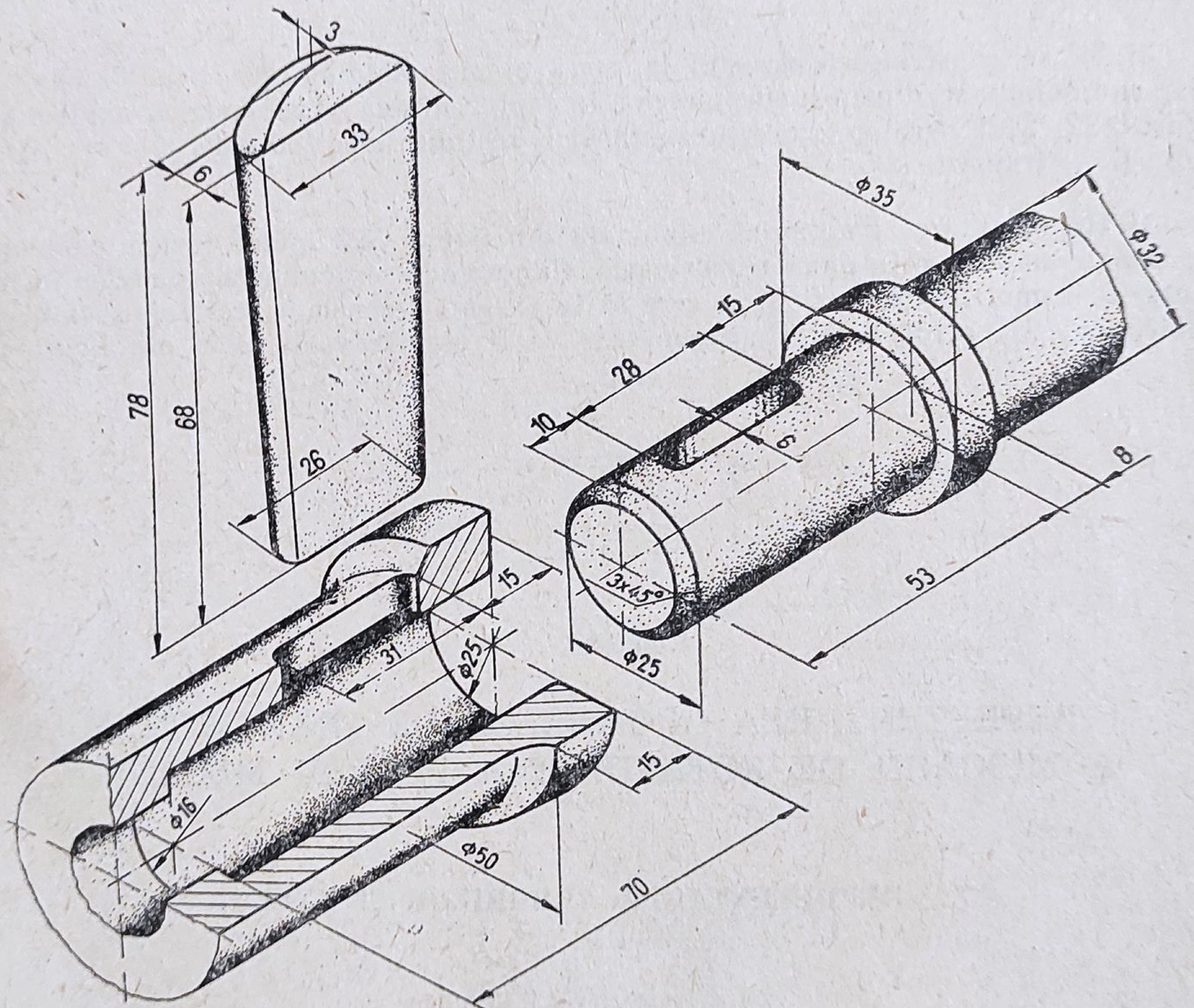



**21**




**22**

Fig. 6.21. Asamblare prin pană transversală.
Fig. 6.22. Asamblare arbore-butuc prin pană înclinată cu nas (problemă).




23

Fig. 6.23. Asamblare prin pană transversală (problemă).

### 6.2.3. PROBLEME DE REZOLVAT

1) Să se reprezinte la scara 1 : 1 asamblarea cu pană înclinată din figura 6.19. Cotele trecute în paranteze nu vor figura pe desenul la scară. Desenul se va executa pe un format $A_4$.

2) Figura 6.20 reprezintă o asamblare prin pană paralelă. Se cere să se execute desenul la scara 1 : 1 pe un format *A4*. Cotele în paranteze nu se vor indica pe desenul la scară.

3) Să se construiască desenul la scară al ansamblului prin pană înclinată cu nas, cunoscîndu-se dimensiunile pieselor în reprezentarea axonometrică explodată din figura 6.22. Sînt necesare : o reprezentare în secțiune longitudinală și o reprezentare în secțiune transversală.

4) Reprezentarea izometrică explodată din figura 6.23 indică piesele componente ale unei asamblări prin pană transversală. Cunoscîndu-se denumirile pieselor în reprezentarea izometrică respectivă, se cere să se execute desenele la scară ale asamblării în dublă proiecție ortogonală. Reprezentarea va fi asemănătoare celei din figura 6.21.

*Capitolul 7*

# REPREZENTAREA ORGANELOR DE TRANSMITERE A MIȘCĂRII DE ROTAȚIE ȘI A PUTERII MECANICE

## 7.1. REPREZENTAREA ARBORILOR ȘI AXELOR

### 7.1.1. GENERALITĂȚI

*Arborii* sînt organe de mașini care se sprijină pe lagăre prin intermediul fusurilor. Ei au ca scop principal transmiterea mișcării de rotație și a puterii mecanice.

După formă, arborii pot fi drepți sau cotiți, cu secțiune constantă sau în trepte (fig. 7.1 și 7.2).

După prelucrarea exterioară, se deosebesc arbori netezi și arbori canelați.

Părțile componente ale unui arbore sînt :

— corpul arborelui (fig. 7.1 și 7.2) ;
— părțile de sprijinire (fusurile sau pivoții) ;
— părțile de montare a pieselor susținute (părți de calare) (fig. 7.1, 7.2).

Fusurile laterale care servesc ca sprijin se numesc *fusuri de capăt*.

Fusurile au forma cilindrică ca în figura 7.3 sau conică ca în figura 7.4.

Reprezentarea şi cotarea unui arbore drept este indicată în figura 7.5. Arborele are secţiunea variabilă, fiind construit în trepte, prevăzut cu un număr şi cu canale de pană. Aceste canale sînt reprezentate şi în secţiunea propriu-zisă.

Axele (osiile) se reprezintă şi se cotează la fel ca arborii. Figura 7.6 reprezintă un ax cotat, iar în figura 7.7 este reprezentat acelaşi ax montat cu o roată pe un lagăr.

### 7.1.2. PROBLEME DE REZOLVAT

1) Se cere să se execute la scara 1 : 2 pe un format *A3* desenul arborelui în trepte reprezentat în figura 7.5. Desenul va fi prevăzut cu abateri dimensionale pentru părţile din piesă care formează ajustaje şi cu date privind starea suprafeţei piesei.

2) Pe un format *A3* se cere să se execute la scara 1 : 2 desenul arborelui în trepte reprezentat în figura 7.8. Fiind vorba de un desen de execuţie, pe lîngă abaterile dimensionale* şi datele privitoare la starea suprafeţei,** desenul va fi prevăzut, aşa cum se observă în figura 7.8, şi cu toleranţele de formă şi de poziţie.***

3) Piesa reprezentată axonometric în figura 7.9 este un arbore principal de la un reductor de turaţie de mică putere. Pentru scoaterea în evidenţă a detaliilor de formă a canalelor de pană este necesară utilizarea ca şi în cazurile de mai sus a unor secţiuni propriu-zise transversale. Acestea sînt determinate de planele secante notate cu simbolurile literale $A-A$, $B-B$ şi $C-C$. În plus, canalul pentru pana-disc mai este determinat şi prin detaliul F reprezentat ortogonal. Se cere să se construiască la scara 1 : 1 desenul de execuţie al arborelui.

4) Să se construiască desenul la scară al arborelui cotit reprezentat axonometric în figura 7.10, *a* şi ortogonal în figura 7.10, *b*. Desenul se va executa la scara 1:5.

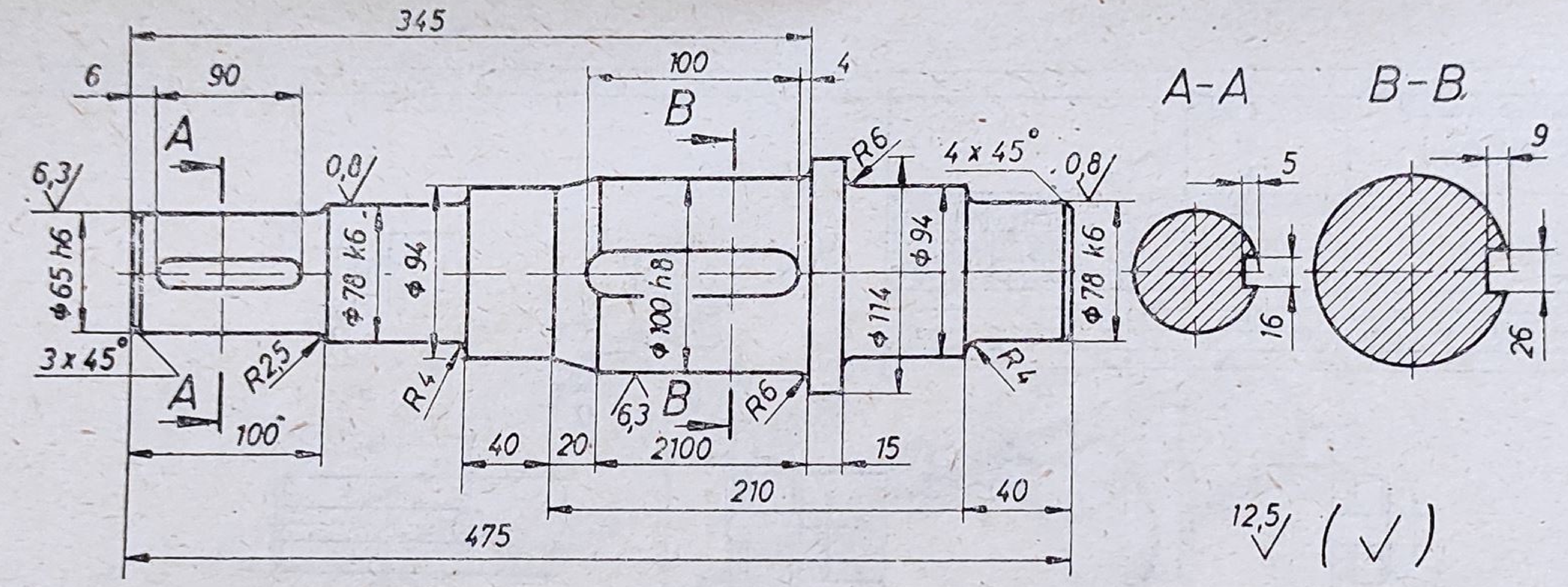
## 7.2. REPREZENTAREA LAGĂRELOR

### 7.2.1. GENERALITĂŢI

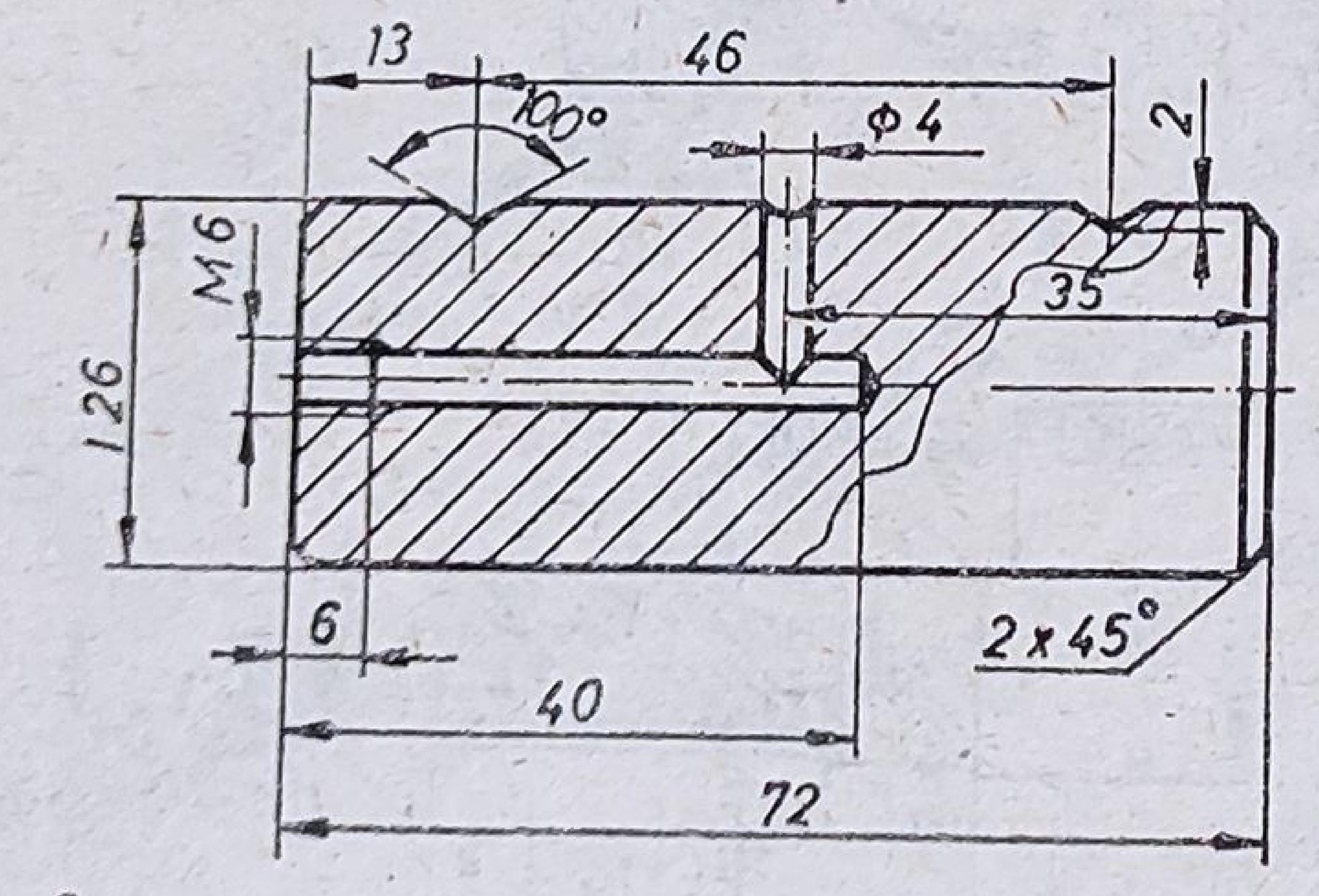
Lagărele sînt organe de maşini care servesc la sprijinirea arborilor şi a axelor (osiilor) prin intermediul fusurilor. După direcţia forţelor care acţionează asupra lagărelor, acestea se împart în *lagăre radiale* şi *lagăre axiale*. După caracterul forţelor de frecare care iau naştere în timpul funcţionării, se deosebesc : *lagăre cu alunecare* şi *lagăre cu rostogolire*.

---

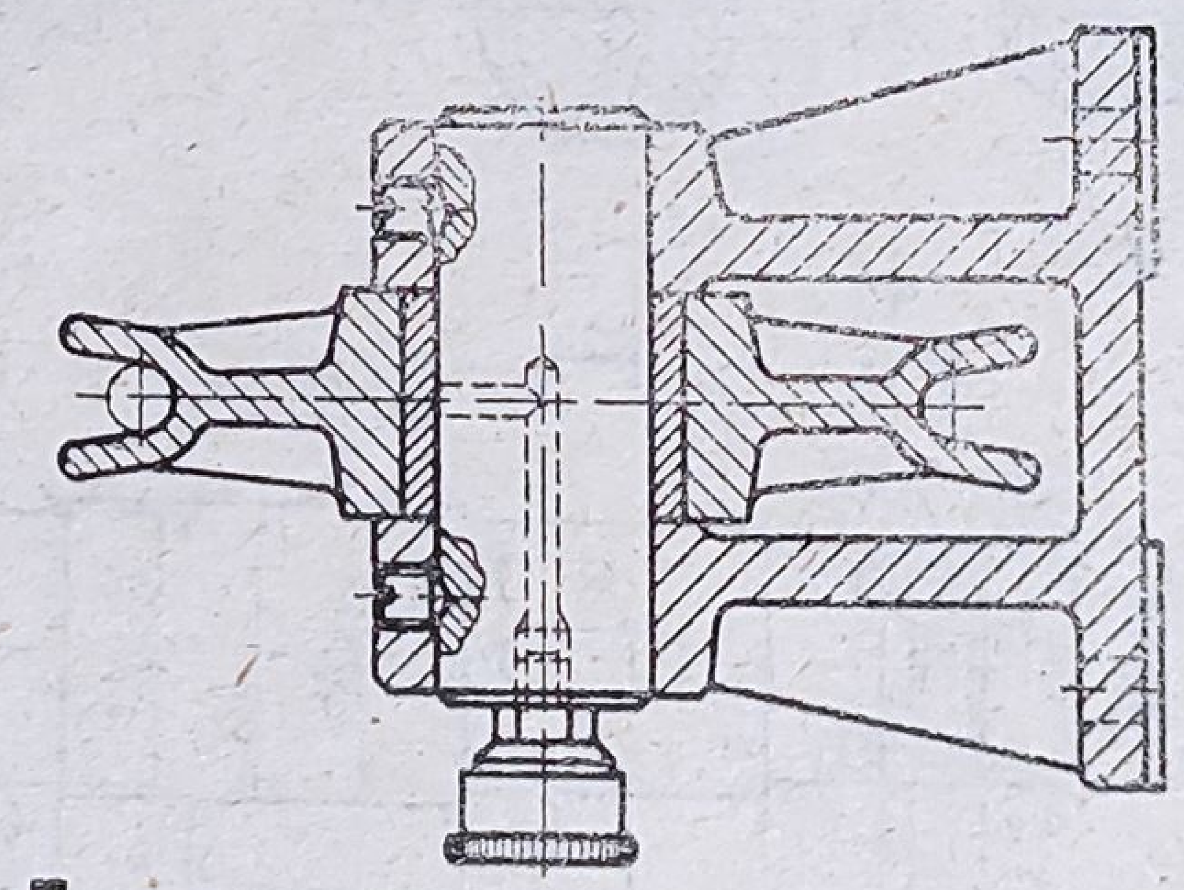
* v. prescripţiile STAS 8100...8110—68 din manualul de desen tehnic şi colecţia de standarde.
** v. prescripţiile STAS 612-75 şi 5730-75 din manualul de desen tehnic şi din colecţia de standarde.
*** v. recomandările STAS 7385-66 din manualul de desen tehnic şi din colecţia de standarde.




5

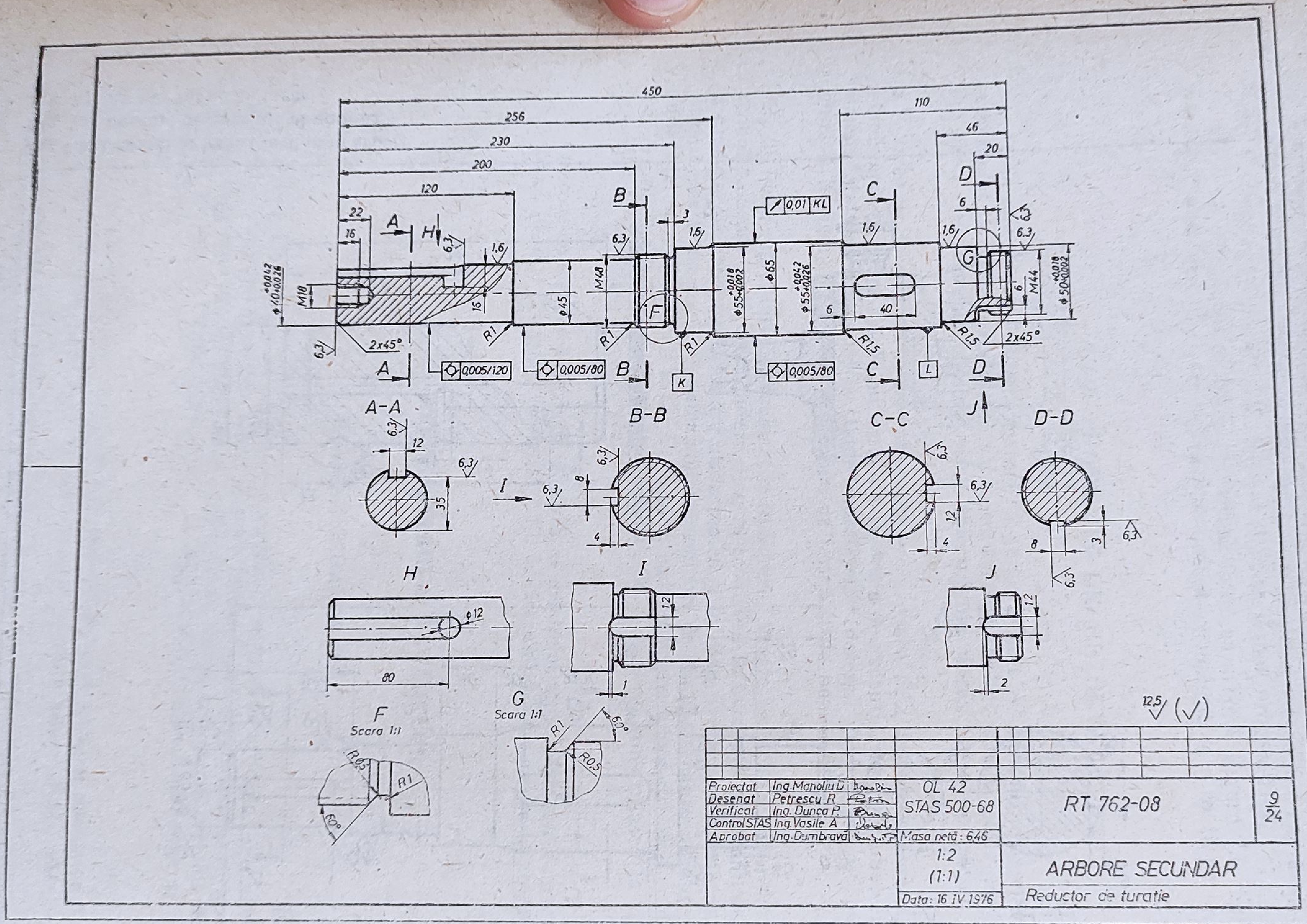



6



7

Fig. 7.5. Desenul de execuţie al unui arbore.
Fig. 7.6. Desenul de execuţie al unui ax.
Fig. 7.7. Ax montat pe un lagăr.




8

Fig. 7.8. Desenul de execuție al unui arbore drept (problemă).

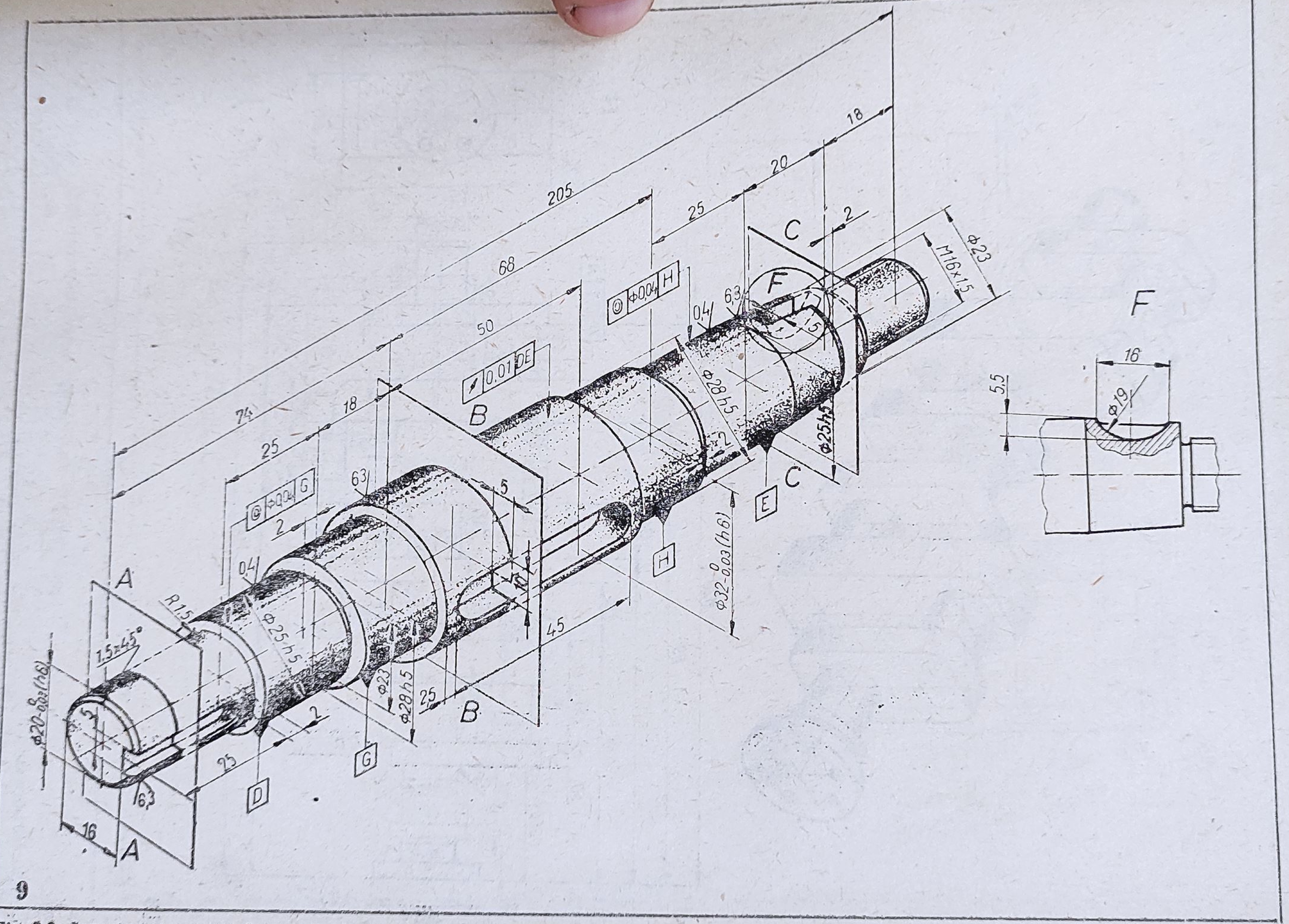
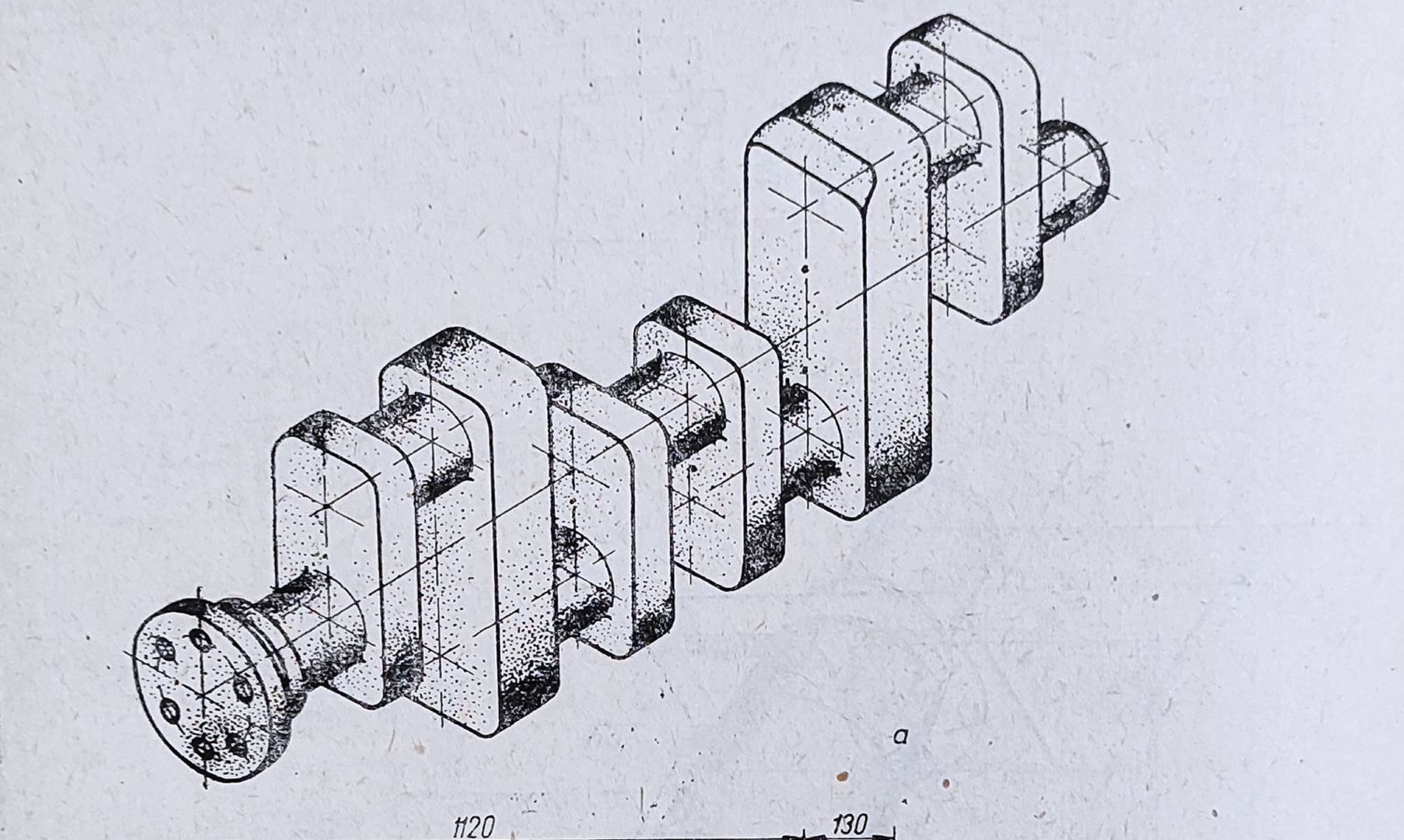
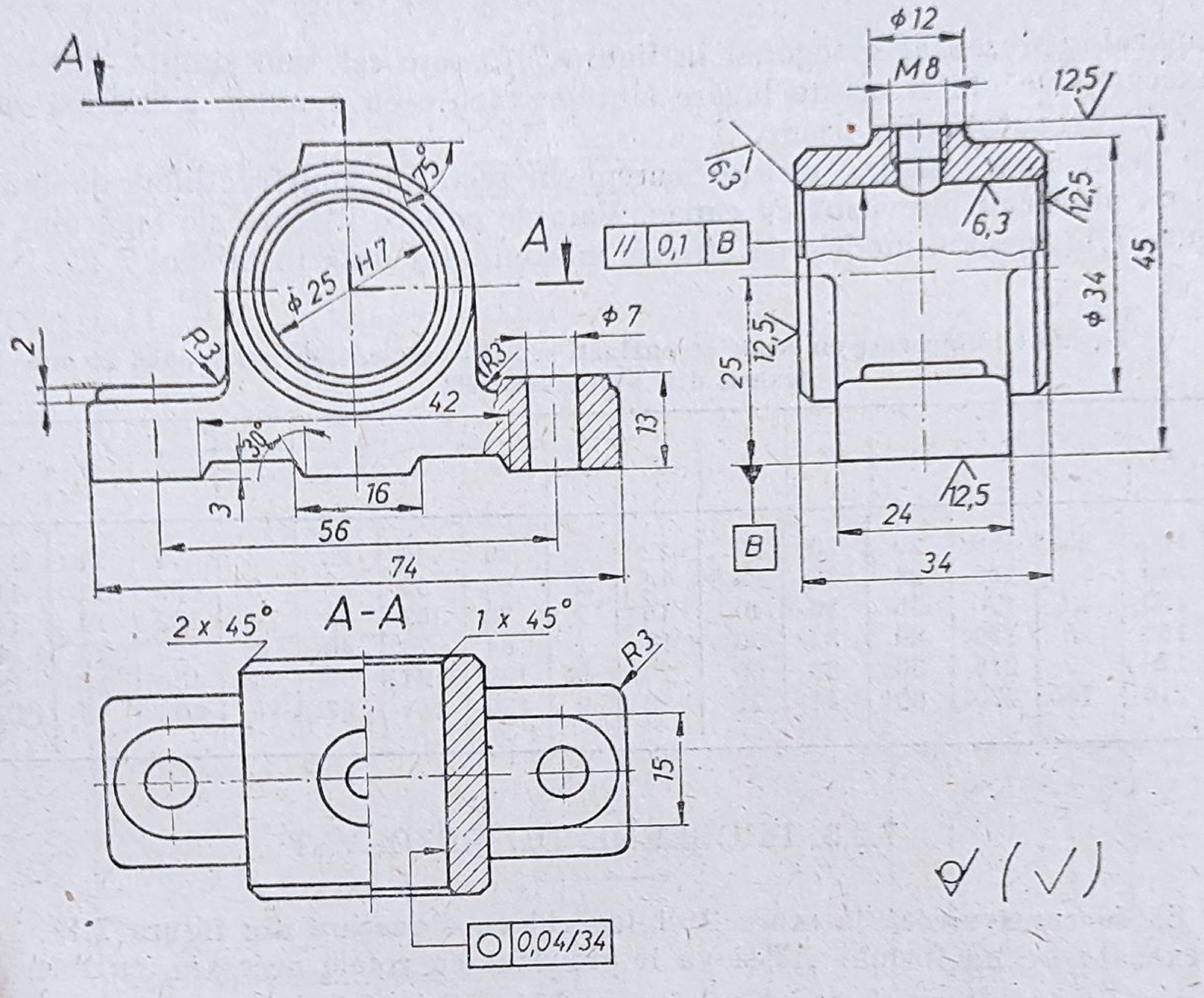



Fig. 7.9. Imaginea izometrică a unui arbore drept (problemă).

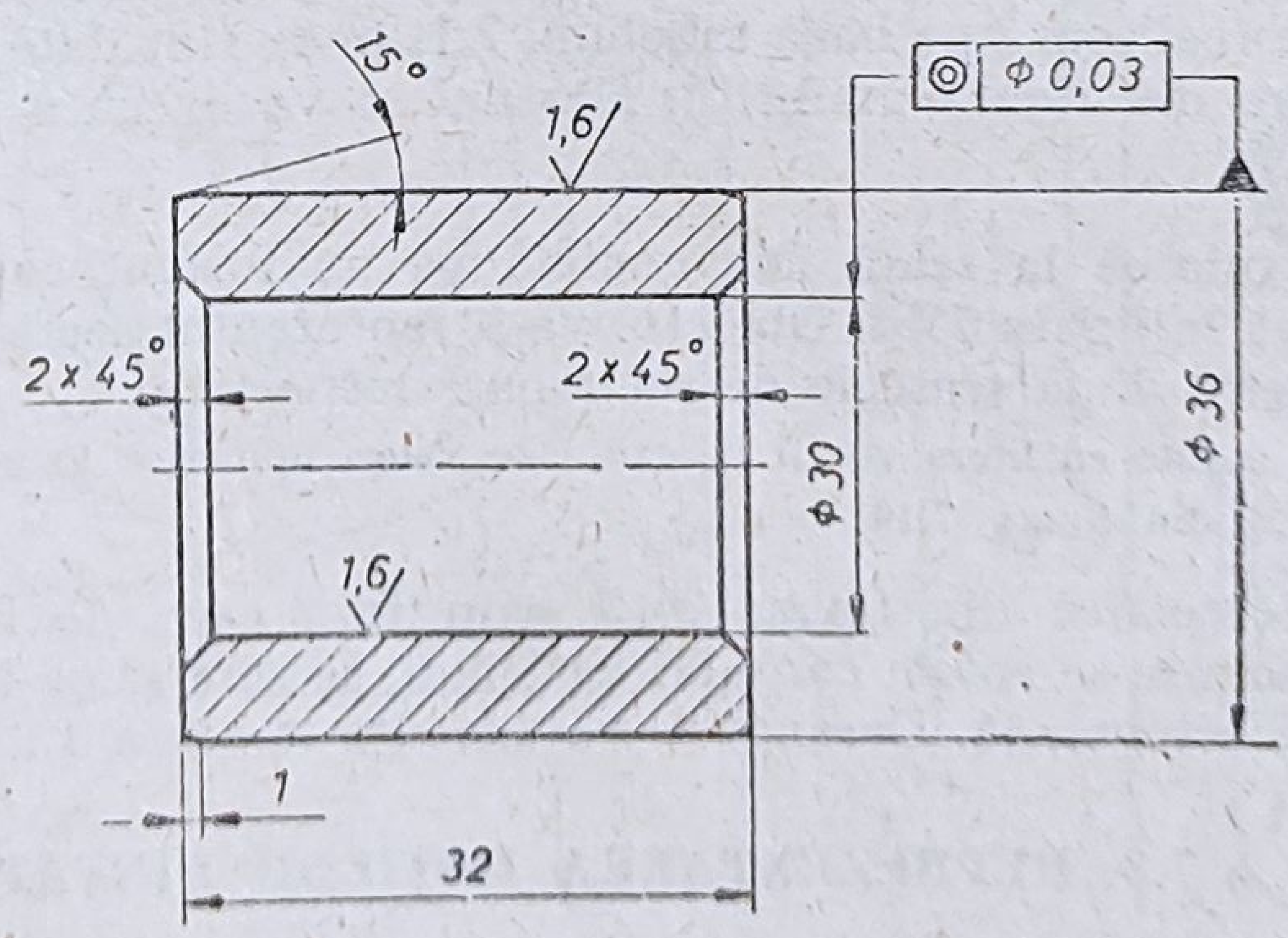



10

Fig. 7.10. Arbore cotit :
*a* — reprezentare izometrică ; *b* — desen de execuție (problemă)




11




12

Fig. 7.11. Lagăr radial simplu : desen de execuție (problemă).
Fig. 7.12. Bucșă lisă.

### 7.2.2. REPREZENTAREA ȘI COTAREA LAGĂRELOR CU ALUNECARE

Lagărul reprezentat ortogonal în figura 7.11 este cel mai simplu dintre lagărele cu alunecare. De obicei aceste lagăre sînt prevăzute cu o bucșă cilindrică ca cea din **figura** 7.12 executată din bronz.

Un lagăr mai complex utilizat curent în sectorul construcțiilor de mașini este lagărul cu alunecare prevăzut cu capac. Valorile cotelor literare ale lagărului cu capac din figura 7.13, pentru modele de diferite mărimi, sînt date în tabelul 7.1.

*Tabelul 7.1*

**Lagăre cu alunecare cu capac cu cuzineți scurți — dimensiuni principale, în mm (extras din STAS 7504-66)**

| $d$ | $e$ | $l$ | $a$ | $b$ | $b_1$ | $h$ | $g$ | $g_1$ | $m$ | $n$ | $r_1$ | $r_2$ | $p$ | $d_1$ | $d_2$ | $d_3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **25** | 100 | 25 | 130 | 20 | 20 | 30 | 12 | 5 | 50 | 46 | 28 | 3 | 78 | 11 | 11 | 16 |
| **32** | 115 | 32 | 155 | 28 | 26 | 35,5 | 14 | 5 | 60 | 52 | 33 | 3 | 92 | 11 | 11 | 16 |
| **40** | 130 | 40 | 170 | 35 | 30 | 40 | 16 | 7 | 70 | 62 | 38 | 4 | 102 | 14 | 14 | 20 |
| **50** | 150 | 50 | 190 | 40 | 32 | 50 | 18 | 7 | 84 | 75 | 46 | 4 | 120 | 14 | 14 | 20 |
| **60** | 170 | 60 | 210 | 50 | 36 | 60 | 20 | 9 | 100 | 94 | 56 | 5 | 138 | 18 | 18 | 24 |
| **70** | 210 | 70 | 270 | 60 | 44 | 71 | 23 | 9 | 120 | 114 | 67 | 5 | 162 | 18 | 18 | 24 |

### 7.2.3. PROBLEME DE REZOLVAT

**1)** Să se construiască la scara 2 : 1 lagărul cu alunecare din figura 7.11. Desenul se va executa pe un format *A3* și va fi prevăzut cu cotele necesare, cu toleranțe de formă și poziție, precum și cu semnele privind starea suprafeței.

**2)** Lagărul cu capac din figura 7.13 este prevăzut cu cote literale în cele trei proiecții. Se cere să se execute desenul acestui lagăr pentru un diametru $d=40$ mm. Construcția lagărului se realizează pe baza tabelului 7.1, unde sînt date valorile corespunzătoare cotelor literare din figura amintită. Desenul se va executa la scara 1 : 1 pe un format *A3*.

**3)** Să se construiască la scară convenabilă pe un format corespunzător desenul lagărului reprezentat în figura 7.14. Obiectul va fi reprezentat secționat în planul vertical și în planul lateral după trasele de secționare respective.

*Indicație:* Cotele notate cu litere vor fi înlocuite cu valori numerice în una din variantele indicate în tabelul alăturat din figura 7.14.

**4)** Imaginea izometrică din figura 7.15 reprezintă corp de lagăr cu rostogolire (cu rulment). Cunoscîndu-se cotele corpului lagărului, se cere să se întocmească desenul la scară în proiecție ortogonală. Desenul se va executa la scara 1 : 1 pe un format *A3*.

## 7.3. REPREZENTAREA ROȚILOR DINȚATE

### 7.3.1. GENERALITĂȚI

Roțile dințate sînt organe de mașini care transmit mișcarea de rotație de la un arbore la altul. Mecanismul format din două roți dințate așezate în așa fel încît dinții unei roți să pătrundă în golurile dintre dinții celeilalte roți se numește *angrenaj*. Prin angrenaj se asigură transmisia continuă a mișcării de rotație.

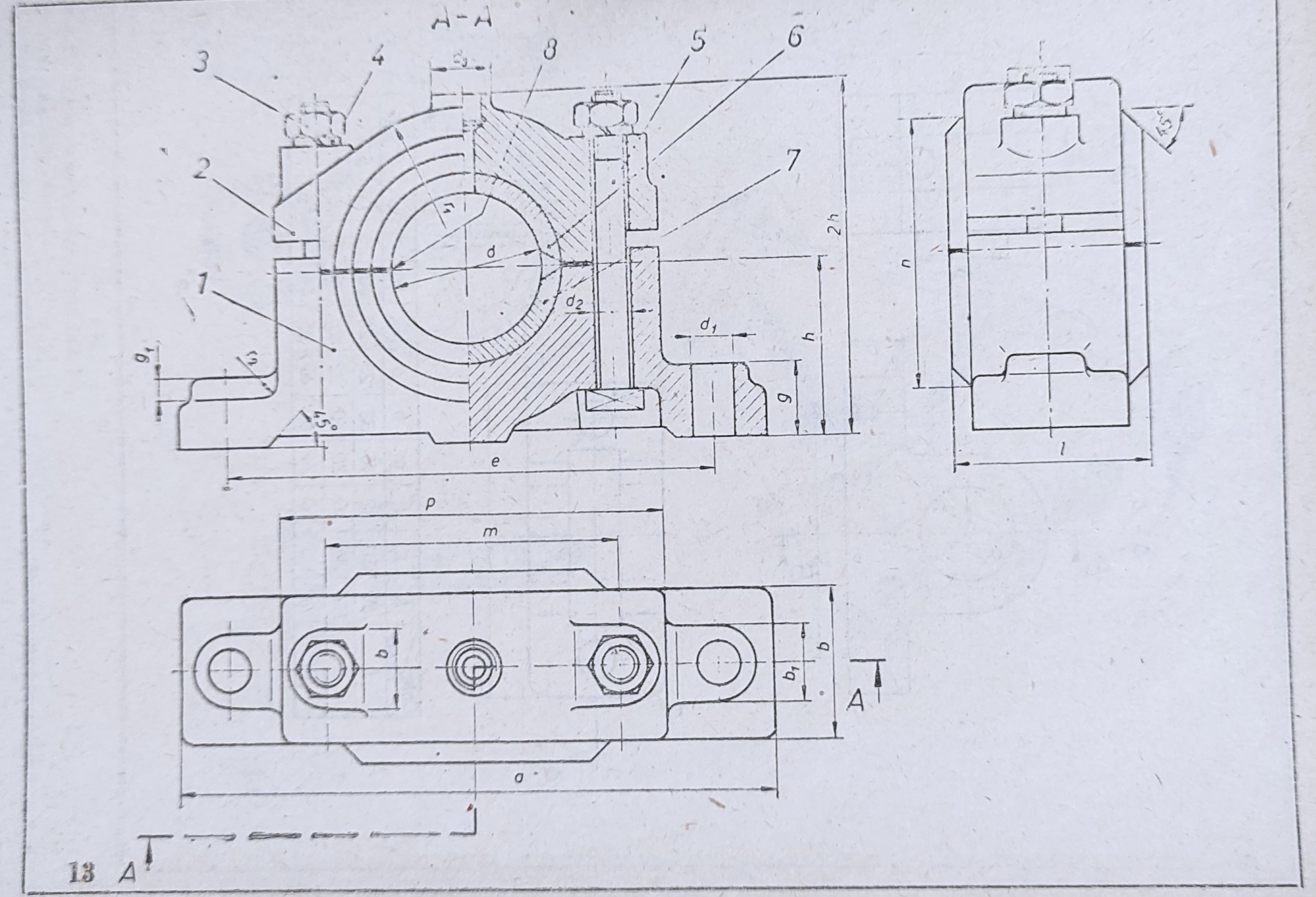
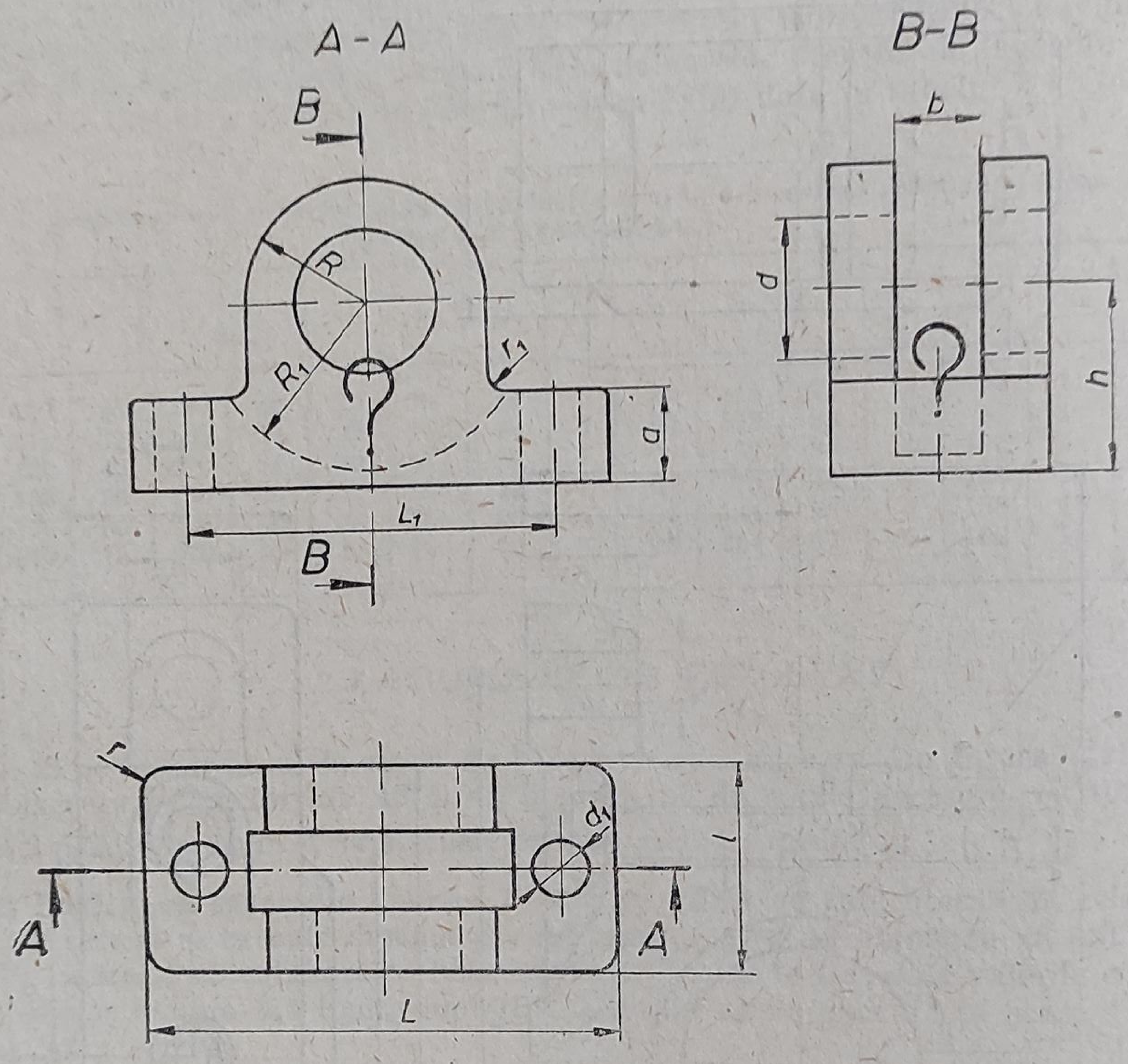


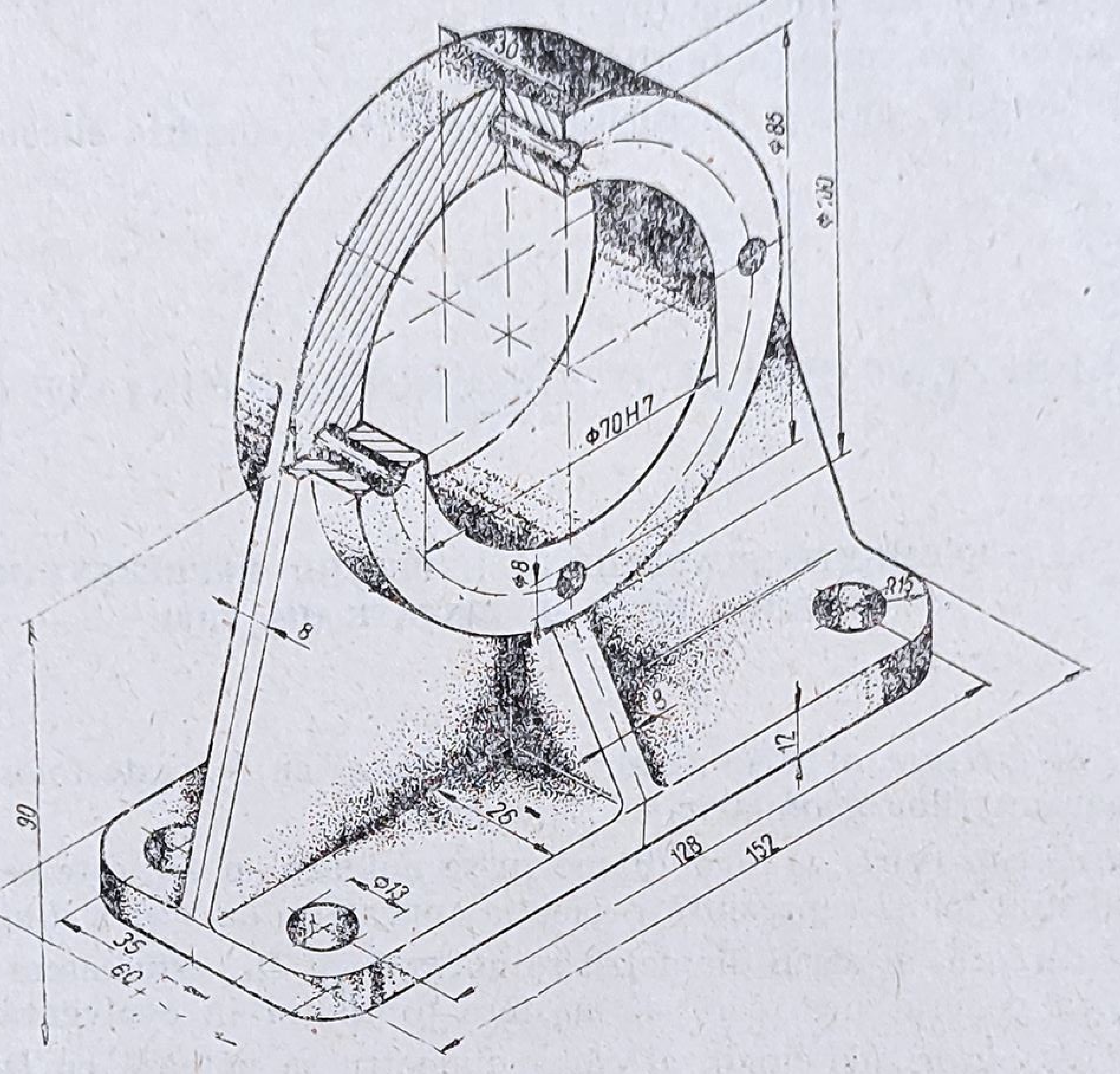

Fig. 7.13. Lagăr cu alunecare radial cu capac (problemă) :
1 — corpul lagărului; 2 — capac; 3 — piuliță; 4 — șaibă Grower; 5 — șurub de fixare; 6, 7 — cuzineți; 8 — plăci de distanțare (reglaj).



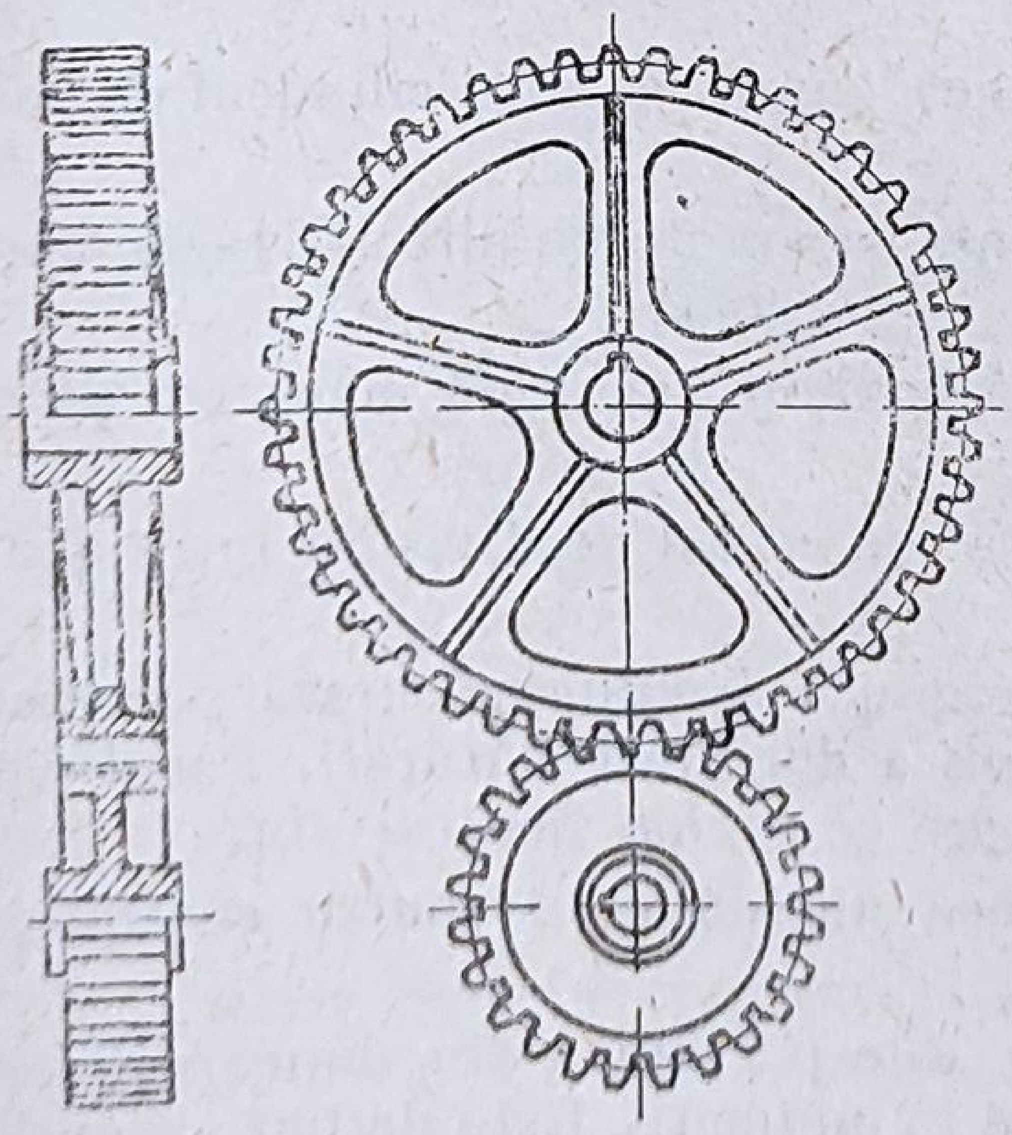

| Cota / Varianta | $L$ | $L_1$ | $l$ | $a$ | $h$ | $d$ | $R$ | $R_1$ | $d_1$ | $b$ | $r$ | $r_1$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I | 80 | 60 | 32 | 16 | 32 | 25 | 20 | 28 | 10 | 12 | 5 | 3 |
| II | 110 | 86 | 40 | 20 | 40 | 32 | 28 | 37 | 12 | 16 | 6 | 4 |
| III | 140 | 115 | 50 | 24 | 50 | 40 | 35 | 45 | 14 | 20 | 7 | 5 |

**14**

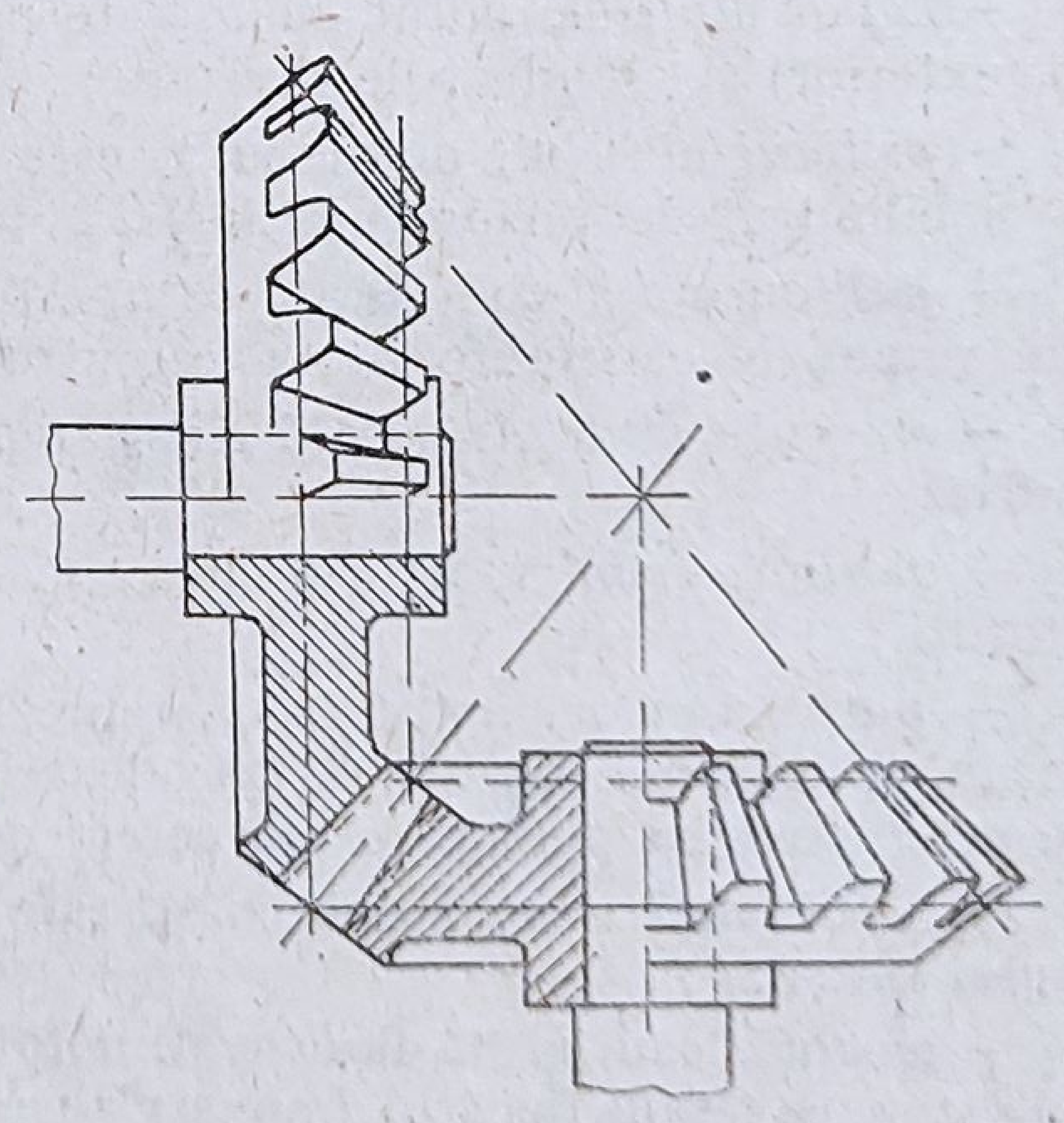
Fig. 7.14. Lagăr simplu (problemă).




15



16



17

Fig. 7.15. Lagăr cu rostogolire (problemă).
Fig. 7.16. Angrenaj cilindric.
Fig. 7.17. Angrenaj conic.

După poziţia relativă a axelor celor doi arbori şi după forma suprafeţelor de rostogolire a celor două roţi dinţate, angrenajele pot fi :

— cilindrice, cu axe paralele (fig. 7.16) ;

— conice, cu axe concurente (fig. 7.17) ;

— hiperboloidale, cu axe încrucişate (fig. 7.18) (cilindric elicoidal şi conic hiperboloidal).

## 7.3.2. REPREZENTAREA ŞI COTAREA ROŢILOR DINŢATE CILINDRICE

### 7.3.2.1. ELEMENTE FUNDAMENTALE PENTRU REPREZENTAREA ŞI COTAREA ROŢILOR DINŢATE (fig. 7.19):

— *cercul de divizare*, al cărui diametru se notează cu $D_d$, este folosit ca bază pentru măsurarea parametrilor geometrici ai danturii ;

— *cercul de cap* (vîrf), al cărui diametru se notează cu $D_e$, este cercul exterior care conține vîrful dinţilor şi reprezintă proiecţia suprafeţei de vîrf a dinţilor ;

— *cercul de bază*, al cărui diametru se notează cu $D_b$, este cercul pe care se rostogoleşte dreapta generatoare care dă naştere profilului în evolventă ;

— *cercul de picior* (de fund), al cărui diametru se notează cu $D_i$, este cercul care conține fundurile golurilor şi reprezintă proiecţia suprafeţei de fund (picior) ;

— *capul dintelui*, notat cu $a$, este porţiunea din dinte cuprinsă între cilindrul de cap (exterior) şi cilindrul de divizare ;

— *piciorul dintelui*, notat cu $b$, este porţiunea cuprinsă între cilindrul de rostogolire şi cilindrul de picior (interior) ;

— *înălţimea dintelui*, notată cu $h$, este distanţa măsurată pe direcţia razei, cuprinsă între cercul de cap (exterior) şi cercul de picior (interior) ;

— *grosimea dintelui*, notată cu $s_d$, reprezintă grosimea acestuia măsurată pe cercul de divizare ;

— *mărimea golului*, notată cu $s_g$, se măsoară pe cercul de divizare între doi dinţi alăturaţi ;

— *pasul circular*, notat cu $p$, reprezintă lungimea arcului măsurată pe cercul de divizare a distanţei dintre profilele de acelaşi sens a doi dinţi alăturaţi. Pasul circular este echivalent cu porţiunea din cercul de divizare ce revine fiecărui dinte ;

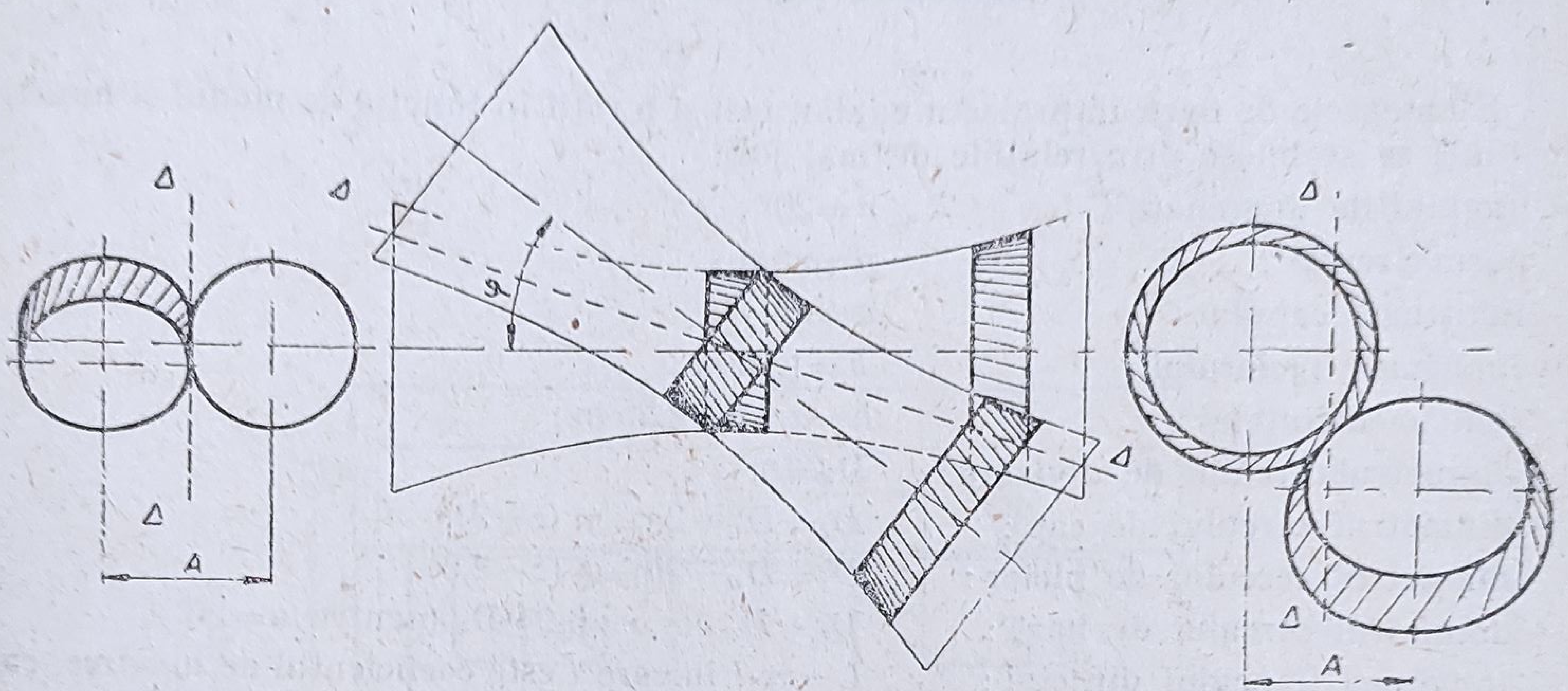
— *pasul unghiular*, notat cu $\gamma$, este mărimea unghiului la centru corespunzător pasului circular ;

— *modulul* sau pasul diametral, notat cu $m$, este porţiunea din diametrul cercului de divizare ce revine fiecărui dinte şi este exprimat în milimetri. Este definit prin relaţia :

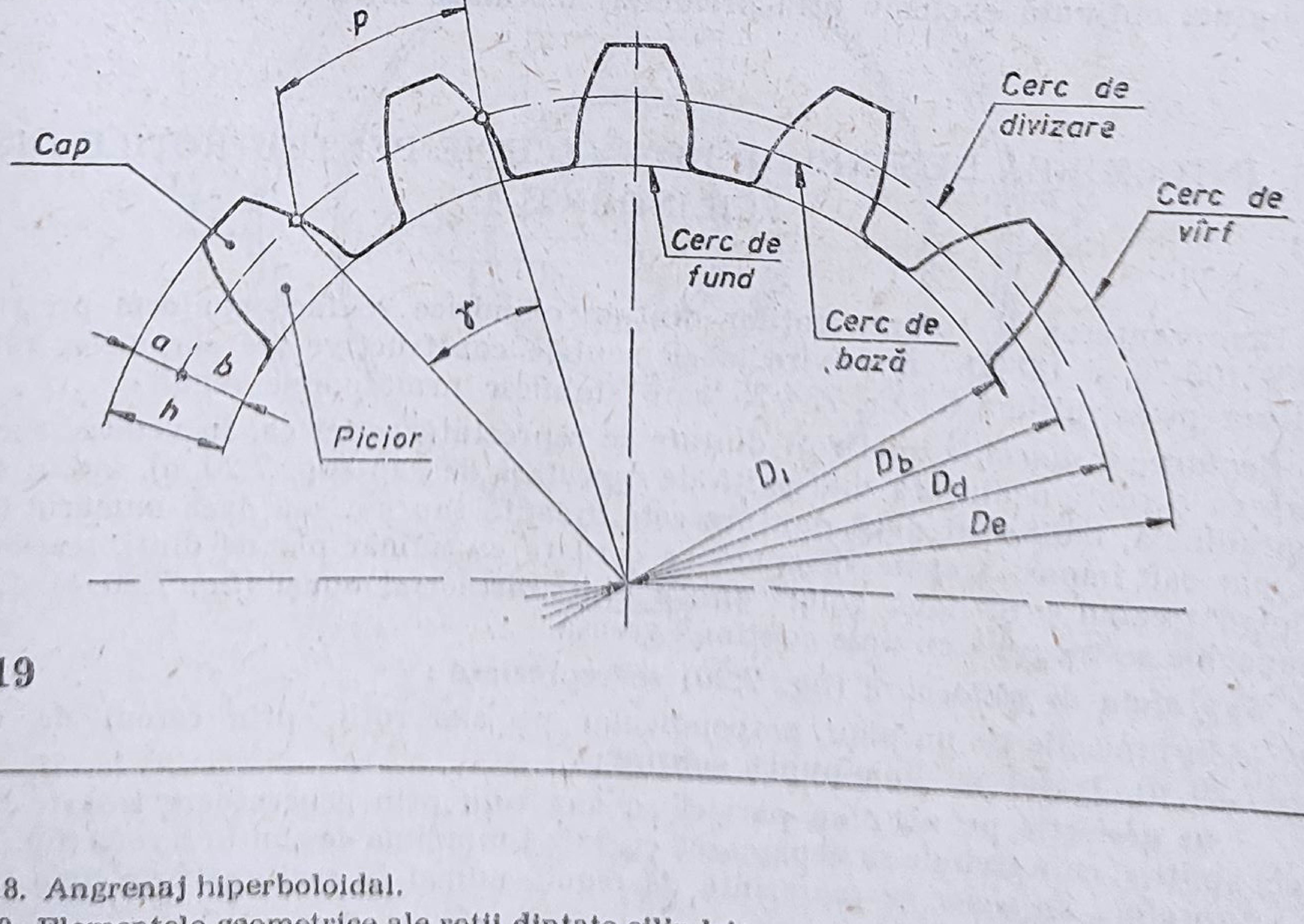
$$m = \frac{D_d}{z} = \frac{p}{\pi},$$

în care $z$ reprezintă numărul de dinţi al roţii respective.

— *flancul dintelui* este porţiunea de suprafaţă de-a lungul unui dinte cuprinsă între suprafaţa de fund şi suprafaţa de vîrf.




18




19

Fig. 7.18. Angrenaj hiperboloidal.
Fig. 7.19. Elementele geometrice ale roţii dinţate cilindrice.

### 7.3.2.2. ELEMENTE DE CALCUL ȘI CONSTRUCȚIA ROȚILOR DINȚATE CILINDRICE (fig. 7.19 și 7.20)

Elementele de bază în proiectarea danturii și a roții în funcție de modul și numărul de dinți se stabilesc prin relațiile de mai jos:

— unghiul de angrenare: $\alpha = 20°$;
— pasul circular: $p = \pi \cdot m$;
— înălțimea capului: $a = m$;
— înălțimea piciorului: $b = 1{,}25\ m$;
— înălțimea dintelui: $h = a + b = 2{,}25\ m$;
— diametrul cercului de divizare: $D_d = m \cdot z$;
— diametrul cercului de cap: $D_e = D_d + 2a = m\,(z+2)$;
— diametrul cercului de picior: $D_i = D_d - 2b = m\,(z-2{,}5)$;
— diametrul cercului de bază: $D_b = D_d \cos \alpha = 0{,}94\ D_d$ (pentru $\alpha = 20°$)
— lungimea flancului dintelui: $L = m \cdot l$ în care $l$ este coeficientul de lungime care variază între limitele 6...30.
— diametrul alezajului = diametrul necesar al arborelui ($d$).
— diametrul butucului: $d_1 = 1{,}8\ d + 10$ mm pentru roți din fontă; $d_1 = 1{,}6\ d + 10$ mm pentru roți din oțel } roți cu disc sau cu spițe
— grosimea coroanei $C = 2$ m;
— grosimea discului $S = 2$ m.

Figura 7.21 reprezintă o roată dințată conducătoare (pinion cilindric) construită fără butuc, obținută exclusiv prin prelucrări mecanice dintr-un material laminat.

### 7.3.3. ÎNTOCMIREA DESENELOR DE EXECUȚIE PENTRU ROȚILE DINȚATE CILINDRICE

Reprezentarea și cotarea roților dințate cilindrice se face conform prescripțiilor STAS 105-76 și 188-76 cu privire la elementele constructive ale corpurilor roților și conform prescripțiilor STAS 734-75 care stabilesc următoarele reguli:

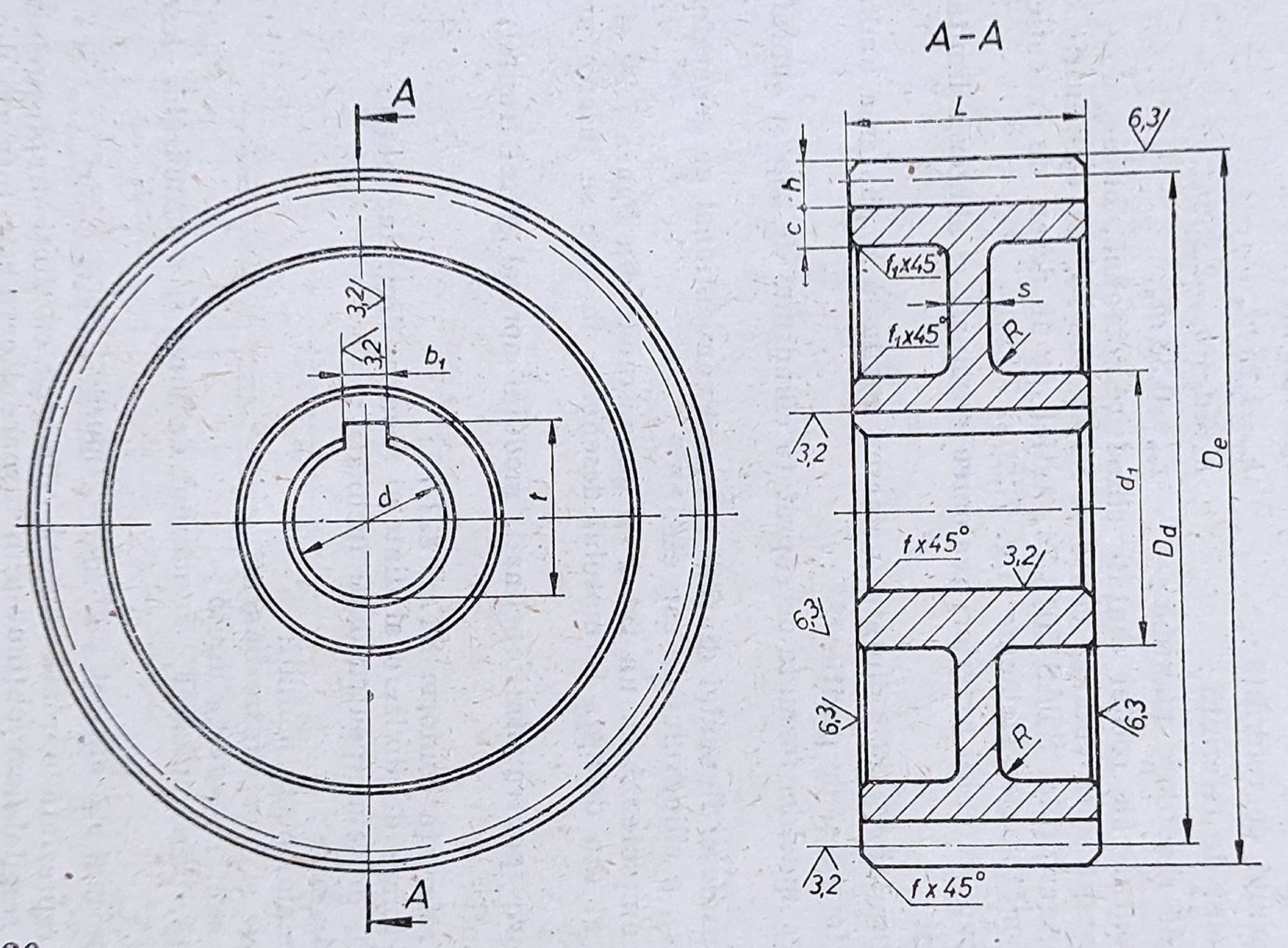
*Conturul și muchiile* unei roți dințate se reprezintă astfel ca, în vedere, aceasta să apară ca o roată nedințată mărginită de suprafața de cap (fig. 7.20, *a*), iar în secțiune longitudinală, indiferent dacă dantura este dreaptă sau nu, sau dacă numărul de dinți este par sau impar, aceasta să apară ca o roată cu număr par de dinți, secționată cu un plan trecînd prin două goluri dintre dinți diametral opuși (fig. 7.20, *b*). Conturul și muchiile se trasează cu linie continuă groasă.

*Suprafața de rostogolire* (fig. 7.20) se reprezintă:

— în proiecție pe un plan perpendicular pe axa roții, prin cercul de divizare (fig. 7.20, *a*), trasat cu linie-punct subțire;

— în proiecție pe un plan paralel cu axa roții prin generatoare trasate cu linie-punct subțire, care trebuie să depășească cu 2...4 mm linia de contur a roții (fig. 7.20, *b*).

*Suprafața de picior* se reprezintă de regulă numai în secțiune prin linie continuă groasă (fig. 7.20,*b*).




20

Fig. 7.20. Roată dințată cilindrică cu dinți drepți (problemă).

*Cremaliera de referință* servește drept bază pentru definirea danturilor roților dințate cilindrice cu dinți drepți cu profil evolventic. Conform STAS 821-75, se precizează valorile elementelor principale ale cremalierei de referință în funcție de modulul normal al danturii ($m_n$) după cum urmează:

— unghiul normal al profilului de referință: $\alpha_{on}=20°$;
— pas de referință normal: $p_{on}=\pi m_n$;
— înălțimea capului de referință: $a_o=m_n$;
— jocul de referință la fund: $c_o=0,25\ m_n$;
— înălțimea piciorului de referință: $h_o=1,25\ m_n$;
— înălțimea dintelui de referință: $h_o=a_o+b_o=2,25\ m_n$;
— raza normală de racordare maximă: $r_{on}=0,38\ m_n$,

*Părțile componente* ale roților dințate cilindrice (coroană, butuc, disc, spițe etc.) se reprezintă obișnuit și se cotează conform STAS 188-76, iar elementele danturii se indică conform prescripțiilor STAS 5013-74. Astfel, pe un desen de execuție este necesară înscrierea următoarelor elemente (fig. 7.22 și 7.23):

— diametrul de cap (cercului exterior) (valoarea nominală și abaterea limită *);
— lățimea danturii;
— diametrul alezajului ** roții dințate (valoarea nominală și abaterea limită);
— toleranțele de formă și de poziție ***;
— raza sau teșirea muchiei formate de suprafața cilindrului de cap și suprafața plană frontală;
— rugozitatea suprafeței flancului dinților (înscrisă convențional pe generatoarea cilindrului de divizare), a cilindrului de cap etc. ****

Desenul se completează cu un tabel cu dimensiunile din figura 7.22 și așezat de preferință, în colțul din dreapta formatului desenului, în care se înscriu următoarele elemente:

— modulul danturii (pentru dinți înclinați, modulul normal și cel frontal);
— numărul de dinți;
— cremaliera de referință conform STAS 821-75;
— unghiul de înclinare de divizare al dintelui (pentru dinți înclinați):
— sensul înclinării dintelui (pentru dinți înclinați);
— diametrul de divizare;
— lungimea (normală) peste *n* dinți;
— clasa de precizie și jocul (între flancuri);
— distanța între axe și abaterea limită;
— roata conjugată, prin indicarea numărului de dinți și a numărului desenului de execuție.

Elementele de mai sus au fost indicate în figurile 7.22 și 7.23.

Figura 7.22 reprezintă o roată dințată cilindrică cu dinți drepți prelucrați prin așchiere dintr-un semifabricat obținut prin turnare. Roata este formată din coroană, butuc și disc de legătură. Roata dințată din figura 7.23 are dantura înclinată la 19°30′ și este prelucrată, de asemenea, dintr-un semifabricat obținut prin turnare.

---

* V. prescripțiile STAS 8100...8110 din manualul de desen tehnic sau culegere de standarde.

** Idem.

*** V. prescripțiile STAS 7386-66.

**** V. prescripțiile STAS 612-75 și 5730-75 din manualul de desen tehnic sau culegere de standarde.

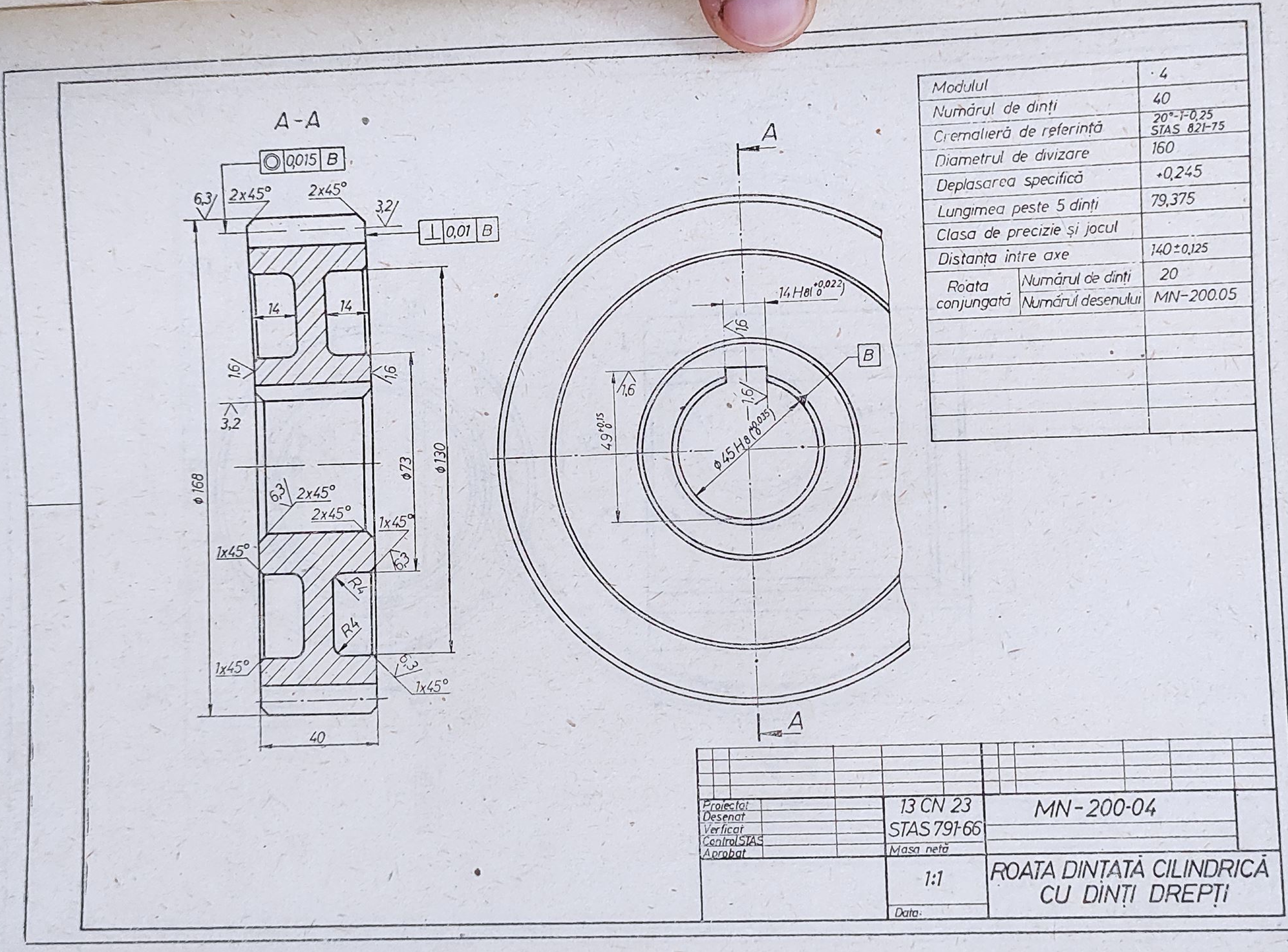
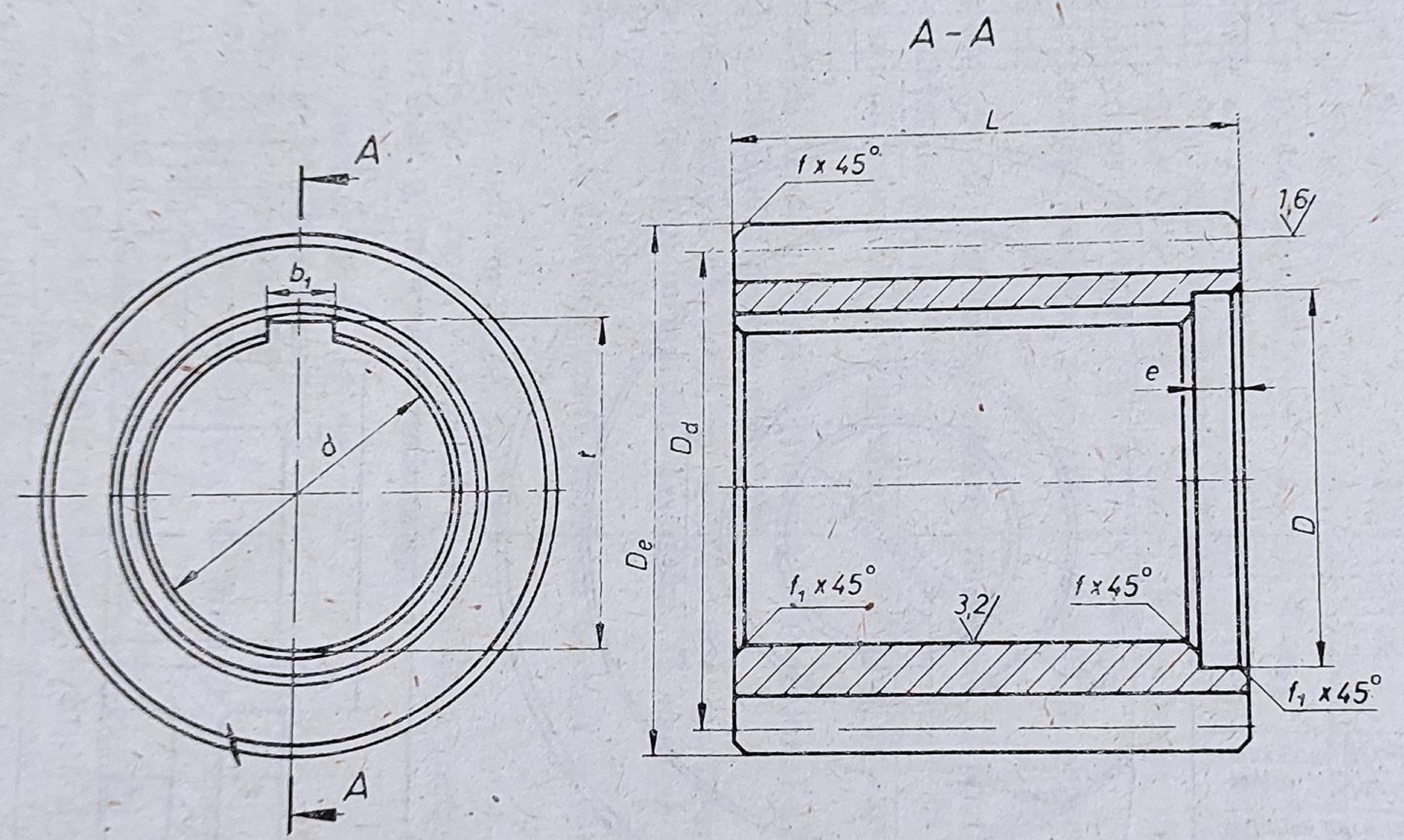


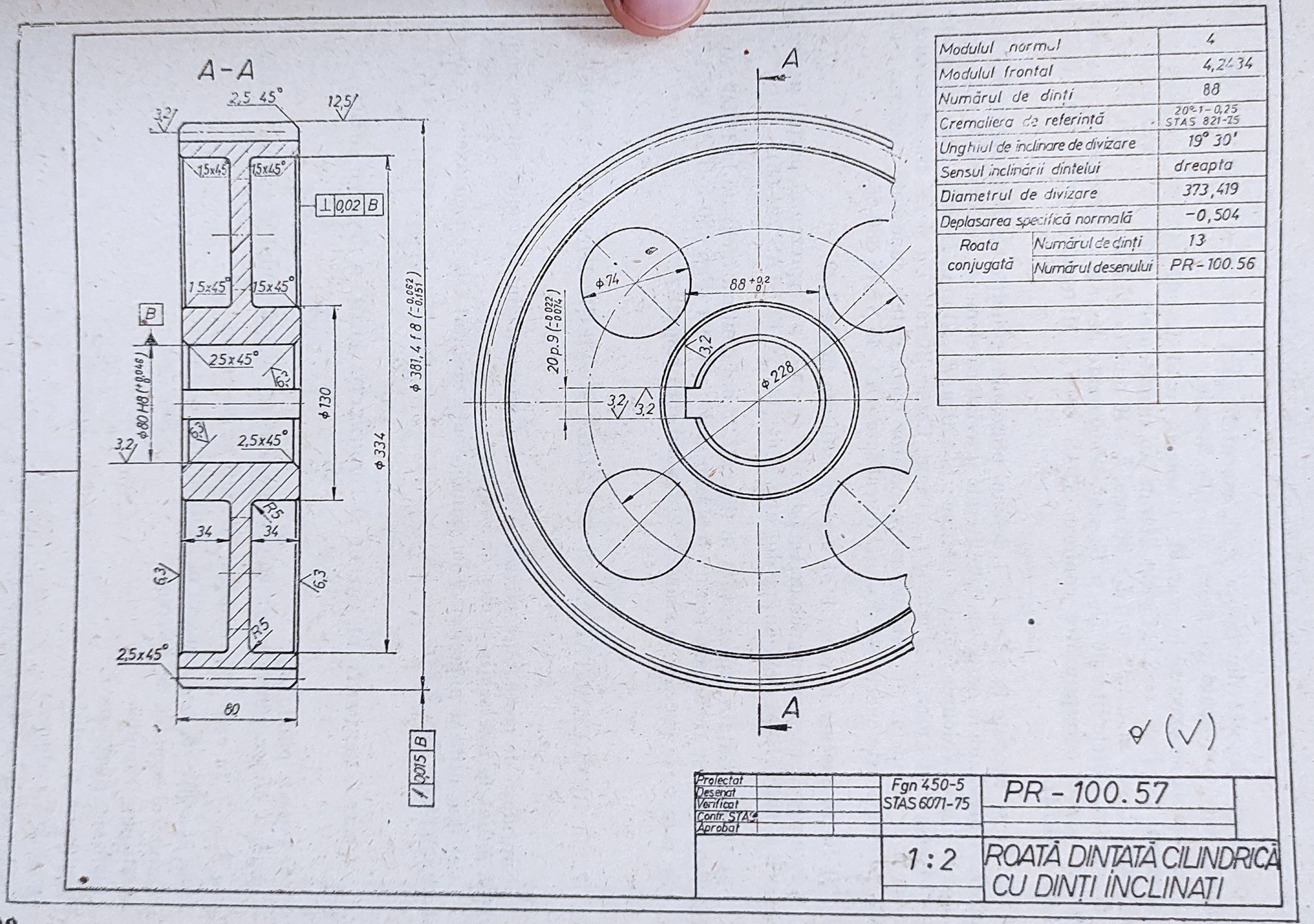



Fig. 7.22. Roată dințată cilindrică cu dinți drepți (problemă).




21

Fig. 7.21. Pinion cilindric cu dinţi drepţi (problemă).




23

Fig. 7.23. Roată dințată cilindrică cu dinți înclinați (problemă).

## 7.3.4. PROBLEME DE REZOLVAT

**1)** Roata dințată din figura 7.20, executată prin turnare și prelucrată apoi prin așchiere, este prevăzută pe desen cu cote literale.

Se cere să se execute la scara 1 : 1 această roată dințată care are : modulul $m=4$ și numărul de dinți $z=27$. Cotele literale au următoarele valori : $h=2{,}25$ m, $c=2\,m$, $S=2$ mm, $L=12\,m$, $d=32\,mm$, $d_1=56$ mm, $b_1=10$ mm, $t=36$ mm, $F=2$ mm, $F_1=1$ mm și $R=3$ mm. Cotele literale $D_d$ și $D_e$ sînt determinate de $m$ și $z$. Desenul va fi prevăzut cu tabelul corespunzător conform STAS 734-75. Materialul roții : oțel (OT 40 STAS 600-74).

**2)** Să se execute la scara 1 : 1 desenul pinionului cilindric cu dinți drepți din figura 7.21 prevăzut în desen cu cote literale și avînd ca elemente constructive : $m=5$ mm și $z=18$ dinți. Valoarea cotelor literale : $L=20\,m$, $d=60$ mm, $D=60+2$ m, $e=16$ mm, $b_1=14$ mm, $t=64$ mm, $f=2$ mm și $f_1=1$ mm. Cotele literale $Dd$ și $De$ sînt determinate de $m$ și $z$. Se includ în tabelul corespunzător toate datele cunoscute conform STAS 734-75. Roata este executată din oțel de calitate (OLC 45 STAS 880-66).

**3)** Să se execute la scara 1 :1 desenul roții din figura 7.22.

Se observă că pentru includerea tabelului cu date, s-a reprezentat parțial proiecția laterală a roții. Roata executată din oțel aliat (13 CN 13 STAS 791-66).

**4)** Roata dințată reprezentată în figura 7.23 are dantura înclinată la 19°30′. Materialul din care se realizează roata : fontă cu grafit nodular (Fgn 450-5 STAS 6071-75).

Se cere să se execute la scara 1 : 2 desenul roții respective.

## 7.3.5. REPREZENTAREA ȘI COTAREA ROȚILOR DINȚATE CONICE

Suprafața de rostogolire (divizare) în cazul unei roți dințate conice este un con cu vîrful situat la intersecția axelor de rotație.

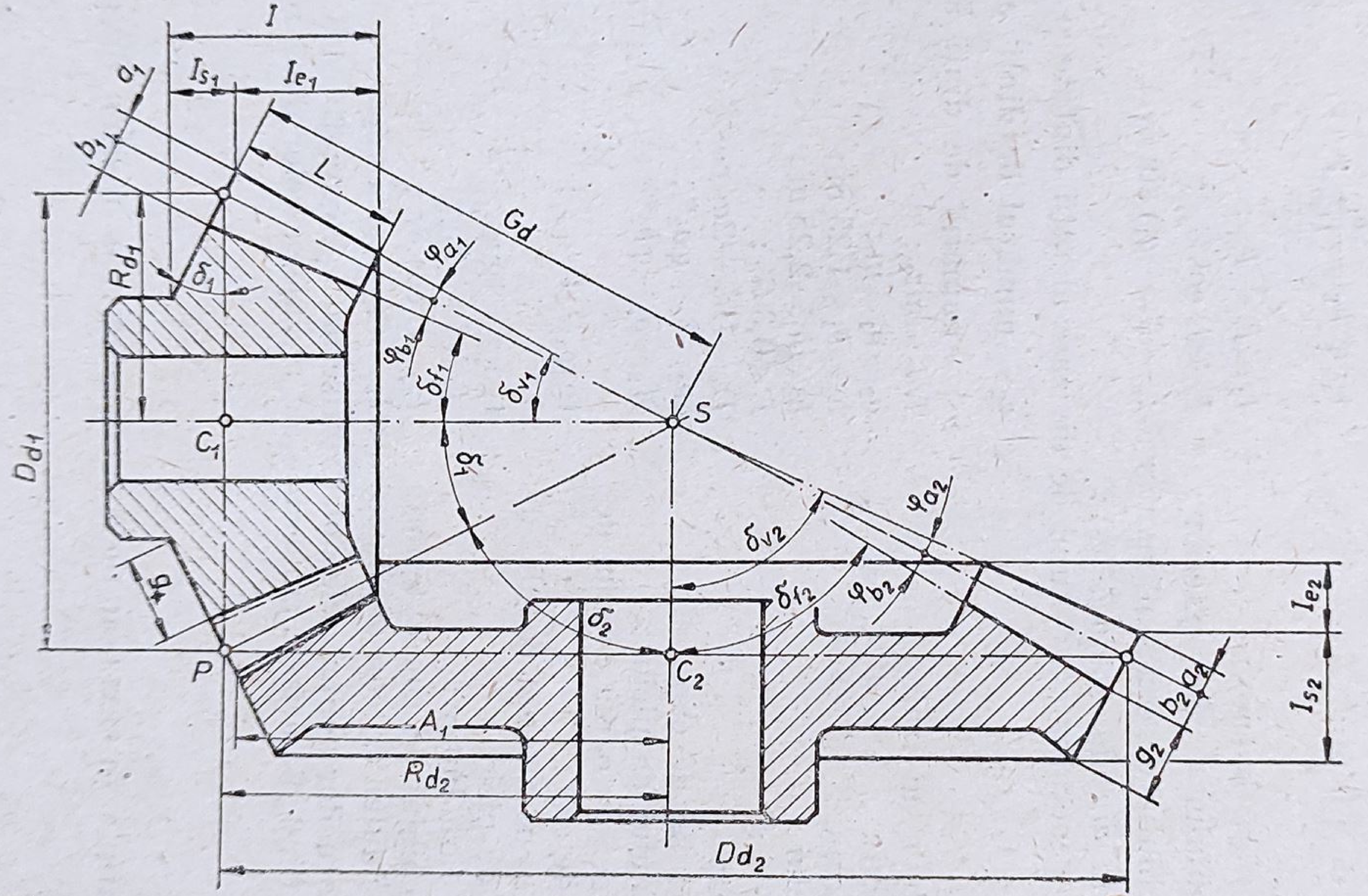
Cel mai utilizat angrenaj conic (pinion-roată dințată) este cel cu axele de rotație perpendiculare (fig. 7.24).

### 7.3.5.1. ELEMENTE DE CALCUL ȘI CONSTRUCȚIA ROȚILOR DINȚATE CONICE

1) Pentru pinion ($z_1$) :
- unghiul dintre generatoarea conului de divizare al pinionului și axa de rotație :

  $\operatorname{tg}\delta_1=\frac{z_1}{z_2}$ în care : $z_1$=numărul de dinți ai pinionului

  sau $\delta_2=90°-\delta_1$ $z_2$=numărul de dinți ai roții dințate ;
- diametrul conului de divizare : $Dd_1=mz_1$ ;
- înălțimea capului : $a_1=m$ ;
- înălțimea piciorului : $b_1=1{,}25\,m$ ;
- înălțimea dintelui : $h_1=2{,}25\,m$ ;
- grosimea coroanei : $g_1=2\ldots3\,m$ ;
- lungimea generatoarei conului de divizare : $G_d=\frac{Dd_1}{2\sin\delta_1}$ ;




24

Fig. 7.24. Angrenaj conic cu dinți drepți.

- lungimea dintelui: $L \leqslant 0{,}3\,G_d$;
- diametrul de cap: $D_{e_1} = Dd_1 + 2a_1 \cos \delta_1$;
- semiunghiul conului de cap: $\delta_{v_1} = \delta_1 + \varphi_{a_1}$*);
- semiunghiul conului de picior: $\delta_{f_1} = \delta_1 - \varphi_{b_1}$**);
- unghiul dintre generatoarea conului de divizare și cea de cap: $\operatorname{tg} \varphi\, a_1 = \frac{a_1}{\frac{D_d}{2}}$;
- unghiul dintre generatoarea conului de divizare și cea de picior: $\operatorname{tg} \varphi\, b_1 = \frac{b_1}{\frac{D_d}{2}}$;
- înălțimea roții (fără butuc): $I_1 = I_{e_1} + I_{s_1}$;
- înălțimea trunchiului de con exterior: $I_{e_1} = L \cos \delta_{v_1}$;
- înălțimea trunchiului de con suplimentar: $I_{s_1} = (h_1 + g_1) \sin \delta_1$.

2) *Pentru roata dințată condusă* ($z_2$):
- unghiul dintre generatoarea conului de divizare al roții dințate și axa de rotație:

$\operatorname{tg} \delta_2 = \frac{z_2}{z_1}$ în care: $z_2$ = numărul de dinți ai roții conduse
$z_1$ = numărul de dinți ai pinionului;

sau $\delta_1 = 90° - \delta_2$
- diametrul conului de divizare: $Dd_2 = mz_2$;
- înălțimea capului: $a_2 = a_1 = m$;
- înălțimea piciorului: $b_2 = b_1 = 1{,}25$ m;
- înălțimea dintelui: $h_2 = h_1 = 2{,}25\ m$;
- lungimea dintelui: $L \leqslant 0{,}3\,G_d$;
- diametrul de cap: $D_e = Dd_2 + 2a_2 \cos \delta_2$;
- semiunghiul conului de cap: $\delta v_2 = \delta_2 + \varphi a_2$*;
- semiunghiul conului de picior: $\delta f_2 = \delta_2 - \varphi b_2$**;
- unghiul dintre generatoarea conului de divizare și cea de cap: $\operatorname{tg} \varphi_{a_2} = \operatorname{tg} \varphi_{a_1}$;
- unghiul dintre generatoarea conului de divizare și cea de picior: $\operatorname{tg} \varphi_{b_2} = \operatorname{tg} \varphi_{b_1}$;
- înălțimea roții fără butuc: $I_2 = I_{e_2} + I_{s_2}$;
- înălțimea trunchiului de con exterior: $I_{e_2} = L \cos \delta_{v_2}$;
- înălțimea trunchiului de con suplimentar: $I_{s_2} = (h_2 + g_2) \sin \delta_2$.

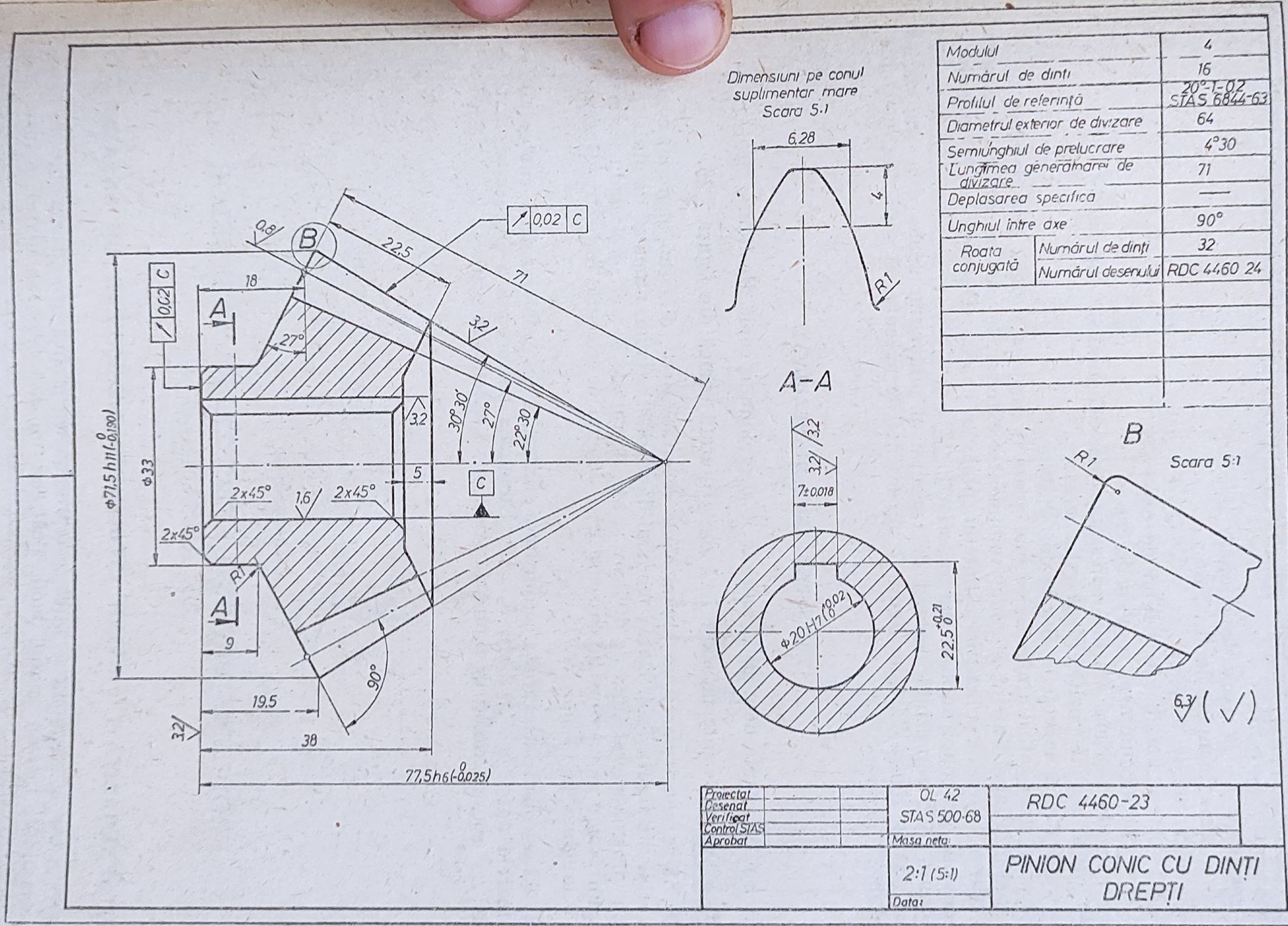
Diametrele butucilor pentru cele două roți se iau aproximativ $1{,}8 \ldots 2d_1$ și $1{,}8 \ldots 2\,d_2$ ($d_1$ și $d_2$ fiind diametrele cunoscute ale alezajelor celor două roți).

### 7.3.5.2. ÎNTOCMIREA DESENELOR DE EXECUȚIE PENTRU ROȚILE DINȚATE CONICE

Roțile dințate conice se reprezintă după aceleași reguli arătate în cazul reprezentării roților dințate cilindrice. Pe desenele de execuție se indică, sub formă de tabel. elementele necesare pentru prelucrarea și controlul danturii respective.

---

* Indicarea semiunghiurilor conurilor de vîrf $\delta_{v_1}$ și $\delta_{v_2}$ este necesară pentru strunjirea roților conice.
** Indicarea semiunghiurilor conurilor de fund $\delta_{f_1}$ și $\delta_{f_2}$ este necesară pentru montarea roții conice pe mașina de danturat.






25

Fig. 7.25. Pinion conic cu dinți drepți (problemă).

Prin STAS 5996-74 sînt stabilite normele de indicare pe desene a unora din elementele geometrice ale danturii (fig. 7.25), care au fost arătate anterior, împreună cu următoarele elemente:

- distanța de la baza funcțională la:
  - vîrful conului de divizare;
  - cercul de divizare;
  - cercul maxim al conului de cap;
  - cercul minim al conului de cap;
- raza sau teșitura muchiei corespunzătoare conului de cap;
- toleranțele de poziție (dacă este necesar);
- rugozitatea suprafeței flancurilor dinților.

Desenul unei roți dințate conice mai poate fi completat (dacă este necesar) cu un detaliu al profilului dintelui pe conul suplimentar exterior, la care se cotează grosimea pe o coardă oarecare și înălțimea dintelui pînă la coardă. Detaliul va fi intitulat: „Dimensiuni pe conul suplimentar exterior".

Figura 7.25 reprezintă desenul de execuție al pinionului conic din angrenajul reprezentat în figura 7.24, iar figura 7.26, desenul de execuție al roții dințate conice din același angrenaj.

#### 7.3.5.3. PROBLEME DE REZOLVAT

**1)** Să se execute desenul la scara 2 : 1 al pinionului conic din figura 7.25.

**2)** Să se reprezinte la scara 1 : 1 roata dințată conică din figura 7.26.

**3)** Să se construiască un pinion conic care face parte dintr-un angrenaj conic de tipul celui din figura 7.24. Date: modulul danturii $m=6$ mm, numărul de dinți $z_1=15$, unghiul dintre generatoarea de divizare și axa de rotație $\delta_1=27°$. Folosindu-se relațiile corespunzătoare, se va construi la scara 2 : 1 desenul de execuție respectiv. Butucul va avea o lungime de 14 mm.

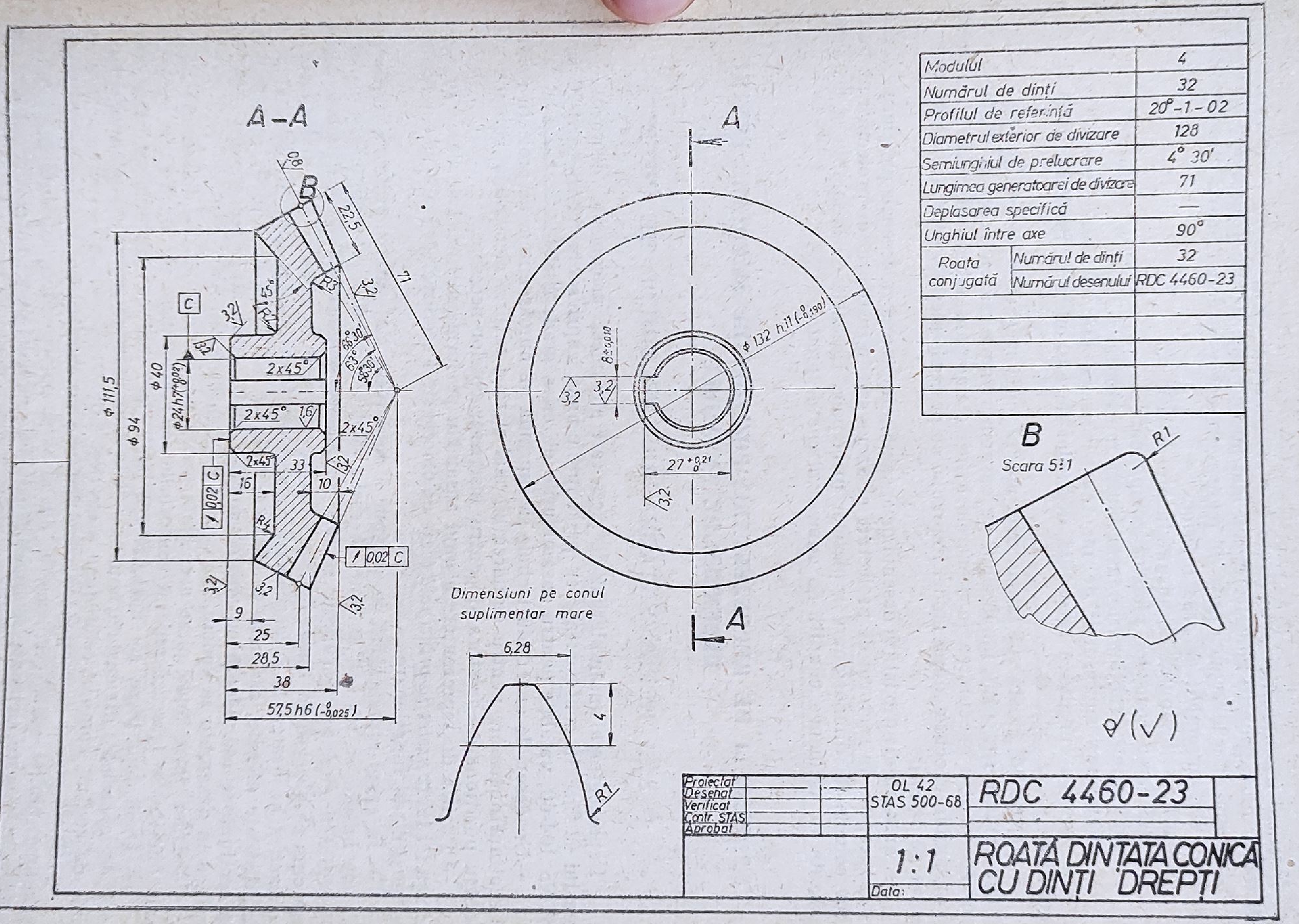
**4)** Să se construiască roata conjugată a pinionului din problema nr. 3, cunoscîndu-se următoarele date: $z_2=20$ dinți, $\delta_2=63°$. Lungimea posterioară a butucului va fi de 22 mm, iar cea anterioară de 6 mm. Desenul se va executa la scara 1 : 1.

*Capitolul 8*

# PROBLEME PRIVIND EXECUTAREA DESENELOR DE ANSAMBLU

## 8.1. GENERALITĂȚI PRIVIND ÎNTOCMIREA DESENELOR DE ANSAMBLU

Prin *desen de ansamblu* se înțelege reprezentarea grafică a unui complex de piese care, asamblate într-un anumit mod, alcătuiesc un dispozitiv, un aparat, o instalație etc.




26

Fig. 7.26. Roată dințată conică cu dinți drepți (problemă).

În cazul asamblurilor complicate (motoare, mașini etc.), acestea se pot reprezenta sub forma unor grupuri constituite din mai multe piese, fiecare grup avînd un anumit rol funcțional. Un asemenea grup de piese reprezentat în desen poartă numele de *subansamblu sau ansamblu de grad inferior.*

Executarea desenului de ansamblu are ca scop :
– înțelegerea formelor pieselor componente :
– înțelegerea funcționării ansamblului reprezentat ;
– înțelegerea succesiunii de montaj a pieselor din ansamblul respectiv.

În practica curentă a întocmirii desenelor de ansamblu se întîlnesc două situații deosebite :

– ansamblul există sub forma unei mașini, unui mecanism dispozitiv etc. în stare de funcționare sau uzat, iar desenul de ansamblu împreună cu desenele de piese sînt necesare pentru executarea în atelierele uzinei a unor ansambluri de schimb. Desenul de ansamblu executat după model împreună cu desenele pieselor componente se numesc *desene de releveu;*

– ansamblul nu există și desenul de ansamblu împreună cu desenele pieselor urmează a fi concepute în sectorul de proiectare al uzinei sau în institutul de proiectări pe baza unor calcule de dimensionare a pieselor principale. Desenele de ansamblu și de piese realizate în asemenea condiții se numesc *desene de proiect.*

## 8.2. REGULI DE REPREZENTARE, POZIȚIONARE ȘI COTARE PENTRU DESENELE DE ANSAMBLU

### 8.2.1. REPREZENTAREA ANSAMBLURILOR DE PIESE

Reprezentarea ansamblurilor de piese care alcătuiesc mecanisme, dispozitive sau mașini se face în conformitate cu prescripțiile unice cuprinse în STAS 6134-76 și în STAS 104-60, valabile pentru ansamblurile de orice grad. Astfel :

– Un desen de ansamblu trebuie să cuprindă un număr minim de proiecții (vederi și secțiuni), necesare pentru definirea cît mai clară a tuturor elementelor componente, pentru poziționarea acestora și pentru înscrierea cotelor necesare.

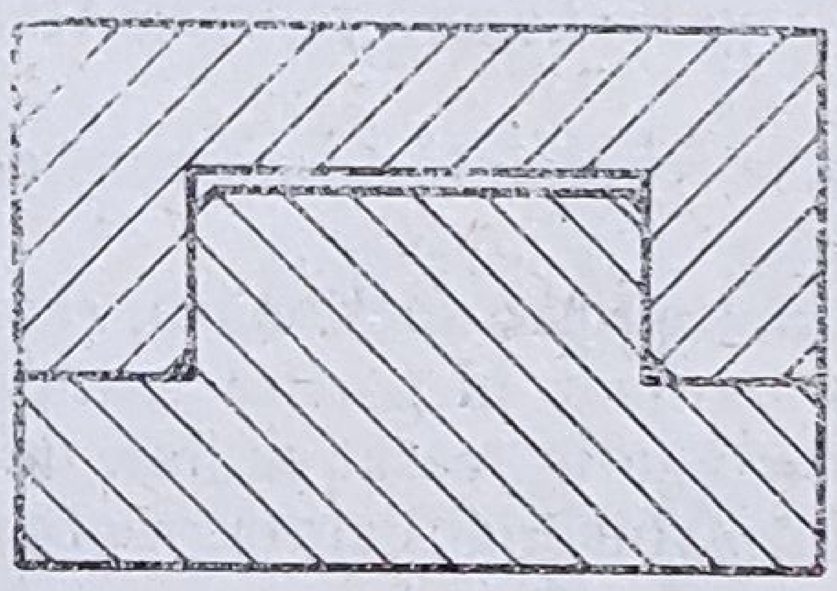
– Poziția de reprezentare a unui ansamblu pe formatul hîrtiei de desen se alege în așa fel încît *proiecția principală* (care de obicei este o secțiune verticală) să corespundă cu poziția de funcționare.

– În cazul reprezentării în secțiune a două piese alăturate, suprafețele respective se vor hașura în direcții diferite. Aceasta pentru claritatea reprezentării și ușurării identificării pieselor. Hașurarea se face cu aceeași echidistanță pentru ambele piese, așa cum se observă în figura 8.1. În situația cînd apar în secțiune mai multe piese în contact și hașurarea în aceeași direcție nu poate fi evitată, se folosește hașurarea cu echidistanțe diferite, așa cum se observă în figura 8.2. Dacă două piese reprezentate în secțiune se asamblează cu altă piesă plină (bolț, șurub etc.), aceasta din urmă va apărea în ansamblu în vedere, așa cum arată figurile 8.3 și 8.4.

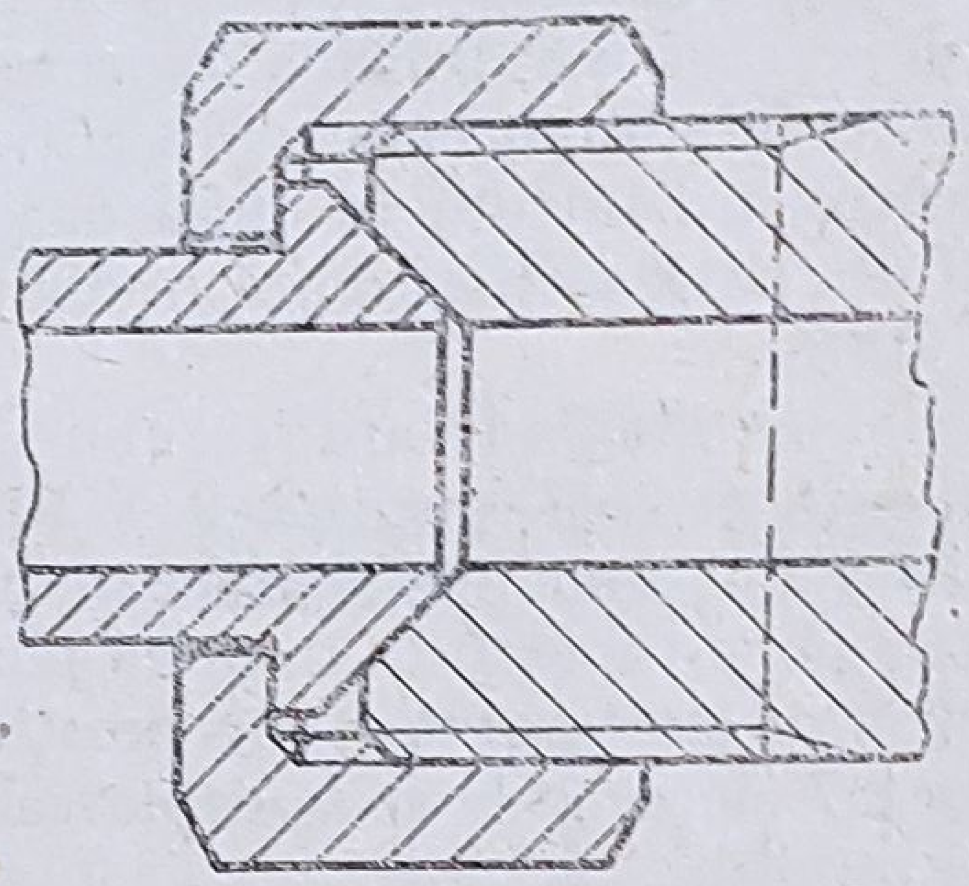
– Dacă între două piese asamblate există un joc rezultat din dimensiuni nominale diferite, se trasează separat contururile celor două piese (v. fig. 8.4).

– Dacă două piese se asamblează fără joc sau cu joc realizat din abateri de la aceleași dimensiuni nominale, linia de contact se reprezintă printr-o singură linie de contur, comună celor două piese (fig. 8.5).

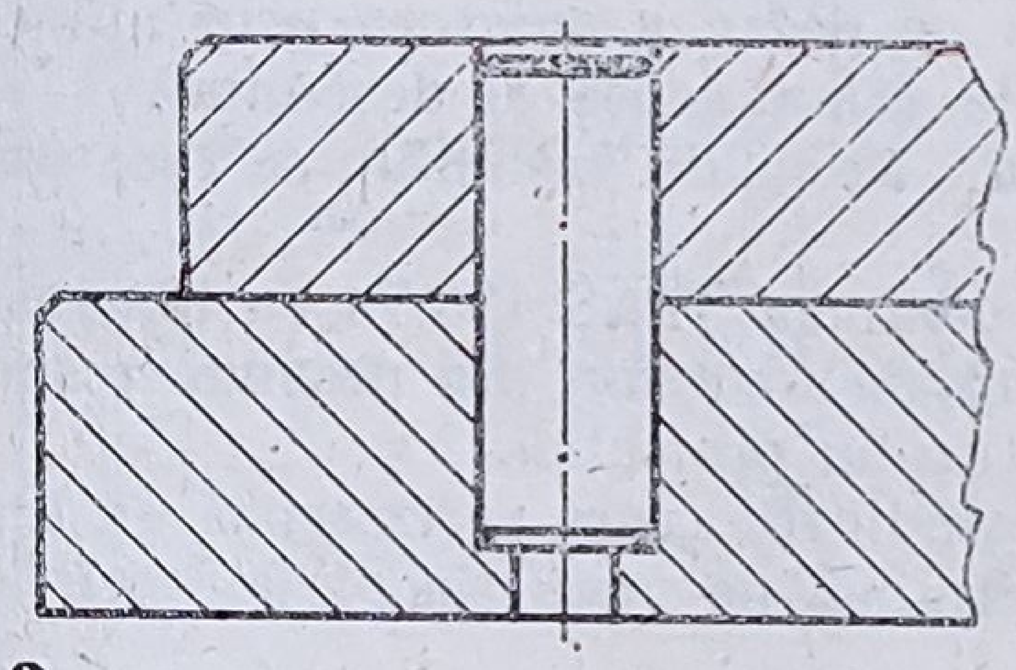
– Dacă planul de secționare al ansamblului nu conține unele elemente de fixare (șuruburi, piulițe, șaibe etc.), acestea din urmă se pot considera rabătute în planul de secționare. Aceste elemente se trasează pe desen cu linie-punct subțire (tipul E), așa cum se observă în figura 8.6.



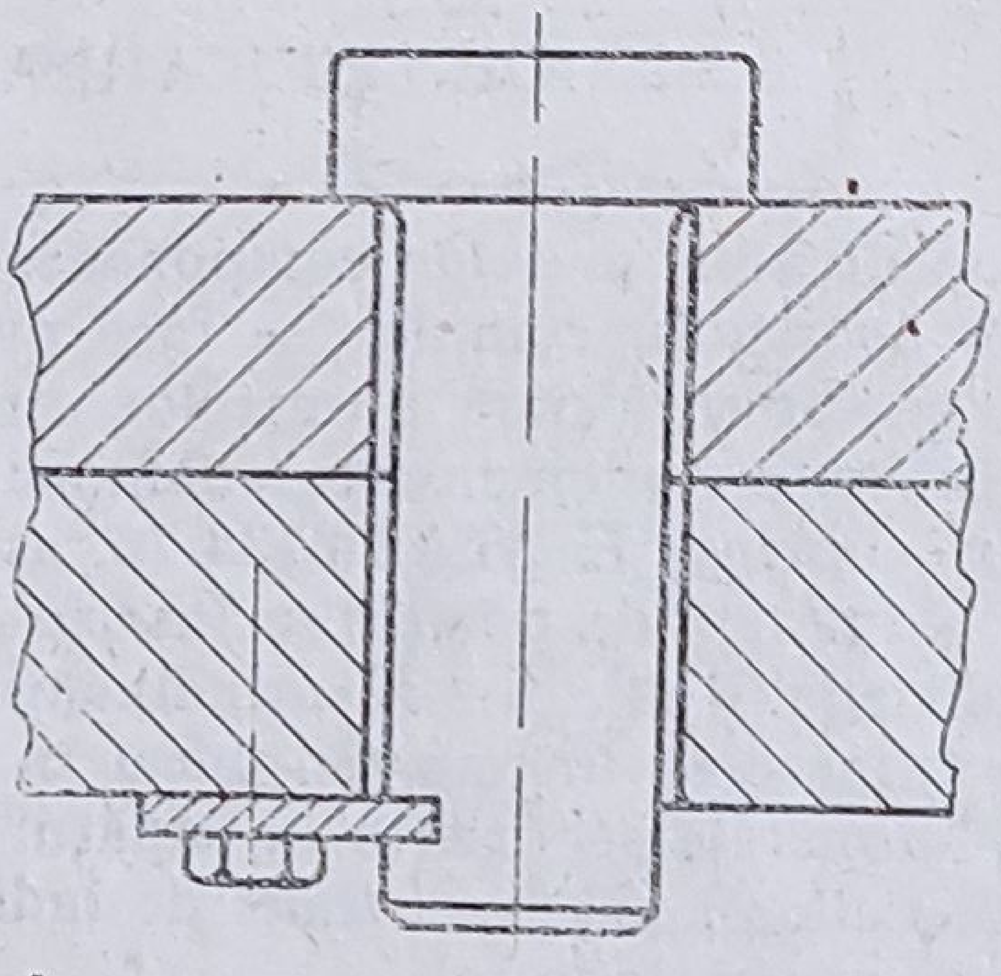
1



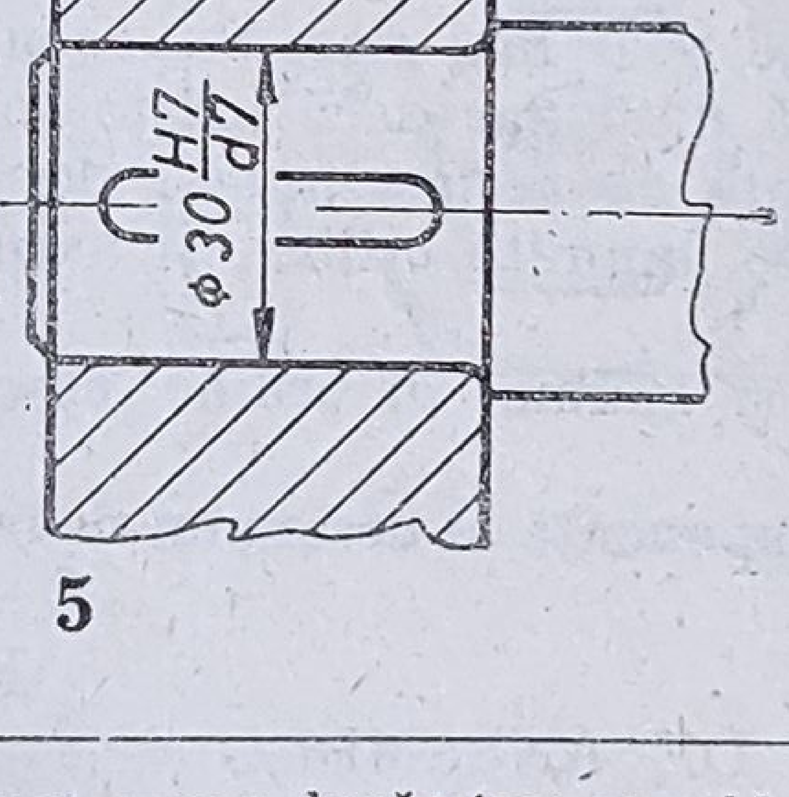
2



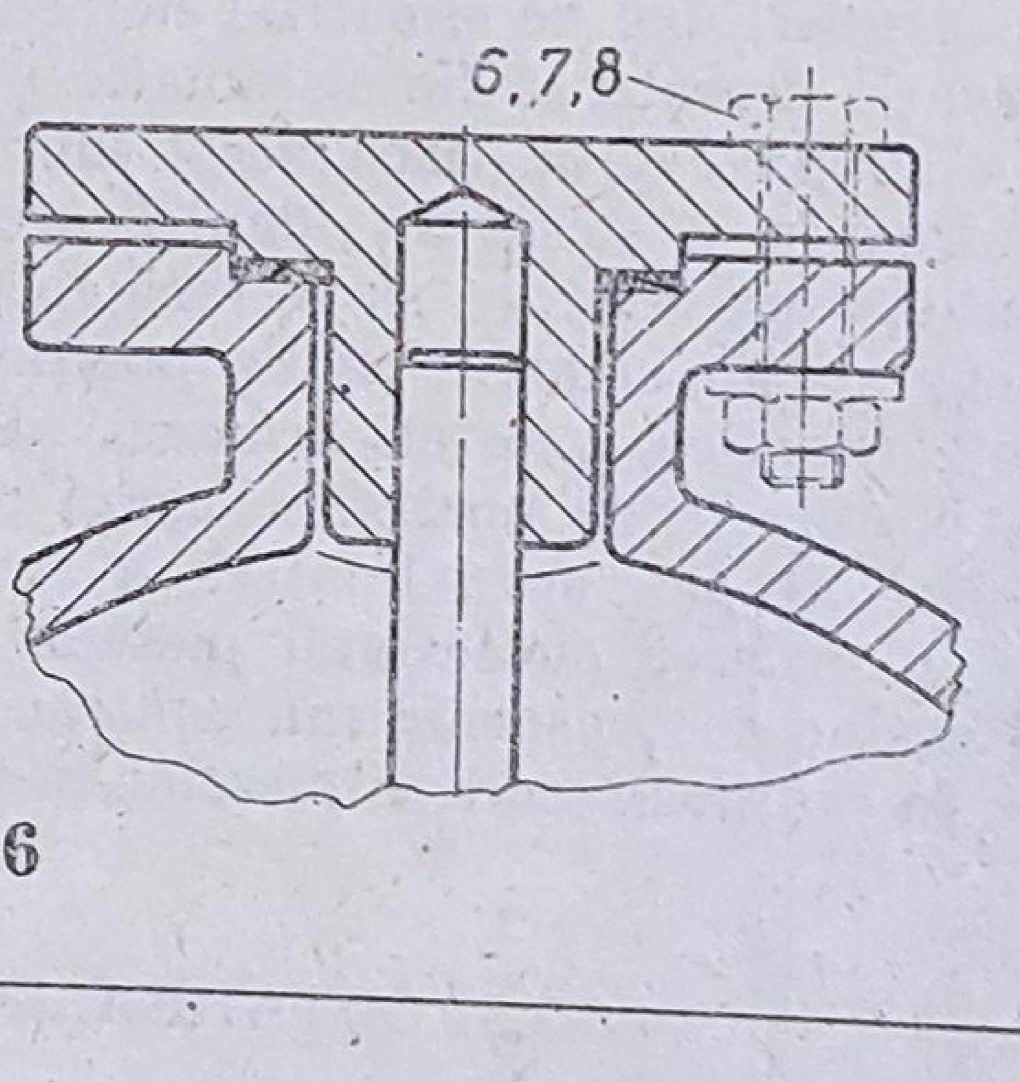
3



4




5




6

Fig. 8.1. Hașurarea a două piese asamblate.
Fig. 8.2. Hașurarea a trei piese asamblate.
Fig. 8.3. Reprezentarea a două piese asamblate prin știft.
Fig. 8.4. Reprezentarea a două piese asamblate printr-un bolț (asamblare cu joc).
Fig. 8.5. Asamblarea unor piese cilindrice fără joc sau cu jocuri tolerate.
Fig. 8.6. Reprezentarea unor elemente rabătute în planul secțiunii.

— Ansamblul ce reprezintă organe de comandă a circulației fluidelor (robinete cu ac, cu ventil și cu sertar) se reprezintă în poziția „închis“ (fig. 8.7).

— Pentru robinetele cu ac, ventil și sertar, sistemul de etanșare se reprezintă ca în figurile 8.7 și 8.8 (ultima reprezentînd majorat sistemul respectiv). Astfel, piulița olandeză a robinetului este reprezentată înșurubată pe o porțiune redusă de 3—4 mm, iar presgarnitura intrată în cutia de etanșare, aproximativ cu aceeași distanță. Restul spațiului din cutie se hașurează în două direcții, acest tip de hașură reprezentînd umplutura de etanșare.

— Elementele de fixare (șuruburi, piulițe, șaibe) se reprezintă în desenul de ansamblu numai în vedere (pozițiile 9 și 10 din fig. 8.7.).

— În cazul unor elemente care se deplasează în timpul funcționării, este necesar ca acestea să se reprezinte în două poziții extreme, și anume : în poziția inițială (contur trasat cu linie de tipul A) și în poziția extremă opusă (contur trasat cu linie de tipul E). În figura 8.7 elementele ce se deplasează de-a lungul axei sînt tija filetată, roata de mînă, șaiba și piulița.

### 8.2.2. IDENTIFICAREA PIESELOR COMPONENTE

Identificarea pieselor componente ale unui subansamblu sau a subansamblurilor dintr-un ansamblu complex se face prin notarea pe desen a acestora prin numere de poziție, corespunzătoare numerelor din tabelul de componență al desenului.

Poziționarea elementelor componente dintr-un desen de ansamblu se face potrivit regulilor cuprinse în STAS 6134-76, astfel :

— Numerele de poziție se înscriu pe desene conform STAS 186-74 cu dimensiunea nominală egală cu 1,5...2 ori dimensiunea nominală a cotelor din desenul respectiv. Aceste numere se înscriu de obicei în afara conturului proiecției.

— Numerele se înscriu la capătul liniilor de indicație, care se trasează cu linie de tipul B. Celălalt capăt al liniei de indicație se termină, pe proiecția piesei poziționată, printr-un punct îngroșat.

— Liniile de indicație se trasează înclinat, în așa fel încît să nu se confunde cu linii de contur, axe de simetrie, elemente de cotare sau hașuri. Nu este admis ca liniile de indicație trasate să fie sistematic paralele. Se admite ca liniile de intersecție să fie frînte o singură dată, dacă acest lucru contribuie la claritatea desenului.

— Pentru a se ușura identificarea pieselor sau subansamblurilor se recomandă ca poziționarea acestora să se facă în poziția în care apar mai clar. Se recomandă, de asemenea, ca un element să fie poziționat o singură dată, iar dacă există mai multe elemente identice, acestea urmează să fie poziționate cu același număr de poziție.

— Numerele de poziție se așază pe desen într-o anumită ordine, și anume :

— în ordinea aproximativă a montării ;

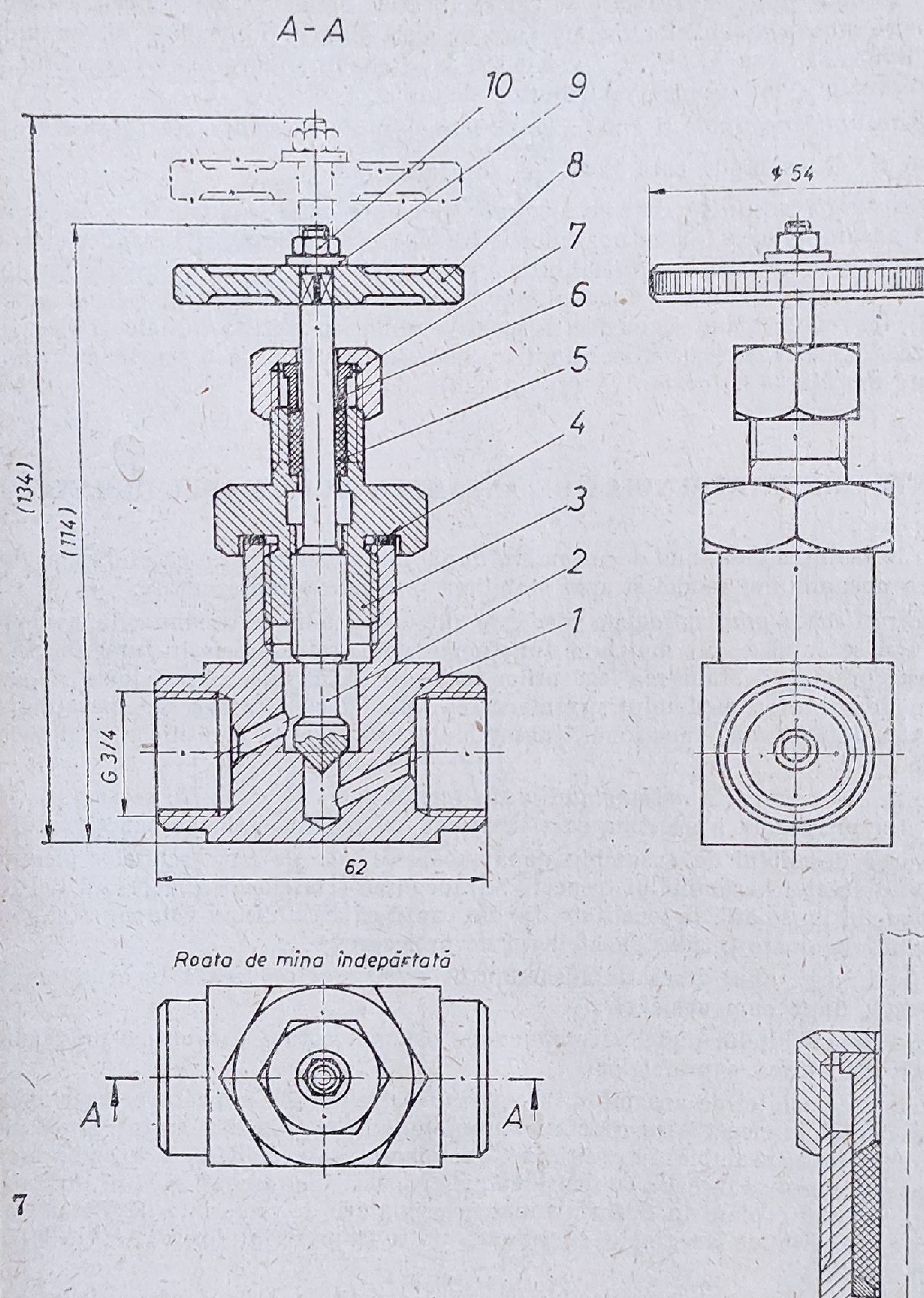
— în ordinea succesiunii pieselor poziționate, și anume, în ordine crescîndă în sensul acelor de ceasornic sau contrar acestui sens;

— în ordinea înscrierii pieselor în tabelul de componență al desenului de ansamblu.

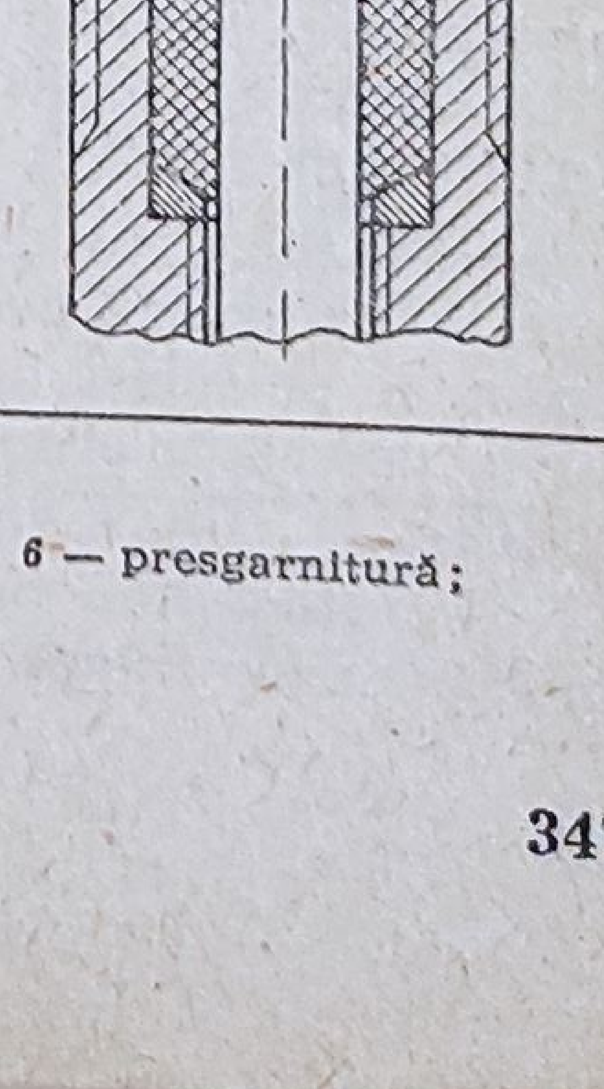
### 8.2.3. COTAREA DESENELOR DE ANSAMBLU

Cotarea desenului de ansamblu se face conform prescripțiilor STAS 6134-76. Astfel, se cotează :

— *Dimensiunile de gabarit*, care reprezintă dimensiunile paralelipipedului ce cuprinde ansamblul reprezentat. Acestea se pot indica informativ sau cu toleranțe.




7



8

Fig. 8.7. Reprezentarea ansamblului unui robinet cu ac:
1 — corp robinet; 2 — tijă ac; 3 — ghidaj filetat; 4 — garnitură; 5 — garnitură; 6 — presgarnitură; 7 — piuliță olandeză; 8 — roată de mînă; 9 — șaibă; 10 — piuliță hexagonală.

Fig. 8.8. Etanșare prin presgarnitură și piuliță olandeză.

— *Dimensiunile de legătură*, care se referă la acele elemente de formă ale pieselor ansamblului și care la nivelul lor fac legătura cu ansamblurile învecinate, de exemplu : G 3/4 din figura 8.7 sau G $1^1/_4$. G $^1/_2$ și $\varnothing$110-4x $\varnothing$18 din figura 8.9. Ansamblul din figura 8.9 reprezintă un robinet distribuitor de abur.

— *Dimensiunile nominale și cîmpurile de toleranță* ale pieselor care formează ajustaje, cum ar fi, de exemplu, cota $\varnothing$ 38 $\frac{H7}{P7}$ din figura 8.9.

— *Dimensiunile pozițiilor extreme* ale unor elemente care se deplasează în timpul funcționării ansamblului. Cotarea pozițiilor extreme se face fie reprezentînd elementul deplasabil în cele două poziții (poziția inițială trasată cu linie continuă groasă, iar poziția deplasată trasată cu linie – două puncte subțire) și cotînd separat fiecare poziție (v. fig. 8.7), fie reprezentînd elementul respectiv numai în poziția inițială și înscriind în paranteze ambele valori ale dimensiunilor, însoțite eventual de o scurtă mențiune ; de exemplu : *deschis 344, închis 328* (v. fig. 8.9).

## 8.3. ÎNTOCMIREA DESENULUI DE ANSAMBLU DUPĂ MODEL (RELEVEU)

Pentru întocmirea desenului de ansamblu după un model dat este necesară mai întîi identificarea ansamblului model și apoi stabilirea poziției de reprezentare.

*Prin identificarea unui ansamblu model* se înțelege studierea amănunțită a modelului pentru a se înțelege cît mai bine funcționarea lui, rolul precis în funcționare al fiecărei piese, precum și stabilirea legăturilor reciproce între piese. Acest lucru se realizează prin demontarea modelului și remontarea lui și dacă este necesar operațiile se repetă pînă la înțelegerea funcționării ansamblului și completa identificare a pieselor componente.

*Poziția de reprezentare a ansamblului model* (conform STAS 6134-76) se alege astfel încît proiecția principală a acestuia să corespundă cu poziția reală de funcționare.

Întocmirea desenului de ansamblu după model se face pe baza schițelor pieselor componente și schiței ansamblului respectiv. Întocmirea schițelor este necesară fie din cauză că modelul nu se află în localitate, fie din cauză că acesta fiind voluminos și greu de transportat nu poate fi adus în atelierul de proiectare.

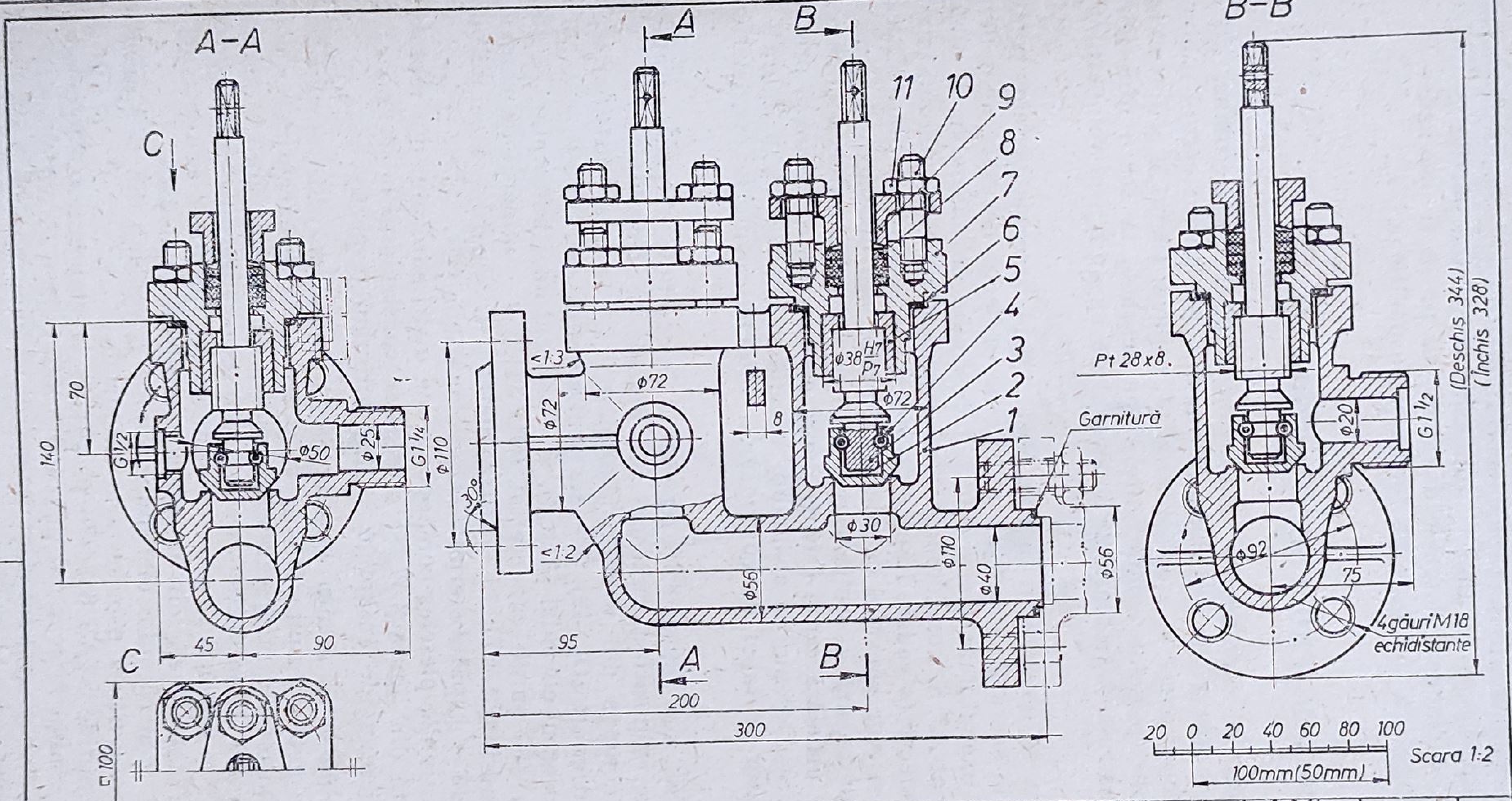
Deci, întocmirea unui desen de ansamblu de releveu se realizează în următoarele etape distincte, după cum urmează :

— Întocmirea schițelor pieselor componente, complet cotate și eventual prevăzute cu date privind starea suprafețelor.

— Întocmirea schiței de ansamblu într-un număr minim de proiecții necesar identificării pieselor și înțelegerii funcționării ansamblului. Așa cum s-a arătat, proiecția principală reprezintă ansamblul în poziția de funcționare. Se recomandă ca la elaborarea schiței de ansamblu să se înceapă cu schițarea piesei principale (corpul) și să se continue cu schițarea celorlalte piese în ordinea firească a montării de preferință de la interior către exterior. Schița de ansamblu se cotează potrivit prescripțiilor STAS 6134-76 arătate anterior.

— Întocmirea desenului de ansamblu la scară constituie o nouă etapă de lucru, care se realizează pe baza dimensiunilor schițelor pieselor componente și ale dimensiunilor de pe schița de ansamblu. Cu ocazia întocmirii desenului la scară al ansamblului se vor preciza toleranțele corespunzătoare pentru acele piese din ansamblu care formează ajustaje (v. fig. 8.9).

— Întocmirea desenelor la scară pentru toate piesele componente, cu excepția unor piese de fixare standardizate (șurub, piuliță, știft etc.), se realizează după întoc-




| Poz | Denumirea | Nr desen sau STAS | Buc | Material | Observații |
|---|---|---|---|---|---|
| 11 | Piuliță hexagonală | STAS 922-64 | 12 | OL 42 STAS 500-68 | |
| 10 | Prezon M14 | STAS 3953-67 | 12 | OL 42 STAS 500-68 | |
| 9 | Presgarnitură | RV 702-06 | 2 | Fc 35 STAS 568-67 | |
| 8 | Garnitură ϕ32 | — | 8 | Clingherit | |
| 7 | Capacul robinetului | RV 702-05 | 2 | Fc 35 STAS 568-67 | Turnat |
| 6 | Garnitură ϕ72 | — | 2 | Cu E STAS 270-66 | |
| 5 | Bucșe filetată | RV 702-04 | 2 | CuSn10 STAS 197-76 | |
| 4 | Sîrmă de siguranță | — | 2 | Cu Zn 36 Ni 3 STAS 95-75 | |
| 3 | Tija ventilului | RV 703-03 | 2 | OLC 45 STAS 880-65 | |
| 2 | Ventil | RV 703-02 | 2 | CuSn14 STAS 197-76 | |
| 1 | Corpul robinetului | RV 702 01 | 1 | CuSn14 STAS 197-76 | Turnat |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Proiectat<br>Desenat<br>Verificat<br>Contr.STAS<br>Aprobat | Masa netă | 1:2 | Data |
| RV 702-00 | | | |
| ROBINET CU VENTIL | | | |



9

Fig. 8.9. Desenul de ansamblu al unui robinet cu ventil pentru abur.

mirea desenului de ansamblu. Cu ocazia întocmirii acestor desene se va ține seama de eventuale modificări de cotă survenite în etapa executării la scară a desenului de ansamblu. Desenele pieselor vor fi prevăzute cu abateri dimensionale pentru părțile ce formează ajustaje în ansamblu. De asemenea, desenele de piese vor putea fi prevăzute cu date privind starea suprafețelor și cu toleranțe de formă și de poziție.

## 8.4. PROBLEME PROPUSE ȘI REZOLVATE

**1)** Figura 8.10 reprezintă axonometric sub formă explodată un robinet cu cep conic, compus, așa cum se observă în figura amintită, din șase piese : corpul robinetului *1*, cămașa conică *2*, cepul conic *3*, arcul elicoidal *4*, capacul filetat *5* și fluturele *6*. Cunoscîndu-se dimensiunile pieselor componente, după desenele la scară din figurile 11...14, se cere să se construiască la scara 2 : 1 desenul de ansamblu al robinetului cu cep conic.

*Rezolvare :* După cum se observă în figurile 8.11...8.14 desenele pieselor componente au fost executate la scara 2 : 1 într-un număr de proiecții necesare unor determinări complete. Pentru executarea la scara 2 : 1 a desenului de ansamblu al robinetului este necesar un format *A3*. Se consideră necesară reprezentarea ansamblului într-un număr minim de două proiecții (o vedere în plan orizontal și o secțiune în plan vertical.) Aceste proiecții minime se vor construi cu ajutorul cotelor din desenele la scară ale pieselor componente. Se desenează în secțiune mai întîi corpul robinetului, apoi cămașa (bucșa) conică după care urmează cepul a cărei gaură este scoasă în evidență printr-o ruptură și așa mai departe. Desenul de ansamblu va apărea finalizat ca în figura 8.15, fiind prevăzut cu indicator și tabel de componență întocmit conform prevederilor STAS 6134-76.

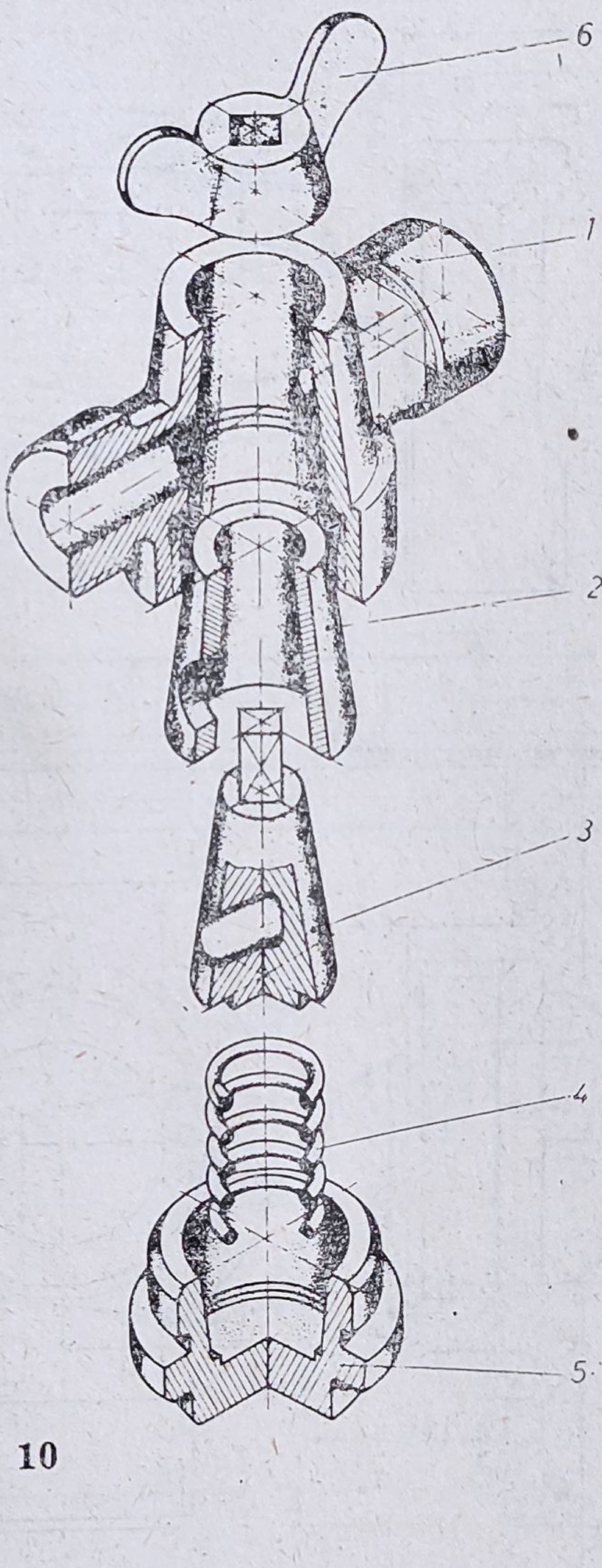
**2)** Imaginea izometrică din figura 8.16 reprezintă în secțiune parțială ansamblul unor piese care alcătuiesc dispozitivul cunoscut sub numele de „Distribuitor cu 3 căi". Acest distribuitor este compus din următoarele piese : 1 — corpul distribuitorului (Fc 150), *2* — axul de antrenare (OL 42), *3* — sertarul cilindric (Cu Sn 10), *4* — garnitură ∅ 48 (Cauciuc), *5* — arcul elicoidal (ARC3), *6* — capacul distribuitorului (Fc 150), *7* — racord M6 (OL 37), *8* — șurub cap crestat (OL 37), *9* — mînerul de comandă (OL 37), *10* — știftul cilindric (OL 37), *11* — știftul filetat (OL 37), *12* — arcul elicoidal al mînerului (ARC 3) și *13* — capătul sferic al mînerului (Ebonit).

Cunoscîndu-se dimensiunile pieselor componente ale distribuitorului din reprezentarea izometrică explodată din figura 8.17, se cere să se construiască la scara 1 : 1, în două proiecții minime, desenul de ansamblu al dispozitivului respectiv.

*Rezolvare :* Examinîndu-se cu atenție fiecare piesă componentă din reprezentarea izometrică explodată și cotele corespunzătoare, se poate trece la executarea pe un format $A_3$/a desenului de ansamblu în următoarele condiții de reprezentare : o reprezentare în secțiune longitudinală, în proiecție verticală și o reprezentare în vedere în proiecție laterală. S-au arătat în figura 8.17 prin reprezentări suplimentare anumite detalii de formă ascunse pentru unele piese din imaginea izometrică explodată.

Este cazul detaliului A al corpului distribuitorului *1* și vederea din B a aceleiași piese, precum și o secțiune parțială prin sertarul cilindrului *3*.

Respectîndu-se prescripțiile STAS 6134-76 privitoare la elaborarea desenelor de ansamblu, desenul de ansamblu la scară al distribuitorului cu trei căi va apărea ca în figura 8.18. S-a considerat necesar și suficient ca poziția 7 care reprezintă un racord să fie reprezentată o singură dată în secțiune, celelalte racorduri fiind reprezentate în vedere. Completarea indicatorului și a tabelului de componență se va face potrivit prescripțiilor standardului amintit.




10

Fig. 8.10. Robinet cu cep conic — reprezentare explodată (problemă).

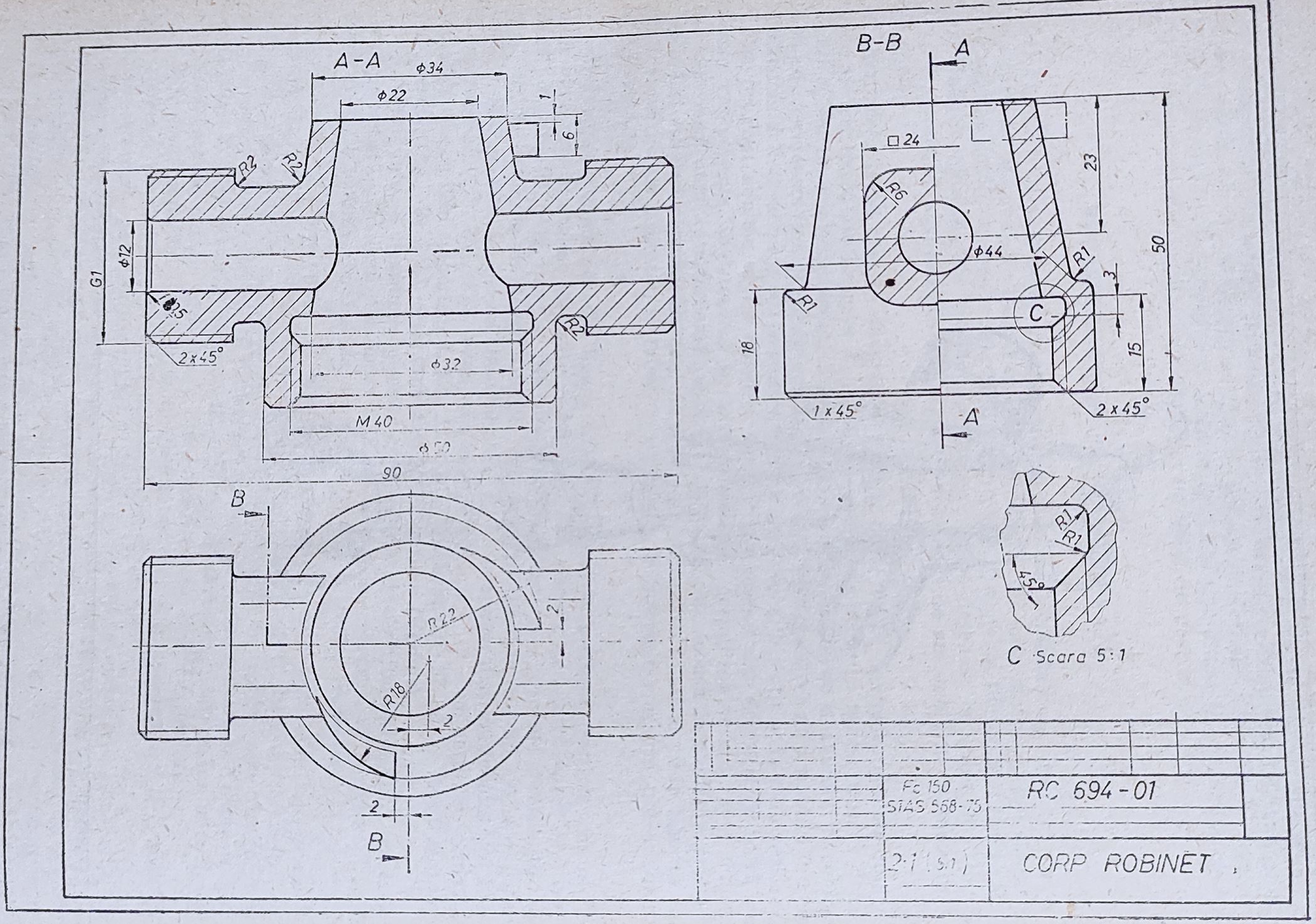
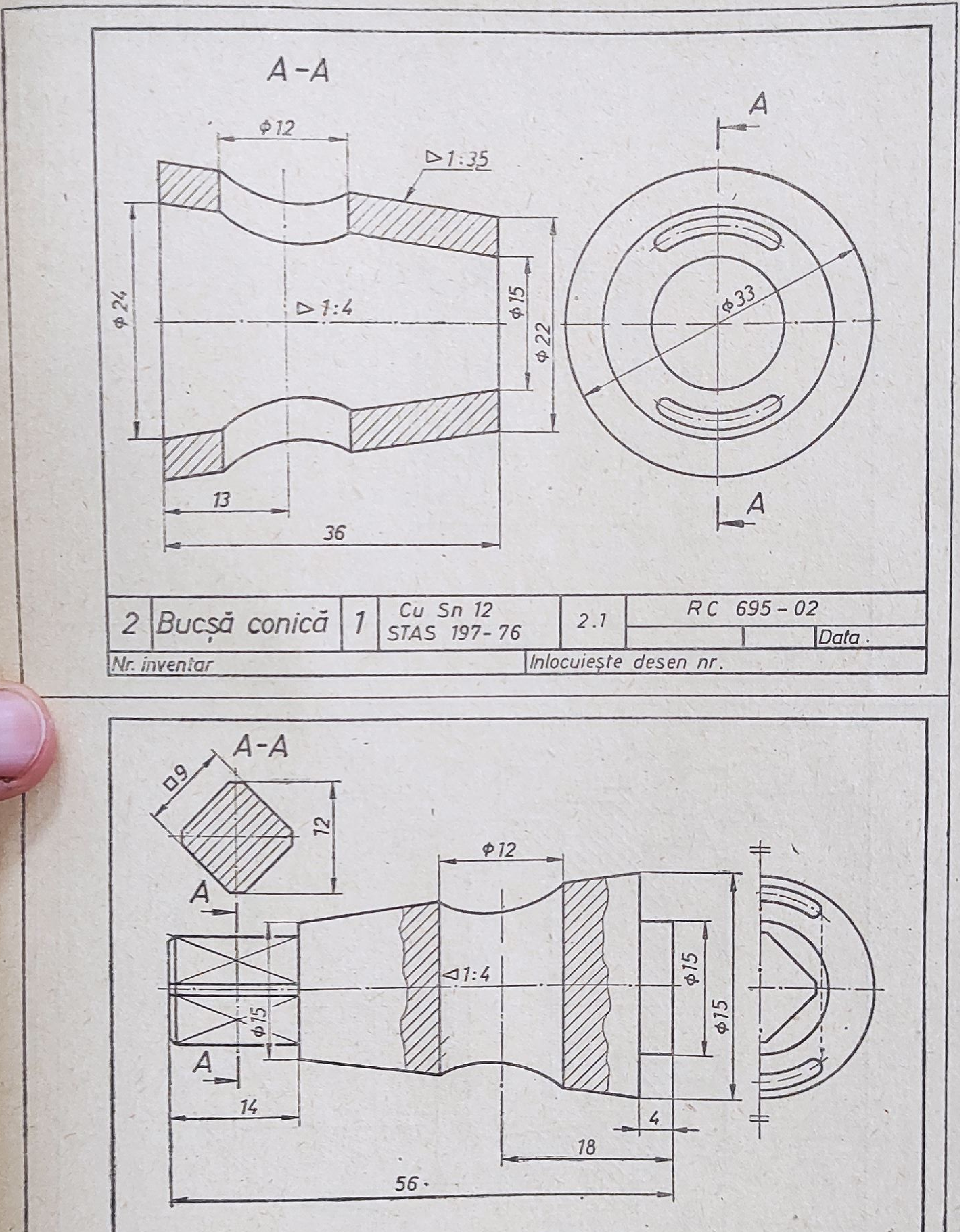


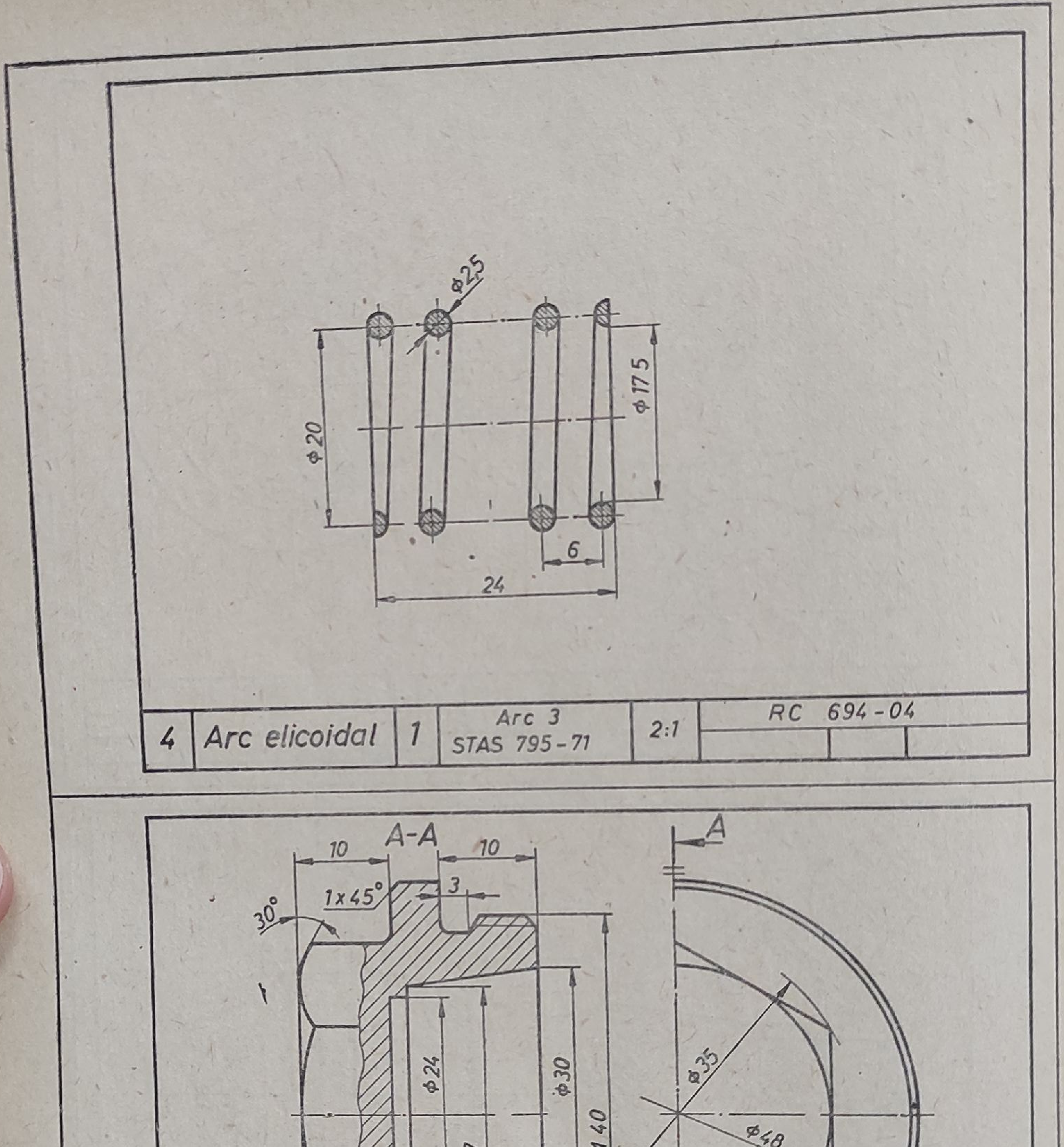



Fig. 8.11. Corpul robinetului cu cep (desen la scară).



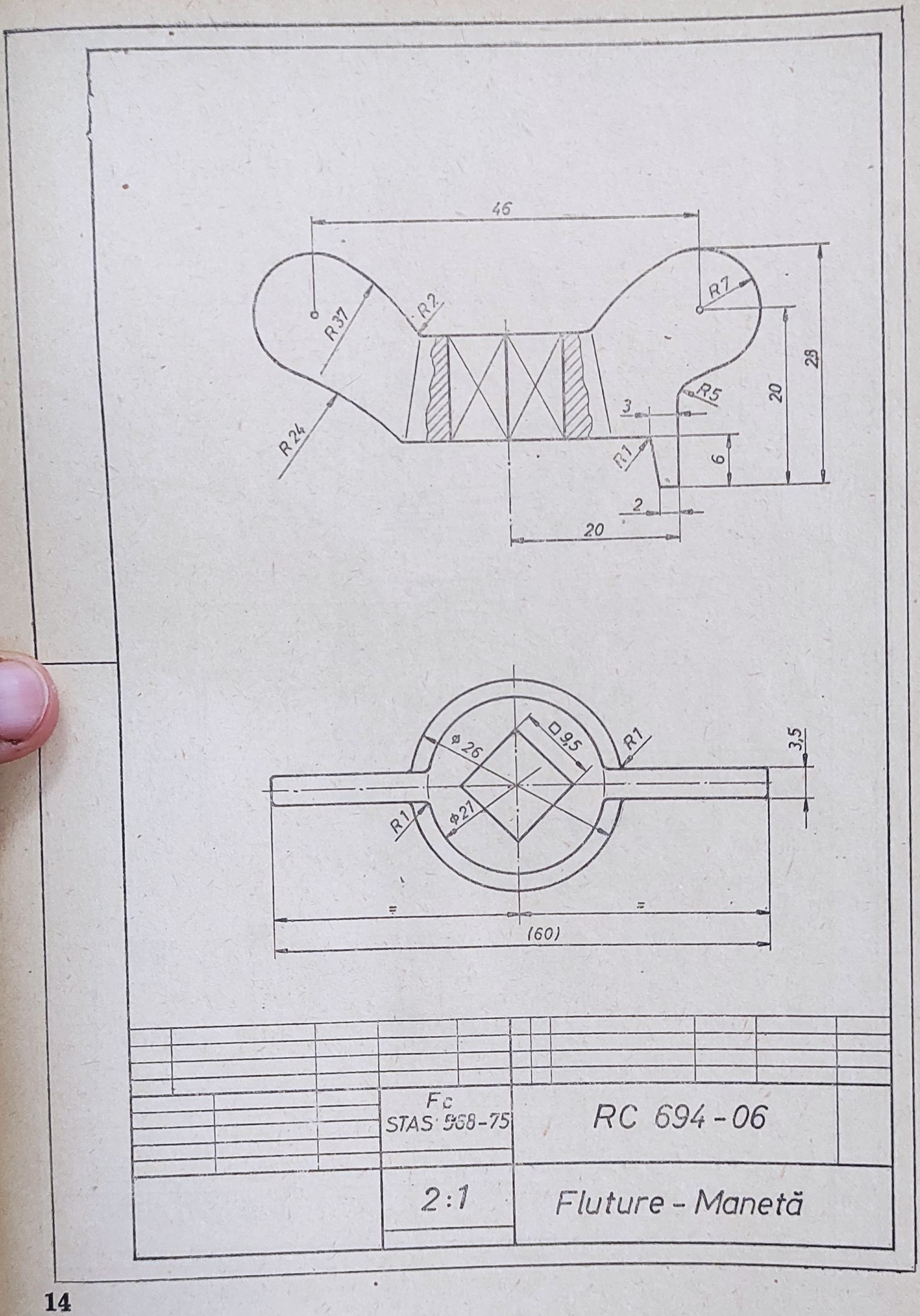

**12**

Fig. 8.12. Piese componente (desene la scară).



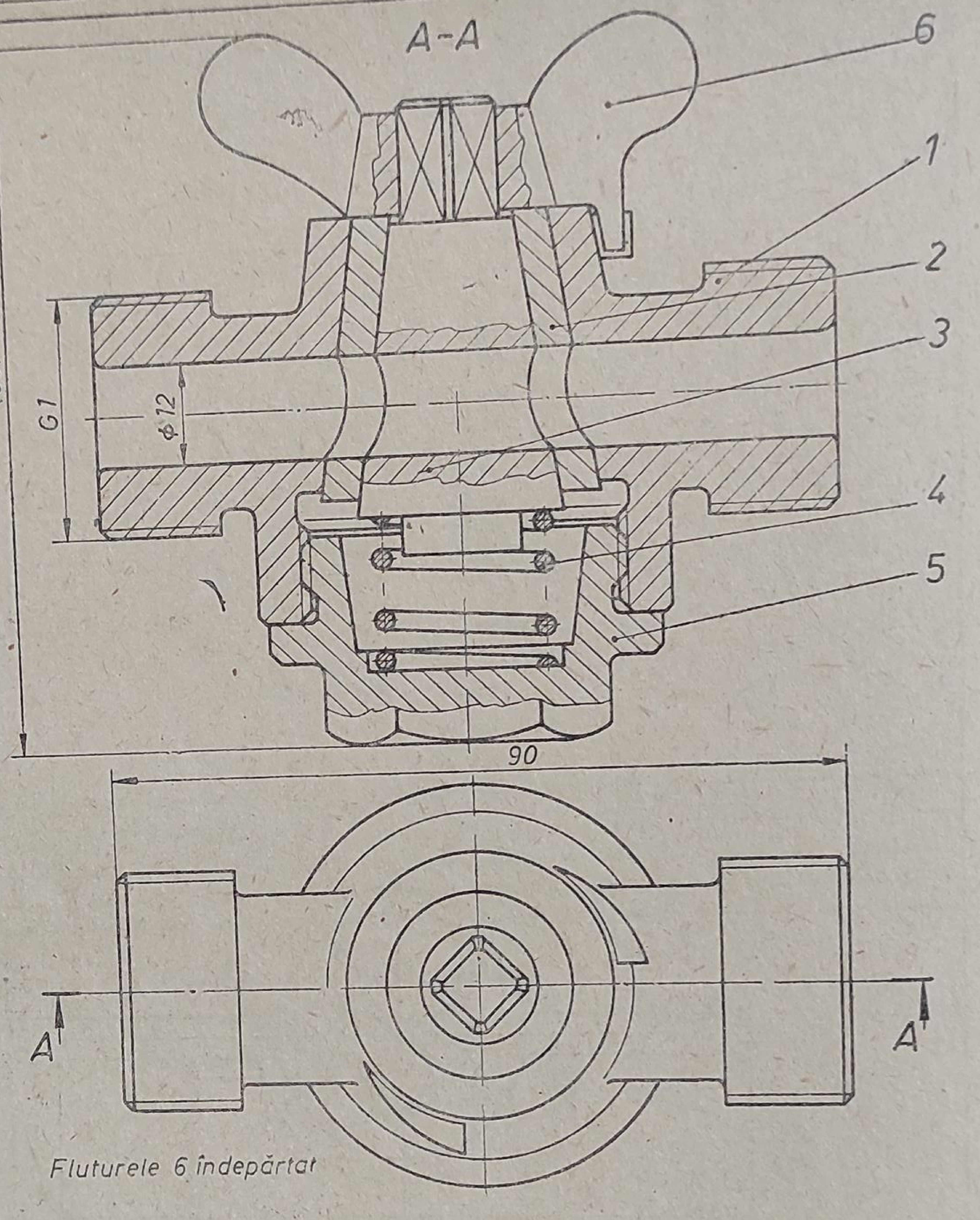

13

Fig. 8.13. Piese componente (desene la scară).




14

Fig. 8.14. Desen la scară (fluture).



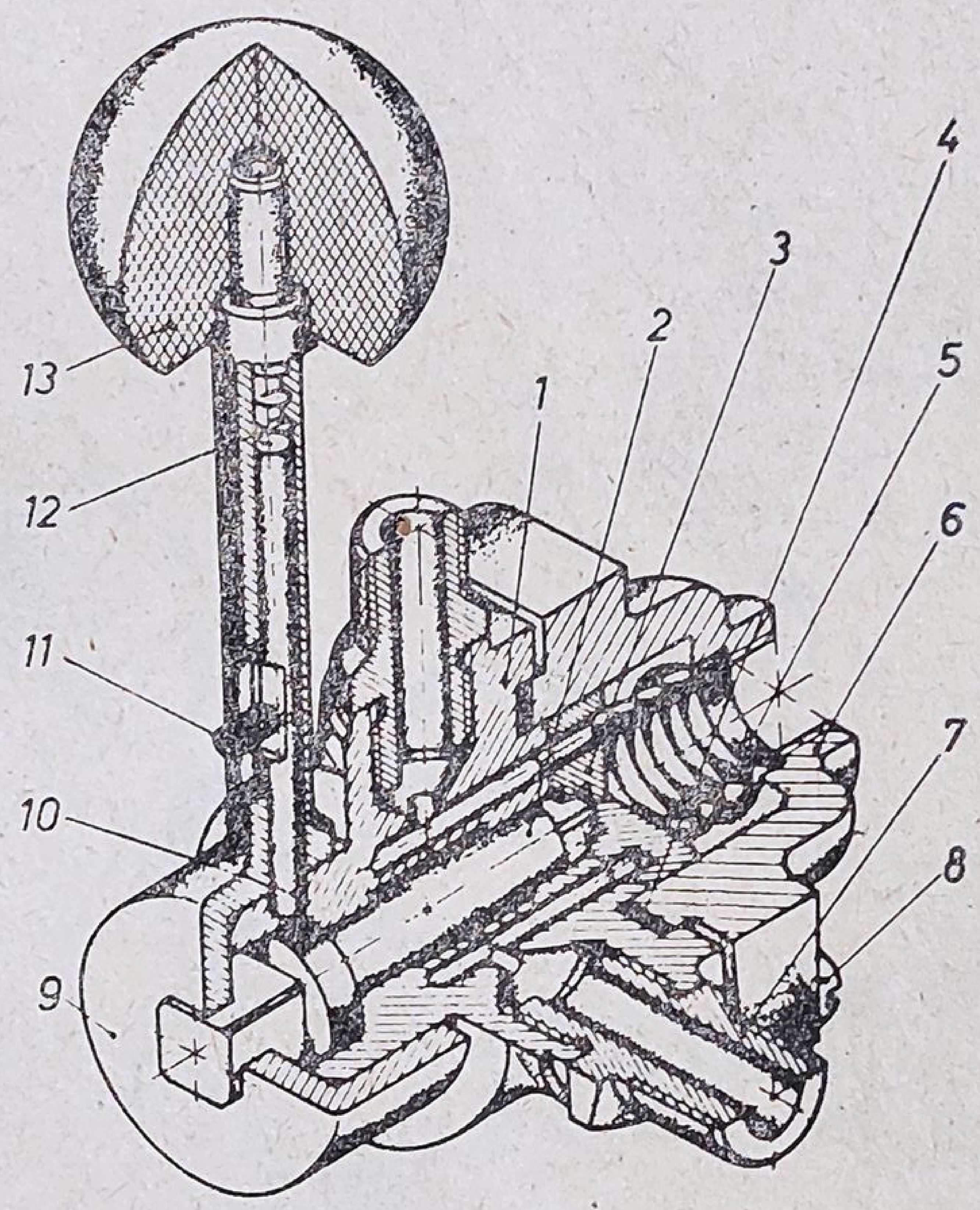

| Poz | Denumirea | Nr. desen sau STAS | Buc | Material | Observații |
|---|---|---|---|---|---|
| 6 | Fluture-manetă | RC 694-06 | 1 | Fc 150 STAS 568-75 | Turnat |
| 5 | Capac | RC 694-05 | 1 | Cu Sn12 STAS 197-76 | |
| 4 | Arc | RC 694-04 | 1 | Arc 3 STAS 795-71 | |
| 3 | Cep conic | RC 694-03 | 1 | Cu Sn 12 STAS 197-76 | |
| 2 | Bucșă conică | RC 694-02 | 1 | Cu Sn 12 STAS 197-76 | Turnat |
| 1 | Corp robinet | RC 694-01 | 1 | Fc 150 STAS 568-75 | |

RC 694-00

2:1 ROBINET CU CEP



**Fig. 8.15.** Desenul de ansamblu al robinetului.




16

Fig. 8.16. Distribuitor cu trei căi (problemă).

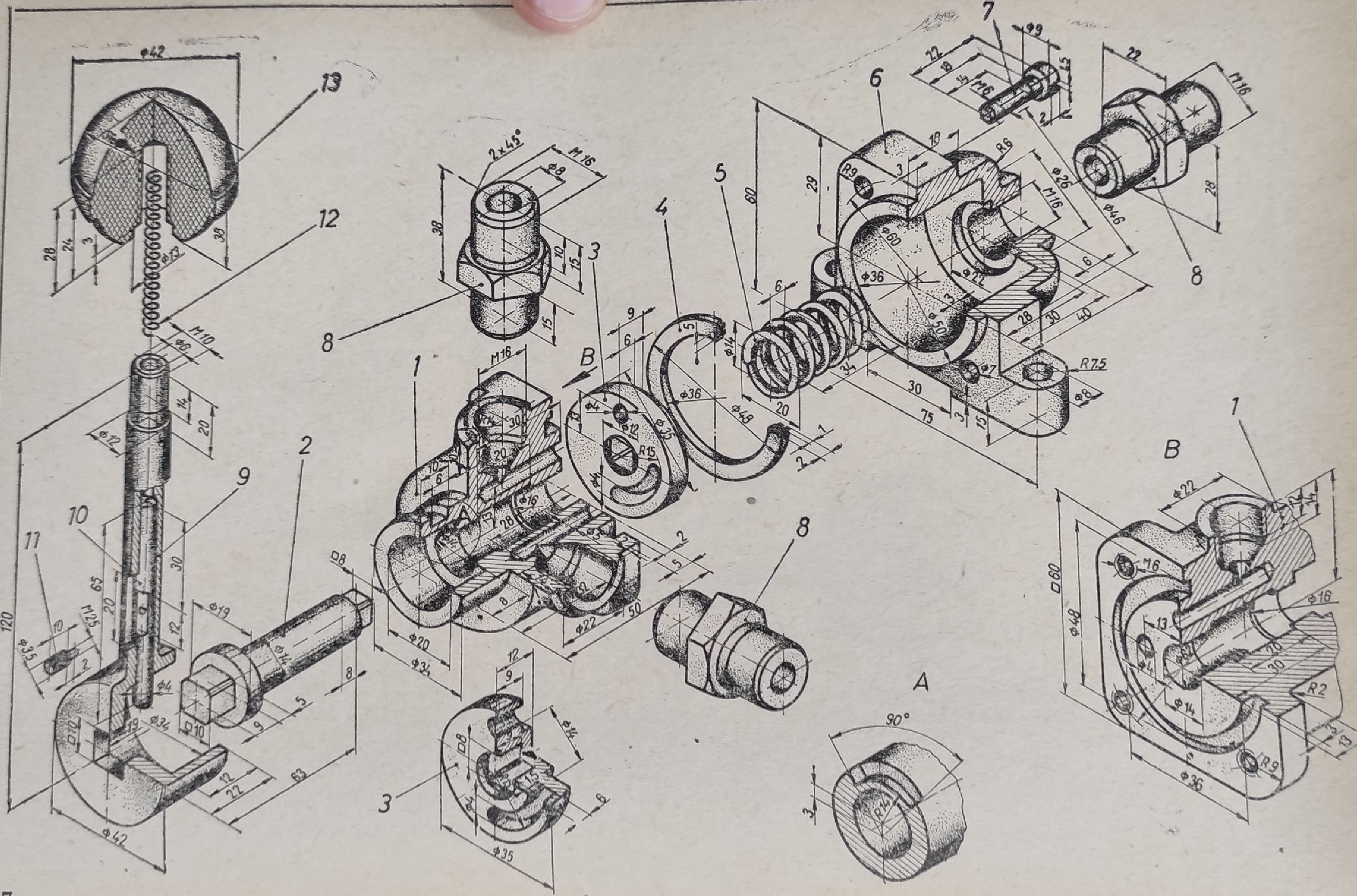
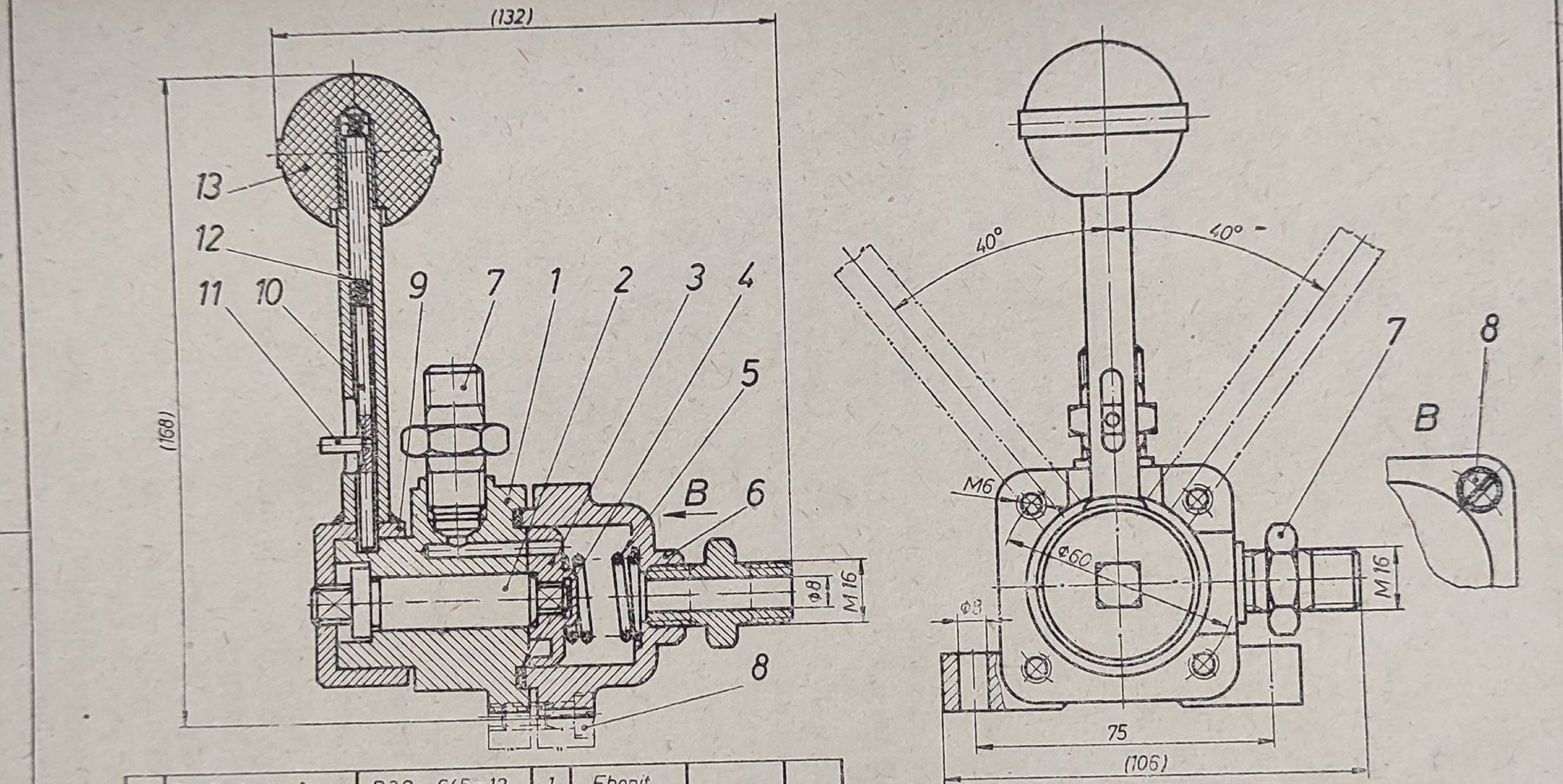




Fig. 8.17. Reprezentarea explodată a distribuitorului (problemă).

17

Fig. 8.17. Reprezentarea explodată a distribuitoru[illegible] problem[illegible]




| Poz | Denumirea | Nr. desen sau STAS | Buc | Material | Observații |
|---|---|---|---|---|---|
| 13 | Capăt sferic mîner | D3C 645-12 | 1 | Ebonit | |
| 12 | Arc elicoidal | D3C 645-11 | 1 | ARC 3 STAS 795-71 | |
| 11 | Știft filetat | D3C 645-10 | 1 | OL 37 STAS 500-68 | |
| 10 | Stift cilindric | D3C 645-09 | 1 | OL 37 STAS 500-68 | |
| 9 | Mîner comandă | D3C 645-08 | 1 | OL 37 STAS 500-68 | |
| 8 | Șurub cap crestat M6 | STAS 3954-69 | 4 | OL 37 STAS 500-68 | |
| 7 | Racord M 16 | D3C 645-07 | 3 | OL 37 STAS 500-68 | |
| 6 | Capac distribuitor | D3C 645-06 | 1 | Fc 150 STAS 568-75 | Turnat |
| 5 | Arc elicoidal | D3C 645-05 | 1 | ARC 3 STAS 795-71 | |
| 4 | Garnitură Φ 48 | D3C 645-04 | 1 | Cauciuc | |
| 3 | Sertar cilindric | D3C 645-03 | 1 | Cu Sn 10 STAS 197-76 | |
| 2 | Ax antrenare | D3C 645-02 | 1 | OL 42 STAS 500-68 | |
| 1 | Corp distribuitor | D3C 645-01 | 1 | Fc 150 STAS 568-75 | Turnat |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Proiectat | | | D3C 645-00 |
| Desenat | | | |
| Verificat | | | |
| Contr. STAS | | | |
| Aprobat | | | |
| | | 1:1 | Distribuitor cu 3 căi |
| | | Data | |

18

Fig. 8.18. Desenul de ansamblu al distribuitorului (rezolvarea problemei).

## 8.5. PROBLEME DE REZOLVAT

**1)** Dispozitivul din figura 8.19 reprezentat izometric sub formă explodată este un ventil de evacuare rapidă a aerului. Acest subansamblu face parte din aparatajul pneumatic utilizat la instalațiile de forajul sondelor.

Piesele componente poziționate ale acestui subansamblu sînt : *1* — corpul ventilului ; *2* — garnitura ; *3* — talerul arcului ; *4* — arcul elicoidal ; *5* — capacul ventilului; *6* — garnitura inelară ∅ 52 (cauciuc).

Se cere, pe baza desenelor la scară ale pieselor componente din figurile 8.20...8.22, să se execute desenul de ansamblu la scara 2 : 1 pe un format *A3* prevăzut cu indicator și tabel de componență.

*Indicații :* Deoarece piesele poziționate sînt identificate printr-o secțiune longitudinală în corpul ventilului, se consideră deci suficientă o singură proiecție.

Piesa notată cu poziția *6* (garnitura inelară) are diametrul exterior ∅ 60 și diametrul secțiunii ∅ 4.

**2)** Supapa de reglare a presiunii aburului reprezentată axonometric în figura 8.23 este compusă din șase piese : corpul supapei *1* tija-ghidaj-ventil *2*, ventilul cilindric *3*, arcul elicoidal de compresiune 4, ghidajul tijei *5* și garnitura de etanșare *6* (fig. 8.24......8.26).

Dîndu-se desenele de execuție ale pieselor componente, cu excepția garniturii, se cere să se construiască desenul de ansamblu la scara 1 : 1 al supapei de reglare.

**3)** Robinetul cu ac reprezentat în imagine izometrică explodată în figura 8.27 este compus dintr-o serie de piese poziționate, după cum urmează :

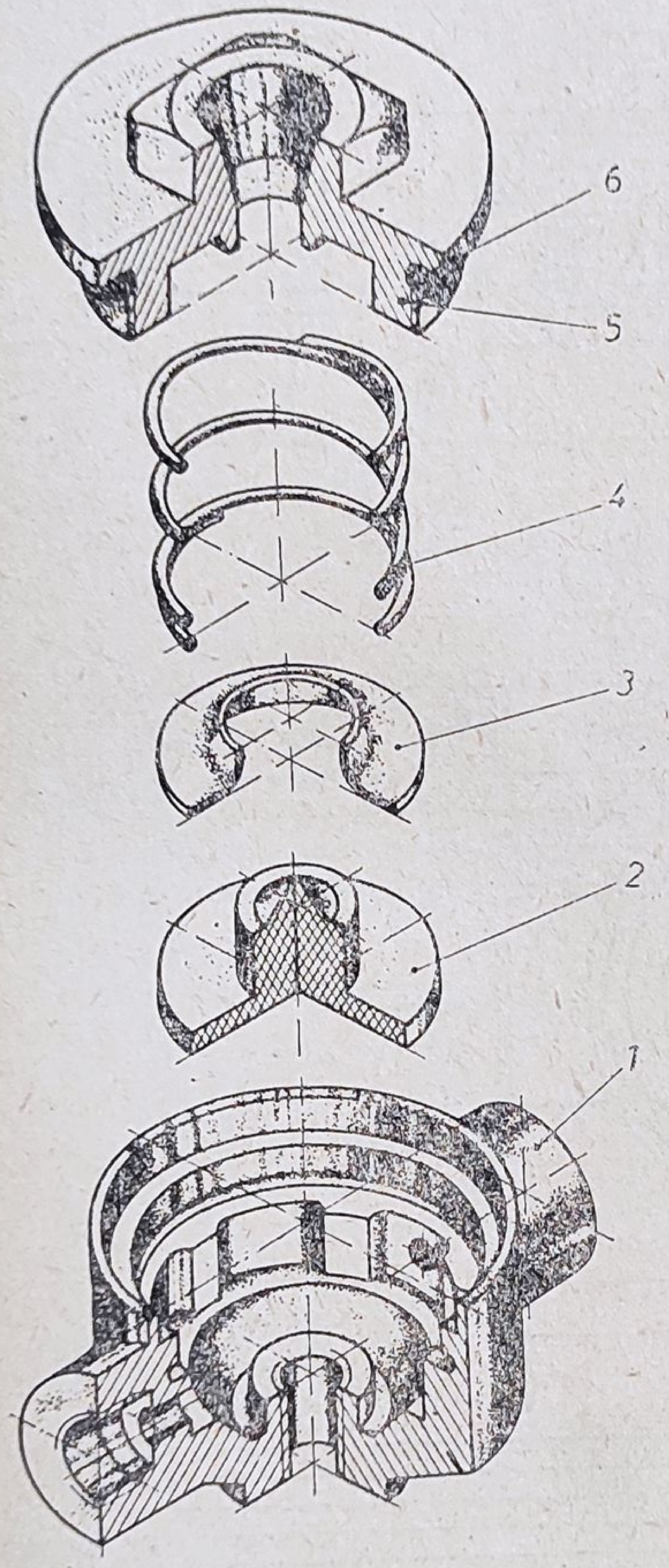
*1* — corpul robinetului (15CN15) ; *2* — scaunul acului (15CN15) ; *3* — tija acului (15CN15) ; *4* — șaibă (15CN15) ; *5* — ghidajul filetat (15CN15) ; *6* — garnitură (azbest) ; *7* — presgarnitură (15CN15) ; *8* — piulița hexagonală (15CN15). Fiecare piesă reprezentată dintr-o direcție sau chiar din două direcții (v. poz. *1*, *2* și *3*) este prevăzută cu cotele necesare. Notarea pieselor metalice cu simbolul oțelurilor inoxidabile (CN) iarată că acest robinet lucrează în medii corozive. Numărul codificat al subansamblulu este RA691-00.

Se cere ca după examinarea atentă a pieselor componente și a cotelor respective din figura 8.27 să se execute într-o singură proiecție (secțiune) desenul la scara 2 : 1 pe un format *A3*, cu indicatorul așezat pe latura mică a formatului (v. fig. 8.15).

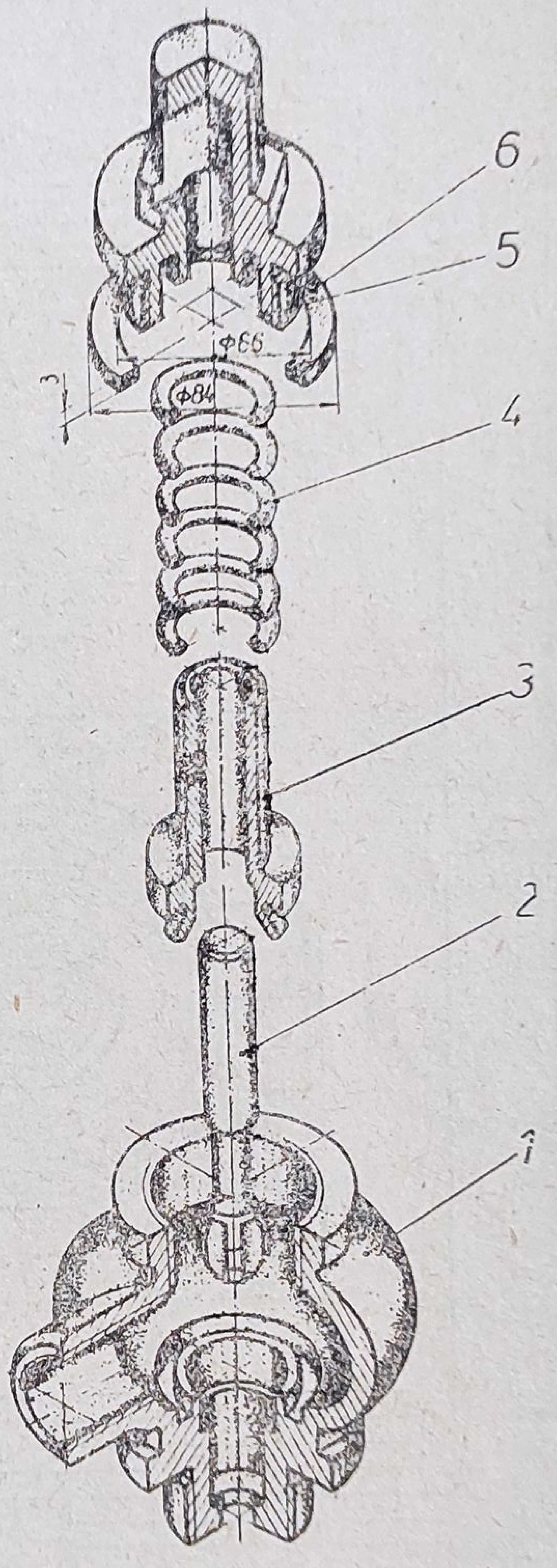
**4)** Ca și în problema anterioară, figura 8.28 reprezintă axonometric sub formă explodată un racord rotitor simplu, întîlnit în instalații pneumatice. Acest racord rotitor cu numărul de cod AP. 115-00 este alcătuit din următoarele piese poziționate :

*1* — corpul racordului (ATM6) ; *2* — arc elicoidal (ARC3) ; *3* — șaibă (CuZn5) ; *4* — garnitură ∅ 11 (Cauciuc) ; *5* — inel de etanșare (Ebonit) ; *6* — racord cu filet M26 (OL42) ; *7* — capac (ATM6) ; *8* — rulmenți radiali (STAS 3041-59) ; *9* — inel de distanțare (OL37) ; *10* — disc de etanșare (ATM3Si) ; *11* — niplu N1-13 (O142).

Urmărindu-se piesele subansamblului din figura 8.28 și cotele fiecărei piese, se cere să se reprezinte în secțiune longitudinală la scara 2 : 1 ansamblul racordului rotitor. Desenul de ansamblu se va executa pe un format *A3*, prevăzut cu indicator și tabel de componență. Figura 8.29 reprezintă montarea racordului cu filet și a rulmenților în interiorul capacului notat cu poziția 7.

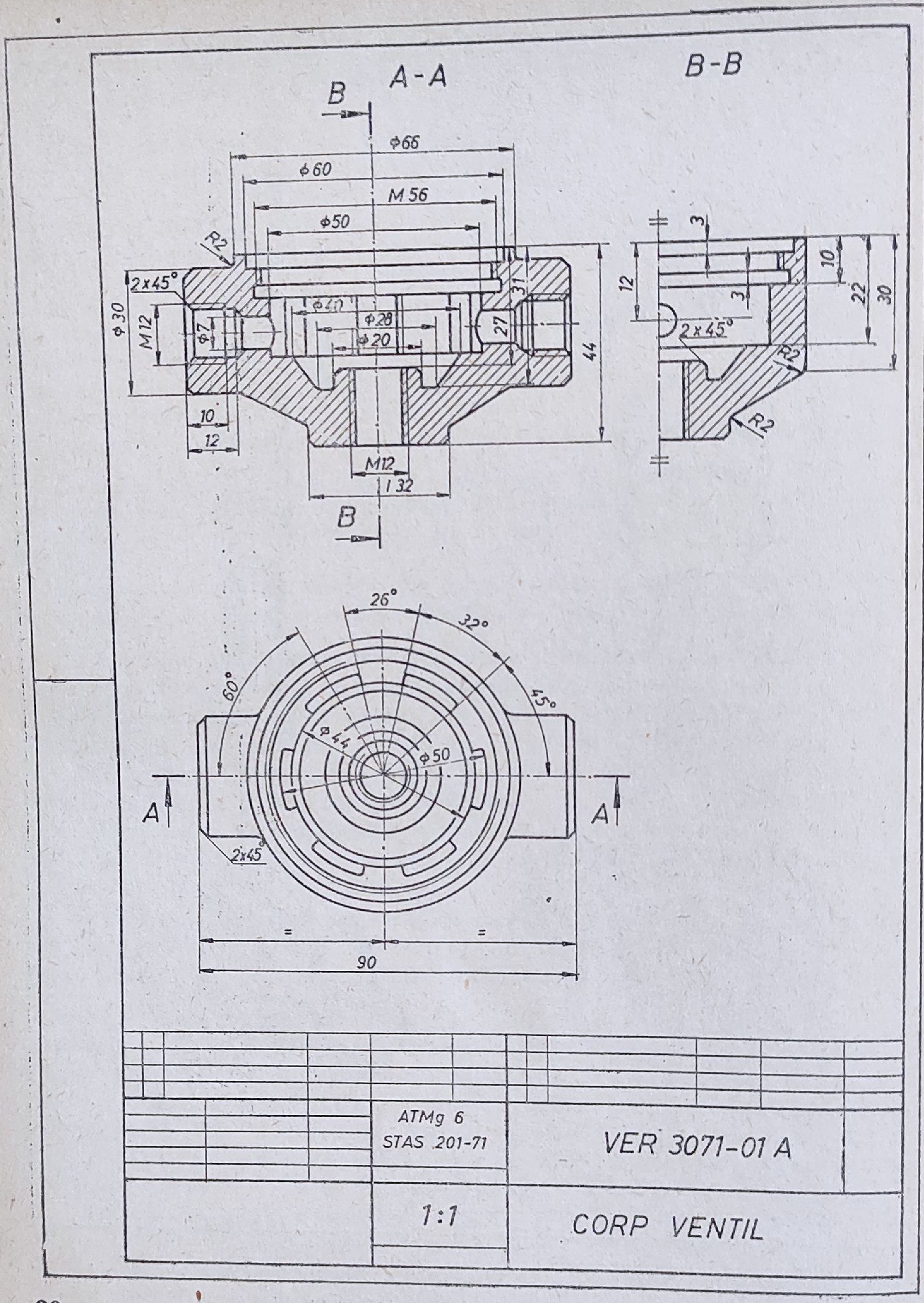



19



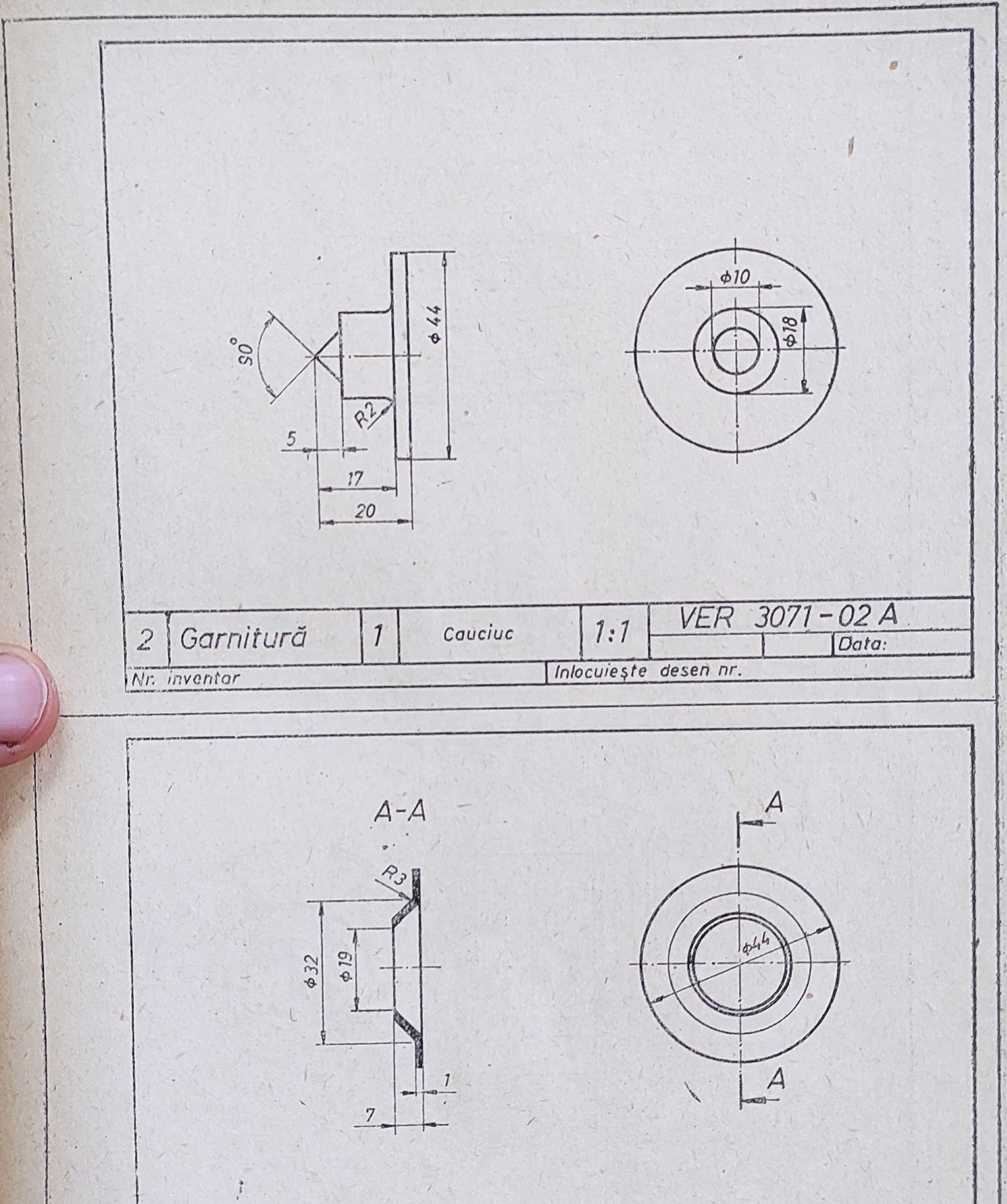

23

Fig. 8.19. Ventil de evacuare rapidă — reprezentare explodată (problemă).
Fig. 8.23. Supapă de reglare — reprezentare explodată (problemă).



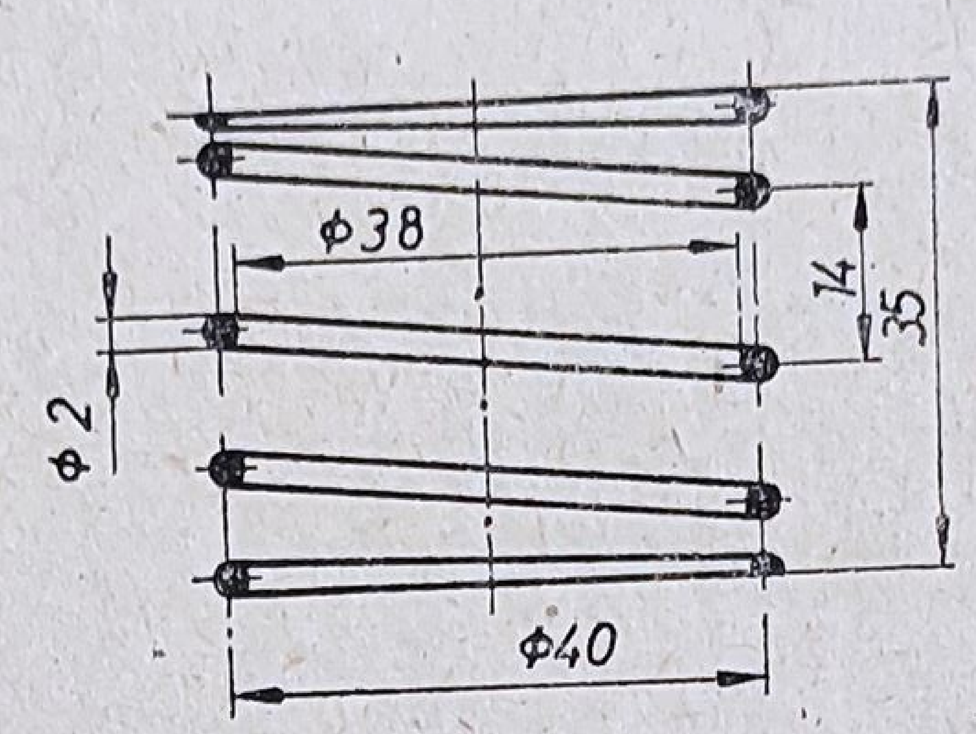

20

Fig. 8.20. Corpul ventilului (desen la scară).

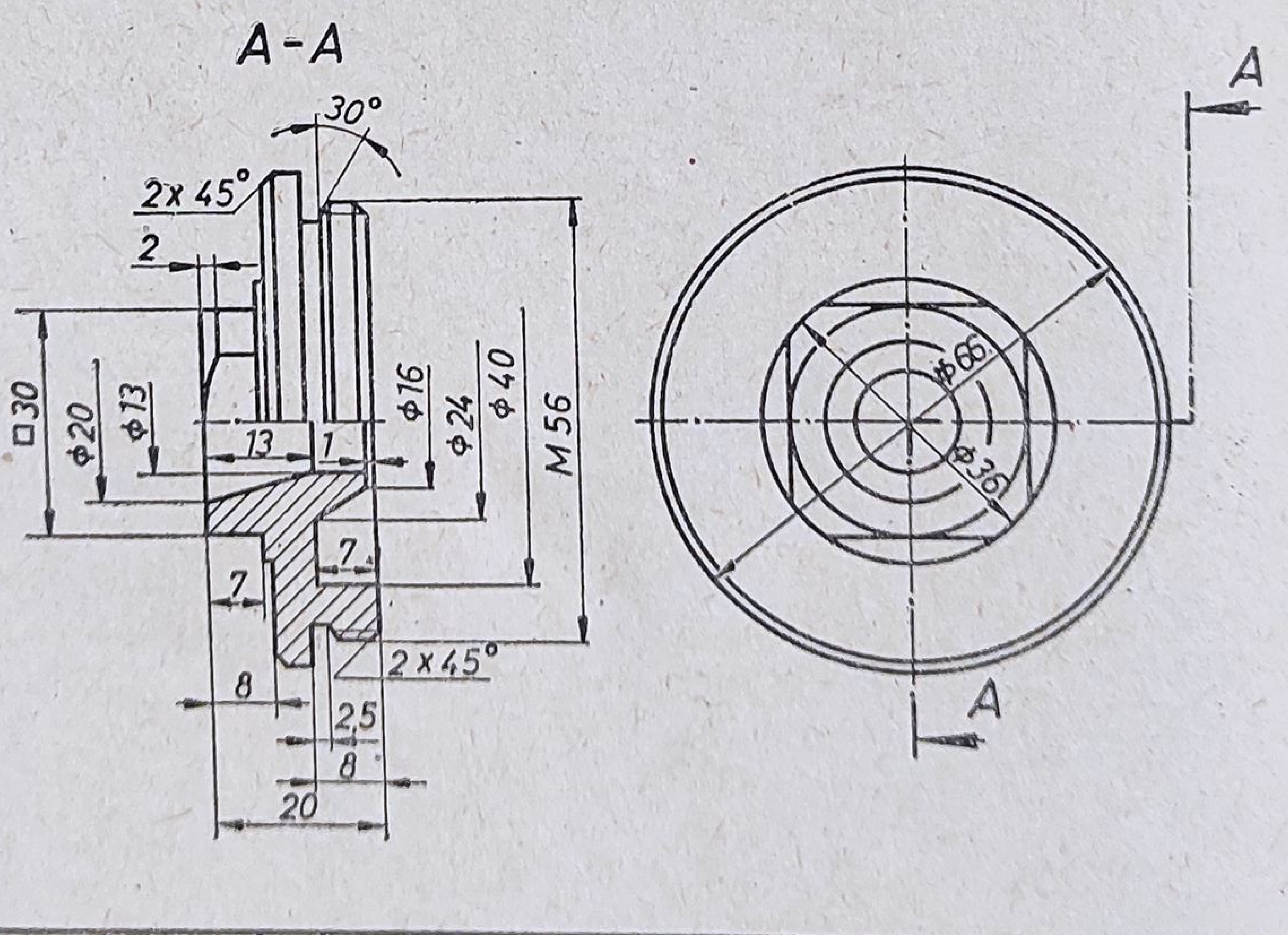



21

Fig. 8.21. Piese componente (desene la scară).



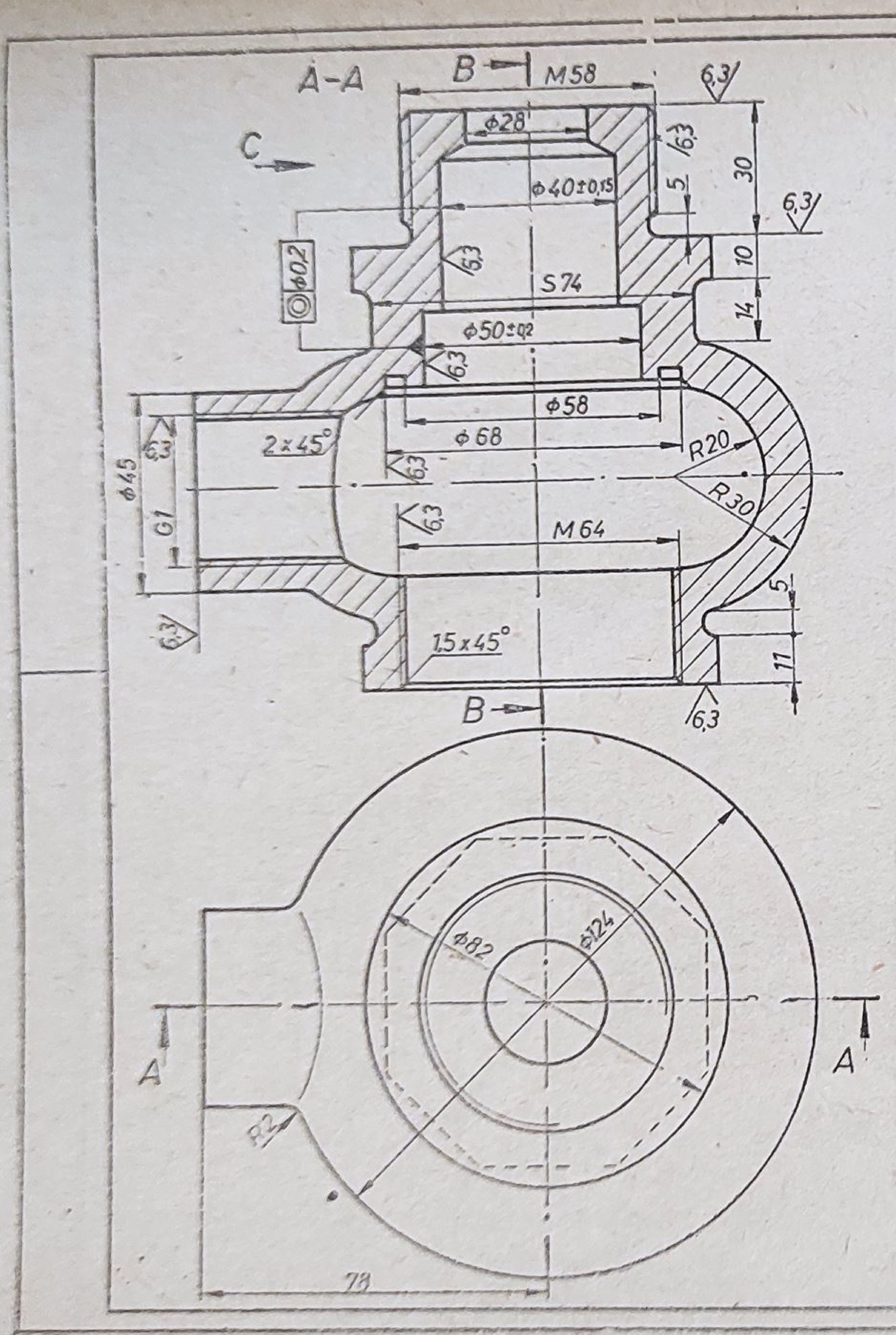

| 4 | Arc elicoidal | 1 | Arc 3 STAS 795–71 | 1:1 | VER 3071–05 A |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | Data |
| Nr. inventar | | | Inlocuieşte desen nr. | | |




| 5 | Capac ventil | 1 | At Mg 6 STAS 201–71 | 1:1 | VER 3071–05 A |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | Data : |
| Nr. inventar | | | Inlocuieşte desen nr. | | |

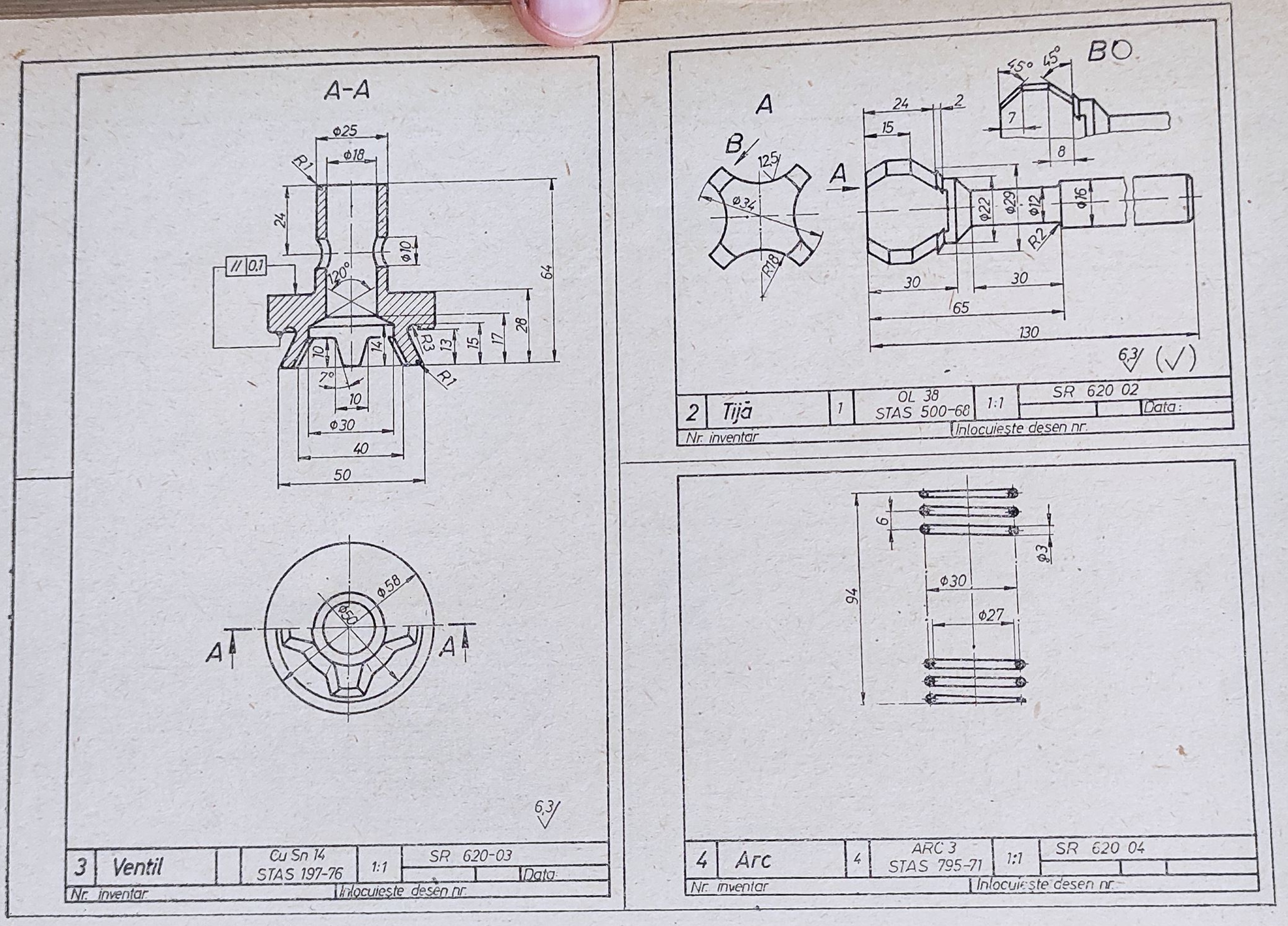
22

Fig. 8.22. Piese componente (desene la scară).



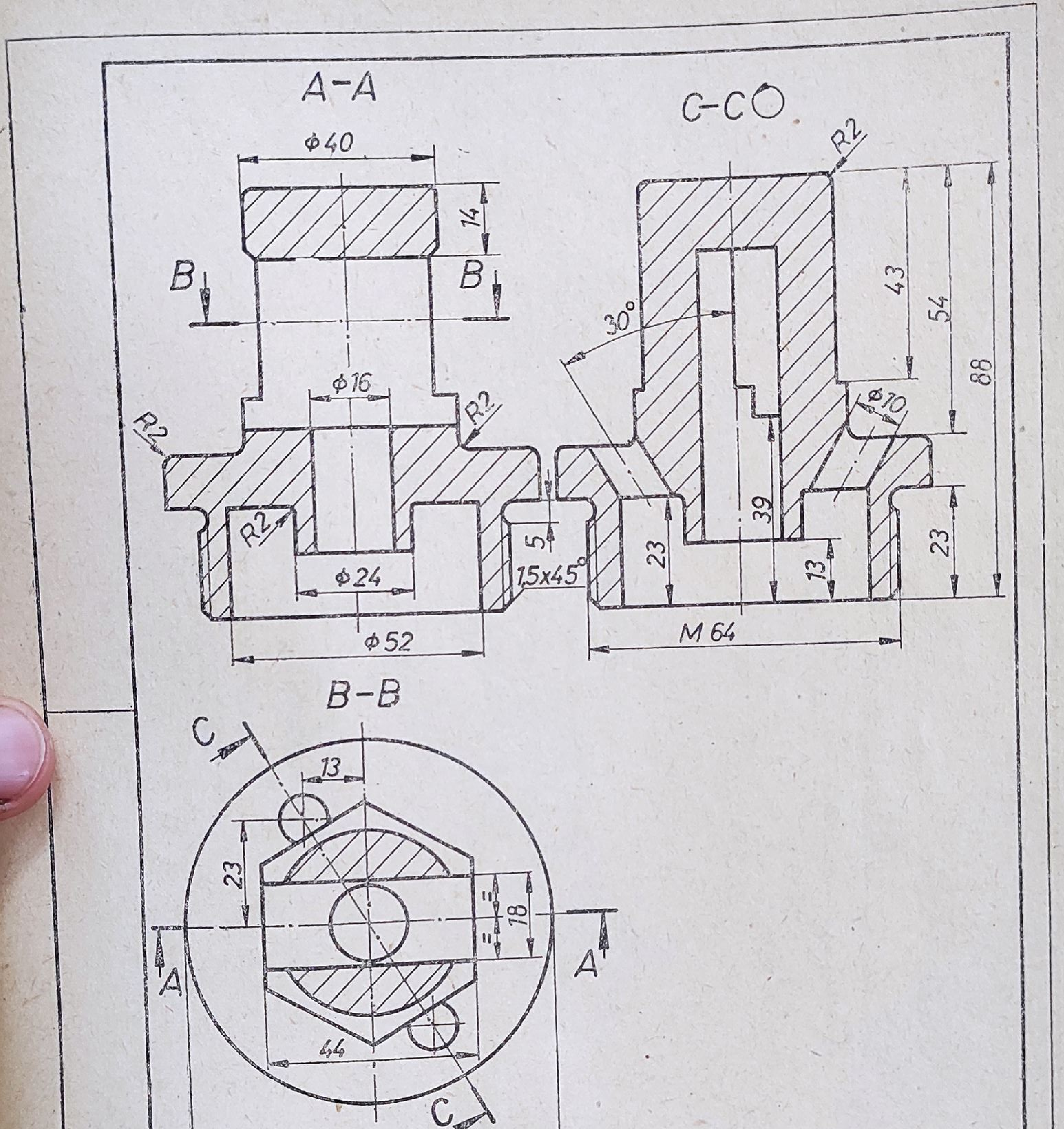

24

Fig. 8.24. Corpul supapei de reglare (desen la scară).



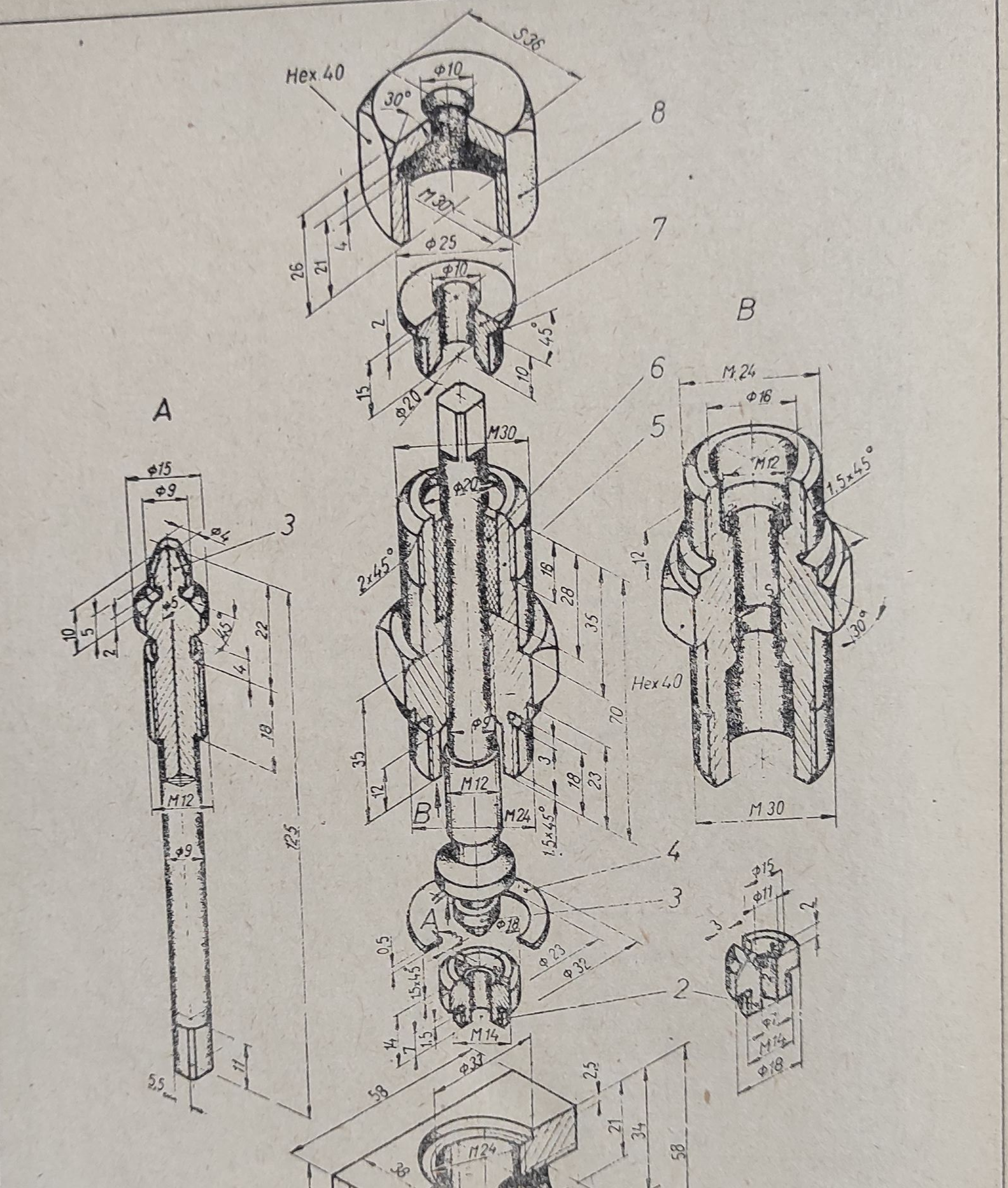

- 25

Fig. 8.25. Piese componente (desene la scară).



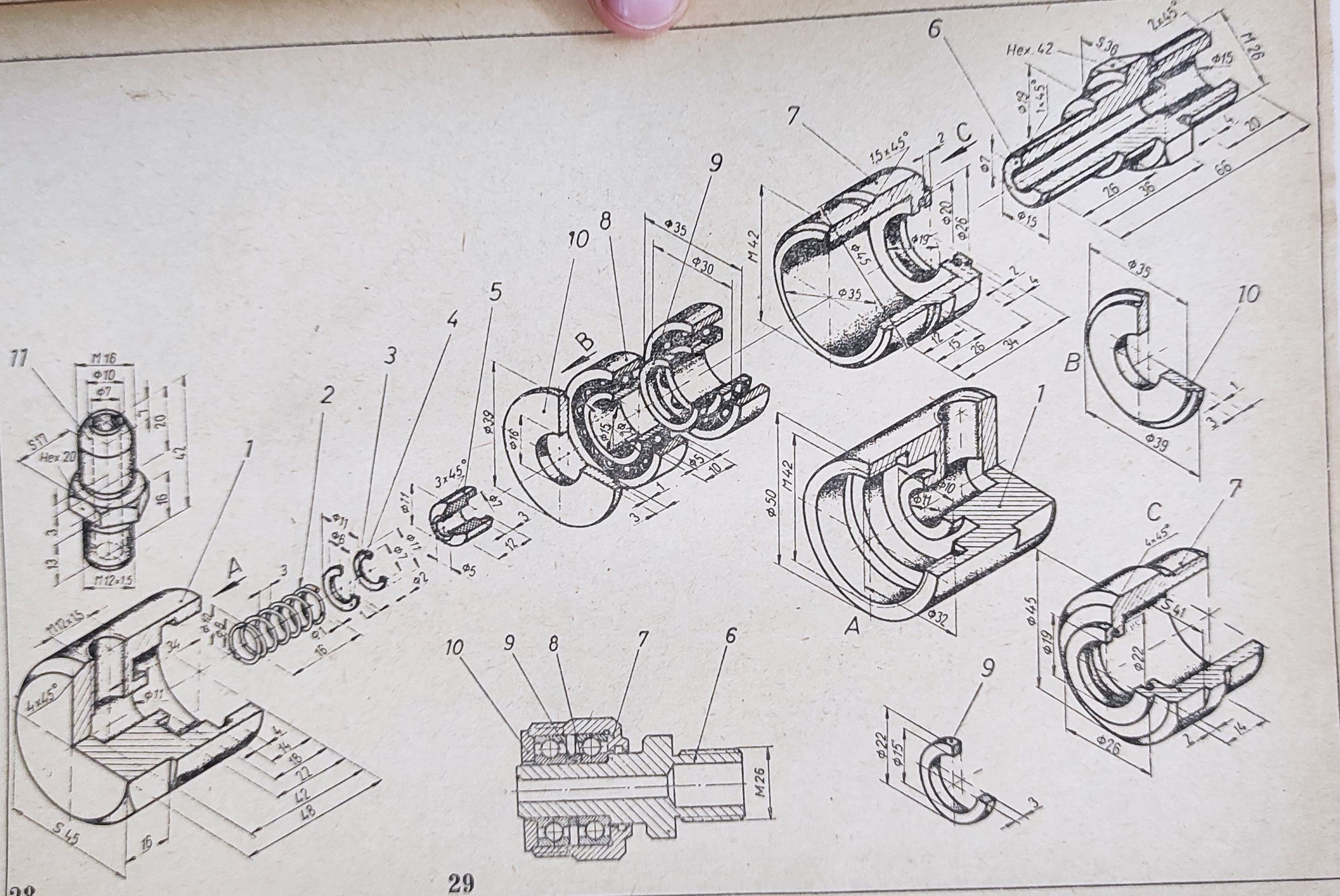

26

Fig. 8.26. Ghidajul tijei pentru supapa de reglare (desen la scară).




27

Fig. 8.27. Robinet cu ac — reprezentare explodată (problemă).



28

29



Fig. 8.28. Racord rotitor — reprezentare explodată (problemă).
Fig. 8.29. Subansamblul cutiei cu rulmenţi.

0.50

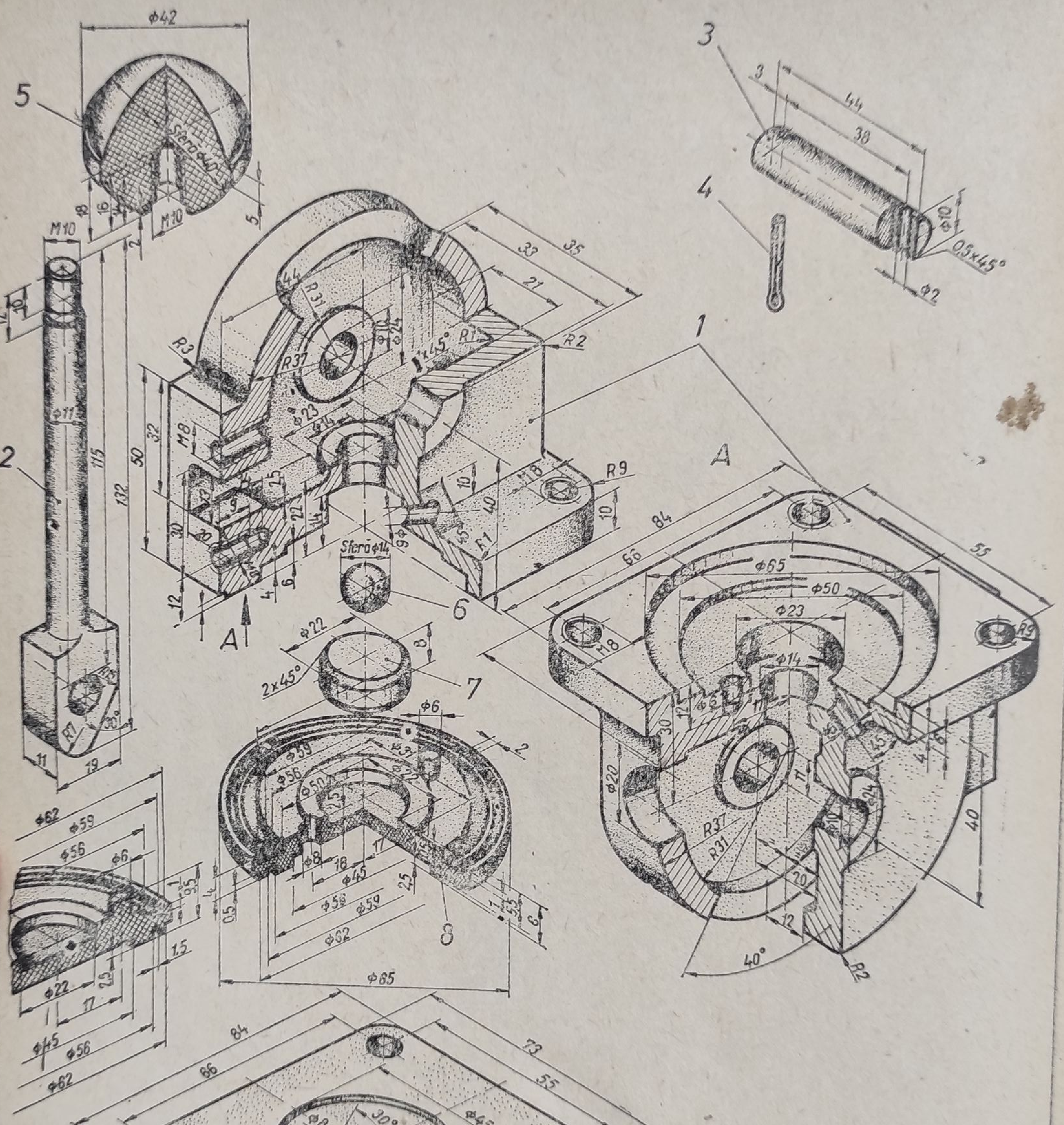


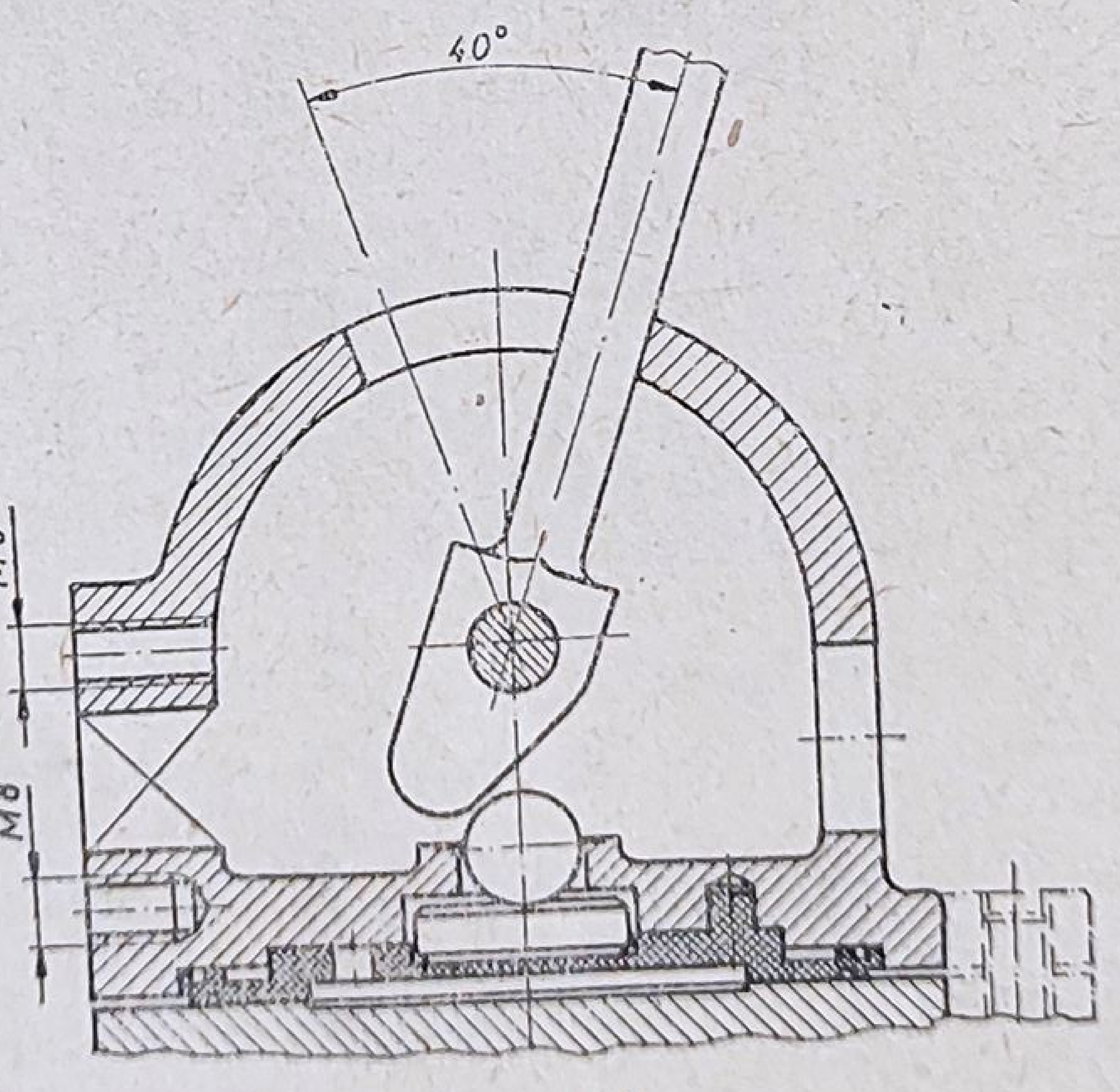



Fig. 8.30. Supapă de comandă — reprezentare explodată (problemă).

5) Figura 8.30 reprezintă axonometric piesele cotate componente ale unei supape de comandă pentru acționare pneumatică. Această supapă are numărul de cod S.C.B. - 136.00, iar piesele respective au denumirile următoare : *1* — corpul supapei S.C.B.01 (AT Mg 6 STAS 201-71) ; *2* - pîrghie de comandă S.C.B. 136.02 (OL 37 STAS 500-68) ; *3* — axul pîrghiei S.C.B. 136.00 (OL 37 STAS 500-68) ; *4* — cui spintecat STAS 1991-73 (OL 32 STAS 500-68) ; *5* — mîner sferic 8030-0.3.000 (Ebonit) ; *6* — bilă S.C.B. 136.04 (OSC8 STAS 1700-71) ; *7* — pastilă S.C.B. 136.05 (OSC 8 STAS 1700-71) ; *8* — diafragmă S.C.B. 135.06 (Cauciuc) ; *9* — capacul supapei S.C.B. 136.07. (AT. Mg6 STAS 201-71) ; *10* — șurub M8 — STAS 4845-70 (OL 37 — STAS 500-68) ; *11* — inel de siguranță STAS 2731-64 (OL 37 STAS 500-68).

Se cere să se construiască la scara 1 : 1 desenul de ansamblu al supapei în dublă proiecție ortogonală (secțiune verticală și vedere laterală).

*Indicație* : Un detaliu privitor la poziția de repaus a pîrghiei supapei este reprezentat în figura 8.31, unde este indicat și unghiul sub care lucrează pîrghia.




31

Fig. 8.31. Detaliu privind poziția de repaus a pîrghiei supapei.

# BIBLIOGRAFIE

1. ARUSTAMOV, K. A. — Problems in Descriptive Geometry, Moscow, Mir Publishers, 1972.
2. BEREIS, R. — Darstellende Geometrie, Berlin, Akademie - Verlag, 1964.
3. БОГОЛЮБОВ, С. К.— Задачник по черченю, Москва, Машгиз, 1975.
4. BOTEZ, M. — Geometrie descriptivă, Bucureşti, Editura didactică şi pedagogică, 1965
5. BOLLES, R. E. şi LUZADER, W. J. — Problems in Drafting Fundamentals. London, Prentice Hall, 1966.
6. CUSHMAN, O. F. — Engineering Drawing Problems, London, Holt, 1960.
7. DYGDON, J. — Basic Problems in Enginnering Drawing, Holt, 1963.
8. GIACHINO, J. W. şi BEUKEMA, H. J. — Drafting Problems, London, Technical Press, 1964.
9. GIESECKE, F. E. etc. — Technical Drawing Problems, New York, Collier-Mac Millan, 1967.
10. ГОРДОН, В. О. etc. — Сборник задач по курсу начертательной геометрии, «наука», Москва 1973.
11. GRANT, H. E. etc. — Engineering Drawing, New York, Mc. Graw-Hill, 1960.
12. HUSEIN, GH. şi SĂVEANU L. — Desen tehnic pentru construcţii de maşini, Bucureşti, Editura didactică şi pedagogică, 1972.
13. HUSEIN, GH şi TUDOSE, M. — Desen tehnic, Bucureşti, Editura didactică şi pedagogică, 1977.
14. HART, K. R. — Engineering Drawing, London, The English Universities Press Ltd., 1970.
15. MATEI, A. etc. — Desen tehnic industrial, Bucureşti Editura didactică şi pedagogică, 1963.
16. MC. NEARY, M. şi WESTFALL, C. — Creative problems for Basic Engineering New York, Mc. Graw-Hill, 1965.
17. MATTKIN, R. B. şi SAUNDERS, S. A. — Solution to Problems in Engineering and Geometrical Drawing, London Macdonald & Co. 1965.
18. PICKUP, F. şi PARKER, M. A. — Furter Problems in Machine Drawing, London, Hutchinson, 1964.
19. ПОГИШКО, А. В. etc. — Справочник по инженерной графике Киев, издательство будівельник, 1976.
20. VIERKC, C. J. şi HANUG, R. — Fundamental Engineering Drawing Problems, New York, Mc Graw-Hill, 1960.
21. ZOZORA, F. — Engineering Drawing, Problems, New York, Mc. Graw-Hill, 1958

## CUPRINS

*Partea întîi*

**Construcţii geometrice**



*Partea a doua*

**Reprezentarea ortogonală**

*Partea a treia*

**Desenul industrial**

Seria „Culegeri de probleme pentru disciplinele tehnice şi economice" cuprinde lucrări structurate conform programelor şcolare ale disciplinelor de bază corespunzătoare diferitelor meserii, completind intr-un mod sistematic şi unitar aplicaţiile cuprinse in manuale. Sint adresate elevilor liceelor, şcolilor de maiştri şi profesionale, precum şi absolvenţilor care, la examenele de admitere in facultăţi, optează pentru o probă de specialitate.

Lei 15,90